№ 32.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

III Семестра № 8-й.

ЭКШ

КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1887.

СОДЕРЖАНІЕ № 32.

ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРН. МАТЕМАТИКИ

выходитъ брошюрами настоящаго формата въ $1^1/_2$ печатныхъ листа по 12 №№ въ каждое учебное полугодіе.

Подписная цѣна съ пересылкою:

6 рублей—въ годъ. 3 руб.—въ полугодіе.

АДРЕСЪ КОНТОРЫ РЕДАКЦІИ:

КІЕВЪ, НИЖНЕ-ВЛАДИМІРСКАЯ, № 19-й.

№ 1

При перемѣнѣ адреса подписчики прилагаютъ 10 коп. марками.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 32.

III Сем. 1 Ноября 1887 г. № 8.

Формула простого маятника.

Элементарный геометрическій и точный выводъ ея.

Способъ предлагаемаго вывода сходенъ со способомъ, предложеннымъ проф. Преображенскимъ въ Журналѣ Физ.-Хим. Общества Т. XV, но, повидимому проще*). Какъ тамъ, такъ и здѣсь устраняется неточность, допускаемая при элементарномъ изложеніи, именно принятіе длины хотя и малой, но не безконечно-малой дуги за хорду, ее стягивающую.

I. Представимъ себѣ тяжелую точку, соединенную нерастяжимой и невѣсомой нитью съ неподвижнымъ центромъ C (фиг. 46). Точка эта выведена изъ положенія равновѣсія B, и нить привѣса изъ положенія CB приведена въ положеніе AC. Пусть

$$CB=AC=l$$

$$\text{и } \angle ACB=\alpha.$$

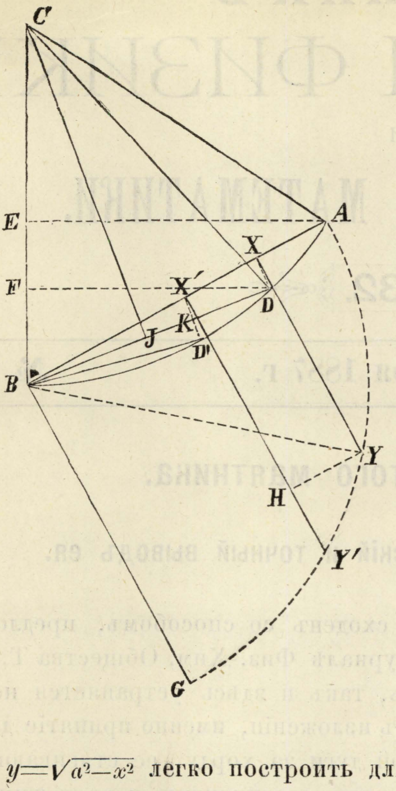
Въ положеніи A скорость точки равна нулю; будучи затѣмъ предоставлена только силѣ тяжести и силѣ сопротивленія нити, точка начнетъ совершать колебанія около положенія равновѣсія B, удаляясь отъ него въ ту и другую сторону на дугу=BA.

---

*) Выводъ формулы для времени качанія простого маятника, данный пр. В. Преображенскимъ (см. Вып. 3-ій Журн. Физ.-Хим. Общ. за 1883 г. стр. 61, I отд.), представляетъ только „упрощенный вариантъ“ (по словамъ автора) вывода, предложеннаго г. Волковымъ въ засѣданіи Физическаго Общества 28-го декабря 1882 года и помѣщеннаго въ 1-мъ Выпускѣ того же журнала за 1883 г. (см. стр. 16, I отд.)

Прим. ред.

Фиг. 46.



Опредѣлимъ продолжительность полнаго колебанія въ зависимости отъ причинъ, производящихъ колебанія.

Пусть CD положеніе маятника въ нѣкоторый моментъ времени, и пусть хорды

$$AB=a;\qquad BD=x.$$

По закону Галилея скорость, пріобрѣтаемая точкой послѣ прохожденія дуги AD, равна

$$v=\sqrt{2g.EF},$$

гдѣ EF есть разстояніе между перпендикулярами, опущенными изъ A и D на CB.

