№ 21.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

Опредѣленіемъ Учен. Ком. Мин. Нар. Просв.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

2-го семестра № 9-й.

Подписная цѣна съ пересылкой: 6 руб. въ годъ, 3 руб. въ семестръ.

Адресъ Редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

КІЕВЪ.
Типографія Е. Т. Керерь, аренд. Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.
1887.

СОДЕРЖАНІЕ

№ 21.

РЕДАКЦІЯ

ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

приглашаетъ всѣхъ преподавателей и любителей физико-математическихъ наукъ, равно какъ и учащихся принимать участіе въ журнлаѣ въ качествѣ сотрудниковъ-корреспондентовъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, редакція высылаетъ безплатно не болѣе 5 экземпляровъ тѣхъ номеровъ журнала, въ которыхъ эти статьи напечатаны. Авторы, желающіе имѣть отдѣльные оттиски своихъ статей, помѣщаемыхъ въ журналѣ, принимаютъ на себя всѣ расходы изданія и пересылки.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 21.

II Сем. 15 Апрѣля 1887 г. № 9.

По поводу письменныхъ отвѣтовъ.

Темы для письменныхъ работъ на окончательныхъ испытаніяхъ въ нашихъ средне-учебныхъ заведеніяхъ составляются, какъ извѣстно, преподавателями тѣхъ же заведеній, и затѣмъ, черезъ посредство начальства учебнаго округа, разсылаются въ конвертахъ директорамъ. При этомъ задачи, присланныя учителемъ какого нибудь заведенія, попадаютъ въ другое заведеніе иногда безъ всякихъ измѣненій.

Эта система могла бы быть названа идеально правильной и наиболѣе удобной, если бы господа учителя, составляющіе свои задачи для посылки ихъ въ округъ, *всегда* относились къ этой части своихъ обязанностей съ полнымъ сознаніемъ всей нравственной отвѣтственности, падающей на всякаго составителя экзаминаціонныхъ темъ и задачъ. Къ сожалѣнію, встрѣчаются и такіе факты, которые заставляютъ предполагать, что въ иныхъ случаяхъ учитель, знающій почти навѣрное, что составленныя имъ задачи будутъ посланы въ другое какое нибудь заведеніе и, слѣдовательно, не могутъ скомпрометировать его собственныхъ учениковъ, придумываетъ на скоро что нибудь свое, или выбираетъ изъ книжки, не провѣривъ, быть можетъ, самъ того, надъ чѣмъ десятки учениковъ будутъ потомъ ломать свои усталыя головы въ критическія минуты волненія и экзаминаціонной лихорадки.

Въ особенности мнѣ кажутся несоотвѣтствующими своему назначенію такія задачи, которыми авторы ихъ хотятъ *замучить* экзаменующихся, забывая, что письменныя работы задаются не для того, чтобы испытать *выносливость* ученика и его способность къ продолжительной работѣ, требующей самаго усиленнаго умственнаго напряженія. При другихъ условіяхъ сложныя, запутанныя задачи, быть можетъ, могутъ принести пользу *учащимся*, пріучая ихъ къ систематизированію своихъ мыслей и плановъ, и къ равномѣрному расходованію умственной энергіи такъ, чтобы ея хватило до конца, но задавать сложныя темы уже *экзаменующимся*—и поздно, и неумѣстно. Съ другой стороны нѣтъ основаній желать, чтобы въ письменномъ отвѣтѣ обнаруживался возможно большій *объемъ знаній* ученика; требовать отъ него, чтобы въ какіе нибудь $2^1/_2$ часа онъ далъ письменное доказательство знанія *всего* курса—никто вѣдь и не думаетъ, ибо для этой повѣрки существуютъ экзамены устные, продолжительность которыхъ не ограничена никакимъ уставомъ и вполнѣ зависитъ отъ усмотрѣнія экзаминатора. Напротивъ, время письменныхъ работъ вполнѣ опредѣленно задано уставомъ, и это различіе доводитъ до очевидности, что требованія при письменныхъ испытаніяхъ должны быть *общія* для всего класса и строго принаровлены къ среднему уровню, и къ довольно короткому промежутку времени.

Всѣ эти давно извѣстныя истины я счелъ нелишнимъ напомнить читателямъ-учителямъ именно теперь, когда попалась мнѣ на глаза слѣдующая задача по геометріи, предложенная въ текущемъ учебномъ году на письменномъ экзаменѣ ученикамъ 8 класса одной изъ русскихъ классическихъ гимназій. Вотъ она:

„Если въ большомъ кругѣ шара провести хорду равную 14 дюймамъ, то хорда, соотвѣтствующая двойной дугѣ, будетъ находиться отъ центра на разстояніи равномъ 21,08 дюйма. Опредѣлить объемъ сегмента этого шара, когда извѣстно, что полная его поверхность равняется боковой поверхности прямого кругового конуса, имѣющаго радіусъ основанія 18 дюймовъ и образующую=50 д.“ [1]).

Интересно было бы знать передѣлалъ ли эту задачу самъ авторъ и смотрѣлъ ли онъ при этомъ на часы?

Ш.

---

1) Задача позаимствована изъ Сборника Геометрическихъ задачъ Знаменскаго (Вологда. 1879 г.). См. стр. 44. № 152, но вмѣсто требованія: „опредѣлить *высоту* сегмента“ задано, ради усложненія, вычисленіе *объема*.

Солнце.

Составилъ по Секки и др. источникамъ

П. А. Конопацкій.

(*Продолженіе*) [1]).

V. Общія заключенія.

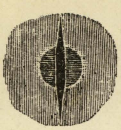
Разсмотрѣвъ отдѣльныя части оболочки солнца, мы видѣли что вся она состоитъ изъ газовъ и металлическихъ паровъ, различной температуры, плотности и свѣтоностности; что въ ней происходятъ исполинскія теченія и постоянныя возмущенія, и что она распространяется далеко за предѣлы видимой блестящей фотосферы солнца, которая представляетъ ничто иное какъ нижніе болѣе плотные слои той же самой атмосферы, дающіе лучи всѣхъ степеней преломляемости. Изслѣдованія Франкланда и Вюльнера показали, что при извѣстной степени давленія и температуры всѣ газы даютъ бѣлый свѣтъ и непрерывный спектръ.

Внутреннія силы солнца на большихъ пространствахъ поднимаютъ вверхъ массы фотосферы (свѣточи), образуя между ними углубленія; тамъ и сямъ между свѣточами вырываются раскаленныя массы водорода въ формѣ выступовъ хромосферы. Число выступовъ возрастаетъ и убываетъ вмѣстѣ съ числомъ пятенъ. Присутствіе болѣе или менѣе блестящаго свѣточа на краю солнечнаго диска всегда совпадаетъ съ появленіемъ въ томъ же мѣстѣ выступа или по крайней мѣрѣ большаго возвышенія и особеннаго блеска хромосферы. Образованіе пятна всегда необходимо сопровождается такимъ значительнымъ нарушеніемъ равновѣсія въ окружающей фотосферѣ; полутѣнь пятна окружаютъ свѣточи, мосты и свѣтлые потоки со всѣхъ сторонъ стремятся въ него, и это движеніе распространяется далеко вокругъ на разстояніе нѣсколькихъ поперечниковъ пятна. Хромосфера образуетъ выступы не только между свѣточами вокругъ пятна, но возвышается и надъ самымъ пятномъ.

Спектральный анализъ показалъ, что металлическія линіи ядра пятна шире чѣмъ полутѣни. Если щель спектроскопа пересѣкаетъ какъ ядро,

1) См. „Вѣстникъ" №№ 2, 5, 8, 14, 16 и 19.

Фиг. 58.



такъ и полутѣнь, то металлическія линіи всего болѣе расширяются надъ ядромъ пятна; надъ полутѣнью же онѣ постепенно суживаются, заканчиваясь остріемъ. Отсюда слѣдуетъ, что свѣтопоглощающій слой увеличивается въ толщинѣ и въ плотности по мѣрѣ приближенія къ центру ядра, и вообще поглощеніе свѣта пятнами гораздо сильнѣе, чѣмъ на остальной поверхности солнца.

Очевидно та-же причина усиливаетъ темныя линіи спектра на краю солнечнаго диска; однако здѣсь есть существенная разница въ томъ, что темныя линіи края солнечнаго диска принадлежатъ газамъ, а темныя линіи пятенъ—металлическимъ парамъ. Если пятно лежитъ на поверхности фотосферы, то являются утолщенными только линіи D спектра, принадлежащія натрію; пятна же, лежащія глубже, даютъ также утолщенныя линіи кальція, но еще не желѣза; послѣднія утолщаются только при очень большой глубинѣ пятенъ. Такимъ образомъ прежде всего являются утолщенными линіи натрія и кальція, имѣющихъ незначительную плотность паровъ; линіи же кобальта, хрома, свинца, подобно благороднымъ маталламъ, не испытываютъ замѣтнаго утолщенія, что конечно зависитъ отъ значительной плотности ихъ паровъ, вслѣдствіе которой они находятся глубже во внутреннихъ слояхъ, недоступныхъ спектроскопу. Отсюда можно заключить, что внутри пятенъ металлическіе пары расположены по порядку своей плотности, тяжелые глубоко внизу, а надъ ними въ верхнихъ слояхъ все болѣе и болѣе легкіе, наконецъ сверхъ всѣхъ слой водорода, облекающій все солнце въ видѣ хромосферы и поднимающійся свѣтящимися массами въ видѣ выступовъ надъ общимъ уровнемъ.