Но: $$EF=EB-FB=$$

$$=\frac{\overline{AB}^2-\overline{BD}^2}{2l}=\frac{a^2-x^2}{2l}.$$

Слѣдовательно

$$v=\sqrt{a^2-x^2}\sqrt{\frac{g}{l}}=y\sqrt{\frac{g}{l}},\qquad (1)$$

гдѣ $y=\sqrt{a^2-x^2}$ легко построить для каждаго момента движенія.

Принявъ B за центръ, опишемъ $^1/_4$ окружности радіусомъ равнымъ a, отложимъ на хордѣ BA отъ точки B длину $BX=BD=x$ и возставимъ къ ней изъ X перпендикуляръ XY до пересѣченія съ окружностью AG. Очевидно

$$XY=y=\sqrt{a^2-x^2}.$$

При движеніи точки D по дугѣ AB отъ A къ B, точки X и Y будутъ также двигаться, первая по хордѣ AB отъ A къ B, а вторая по $^1/_4$ окружности радіуса a отъ A къ G. Если сумѣемъ опредѣлить продолжительность движенія по AG, то вмѣстѣ съ тѣмъ опредѣлимъ и $^1/_4$ продолжительности полнаго колебанія маятника и, слѣдовательно, время T полнаго качанія.

II. Опредѣлимъ скорость движенія точки Y. Назовемъ эту скорость черезъ w. Пусть въ нѣкоторый безконечно малый элементъ времени тяжелая точка перешла изъ D въ D′; въ тотъ же самый элементъ времени точка X перейдетъ въ X′ и точка Y—въ Y′. Такъ какъ элементы дугъ YY′ и DD′ пройдены точками Y и D одновременно, и движеніе по безконечно малымъ дугамъ можетъ считаться равномѣрнымъ, то скорости этихъ точекъ, w и v относятся какъ длины дугъ, т. е.

$$w : v = YY' : DD'. \qquad (2)$$

Опустимъ изъ Y на X'Y' перпендикуляръ YH, и на хордѣ BD отложимъ отъ точки B длину BK=хордѣ BD', тогда

$$YH = XX' = KD.$$

Изъ подобія треугольниковъ HYY' и BXY слѣдуетъ, что

$$YY' : XX' = a : y;$$

если-же изъ точки C опустимъ перпендилуляръ $CI = l'$ на хорду BD, то изъ подобія треугольниковъ CID и KDD' будемъ имѣть

$$XX' : DD' = l' : l.$$

Перемноживъ послѣднія двѣ пропорціи, найдемъ:

$$YY' : DD' = a.l' : y.l$$

вслѣдствіе чего пропорція (2) даетъ:

$$w = \frac{a}{y}.\frac{l'}{l}.v,$$

или, послѣ подстановки вмѣсто v его значенія изъ (1):

$$w = a\frac{l'}{l}\sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (3)$$

III. Итакъ, скорость точки Y измѣняется вмѣстѣ съ длиной перпендикуляра l', соединяющаго середину хорды съ точкою привѣса; но измѣненіе скорости w гораздо меньше измѣненія скорости v; послѣдняя измѣняется отъ нуля до $a\sqrt{\frac{g}{l}}$, тогда какъ въ то-же самое время w измѣняется

$$\text{отъ } a\sqrt{\frac{g}{l}}\,\frac{\sqrt{l^2-\frac{a^2}{4}}}{l} \quad \text{до } a\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Наименьшее значаніе l' равно $\sqrt{l^2-\frac{a^2}{4}}$, а наибольшее—равно l, слѣдовательно

$$\text{Max.}(w) = w_1 = a\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\text{Min}(w) = w_2 = a\sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt{1-\frac{a^2}{4l^2}}.$$

Если вычислимъ продолжительность движенія по дугѣ AG, допуская во все время движенія наименьшую скорость w_2, то такая продолжительность будетъ, очевидно, больше истинной; точно также продолжительность движенія съ наибольшею скоростью w_1, будетъ меньше истинной $^1/_4$T, которая въ то-же время представляетъ $^1/_4$ продолжительности полнаго качанія маятника. Итакъ:

$$\frac{\frac{\pi}{2}a}{a\sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt{1-\frac{a^2}{4l^2}}} > \frac{1}{4}T > \frac{\frac{\pi}{2}a}{a\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

гдѣ $\frac{\pi}{2}a$ есть длина $\frac{1}{4}$ окружности радіуса a. Изъ этихъ неравенствъ получаемъ

$$2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2}{4l^2}}} > T > 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

откуда заключаемъ, что продолжительность полнаго колебанія маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (4)$$

съ погрѣшностью меньше чѣмъ

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{a^2}{4l^2}}}-1\right]=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\frac{l-\lambda}{\lambda}$$

гдѣ $\lambda=\sqrt{l^2-\frac{a^2}{4}}$ есть наименьшее значеніе перпендикуляра l'. Иными словами, вычисляя T по формулѣ (4), мы дѣлаемъ погрѣшность меньше

$$T\,\frac{a}{2\lambda}\cdot\frac{a}{2(l+\lambda)}. \qquad (5)$$

При углѣ $\alpha=4^0$ ошибка меньше T.0,0007. При еще меньшемъ углѣ ошибка не повліяетъ на тысячныя доли измѣряемой величины.

IV. Строго говоря, продолжительность колебанія увеличивается съ амплитудой, и это легко доказать.

При амплитудѣ, измѣряемой хордой$=\frac{a}{2}$, соотвѣтственная скорость w' точки Y по форм. (3) будетъ

$$w'=\frac{a}{2}\,\frac{l'_1}{l}\sqrt{\frac{g}{l}};$$

сравнивая съ (3), находимъ

$$\frac{w}{w'}=2\frac{l'}{l'_1}$$

а такъ какъ здѣсь $l'_1 > l'$, то вообще

$$w < 2w'$$

и только при наибольшихъ значеніяхъ w и w' это неравенство замѣняется равенствомъ $w=2w'$. Путь-же, описываемый точкою Y при амплитудѣ, соотвѣтствующей хордѣ $\frac{a}{2}$, вдвое меньше, слѣдовательно продолжительность движенія по окружиости AG уменьшается съ уменьшеніемъ ея радіуса, т. е. продолжительность колебанія маятника уменьшается съ уменьшеніемъ амплитуды.

Пр. *Н. Слугиновъ* (Казань).

Проективные пучки и ряды.

Тема для сотрудниковъ (№ 5).

Систему прямыхъ, выходящихъ изъ одной точки, назовемъ *пучкомъ*.

Систему точекъ, расположенныхъ на одной прямой, назовемъ *рядомъ*.

Два пучка назовемъ *проективными*, если ангармоническое отношеніе четырехъ прямыхъ (лучей) одного пучка равно ангармоническому отношенію четырехъ соотвѣтствующихъ прямыхъ другого пучка. Подобное опредѣленіе дается для двухъ *проективныхъ рядовъ*.

Если точки пересѣченія соотвѣтственныхъ лучей двухъ пучковъ находятся на окружности, проходящей чрезъ вершины пучковъ, то пучки будутъ проективны.

Система постоянныхъ касательныхъ къ одному и тому же кругу пересѣкается двумя произвольными касательными по двумъ проективнымъ рядамъ точекъ.

Особеннаго вниманія заслуживаютъ слѣдующія двѣ теоремы.

1. Если соотвѣтствующія точки двухъ проективныхъ рядовъ соединимъ лучами и если три луча пересѣкаются въ одной точкѣ S, то и всѣ остальные лучи пройдутъ черезъ ту же точку S.

2. Если точки пересѣченія трехъ паръ соотвѣтственныхъ лучей двухъ проективныхъ пучковъ находятся на одной прямой, то на той же прямой находятся и всѣ остальныя точки пересѣченія соотвѣтственныхъ лучей.

Частные случаи:

3. Если точка пересѣченія двухъ прямыхъ, на которыхъ расположены два проективные ряда, *соотвѣтствуетъ сама себѣ*, то лучи, соединяющіе соотвѣтственныя точки, пройдутъ чрезъ постоянную точку.

4. Если прямая, соединяющая вершины двухъ проективныхъ пучковъ, соотвѣтствуетъ сама себѣ, то точки пересѣченія соотвѣтственныхъ пучковъ находятся на одной прямой.

Эти теоремы могутъ быть примѣнены къ доказательству весьма многихъ теоремъ и къ рѣшенію многихъ задачъ; при этомъ первыя двѣ теоремы всегда могутъ быть замѣнены ихъ частными случаями т. е. двумя послѣдними теоремами. Желающіе могутъ сдѣлать такія примѣненія, которыя они сочтутъ наиболѣе удобными, но рекомендуемъ обратить вниманіе на доказательство слѣдующей теоремы:

Средины діагоналей полнаго четыреугольника находятся на одной прямой линіи.