Спектральный анализъ доказалъ присутствіе на солнцѣ большинства элементовъ земной коры, такъ что представляется вопросъ почему тамъ не найдено кислорода и азота, встрѣчающихся на землѣ въ такомъ громадномъ количествѣ и играющихъ здѣсь столь важную роль. Есть, правда, нѣкоторые признаки присутствія въ пятнахъ водяныхъ паровъ, а значитъ и кислорода. Возможно также допустить, что температура высшихъ слоевъ атмосферы солнца за видимыми границами хромосферы на столько понижается, что дѣлается возможнымъ соединеніе водорода съ кислородомъ; образовавшійся водяной паръ опускается внизъ и снова разлагается въ низшихъ слояхъ, совершая круговоротъ, подобный круговороту другого рода, совершающемуся въ земной атмосферѣ. Вращаясь такимъ образомъ въ высшихъ слояхъ атмосферы солнца, кислородъ не достигаетъ температуры и давленія, при которыхъ онъ способенъ давать достаточно яркій спектръ. Даже линіи водорода, дающаго спектръ при гораздо болѣе низкой температурѣ, заканчиваясь въ протуберанцахъ тончайшими остріями, указываютъ, что въ высшихъ слояхъ солнечной атмосферы температура постепенно понижается, дѣлаясь наконецъ недостаточной, чтобы произвести спектръ этого газа.

Целльнеръ съ другой стороны полагаетъ, что атмосфера водорода на поверхности солнца находясь при весьма высокой температурѣ и среднемъ давленіи 180 миллим., равна по вѣсу неизмѣримо малому, почти ничтожному слою кислорода или азота. Если мы, слѣдовательно, предположимъ присутствіе такого количества этихъ газовъ даже въ нижнихъ, весьма высокой температуры слояхъ атмосферы, непосредственно лежащихъ на фотосферѣ, то лучи фотосферы встрѣчаютъ на своемъ пути къ намъ столь ничтожное количество раскаленнаго азота и кислорода, что производимое этими газами поглощеніе ничтожно мало и совершенно неразличимо. Такимъ образомъ отсутствіе линій, принадлежащихъ этимъ газамъ, въ спектрѣ нисколько не даетъ права заключить, что этихъ газовъ дѣйствительно нѣтъ на солнцѣ.

VI. Температура Солнца.

Изслѣдованія относительно температуры солнца принадлежатъ къ труднѣйшимъ вопросамъ физической астрономіи, и результаты, полученные различными изслѣдователями по этому вопросу, столь различны, что вопросъ этотъ слѣдуетъ признать далеко нерѣшеннымъ.

Чтобы опредѣлить температуру солнца, недостаточно выставить на солнце термометръ, отсчитать число градусовъ и помножить его на квадратъ разстоянія солнца отъ земли. Во первыхъ это число относится къ условно принятому 0° температуры, при которомъ теплота тѣла не нуль, и вовсе не относится къ абсолютному нулю, который физики принимаютъ за—273°С. Во вторыхъ лучи солнца, прежде чѣмъ достигнуть термометра, должны пройти черезъ атмосферу земли, и на этомъ пути значительная часть ихъ поглощается: изслѣдованія показали, что по направленію вертикальной линіи поглощается атмосферой $^1/_4$ посылаемыхъ солнцемъ тепловыхъ лучей, и для косвенныхъ лучей это отношеніе возрастаетъ пропорціонально секансу зенитнаго разстоянія солнца. Въ третьихъ наконецъ термометръ поглощаетъ не только лучи солнца, но въ то же время и тепловые лучи окружающихъ его тѣлъ.

Для полнаго опредѣленія температуры солнца, необходимо знать: 1) напряженіе его лучеиспусканія и 2) абсолютное количество термической энергіи, доставляемой солнцемъ землѣ въ единицу времени.

Тепло доступныхъ намъ тѣлъ легко измѣрить расширеніемъ приведеннаго съ ними въ соприкосновеніе термометрическаго тѣла, но для измѣренія тепла недоступнаго намъ солнца остается довольствоваться его лучами.

Но, очевидно, напряженіе лучеиспусканія составляетъ только одну часть или одинъ видъ энергіи, присущей вибрирующимъ молекуламъ и сообщаемой окружающей средѣ; притомъ напряженіе это не одинаково при всѣхъ обстоятельствахъ и для волнъ всякой длины. Но можно съ достовѣрностью утверждать:

1) что работа, сообщаемая вибрирующими молекулами окружающей средѣ, не можетъ быть болѣе той, какую производятъ самые молекулы;

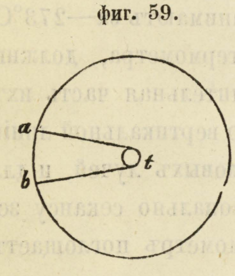
2) что различные группы молекулъ должны обладать различною способностью приводить въ движеніе окружающую среду и распространять это движеніе волнообразно въ пространствѣ; этимъ именно объясняется, что шумъ распространяется не такъ далеко, какъ чистые тоны, и что лучеиспусканіе различныхъ тѣлъ различно, смотря по свойствамъ ихъ поверхности и молекулярному сложенію.

Послѣднее относительно солнца намъ вполнѣ неизвѣстно. Изъ этого видно, что опредѣляя температуру солнца только по напряженію его лучеиспусканія, мы можемъ прійти только къ весьма неточнымъ результатамъ; но вмѣстѣ съ тѣмъ очевидно, что опредѣленная такимъ образомъ температура солнца должна быть *менѣе* и ни въ какомъ случаѣ не можетъ быть болѣе дѣйствительной.

Опредѣленіе температуры съ помощью лучеиспусканія основывается на слѣдующемъ разсужденіи.

Пусть разность между температурою t и температурою окружающей его поверхности S будетъ T градусовъ, и пусть s часть ab этой поверхности имѣетъ излишекъ температуры θ, тогда для равновѣсія термометра необходимо s: S=T: θ, слѣдовательно, $s\theta = ST$, откуда $\theta = T.\frac{S}{s}$. Это уравненіе не теряетъ силы и тогда, если поверхность $s=ab$ безконечно мала въ сравненіи съ S.

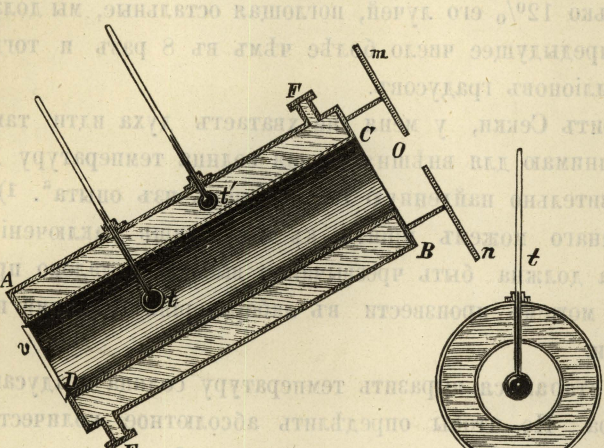
фиг. 59.



На этомъ основаніи число градусовъ T, отсчитанныхъ на термометрѣ, выставленномъ на солнце до тѣхъ поръ пока столбикъ ртути перестанетъ подниматься, слѣдуетъ умножить на отношеніе $\frac{S}{s}=183960$, гдѣ S есть поверхность сферы, s поверхность солнечнаго диска, котораго діаметръ принятъ равнымъ $32'\ 3,''6$. Слѣдовательно $\theta = 183960$ T.

Для опредѣленія T изъ наблюденій, Ватерстонъ въ Индіи и Соре на Монбланѣ употребляли приборъ, состоящій изъ двухъ трубъ, имѣющихъ общую ось, въ промежутокъ между которыми пускаютъ горячую воду, масло или паръ, поддерживая постоянную температуру, измѣряемую термометромъ t'; другой термометръ t, достигающій оси цилиндра, подвергается дѣйствію лучей солнца, проникающихъ въ отверстіе o діафрагмы mn, которое лишь немного болѣе шарика термометра. Внутренность цилиндра и термометръ покрыты сажей, и весь аппаратъ имѣетъ параллактическую установку, чтобы слѣдовать за движеніемъ солнца. Разницу $T = t - t'$ отсчитываютъ на обоихъ термометрахъ и вставляютъ въ предыдущее уравненіе.

фиг. 60.



Изъ наблюденій оказалось:

1) при давленіи 758 миллим. на высотѣ 52 метр. надъ уровнемъ моря средняя величина $T = 12^{\circ},06$, а въ ясные дни она достигаетъ 14°.

2) Величина эта не мѣняется съ повышеніемъ температуры муфты, въ которой заключены термометры: при $t' = 0^{\circ}$, $t = 12^{\circ},06$; при $t' = 60^{\circ}$, $t = 72^{\circ},06$, какъ ни кажется это страннымъ на первый взглядъ.

3) Полуденныя наблюденія въ различныя времена года даютъ результаты, мало различающіеся между собою: зимой между $11^{\circ},5$ и 12°, лѣтомъ отъ $12^{\circ},5$ до 14°. Результатъ тѣмъ болѣе замѣчательный, что высота солнца мѣняется на 47°.