Для доказательства этой теоремы заставимъ одну сторону четыреугольника двигаться такъ, чтобы она всегда проходила черезъ конецъ одной діагонали; двѣ другія діагонали будутъ перемѣщаться, ихъ средины дадутъ два проективные ряда; точка пересѣченія будетъ соотвѣтствовать сама себѣ. Остается найти точку пересѣченія двухъ лучей, соединяющихъ средины діагоналей, при двухъ различныхъ положеніяхъ подвижной стороны; эти положенія удобнѣе всего принять параллельными двумъ другимъ сторонамъ.

Если два проективные ряда расположены на одной прямой, то точка, соотвѣтствующая сама себѣ, называется *общею* точкою. Такихъ точекъ двѣ—дѣйствительныхъ, мнимыхъ или совпадающихъ.

Если два проективные пучка имѣютъ общую вершину, то лучъ, соотвѣтствующій самому себѣ, назовемъ *общимъ* лучемъ. Такихъ лучей два—дѣйствительныхъ, мнимыхъ или совпадающихъ.

Далѣе требуется рѣшить слѣдующую задачу:

Два проективные ряда расположены на одной прямой; даны три точки одного ряда и три соотвѣтствующія точки другого ряда; требуется найти общія точки этихъ рядовъ.

Для рѣшенія этой задачи выбираемъ двѣ вершины; одну изъ нихъ соединимъ съ тремя точками одного ряда, а другую съ точками другого ряда; такимъ образомъ получаемъ два проективные пучка. Выборъ нужно сдѣлать такимъ образомъ, чтобы двѣ вершины и три точки пересѣченія соотвѣтственныхъ лучей находились на одной окружности; эта окружность пересѣчетъ данную прямую въ искомыхъ общихъ точкахъ.

Къ рѣшенію этой задачи могутъ быть приведены многія другія задачи; обращаемъ вниманіе на слѣдующую:

Въ данный треугольникъ вписать другой треугольникъ, стороны котораго проходили бы чрезъ три данныя точки.

Для рѣшенія этой задачи выбираемъ на одной сторонѣ начальную точку по произволу и строимъ искомый треугольникъ; обыкновенно это построеніе не удается, такъ какъ начальная точка не совпадаетъ съ послѣднею; при нѣсколькихъ пробахъ начальная и послѣдняя точки образуютъ два проективные ряда; остается найти общую точку этихъ рядовъ.

Послѣднюю задачу можно распространить на случай многоугольниковъ.

Остается еще показать, какъ находятся общіе лучи двухъ проективныхъ рядовъ, имѣющихъ общую вершину.

Пр. *В. Ермаковъ* (К.)

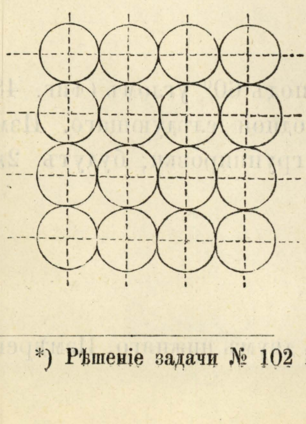
Устойчивыя группировки шаровъ.

(По поводу задачи № 102, предложенной въ № 15 „Вѣстника“ *).

Въ 1881 году вышла въ Парижѣ брошюра Марселина Ланглуа, посвященная бывшему призиденту Академіи Вюртцу, опровергающая существующую теорію термодинамики газовъ, установленную О. Майеромъ, и излагающая новую, по которой въ каждой частицѣ атомы, ее составляющіе, подъ вліяніемъ центральнаго притяженія равномѣрно двигаются по шаровой частичной поверхности. Брошюра полна остроумныхъ вычисленій и выкладокъ, служащихъ къ подтвержденію теоріи опытными фактами. Между прочимъ М. Ланглуа останавливается на кристаллической группировкѣ частицъ при шаровой ихъ формѣ и въ твердыхъ тѣлахъ; сущность его выводовъ, сюда относящихся, мы и изложимъ.

Установимъ прежде всего группировки сферическихъ частицъ, соотвѣтствующія формамъ прочнаго равновѣсія.

Фиг. 47.

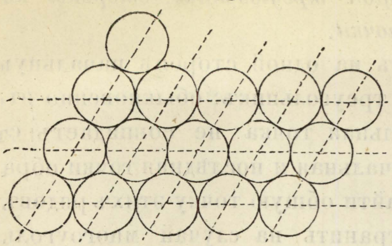


Для слоя уровня (горизонтальнаго) можно представить только двѣ конечныя формы частичнаго равновѣсія: 1) когда частица касается четырехъ частицъ того же уровня, (фиг. 47) или 2) частица касается шести частицъ того же уровня (фиг. 48).

Поверхность уровня, составленная изъ n рядовъ по n частицъ въ каждомъ будетъ: Для перваго случая $S_1 = 2n\rho . 2n\rho = 4n^2\rho^2$ для второго случая $S_2 = 2n\rho . n\rho\sqrt{3} = 2n^2\rho^2\sqrt{3}$,

*) Рѣшеніе задачи № 102 помѣщено въ № 31 „Вѣстника“ стр. 165.

Фиг. 48.



гдѣ ρ радіусъ частицы.

Слѣдующій слой шаровъ по отношенію къ первому можетъ представлять три рода группировокъ для каждаго изъ расположеній нижняго уровня. Опредѣлимъ объемы призмъ для различныхъ группировокъ изъ n^3 шаровъ, имѣющія ребра равныя $2n\rho = l$.

I. Частичныя оси основанія взаимно перпендикулярны: a) частица верхняго слоя касательна къ одной только частицѣ нижняго. Измѣренія призмы будутъ

$$2n\rho,\ 2n\rho,\ 2n\rho \text{ или } l,\ l,\ l.$$

Объемъ призмы, вмѣщающей въ себѣ n^3 шаровъ, будетъ

$$V_1 = l^3.$$

b) Частица верхняго слоя касательна къ двумъ нижняго, измѣренія призмы, вмѣщающей n^3 шаровъ, будутъ

$$2n\rho,\ 2n\rho,\ n\rho\sqrt{3}, \text{ или } l,\ l,\ \frac{l\sqrt{3}}{2},$$

объемъ

$$V_2 = \frac{l^3\sqrt{3}}{2}.$$

c) Частица одного слоя касательна къ четыремъ слѣдующаго. Разстояніе діаметральныхъ плоскостей двухъ слоевъ будетъ равно высотѣ пирамиды, имѣющей вершину въ центрѣ верхняго шара, четыре вершины квадратнаго основанія въ четырехъ центрахъ шаровъ нижняго слоя и ребра всѣ равныя 2ρ т. е.

$$d = \sqrt{4\rho^2 - 2\rho^2} = \sqrt{2}\cdot\rho.$$

Измѣренія призмы будутъ $2n\rho$, $2n\rho$, $n\rho\sqrt{2}$ или l, l, $\frac{l}{\sqrt{2}}$,

объемъ

$$V_3 = \frac{l^3}{\sqrt{2}}.$$

II. Частичныя оси основанія наклонены подъ 60^0 угломъ (фиг. 48).

d) Частица одного слоя касательна къ одной слѣдующаго. Измѣренія призмы, вмѣщающей n^3 шаровъ такой группировки, будутъ $2n\rho$, $n\rho\sqrt{3}$, $2n\rho$ или l, $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, l,

объемъ

$$V_4 = \frac{l^3\sqrt{3}}{2}$$

e) Частица верхняго слоя касательна къ двумъ нижняго. Измѣренія призмы будутъ: $2n\rho$, $n\rho\sqrt{3}$, $n\rho\sqrt{3}$ или l, $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, $\frac{l\sqrt{3}}{2}$;

объемъ
$$V_5=\frac{3l^3}{4}.$$

f) Частица одного слоя касательна къ тремъ сосѣдняго (задача 102). Измѣренія призмы будутъ: $2n\rho$, $n\rho\sqrt{3}$, nd'. Такъ какъ центръ шара верхняго слоя будетъ лежать въ вершинѣ правильнаго тетраэдра, то слѣдов. разстояніе между діаметральными плоскостями шаровъ будетъ высота тетраэдра, т. е.
$$d'=2\rho\sqrt{2/3};$$
измѣренія призмы будетъ l, $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, $l\sqrt{2/3}$;