4) Гораздо большее вліяніе имѣетъ высота мѣста наблюденія. Такъ Соре въ Женевѣ нашелъ на высотѣ 400 метр. $T = 15^{\circ},5$; на высотѣ 2500 метр. $T = 18^{\circ},6$; на вершинѣ Монблана на высотѣ 4800 метр. $T = 21^{\circ},13$; а Ватерстонъ въ Индіи при высотѣ солнца 70° и совершенно чистомъ небѣ нашелъ $T = 27^{\circ},8$

Изъ различія этихъ данныхъ видно, какъ трудно ожидать по нимъ точнаго опредѣленія температуры солнца, но вмѣстѣ съ тѣмъ отсюда слѣдуетъ, что выведенная изъ нихъ температура солнца должна представлять минимальный предѣлъ.

Если взять $T=21^{\circ},13$, какъ найдено Соре на вершинѣ Монблана, тогда $\theta=183960.21,13=3887075^{\circ}$ или около 4 милліоновъ градусовъ Цельзія. Очевидно число это слишкомъ мало, потому что здѣсь не взято во вниманіе поглощеніе лучей земной атмосферой. Дѣлая эту поправку Соре полагаетъ $T=29^{\circ},02$ и тогда для температуры солнца найдемъ $\theta=5338519^{\circ}$ или около $5^1/_3$ милліоновъ градусовъ.

И это число, какъ оно ни велико, представляетъ только низшій предѣлъ температуры солнца, и если еще принять во вниманіе, что оболочка солнца пропускаетъ только $12^{0}/_{0}$ его лучей, поглощая остальные, мы должны будемъ увеличить предыдущее число болѣе чѣмъ въ 8 разъ и тогда получимъ свыше 40 милліоновъ градусовъ.

„Признаюсь, говоритъ Секки, у меня не хватаетъ духа идти такъ далеко и я охотнѣе принимаю для внѣшняго слоя солнца температуру 10 мил. градусовъ, приблизительно найденную Ватерстономъ изъ опыта". 1)

Изъ всего сказаннаго можемъ прійти къ тому лишь заключенію, что температура солнца должна быть чрезвычайно высока и далеко превышать ту, какую мы можемъ произвести въ лабораторіяхъ всякими искусственными средствами.

Такимъ образомъ стараются выразить температуру солнца градусами стоградуснаго термометра. Но чтобы опредѣлить абсолютное количество доставляемой солнцемъ лучистой теплоты, надо принять извѣстное количество тепловой энергіи за единицу. Тепловая энергія измѣряется возвышеніемъ температуры нѣкоторой массы опредѣленнаго вѣса и теплоемкости въ единицу времени. Аппаратъ, предложенный для этой цѣли Пулье и называемый *пиргеліометромъ*, состоитъ изъ полаго цилиндра изъ тонкой мѣди A, передняя стѣнка котораго покрыта сажей и устанавливается нормально къ лучамъ солнца. Дабы поглощенная теплота снова не излучалась, прочія части прибора посеребрены и отполированы. Сосудъ A наполняется дистиллированной водой, температура которой опредѣляется термометромъ DT; приборъ можетъ вращаться около оси CT для перемѣшиванія воды и установленія равномѣрной температуры.

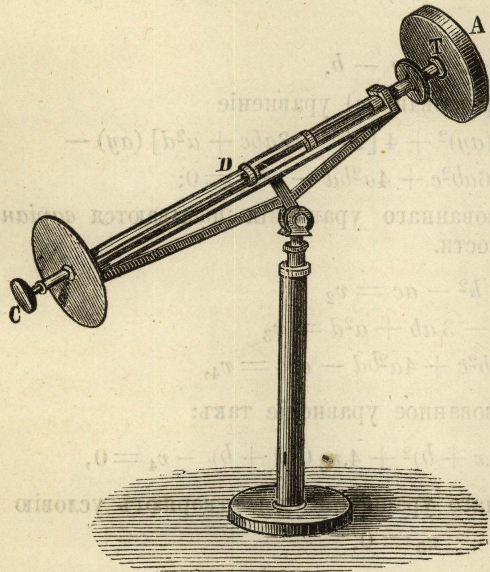
---

1) Всѣ эти числа крайне гадательны, и такъ какъ намъ неизвѣстенъ законъ лучеиспусканія при высокихъ температурахъ, то врядъ-ли этимъ пріемомъ удастся когда либо опредѣлить температуру солнца, хотя приблизительно. Чтобы показать какъ велики разногласія въ этомъ вопросѣ, замѣтимъ, что Віолле принимаетъ температуру солнца лишь въ 2000°, Цельнеръ—въ 28000°, а Розетти (по новѣйшимъ изысканіямъ въ Падуѣ) въ 20000°.

Прим. ред.

Пусть поверхность передней стороны сосуда А равна s кв. сант., вѣсъ воды Р килогр., и пусть сосудъ и заключенная въ немъ вода имѣютъ температуру воздуха въ тѣни; затѣмъ на 5 минутъ сосудъ подвергается дѣйствію нормальныхъ къ его поверхности лучей солнца, при чемъ температура воды повышается на $t°$. Тогда количество поглощенной теплоты равняется Pt, слѣдовательно въ 1 минуту кв. сантим. поверхности поглощаетъ $\frac{Pt}{5s}$ единицъ тепла. Нужно при этомъ принять во вниманіе теплоту, поглощенную самымъ сосудомъ, для чего вѣсъ его умножаютъ на теплоемкость и придаютъ къ вѣсу воды. Затѣмъ нужно обратить вниманіе на то, что, несмотря на всѣ предосторожности, нѣкоторая часть, поглощеннаго тепла потеряется чрезъ лучеиспусканіе, и чтобы сдѣлать соотвѣтствующую поправку, опредѣляютъ, на сколько понизится температура сосуда въ 1 минуту, если его защитить отъ прямыхъ лучей солнца.

фиг. 61.



Сдѣлавъ всѣ требуемыя точностью поправки наблюденія, мы еще не опредѣлимъ всего количества тепловыхъ лучей, посылаемыхъ солнцемъ на поверхность s; нужно принять въ разсчетъ, что значительная часть ихъ, а именно около $^1/_4$ всѣхъ вертикально падающихъ лучей, поглащается атмосферою.

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

Замѣтка объ уравненіяхъ четвертой степени съ однимъ неизвѣстнымъ.

А. Гольденберга.

(*Окончаніе* [1]).

5. Мы видѣли, что одинъ изъ классовъ уравненій четвертой степени, корни которыхъ могутъ быть найдены помимо рѣшенія резольвенты, ха-

---

1) См. „Вѣстникъ“ № 18.

рактеризуется тѣмъ, что для нихъ кубическій варіантъ обращается въ нуль; остановимся нѣсколько на функціяхъ, которыя носятъ это названіе.

Извѣстно, что путемъ линейной подстановки всегда можно преобразовать алгебраическое уравненіе въ такое, второй коэффиціентъ котораго равенъ нулю.

Чтобы произвести съ большимъ удобствомъ это преобразованіе въ нашемъ случаѣ, помножимъ на a^3 всѣ члены ур. (1): оно представится въ такомъ видѣ:

$$(ax)^4 + 4b\,(ax)^3 + 6ac\,(ax)^2 + 4a^2d\,(ax) + a^3e = 0;$$

положивъ теперь

$$ax = ay - b,$$

получимъ преобразованное (варіированное) уравненіе

$$(ay)^4 - 6\,[b^2 - ac]\,(ay)^2 + 4\,[2b^3 - 3abc + a^2d]\,(ay) -$$
$$- [3b^4 - 6ab^2c + 4a^2bd - a^3e] = 0;$$

коэффиціенты этого преобразованнаго уравненія называются *варіантами* даннаго; положивъ, для краткости.

$$b^2 - ac = v_2$$
$$2b^3 - 3\,ab + a^2d = v_3$$
$$3b^4 - 6ab^2c + 4a^2bd - a^3e = v_4,$$

мы можемъ написать преобразованное уравненіе такъ:

$$(ax + b)^4 - 6\,v_2(ax + b)^2 + 4\,v_3\,(ax + b) - v_4 = 0,$$

Если коэффиціенты даннаго уравненія удовлетворяютъ условію

$$v_3 = 0,$$

то послѣднее уравненіе переходитъ въ уравненіе

$$(ax + b)^4 - 6\,v_2\,(ax + b)^2 - v_4 = 0.$$

т. е. въ уравненіе биквадратное относительно линейной функціи $ax + b$; корни его могутъ быть найдены непосредственно.

6. При помощи подходящей подстановки, можно всякое алгебраическое уравненіе преобразовать и въ такое, предпослѣдній коэффиціентъ котораго есть нуль. Чтобы примѣнить это преобразованіе къ уравненію

$$ax^4 + 4\,bx^3 + 6\,cx^2 + 4\,dx + e = 0$$

раздѣлимъ его на x^4 и умножимъ на e^3; будемъ имѣть:

$$\left(\frac{e}{x}\right)^4 + 4d\left(\frac{e}{x}\right)^3 + 6\,ec\left(\frac{e}{x}\right)^2 + 4\,e^2b\left(\frac{e}{x}\right) + ae^3 = 0;$$

положивъ

$$\frac{e}{x} = z - d,$$

получимъ преобразованное уравненіе въ слѣдующемъ видѣ

$$z^4 - 6(d^2 - ec)\,z^2 + 4\,(2d^3 - 3edc + e^2b)\,z - (3d^4 - 6ed^2c + 4\,e^2bd - e^3a) = 0.$$

Коэффиціенты этого преобразованнаго уравненія называются *ретроваріантами* даннаго уравненія [1]).