объемъ
$$V_6=\frac{l^3}{\sqrt{2}}.$$

Теперь если частицы какого либо однороднаго тѣла, имѣющія опредѣленную группировку, перейдутъ вслѣдствіе какихъ либо причинъ въ иную, то объемъ тѣла по переходѣ измѣнится, а слѣдовательно измѣнится и плотность его въ обратномъ отношеніи объемамъ. Легко вычислить какое должно происходить измѣненіе плотности при переходѣ частицъ изъ одной группировки въ другую.

$$\frac{D_2}{D_1}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{V_1}{V_4}=\frac{D_4}{D_1}=\frac{2}{\sqrt{3}}=1{,}1547;\quad \frac{D_3}{D_1}=\frac{D_6}{D_1}=\frac{2}{\sqrt{2}}=1{,}4142;$$

$$\frac{D_5}{D_1}=\frac{4}{3}=1{,}33\ldots.\quad \frac{D_3}{D_2}=\frac{D_3}{D_4}=\sqrt{3/2}=1{,}224;\quad \frac{D_5}{D_2}=\frac{2}{\sqrt{3}}=1{,}1547;$$

$$\frac{D_3}{D_5}=\frac{D_6}{D_5}=\frac{3\sqrt{2}}{4}=1{,}0606.$$

Измѣненіе плотности кристалловъ при аллотропическомъ измѣненіи ихъ формы можно объяснить съ большей вѣроятностью различной группировкой частицъ, а не измѣненіемъ объема самой частицы. Дѣйствительно, вода при замерзаніи увеличиваетъ свой объемъ, и замерзаніе совершается при 0^0, т. е. нужно было бы предположить, что при этой температурѣ происходитъ быстрое измѣненіе объема частицъ; но опыты Гей-Люссака и Депре показали, что можно охлаждать воду до -12^0 и даже -20^0, и она не переходитъ въ твердое состояніе, если стоитъ спокойно; но стóитъ сообщить ей малѣйшій толчекъ, и вода немедленно кристаллизуется въ ледъ, слѣдовательно толчекъ помогаетъ занять частицамъ положенія, соотвѣтствующія кристалламъ льда, хотя, конечно, для насъ остается тайной причина перехода частицъ изъ одной группировки въ другую.

Пуедполагая, что каждое однородное тѣло представляетъ одну изъ 6 приведенныхъ выше группировокъ частицъ сферической формы, мы для отношенія плотностей аллотропическихъ формъ одного и того же тѣла, должны получать указанныя выше отношенія.

1. *Вода* и *ледъ*. При 0^0 плотность воды 0,999873, плотность льда по Наке (Химія т. I. стр. 133) 0,94. Отношеніе будетъ=1,063.

Слѣдовательно вода принадлежитъ къ группировкѣ V_3 или V_6, тогда какъ ледъ—къ группировкѣ V_5.

2. *Фосфоръ мягкій* и *фосфоръ красный*. Опыты Г. Стрöттера показали, что плотность мягкаго фосфора измѣняется отъ 1,82 до 1,84; плотность же краснаго равна 2,10; имѣемъ отношеніе 2,10 : 1,82=1,153, что соотвѣтствуетъ группировкамъ V_1V_2, V_4V_1, V_5V_2.

3. *Мышьякъ стекловатый черный* и *мышьякъ кристаллизованный*. Мышьякъ стекловатый черный, получающійся, сгущая пары мышьяка при 222^0, имѣемъ плотность 4,713; при 360^0 онъ превращается съ выдѣленіемъ теплоты въ мышьякъ кристаллическій, плотности 5,75; итакъ $d : d'$=5,75 : 4,713=1,22.

Эти два измѣненія мышьяка принадлежатъ слѣдовательно къ группировкѣ V_2V_3, V_4V_3.

4. *Сѣра призматическая* и *октаэдрическая*. Первая имѣетъ плотность 1,97, вторая 2,072. Здѣсь отношеніе плотностей 1,051 мало отступающее отъ 1,06. Но всегда при обыкновенной температурѣ призматическая сѣра заключаетъ въ себѣ октаэдрическія измѣненія, въ которыя она всегда стремится превратиться, поэтому и нужно предположить, что для чистой призматической сѣры плотность будетъ меньше 1,97.

5. *Селенъ*. Извѣстны три видоизмѣненія этого тѣла: селенъ черный кристаллическій, плотности d'=4,808 (Гитторфъ); селенъ красный кристаллическій, плотности d''=4,509, селенъ красный аморфный, плотности d'''=4,26; получаемъ $d' : d''$=4,808 : 4,509=1,06; $d'' : d'''$=4,509 : 4,26= =1,058. Селенъ черный принадлежитъ слѣдовательно къ группировкѣ V_5, второе видоизмѣненіе къ группировкѣ V_3 и третье—къ V_6. Красный селенъ кристаллизуется наклонноромбоэдрической призмой, эта форма происходитъ въ самомъ дѣлѣ хорошо изъ группировки, для которой частичныя оси въ слояхъ уровня прямоугольны и оси частицъ лицевой грани наклонены къ плоскости слоевъ уровня.

Такое сходство теоретическихъ выводовъ съ опытными данными конечно, не случайное, и потому строеніе шести основныхъ кристаллическихъ формъ можно объяснить комбинацией шести основныхъ группировокъ шаровыхъ частицъ въ элементарныя призмы и затѣмъ въ кристаллическія формы. Подробности этихъ комбинацій М. Ланглуа въ своей брошюрѣ не указываетъ, но и приведенные выводы, я думаю, заслуживаютъ вниманія.

Ип. Пламеневскій. (Темиръ-ханъ-Шура).

Научная хроника.

Физика.

Электровозбудительная сила тонкихъ слоевъ и ихъ отношеніе къ молекулярной физикѣ. Обербекъ. (*A. Oberbeck.* Wied. Ann. 31. p. 337. 1887).

Хотя въ новѣйшее время и существуютъ опыты, служащіе для опредѣленія размѣровъ молекулъ, и основанные на новой теоріи газовъ, однако о силахъ, дѣйствующихъ на малыхъ разстояніяхъ, такъ называемыхъ молекулярныхъ силахъ, мы знаемъ очень мало; силы же эти играютъ важную роль въ большинствѣ физическихъ и химическихъ явленій. Единственнымъ опредѣленіемъ этихъ силъ мы обязаны *Квинке.* Онъ опредѣлилъ ту границу, до которой молекулярныя силы могутъ еще дѣйствовать, пользуясь для этого притяженіемъ жидкостей къ стеклянной пластинкѣ, при чемъ жидкости были покрыты клинообразнымъ слоемъ другихъ веществъ и нашелъ эту границу около 0,00005 мм. Законъ же, который показывалъ бы зависимость молекулярныхъ силъ отъ разстоянія въ предѣлахъ этой границы, оставался совершенно неизвѣстнымъ.

Для разрѣшенія этого вопроса Обербекъ предлагаетъ совершенно новый путь. Въ виду того, что, какъ показалъ Кольраушъ, достаточно самыхъ незначительныхъ количествъ кислорода и водорода, находящихся на платиновой пластинкѣ, чтобы произвести поляризацію отъ одного Даніэля и въ виду того, что, какъ нашелъ и самъ авторъ, аллюминіевая пластинка въ нѣсколько квад. сантим. поляризуется въ той же степени отъ 2,8. 10^{-8} миллиграммовъ (менѣе 3-хъ стомилліонныхъ) водорода, Обербекъ думаетъ опредѣлить измѣненіе молекулярныхъ силъ отъ разстоянія при помощи электровозбудительныхъ силъ различной толщины металлическихъ слоевъ слѣдующимъ образомъ. Если погрузить другъ противъ друга въ жидкость двѣ пластинки, не показывающія сначала никакого или очень малое напряженіе и если затѣмъ одну изъ пластинокъ покрыть при помощи электролиза другимъ металломъ, то получится, какъ извѣстно, электровозбудительная сила комбинаціи: металлъ, жидкость, платина, т. е. какъ будто бы на мѣсто покрытой металломъ платиновой пластинки въ жидкости находилась пластинка изъ нашего металла. Электролитически осажденное количество металла можно измѣнять по произволу, измѣняя силу тока и время, въ теченіе котораго происходитъ разложеніе и такимъ образомъ получать пластинки какой угодно толщины. Теперь требуется только рѣшить вопросъ: въ какой зависимости находится электровозбудительная сила отъ толщины металлическаго слоя. Такъ какъ можно было предположить, что начиная отъ извѣстной толщины, электровозбудительная сила не будетъ больше увеличиваться, то было очень важно опредѣлить ту предѣльную толщину, перейдя которую, мы получимъ быстрое уменьшеніе электровозбудительной силы.