Положивъ, для краткости,

$$d^2 - ce = v'_2$$

$$2d^3 - 3\,edc + e^2b = v'_3$$

$$3\,d^4 - 6\,ed^2c + 4\,e^2bd - e^3a = v'_4,$$

мы можемъ написать послѣднее уравненіе такъ:

$$\left(\frac{e}{x} + d\right)^4 - 6v'_2\left(\frac{e}{x} + d\right)^2 + 4\,v'_3\left(\frac{e}{x} + d\right) - v'_4 = 0.$$

Если коэффиціенты даннаго уравненія удовлетворяютъ условію

$$v'_3 = 0,$$

другими словами, если кубическій ретроваріантъ даннаго ур. четвертой степени обращается въ нуль, то преобразованное уравненіе принимаетъ видъ

$$\left(\frac{e}{x} + d\right)^4 - 6\,v'_2\left(\frac{e}{x} + d\right)^2 - v'_4 = 0$$

и представляетъ уравненіе биквадратное относительно функціи $\left(\frac{e}{x} + d\right)$.

Рѣшивъ это уравненіе относительно $\left(\frac{e}{x} + d\right)^2$, получимъ два корня положимъ, α^2 и β^2, такъ что будемъ имѣть

$$\left(\frac{e}{x} + d\right)^2 = \alpha^2,\quad \left(\frac{e}{x} + d\right)^2 = \beta^2$$

а, затѣмъ, найдемъ:

$$\frac{1}{x_1} = \frac{-d + \alpha}{e}$$

$$\frac{1}{x_2} = \frac{-d - \alpha}{e}$$

$$\frac{1}{x_3} = \frac{-d + \beta}{e}$$

$$\frac{1}{x_4} = \frac{-d - \beta}{e}.$$

---

1) Легко видѣть, что варіантъ переходитъ въ соотвѣтствующій ретроваріантъ (v_2 въ v'_2, v_3 въ v'_3, v_4 въ v'_4), когда первый коэффиціентъ замѣнимъ послѣднимъ и второй—предпослѣднимъ.

Легко видѣть, что въ этомъ случаѣ

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4};$$

не трудно убѣдиться въ справедливости обратнаго предложенія.

Итакъ:

1) Если кубическій ретроваріантъ ур. четвертой степени обращается въ нуль, то сумма чиселъ обратныхъ двумъ изъ корней уравненія равна суммѣ чиселъ обратныхъ двумъ остальнымъ его корнямъ, или, что тоже, средне-гармоническое двухъ корней уравненія равно средне-гармоническому двухъ остальныхъ корней его.

2) Уравненіе четвертой степени, кубическій ретроваріантъ котораго обращается въ нуль, непосредственно распадается на два квадратныхъ уравненія.

7. Обратимся, въ заключеніе, къ тому частному случаю, о которомъ мы упомянули въ началѣ нашей замѣтки.

Если вторая часть уравненія

$$(ax^2+2bx+c)^2=4(b^2-ac)x^2+4(bc-ad)x+(c^2-ae)$$

представляетъ полный квадратъ линейной функціи отъ x, то должно быть:

$$(bc-ad)^2-(b^2-ac)(c^2-ae)=0,$$

$$4(b^2-ac)x^2+4(bc-ad)x+(c^2-ae)=(2x\sqrt{b^2-ac}+\sqrt{c^2-ae})^2.$$

Въ этомъ случаѣ наше уравненіе распадается на слѣдующія:

$$ax^2+2(b+\sqrt{b^2-ac})x+(c+\sqrt{c^2-ae})=0$$

$$ax^2+2(b-\sqrt{b^2-ac})x+(c-\sqrt{c^2-ae})=0.$$

Означивъ чрезъ x_1, x_2 корни перваго изъ этихъ уравненій, чрезъ x_3, x_4 корни второго, будемъ имѣть

$$x_1+x_2=-\frac{2}{a}\left(b+\sqrt{b^2-ac}\right); \quad x_1 x_2=\frac{1}{a}\left(c+\sqrt{c^2-ae}\right)$$

$$x_3+x_4=-\frac{2}{a}\left(b-\sqrt{b^2-ac}\right); \quad x_1 x_4=\frac{1}{a}\left(c-\sqrt{c^2-ae}\right)$$

откуда

$$(x_1+x_2)(x_3+x_4)=\frac{4c}{a}$$

$$2(x_1x_2+x_3x_4)=\frac{4c}{a}$$

такъ что

$$2(x_1x_2+x_3x_4)=(x_1+x_2)(x_3+x_4),$$

Функція

$$(bc - ad)^2 - (b^2 - ac)(c^2 - ae)$$

коэффиціентовъ ур четвертой степени

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

можетъ быть написана такъ

$$a(ace + 2bcd - ad^2 - eb^2 - c^3);$$

выраженіе

$$ace + 2bcd - ad^2 - eb^2 - c^3$$

называется *кубическимъ инваріантомъ* уравненія; оно можетъ быть представлено въ видѣ детерминанта

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & d \\ c & d & e \end{vmatrix}$$

строеніе котораго легко запомнить.

Что касается до соотношенія

$$2(x_1 x_2 + x_3 x_4) = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4),$$

то ему можно дать и такой видъ:

$$\frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} = -1 .$$

Разсмотримъ теперь, влечетъ ли за собой эта зависимость между корнями уравненія четвертой степени найденную нами зависимость между его коэффиціентами.

Предположимъ, что корни x_1, x_2, x_3, x_4, уравненія

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

удовлетворяютъ условію

$$2(x_1 x_2 + x_3 x_4) = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4);$$

пользуясь извѣстными соотношеніями

$$(x_1 + x_2) + (x_3 + x_4) = -\frac{4b}{a} \quad (1)$$

$$(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) + (x_1 x_2 + x_3 x_4) = +\frac{6c}{a} \quad (2)$$

$$x_1 x_2 (x_3 + x_4) + x_3 x_4 (x_1 + x_2) = -\frac{4d}{a} \quad (3)$$

$$x_1 x_2 . x_3 x_4 = +\frac{e}{a} \quad (4)$$

мы въ этомъ случаѣ найдемъ послѣдовательно:

$$x_1 x_2 + x_3 x_4 = \frac{2c}{a} \qquad (5)$$

$$(x_1 x_2 + x_3 x_4)^2 - 4 x_1 x_2 \cdot x_3 x_4 = \frac{4}{a^2}(c^2 - ae)$$

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 4(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) = \frac{16}{a^2}(b^2 - ac)$$

такъ что

$$(x_1 x_2 - x_3 x_4)^2 \cdot (x_1 + x_2 - x_3 - x_4)^2 = \frac{4}{a^2} \cdot \frac{16}{a^2}(b^2 - ac) \cdot (c^2 - ae);$$

съ другой стороны, умноживъ (1) на (5) и вычтя (3), предварительно удвоенное, легко найдемъ, что

$$(x_1 x_2 - x_3 x_4)(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) = -\frac{8}{a^2}(bc - ad)$$

такъ что

$$(bc - ad)^2 = (b^2 - ac)(c^2 - ae).$$

Итакъ: 1, Если кубическій инваріантъ уравненія четвертой степени обращается въ нуль, то корни уравненія составляютъ гармоническую пропорцію, и обратно.

2, уравненіе четвертой степени, кубическій инваріантъ котораго обращается въ нуль, непосредственно распадается на два квадратныя уравненія.

8. Такимъ образомъ мы познакомились съ четырьмя классами уравненій четвертой степени, рѣшеніе которыхъ приводится къ рѣшенію квадратныхъ уравненій: каждому изъ этихъ классовъ соотвѣтствуетъ характеристическое соотношеніе между корнями и характеристическое соотношеніе между коэффиціентами; эти соотношенія обусловливаются взаимно.

Вышеизложенное даетъ намъ, между прочимъ, средство составлять, въ какомъ угодно числѣ, такія уравненія четвертой степени, которыя рѣшаются при помощи однихъ квадратныхъ уравненій: достаточно подобрать коэффиціенты a, b, c, d, e уравненія

$$ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

такъ, чтобы было удовлетворено одно изъ слѣдующихъ условій:

$$2b^3 - 3abc + ad^2 = 0$$

$$2d^3 - 3edc + eb^2 = 0$$

$$ad^2 - eb^2 = 0$$

$$ace + 2bcd - eb^2 - ad^2 - c^3 = 0.$$

Едва ли нужно прибавлять, что разсмотрѣнные нами классы ур. четвертой степени не единственные, которые могутъ быть рѣшены, такъ сказать, *помимо* кубической резольвенты.

Причина тона,

издаваемаго стержнями изъ магнитныхъ металловъ подъ вліяніемъ прерывчатаго намагничиванія [1]).

П. Бахметьева.

Въ области магнитизма есть еще много не изслѣдованнаго и не объясненнаго сравнительно съ другими областями физики, и поэтому большинство такихъ явленій въ учебникахъ физики для среднихъ учебныхъ заведеній опускается; къ нимъ принадлежатъ напр: теплота, развиваемая прерывчатымъ намагничиваніемъ и размагничиваніемъ магнитныхъ тѣлъ, удлиненіе или укорачиваніе ихъ подъ вліяніемъ намагничиванія, тонъ, издаваемый ими при прерывчатомъ намагничиваніи и т. д. Въ настоящей статьѣ мы поговоримъ о послѣднемъ явленіи.

Если быстро прерывающимся токомъ намагничивать желѣзную проволоку, то она будетъ издавать болѣе или менѣе музыкальный тонъ, который въ прежнее время сравнивался то съ отдаленнымъ гуломъ колоколовъ, то съ шумомъ, производимымъ паденіемъ на желѣзную крышу дождевыхъ капель и т. п. Хотя явленіе это и было открыто въ первый разъ въ 1838. году *(Пажемъ)*, но до настоящаго времени не могли найти ему вѣрнаго объясненія.

До сихъ поръ большинство физиковъ придерживалось объясненія *Де-ля-Рива*, занимавшагося изученіемъ этого явленія. Этотъ физикъ объяснялъ появленіе тона дрожаніемъ частичекъ (молекулярныхъ магнитовъ) въ желѣзномъ стержнѣ подъ вліяніемъ прерывчатаго намагничиванія.

Противъ этого никто ничего не могъ сказать, такъ какъ по теоріи магнитизма молекулярные магниты дѣйствительно занимаютъ другое положеніе въ тѣлѣ намагниченномъ, чѣмъ въ ненамагниченномъ; этимъ можетъ быть и можно объяснить, почему вопросъ этотъ нѣкоторое время оставался не затронутымъ.

На его разрѣшеніе меня натолкнуло чисто случайное обстоятельство: изучая вліяніе измѣненія разстоянія между молекулярными магнитами на магнитизмъ тѣлъ, я замѣтилъ, что при растяженіи или сжатіи проволокъ изъ магнитныхъ металловъ тонъ, получающійся при прерывчатомъ намагничиваніи, то усиливается, то ослабѣваетъ. Этого обстоятельства было достаточно, чтобы я по окончаніи главной работы взялся и за разработку этой.

Намагничиваніе стержней происходило при помощи деревянной катушки съ намотанной на нее мѣдной, изолированной проволокой (4 ряда, по 100 оборотовъ въ каждомъ). Внутри ея помѣщался подвергаемый изслѣдованію стержень, причемъ, если онъ подвергался сжатію, то предварительно помѣщался въ деревянную трубку, ширина канала которой была равна толщинѣ стержня. Длина этой трубки была немного короче стержня, для того чтобы на его концы можно было производить давленіе.

---

1) Статья эта была помѣщена въ болѣе распространенной формѣ въ Журналѣ физ.-хим. Общества, томъ XVII, стр. 65.

Самое сжатіе или растяженіе производилось при помощи особаго аппарата. Катушка ставилась подъ рычагъ, вращающійся около оси, и къ концу этого рычага прикрѣплялись грузы. Въ катушку вставлялись сверху и снизу латунные, толстые стержни, между которыми и находился желѣзный или никкелевый стержень. Нажимая рычагомъ на верхній латунный стержень, мы сжимаемъ такимъ образомъ и нашу проволоку. Для растяженія проволокъ катушка помѣщалась по другую сторону подставки для рычага, на него надѣвался для этого латунный параллелепипедъ съ вырѣзомъ въ срединѣ. Изслѣдуемая проволока была снабжена припаянными къ ней серебромъ латунными стержнями (проволока кромѣ того была въ нихъ немного ввинчена), изъ которыхъ одинъ ввинчивался въ вышеупомянутый параллелепипедъ, а другой закрѣплялся гайкой снизу подъ доской.

Болѣе сильное растяженіе и сжиманіе достигалось гирями, подвѣшиваемыми къ рычагу; самъ же рычагъ безъ гирь производилъ давленіе, равное 14 килогр. Отношеніе плеча силы къ плечу сопротивленія равнялось 9,47.

Для измѣренія магнитизма стержней были примѣнены индуктированные токи, которые возбуждались въ нарочно намотанной для этого на намагничивающую спираль индуктированной катушкѣ. Токи, какъ намагничивающій, такъ и индуктированный измѣрялись при помощи зеркальнаго гальванометра, подзорной трубы и скалы. Вліяніе намагничивающей катушки на индуктированный токъ было компенсировано другой подобной же катушкой. Токъ для намагничиванія получался отъ 3-хъ элементовъ Даніэля.

Тоны, издаваемые стержнями подъ вліяніемъ прерывчатаго намагничиванія, были наблюдаемы при помощи телефона и микрофона. Послѣдній состоялъ изъ трехъ угольныхъ пластинокъ и помѣщался при сжатіи стержня подъ нимъ такъ, что латунный стержень, входящій въ шпульку, непосредственно опирался на деревянную дощечку микрофона. При растяженіи стержней микрофонъ укрѣплялся вверху латуннаго параллелепипеда, надѣтаго на рычагъ сжимающаго прибора. Такимъ образомъ, какъ въ первомъ, такъ и во второмъ случаѣ, изслѣдуемый стержень при помощи латуннаго соприкасался съ дощечкой микрофона и, слѣдовательно, могъ производить сотрясенія его угольной пластинки. Въ цѣпь вводился телефонъ и одинъ элементъ Даніэля. При помощи этого приспособленія тоны, которые не могли быть слышимы простымъ ухомъ по своей слабости, отчетливо различались въ телефонѣ.

Для прерыванія намагничивающаго тока былъ употребленъ самодѣйствующій камметонъ съ электромагнитами. Тонъ, издаваемый имъ, дѣлалъ 128 колебаній въ секунду, а слѣдовательно и токъ прерывался въ секунду столько же разъ. Каммертонъ помѣщался на каучуковую пластинку и былъ поставленъ въ другой комнатѣ.

Общій ходъ опытовъ былъ слѣдующій: измѣрялась сила намагничивающаго тока и индуктированный токъ; затѣмъ каммертонъ приводился въ движеніе и замѣчался тонъ, издаваемый стержнемъ. Каммертонъ опять останавливался, стержень подвергался сжатію или растяженію извѣстнымъ грузомъ и индуктированный токъ опять отсчитывался; каммертонъ приводился опять въ движеніе и т. д.

Изслѣдуемые стержни были: изъ мягкаго желѣза:

$$2r = 2{,}35 \text{ м.м.},\ l = 230 \text{ м.м. (для раст.)}$$

$$2r = 3{,}95\ „\ ,\ l = 225\ „\ \text{(для сжат.)}$$

Изъ никкеля (хим. чистаго):

$$\left.\begin{array}{l} 2r = 2{,}48 \text{ м.м.},\ l = 225 \text{ м.м.} \\ 2r = 3{,}90\ „\ ,\ l = 225\ „ \end{array}\right\} \text{(для раст.)}$$

$$2r = 3{,}90\ „\ ,\ l = 225\ „\ \text{(для сжат.)}$$

Удѣльный вѣсъ былъ найдетъ для желѣза равнымъ 7,745, для никкеля 8,787 (при 18° Ц.)

Модуль упругости для прокаленнаго никкеля, опредѣленный при помощи зеркала, подзорной трубы и скалы, былъ найденъ равнымъ 13600.

Буквы въ нижеслѣдующихъ таблицахъ имѣютъ слѣдующее значеніе:

g — давленіе или растяженіе въ килогр.

J — сила намагничивающаго тока.

M_n — совокупный магнитизмъ.

M_p — остаточный „

t — сила тона [1]) (опредѣлялась приблизительно при помощи уха).

Всѣ величины для J, M_n, M_p, выражены въ относительныхъ единицахъ—дѣленіяхъ скалы.

Вотъ нѣкоторыя изъ полученныхъ таблицъ:

Табл. I.

Ni. $2r = 3{,}90$, $l = 255$. J = 98. Сжатіе.

g.	M_n.	M_p.	t.
0	86	47	40
41,9	132	72	30 ?
75,7	163	57	40
97,1	177	48	40
126,8	194	41	30
144,8	205	37	15
162,9	211	35	5
191,4	218	30	3
0	88	47	40

1) Числа для одной проволоки не сравнимы съ числами для другой.

Какъ показываетъ эта таблица, *сила издаваемаго тона никкелевымъ стержнемъ* **уменьшается** *съ увеличенiемъ сжимающаго груза* сначала медленно, а затѣмъ быстрѣе; вѣроятно при дальнѣйшемъ сжатiи тонъ вовсе пересталъ бы быть слышенъ; къ сожалѣнiю, я не могъ болѣе подвѣшивать груза, такъ какъ проволока начинала тогда сгибаться (разумѣется, что та проволока, которая сгибалась не была болѣе употребляема и предѣльный грузъ потомъ не достигался).

Табл. II.

Ni. $2r = 3{,}90$, $l = 255$. $J = 55$. Растяженiе.

g.	M_n.	M_p.	t.
0	40	18	10
41,9	24	5	10
63,1	19	3	9
97,1	15	1	7
126,8	12	0,5	4

Отсюда видно, что *растяженiе никкелевыхъ стержней* **уменьшаетъ** *силу тона*.

Табл. III.

Fe. $2r = 3{,}95$, $l = 225$. $J = 70$. Сжатiе

g.	M_n.	M_p.	t.
0	266	22	10
14,0	258	17	10
63,1	225	25	10
97,1	209	25	8
126,8	195	25	6
191,4	173	31	4

Приведенная таблица показываетъ, что *сжатiе желѣзнаго стержня* **уменьшаетъ** *издаваемый имъ тонъ* подъ влiянiемъ прерывчатаго намагничиванiя.

Таб. IV.

Fe. $2r = 2{,}35$, $l = 230$. $J = 66$. Растяженіе.

g.	M_n.	M_p.	t.
0	60	22	10
41,9	96	30	10
63,1	105	27	3
84,5	109	27	1
97,1	106	26	4
109,8	105	25	5
126,8	99	25	6

Изъ только что приведенной таблицы видно, что *растяженіе желѣзныхъ стержней* **уменьшаетъ** *силу тона*; *при нѣкоторомъ растягивающемъ грузѣ стержень тона* **не издаетъ**, *а затѣмъ онъ опять* **появляется, усиливаясь** *въ своей напряженности съ увеличеніемъ растяженія.*

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

Хроника.

Международная астрономическая конференція.

По инициативѣ директора Парижской обсерваторіи г. Муше (Mouchez), съ 16 по 25 Апрѣля (н. ст.) тек. года открыла свои засѣданія международная конференція астрономовъ для совмѣстнаго рѣшенія вопроса о фотографической картѣ неба. Побудительной причиной созванія этой конференціи послужили блестящіе результаты фотографированія отдѣльныхъ частей неба, достигнутые работами братьевъ Генри [1]. Въ настоящее время астрономы всѣхъ цивилизованныхъ странъ порѣшили совмѣстными усиліями создать подробную карту всего небосклона, въ такомъ видѣ, какимъ онъ представляется въ текущемъ столѣтіи, чтобы въ будущемъ имѣть неоспоримой точности документъ для дальнѣйшихъ астрономическихъ изысканій. Предполагаемая карта должна состоять изъ 1800—2000 листовъ, чтобы представить въ достаточно большомъ маштабѣ всю сферическую поверхность неба (около 42000 квадратныхъ градусовъ). Въ сущности такихъ картъ будетъ двѣ: на одной намѣрены ограничиться лишь звѣздами 11-й величины, а во вто-

[1]) См. статью „Фотографированіе неба" въ № 1 „Вѣстника" за 1886 г.

рую должны войти всѣ звѣзды до 14-ой величины включительно. Первая, слѣдовательно, будетъ заключать около 1.800.000 звѣздъ, а вторая болѣе 45 милліоновъ. Между тѣмъ напр. небесная карта сѣвернаго полушарія, изданная Аргеляндеромъ (въ 1862 г.) содержитъ только 324.198 звѣздъ (до 9-ой величины вкл.), а для южнаго полушарія самый полный до настоящаго времени каталогъ Шенфельда заключаетъ лишь 133.659 звѣздъ.

Въ Парижской конференціи приняло участіе 56 астрономовъ спеціалистовъ. Почетнымъ предсѣдателемъ состоитъ Мушэ, дѣйствительнымъ предсѣдателемъ директоръ Пулковской обсерваторіи О. Струве, вице-предсѣдателями: Оверъ (секретарь Берлинской Академіи наукъ), Кристи (изъ Гринвича) и Физо; секретарями: Тиссеранъ и Бакгюйзенъ (изъ Лейдена) и ихъ ассистентами: Дюнеръ (изъ Лунда) и Трепье (изъ Алжира).

Повышеніе температуры порошкообразныхъ тѣлъ при смачиваніи.

Еще въ 1823 г. Пулье замѣтилъ, что температура порошкообразныхъ тѣлъ повышается, иногда даже на нѣсколько градусовъ, при обливаніи ихъ жидкостью, химически на нихъ не дѣйствующею. Явленіе это до настоящаго времени не имѣетъ удовлетворительнаго объясненія. Опытнымъ его изученіемъ занимались Вентцке, Юнкъ и—въ прошломъ году—Ф. Мейснеръ. Послѣдній обливалъ порошокъ аморфнаго кремнезема водою; была ли она ниже 4° (С), или выше, всегда замѣчалось поднятіе температуры (отъ 3,9° до 4,5° С.) Нагрѣваніе было еще значительнѣе когда вмѣсто воды употреблялся бензинъ и въ особенности амиловый (сивушный) спиртъ; въ этомъ послѣднемъ случаѣ температура повышалась на 7,5°. Обыкновенный песокъ, угольный порошекъ и пр. обнаруживаютъ то-же явленіе. Исключеніе составляетъ стекляный порошокъ, при обливаніе котораго различными жидкостями не удалось замѣтить никакого нагрѣванія.

Очень вѣроятно, что это физико-химическое явленіе имѣетъ тѣсную связь со способностью различныхъ твердыхъ тѣлъ поглощать пары и газы.

Смѣсь.

Математическія мелочи.

Рѣшить уравненіе:

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \ldots + \sin(2^n - 1)x = 0. \qquad (1)$$

Извѣстно, что число членовъ натуральнаго ряда нечетныхъ чиселъ

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots (2^n - 1)$$

равно 2^{n-1}. Слѣдовательно наше уравненіе имѣетъ четное число членовъ. Составимъ суммы членовъ равноудаленныхъ отъ концовъ:

$$\sin x + \sin(2^n - 1)x = 2\sin 2^{n-1}x.\ \cos(2^{n-1} - 1)x,$$
$$\sin 3x + \sin(2^n - 3)x = 2\sin 2^{n-1}x.\ \cos(2^{n-1} - 3)x,$$
$$\sin 5x + \sin(2^n - 5)x = 2\sin 2^{n-1}x.\ \cos(2^{n-1} - 5)x,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\sin(2^{n-1} - 1)x + \sin(2^n - 2^{n-1} + 1)x = 2\sin 2^{n-1}x.\ \cos x,$$

Складывая, видимъ, что наше уравненіе замѣняется слѣдующимъ:

$$2\sin 2^{n-1}x\left\{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\ldots\ldots+\cos(2^{n-1}1)x\right\}=0 \qquad (2)$$

Выраженіе, заключенное въ скобкахъ, подвергнемъ такому-же точно преобразованію, т. е. составимъ суммы членовъ, равноотстоящихъ отъ концовъ

$$\cos x+\cos(2^{n-1}-1)x=2\cos 2^{n-2}x\ \cos(2^{n-2}-1)x,$$

$$\cos 3x+\cos(2^{n-1}-3)x=2\cos 2^{n-2}x.\cos(2^{n-2}-3)x,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cos(2^{n-2}-1)x+\cos(2^{n-1}-2^{n-2}+1)x=2\cos 2^{n-2}x.\cos x.$$

Складывая и подставляя въ (2), находимъ

$$2^2\sin 2^{n-1}x.\cos 2^{n-2}x\left\{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\ldots+\cos(2^{n-2}-1)x\right\}=0 \ (3)$$

Примѣняя тотъ же пріемъ суммированія къ выраженію, заключенному въ скобкахъ и, повторяя его послѣдовательно столько разъ, сколько это окажется необходимымъ, въ концѣ получимъ:

$$2^{n-1}\sin 2^{n-1}x.\cos 2^{n-2}x\ldots\cos 8x.\cos 4x.\cos 2x.\cos x=0 \qquad (4)$$

уравненіе, которое распадается на:

$$\sin 2^{n-1}x=0;\ \cos 2^{n-2}x=0;\ \cos 2^{n-3}x=0;\ \ldots\cos 2x=0;\ \cos x=0.$$

Первое изъ нихъ даетъ для x значенія

$$x=\frac{k\pi}{2^{n-1}},$$

гдѣ k есть произвольное цѣлое число, а всѣ остальныя даютъ въ общемъ видѣ значенія

$$x=\frac{(2k+1)\pi}{2^m},$$

гдѣ m принимаетъ всѣ значенія отъ 1 до $n-1$.

Напр. при $n=3$ уравненіе (1) будетъ

$$\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x=0;$$

результатъ преобразованія (4) представится въ видѣ

$$4\sin 4x.\cos 2x.\cos x=0;$$

корни-же, очевидно, будутъ 0°, 45°, 90°, 135° и т. д; т. е, вообще $\frac{k\pi}{4}$, гдѣ k произвольное число, четное или нечетное.

Вопросы и задачи.

№ 140. Два изолированные изъ различныхъ металловъ шара, радіусовъ R и R′, поставлены на разстояніи внѣ взаимнаго электрическаго вліянія и соединены тонкою металлическою проволокою. Спрашивается, какими количествами электричества зарядятся шары, и какіе будутъ на нихъ потенціалы, электрическая плотность, электрическое напряженіе и электрическая энергія, если извѣстно, что электровозбудительная сила (разность потенціаловъ) при соприкосновеніи металла перваго шара съ металломъ втораго шара есть E?

Проф. П. Шиллеръ.

№ 141. Съ какою силою притягиваютъ другъ друга два одинаковые, соприкасающіеся свинцовые шара, если радіусъ каждаго изъ нихъ равенъ 10 саженямъ, и плотность свинца=11,3?

Проф. О. Хвольсонъ.

№ 142. Показать, что если черезъ точку O пересѣченія діагоналей четыреугольника, вписаннаго въ окружность, проведемъ хорду, дѣлящуюся въ точкѣ O пополамъ, то часть этой хорды, заключенная между двумя противоположными сторонами четыреугольника, въ точкѣ O также дѣлится пополамъ.

И. Ивановъ.

№ 143. У торговки было a яблокъ, которыя она продавала послѣдовательно n покупателямъ слѣдующимъ образомъ: первому покупателю она продала половину бывшаго у нея количества яблокъ и еще полъ яблока, второму—половину оставшагося количества и еще полъ яблока, третьему—половину того, что осталось послѣ продажи первымъ двумъ и снова полъ яблока, и т. д. Послѣ продажи всѣмъ покупателямъ у нея осталось b яблокъ.—Найти условія, которымъ должны удовлетворять цѣлыя числа a, b и n, чтобы задача была возможна въ томъ предположеніи, что торговка, продавая яблока, ихъ не разрѣзывала.

Б. Букрѣевъ и Г. Флоринскій.

№ 144. Показать, что

$$\operatorname{arctg} {}^1/_2+\operatorname{arctg} {}^1/_5+\operatorname{arctg} {}^1/_8=\frac{\pi}{4}\cdot$$

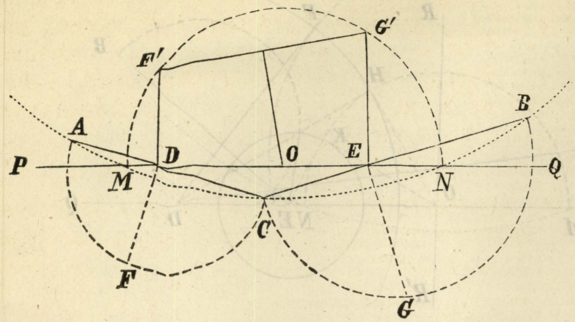
№ 145. Найти такую ариѳметическую прогрессію, сумма n членовъ которой равнялась бы $4n^2$.

Рѣшенія задачъ.

№ 32. Даны въ одной плоскости три точки и прямая. Не проводя черезъ три данныя точки окружности, найти ея пересѣченіе съ данною прямою.

Пусть данныя точки A, B и C лежатъ на такой окружности, центръ которой почему либо не можетъ быть найденъ (напр. потому что радіусъ окружности слишкомъ великъ). Требуется найти точки пересѣченія M и N (фиг. 62). неподлежащей построенію дуги этой окружности ABC съ данною прямою PQ. Разсмотримъ сначала тотъ случай, когда двѣ точки лежатъ по одну сторону прямой PQ, а третья— по другую. Соединивъ точки A и C, а также B и C прямыми и найдя пересѣченіе прямыхъ AC и BC съ данною прямою, возставляемъ изъ точекъ D и E перпендикуляры DF′ и DG′ (къ данной прямой PQ) и откладываемъ на нихъ до точекъ F′ и G′ среднія пропорціональныя между отрѣзками AD и DC съ одной стороны, и CE и EB—съ другой; (на прил. чертежѣ совершено построеніе среднихъ пропорціональныхъ $DF^2=AD.\ DC$ и $EG^2=CE.\ EB$). Перпендикуляръ изъ средины прямой $F'G'$ пересѣчетъ данную прямую въ нѣкоторой точкѣ O; прянявъ эту точку за центръ, опишемъ окружность радіусомъ равнымъ $OF'=OG'$. Она пересѣчетъ нашу прямую въ искомыхъ точкахъ M и N.

Фиг. 62.



Чтобы доказать, что эти точки лежатъ на непостроенной дугѣ окружности ABC, достаточно замѣтить что

$$DF^2=AD.DC;\qquad EG^2=CE.EB$$

и

$$DF'^2=MD.DN;\qquad EG'^2=ME.EN,$$

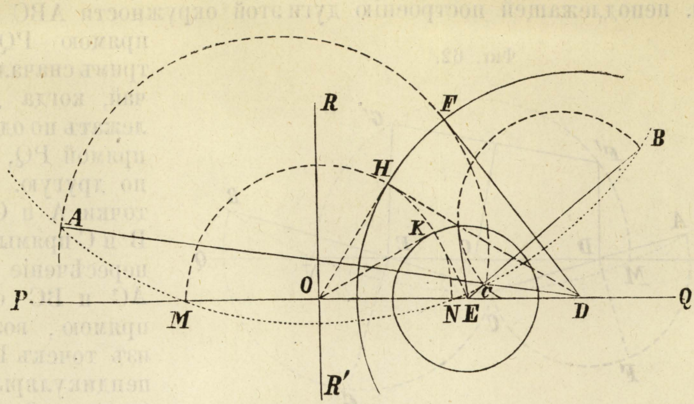
а такъ какъ по построенію $DF=DF'$ и $EG=EG'$, то

$$AD.DC=MD.DN \text{ и } CE.EB=ME.EN.$$

Первое изъ этихъ равенствъ убѣждаетъ насъ, что четыре точки A, M, C, N лежатъ на одной окружности; на основаніи второго равенста заключаемъ, что четыре точки M, C, N, B тоже лежатъ на одной окружности. Но такъ какъ три изъ этихъ точекъ M, C, N общи обѣимъ системамъ, то стало быть всѣ пять точекъ A, M, C, N, B должны лежать на *одной* окружности.

Переходимъ ко второму случаю, когда всѣ три данныя точки A, B, C лежатъ по одну сторону данной прямой PQ (фиг. 63). Продолжаемъ линіи AC и BC до пересѣченія съ PQ, строимъ полуокружности на AC и CB, какъ на діаметрахъ, и проводимъ изъ D и E касательныя къ таковымъ DF и EG. Принимая эти касательныя за радіусы, описываемъ соотвѣтственно изъ точекъ D и E двѣ окружности и находимъ ихъ радикальную ось RR′, которая пересѣчетъ нашу прямую PQ въ нѣкоторой точкѣ O. Проведемъ изъ O касательную къ одной изъ окружностей, напр. OH, и радіусомъ OH опишемъ окружность изъ O; она пересѣчетъ данную прямую въ искомыхъ точкахъ M и N.

Фиг. 63.



Для доказательства соединимъ точку касанія H съ D, тогда DH будетъ касательная къ окружности O и

$$DH^2=DM.DN.$$

Съ другой стороны

$$DF^2=DA.DC$$

а такъ какъ $DH=DF$, то

$$DM.DN=DA.DC,$$

т. е. четыре точки A, M, N и C лежатъ на одной окружности.

Проведя касательныя OK и KE, точно также имѣемъ

$$EK^2=EM.EN$$

и

$$EG^2=EB.EC,$$

откуду по равенству EK и EG находимъ

$$EM.EN=EB.EC,$$

откуда видимъ, что четыре точки M, N, C и B тоже лежатъ на одной окружности. Но такъ какъ три изъ этихъ точекъ M, N и C общи обѣимъ системамъ, то стало быть всѣ пять точекъ A, M, N, C и B лежатъ на *одной* окружности, что и требовалось доказать.

Въ первомъ изъ разсмотрѣнныхъ случаевъ задача всегда возможна, что показываетъ, что при такомъ расположеніи данныхъ точекъ относительно данной прямой, непроведенная черезъ эти точки окружность всегда пересѣкаетъ данную прямую.

Во второмъ случаѣ, когда всѣ три точки лежатъ по одну сторону прямой PQ, задача возможна и даетъ 2 искомыя точки M и N лишь при томъ условіи, когда вспомогательныя окружности D и E не пересѣкаются. Въ противномъ случаѣ радикальная ось RR′ превращается въ общую хорду, и точка O будетъ лежать внутри окружностей D и E; слѣдовательно тогда нельзя провести касательныхъ изъ этой точки къ окружностямъ D и E и описать радіусомъ равнымъ этимъ касательнымъ окружности O. Это будетъ служить признакомъ, что окружность ABC не пересѣкаетъ данной прямой PQ. Если она только касается данной прямой, то точки M и N сливаются въ одну, которая получится какъ точка касанія вспомогательныхъ окружностей D и E.

Въ частномъ случаѣ когда одна изъ точекъ, напр. A лежитъ на данной прямой, построеніе упрощается, ибо одна изъ вспомогательныхъ окружностей превращается тогда въ точку.

NB. На задачу эту, предложенную два раза въ журналѣ, мы получили много рѣшеній отъ разныхъ лицъ, но въ большинствѣ случаевъ авторы ихъ, забывъ о главномъ условіи, т. е. о предполагаемой невозможности найти центръ окружности ABC, присылали рѣщенія несоотвѣтствующія задачѣ.

Лучшимъ изъ всѣхъ отвѣтовъ считаемъ рѣшеніе *З. Колтовскаго* (изъ Харькова).

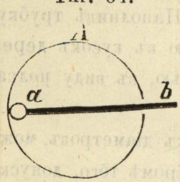
Правильное рѣшеніе прислано еще студентомъ *К. К.*, но оно основано на построеніи окружности, проходящей черезъ три точки A′ B′ и C, (изъ которыхъ первыя двѣ симметричны точкамъ A и B) и поэтому могло бы на практикѣ оказаться неисполнимымъ въ тѣхъ случаяхъ, когда почему бы то ни было становится недоступнымъ и непосредственное построеніе дуги ABC, какъ напр. въ случаѣ, если окружность ABC слишкомъ большого радіуса.

Другое, тоже вполнѣ правильное рѣшеніе *П. Сиротинина* сводится на построеніе окружности радіуса вдвое большаго, нежели окружность, проходящая черезъ данныя три точки.

Примѣчаніе 1. Нерѣшенныя до сихъ поръ задачи (продолженіе)

№ 83. Представимъ себѣ почти замкнутый проводникъ A съ небольшимъ отверстіемъ.

Фиг. 64.



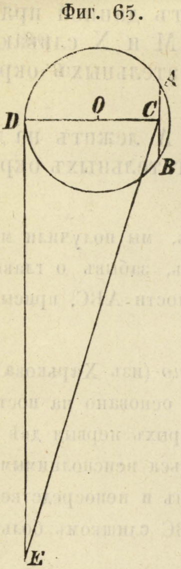
Шарикъ *a*, на изолирующей ручкѣ *b*, зарядимъ электричествомъ и введемъ внутрь проводника A (фиг. 64), не касаясь краевъ отверстія и прикоснемся имъ къ внутренней сторонѣ проводника. Все электричество перейдетъ съ шарика. *a* на наружную поверхность проводника A. Вынувши разряженный шарикъ *a*, зарядивъ его снова и повторая тотъ-же процессъ, можно зарядить проводникъ A какъ угодно сильно (до какого угодно потенціала). Будетъ-ли то-же самое, если мы будемъ заряжать шарикъ *a*, не вынимая его изъ проводника A, соединивъ его тонкою изолированною проволокою съ электрическою машиною? (*Пред. Проф. Н. Шиллеръ*)

Корреспонденція.

Н. Нечаевъ. (*Учит. физики Казанской I гимн.*) сообщаетъ о простомъ приборѣ для опытовъ пробиванія электрической искрой карты и пр., придуманномъ и устроенномъ ученикомъ I Казанской гимназіи *Л—инымъ.* Въ приборѣ нѣтъ стекла, и для изоляціи верхняго стержня, таковой продѣтъ сквозь кусокъ резины.

А. Воиновъ (*изъ Харькова*) сообщаетъ намъ въ письмѣ слѣдующій простой пріемъ приблизительнаго построенія длины окружности.

Фиг. 65.



Къ хордѣ AB (фиг. 65) равной радіусу, проводимъ перпендикулярный діаметръ CD; на касательной, построенной въ точкѣ D, откладываемъ три раза діаметръ $2r$, до точки E. Соединивъ наконецъ E съ серединой хорды C, получимъ длину окружности съ точностью до 0,001, выраженную прямою CE.

Доказательство: $EC = \sqrt{CD^2 + DE^2}$

но $CD^2 = (CO + r)^2 = \left(\frac{r\sqrt{3}}{2} + r\right)^2 = \frac{r^2}{4}(7 + 4\sqrt{3})$

а $DE^2 = 36\,r^2$

Слѣдовательно: $CE = r\sqrt{37{,}75 + \sqrt{3}} = r\sqrt{39{,}4820508\ldots}$

Т. е. $CE = 6{,}283\ldots r = 2\pi r.$

В. Морозовъ. (*Директоръ Пинскаго р. уч.*) прислалъ слѣдующую замѣтку.

„Въ № 14„ Вѣстника“ была помѣщена статья Проф. Гезехуса о звукопроводности тѣлъ. Для доказательства звукопроводности жидкостей въ ней предлагается употреблять два стакана съ жидкостью, изъ коихъ одинъ ставится прямо на резонаторный ящикъ, а другой—съ подкладкою резиновыхъ трубокъ. Но и въ тамомъ видѣ опытъ неубѣдителенъ, такъ какъ звукъ (камертона), въ случаѣ передачи его только поверхностному слою жидкости, можетъ передаваться ящику стѣнками стакана. Лучше поэтому опытъ производить такъ. Взявъ воронку, надѣнемъ на шейку ея резиновую трубку и нижній конецъ послѣдней заткнемъ стеклянной или деревянной палочкой, которую и приведемъ въ соприкосновеніе съ резонаторнымъ ящикомъ. Наполнивъ трубку и воронку жидкостью, опускаемъ въ нее ножку камертона, вдѣланную въ кусокъ дерева. Усиленіе звука несомнѣнно указываетъ на проводимость его жидкостью, въ виду полнаго отсутствія звукопроводности въ резинѣ.

„Пользуясь резиновыми трубками различной длины и различныхъ діаметровъ, можно доказать справедливость законовъ передачи звуковъ и для жидкостей. Кромѣ того, допуская что связь звукопроводности съ внутреннимъ треніемъ справедлива и для жидкостей, можно до нѣкоторой степени судить по звукопроводности жидкостей объ ихъ внутреннемъ треніи.“

Заявленіе редакціи.

Опредѣленіемъ Ученаго Комитета Министерства Народнаго Просвѣщенія популярно-научный журналъ нашъ **рекомендованъ** для пріобрѣтенія:

1) *въ фундаментальныя и ученическія библіотеки* мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ;

2) *въ библіотеки* учительскихъ институтовъ, учительскихъ семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 8 Мая 1887 года.
Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ

ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

имѣются для продажи:

1.	Первый томъ „Журпала Элементар. Математики“ за 188$^4/_5$ уч. годъ—всего 18 №№ .	цѣна	4 р.	— к.
2.	Второй томъ „Журнала Элементар. Математики“ за 188$^5/_6$ уч. годъ—всего 18 №№ .	„	4 „	— „
3.	Первый томъ „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики за 1-й семестръ 188$^6/_7$ уч. года—всего 12 №№	„	3 „	— „
4.	Электричество въ элементарной обработкѣ К. Максуэлля, пер. подъ ред. проф. М. П. Авенаріуса. 1886 г.	„	1 „	50 „
5	Физическія изслѣдованія А. И. Надеждина съ предисловіемъ проф. М. П. Авенаріуса (посмертное пзданіе) 1887 г.	„	1 „	50 „
6.	Рѣчь Споттисвуда „О связи математики съ другими науками“, пер. Н. А. Конопацкаго. 1885 г.	„	— „	35 „
7.	Электрическіе аккумуляторы. Сос. Эр. Шпачинскій. 1886 г.	„	— „	50 „
8.	Основы Ариѳметики Е. Коссака, пер. И. Н. Красовскаго. 1885 г.	„	— „	50 „
9.	Рѣчь Клаузіуса: „Связь между великими дѣятелями природы“, пер. И. Н. Красовскаго. 1885.	„	— „	20 „
10.	Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-й степени, Бріо, пер. И. Н. Красовскаго. 1886.	„	— „	40 „
11.	Ортоцентрическій треугольникъ. Н. Шимковича. 1886 г.	„	— „	10 „
12.	Выводъ формулъ, служащихъ для разложенія въ рядъ логариѳмовъ. Г. Флоринскаго. 1886.	„	— „	15 „
13.	Ученіе о лагориѳмахъ въ новомъ изложеніи В. Морозова. 1886 г.	„	— „	15 „
14.	Теорія Вѣроятностей. Лекціи Проф. В. П. Ермакова. 1879 г.	„	1 „	50 „
15.	Нелинейныя Дифференціальныя уравненія съ частными производными перваго порядка со многими перемѣнными и Каноническія уравненія. Лекціи Проф. В. П. Ермакова. 1884 г.	„	1 „	30 „
16.	Способъ наименьшихъ квадратовъ. Дополненіе къ теоріи вѣроятностей. Лекціи Проф. В. П. Ермакова. 1887 года	„	— „	25 „

17. Теорія Векторовъ на плоскости. Приложеніе къ изслѣдованію коническихъ сѣченій. Составилъ Проф. В. П. Ермаковъ 1887 г. Кіевъ. „ — „ 80 к.

18. Дифференціальныя уравненія съ частными производными перваго порядка, съ тремя перемѣнными. Проф. В. П. Ермакова. 1880 г. Кіевъ . . . . „ — „ 25 к.

19. Дифференціальныя уравненія второго порядка. Условія интегрируемости въ конечномъ видѣ. Проф. В. П. Ермакова. 1880 г. Кіевъ . . „ — „ 25 „

20. Теорія двойно-періодическихъ функцій. Проф. В. П. Ермакова. 1881 г. Кіевъ . . . . . „ — „ 30 „

21. Дифференціальныя уравненія перваго порядка съ двумя перемѣнными. Проф. В. П. Ермакова. 1887 г. Кіевъ . . . . „ 1 „ 30 „

22. Методы рѣшеній геометрическихъ задачъ на построеніе и Сборникъ геом. задачъ съ полными и краткими рѣшеніями. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Составилъ И. Александровъ. 2-ое изданіе. 1885 г. Тамбовъ. „ 1 „ 20 „

За пересылку прилагается 10% означенной цѣны.

Редакція Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики

принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ.

Плата за объявленія,

помѣщаемыя на оберткѣ журнала:

1-й разъ за страницу — 6 рублей

„ $^1/_2$ стр. — 3 рубля

„ $^1/_4$ „ — 1 р. 50 к.

При повтореніи взымается всякій разъ половина вышеозначенной платы.