Относительно трудностей, встрѣчаемыхъ при этомъ опытѣ, авторъ упоминаетъ сначала ту, что металлическіе слои не отлагаются равномѣрно; однако это обстоятельство тотчасъ же легко замѣтить по электрическому состоянію пластинки, такъ какъ въ этомъ случаѣ развились бы токи отъ непокрытыхъ мѣстъ платиновой пластинки къ покрытымъ. Второе затрудненіе, которое можетъ мѣшать опыту, и состоящее въ томъ, что вмѣстѣ съ металломъ на пластинкѣ отлагается и водородъ, можетъ быть уменьшено употребленіемъ по возможности нейтральныхъ или обладающихъ щелочными реакціями жидкостей такъ какъ выдѣленіе водорода преимущественно обусловливается присутствіемъ свободной кислоты.

Ходъ опытовъ, какъ онъ предполагался раньше, былъ измѣненъ, такъ какъ скоро оказалось, что нанесенный электролизомъ металлическій слой растворялся самъ собою въ жидкости, при чемъ тонкіе слои исчезали такъ быстро, что послѣ окончанія электролиза измѣреніе электровозбудительной силы не могло быть безошибочно произведено. Если же на пластинку наносились толстые слои, то сначала наблюдалась постоянная электровозбудительная сила, потомъ происходило значительное ея уменьшеніе, пока она не достигала очень малой величины; начиная отсюда, уменьшеніе хотя и наблюдалось, но очень медленно; время отъ окончанія электролиза до начала быстраго уменьшенія зависѣло главнымъ образомъ отъ первоначальной величины осадка. Начало уменьшенія электровозбудительной силы, остававшейся до тѣхъ поръ постоянной, было знакомъ, что раствореніе металлическаго слоя дошло до искомой границы, такъ какъ дальнѣйшее раствореніе уже существенно вліяло на величину электровозбудительной силы. Эта то величина, равно какъ и ея измѣненіе при дальнейшемъ уменьшеніи электровозбудительной силы, и должна была быть опредѣлена.

Въ виду этого опыты были выполнены съ тремя платиновыми пластинками, погруженными въ жидкость, двѣ изъ которыхъ находились по концамъ ванны, а третья въ срединѣ; по обѣ стороны послѣдней было поставлено по одной пластинкѣ изъ того металла, соль котораго входила въ составъ ванны; съ помощію ихъ былъ произведенъ въ теченіе точно измѣреннаго времени электролитическій осадокъ на средней пластинкѣ. Послѣ этого средняя пластинка соединялась съ пластинками, находившимися по концамъ ванны, измѣрялась электровозбудительная сила тежду обѣими и наблюдалось ея измѣненіе въ зависимости отъ времени. Изъ силы тока при электролизѣ и времени его дѣйствія были опредѣлены количества металла, осажденныя электролизомъ, а изъ нихъ и времени, когда началось быстрое уменьшеніе, могло быть уже вычислено и количество металла, соотвѣтствующее предѣльной величинѣ толщины слоя, который уже перестаетъ дѣйствовать какъ толстая металлическая пластинка и при которомъ находящаяся подъ этимъ слоемъ пластинка начинаетъ уже оказывать свое вліяніе.

Изъ найденныхъ этими опытами чиселъ Обербекъ вычислилъ предѣльную толщину: для цинка=2,32 до 2,73, для кадмія=1,35 до 1,64 и для мѣди=0,6 милліонныхъ миллиметра.

Кромѣ предѣльныхъ величинъ металлическихъ обкладокъ, у которыхъ для всѣхъ 3-хъ металловъ электровозбудительная сила была около 1 Даніэля, Обербекъ вычислилъ изъ своихъ наблюденій также и толщину наименьшихъ металлическихъ слоевъ, у которыхъ быстро уменьшающаяся электровозбудительная сила спускалась до опредѣленной величины. Это вычисленіе могло быть сдѣлано, принявъ гипотезу, что послѣ того, какъ предѣльная величина переходится, быстрое уменьшеніе электровозбудительной силы зависитъ отъ того, что при незначительной толщинѣ металлическаго слоя молекулярныя силы платины начинаютъ дѣйствовать черезъ нее все сильнѣе и сильнѣе. Оказалось, что въ то время, какъ верхняя предѣльная величина для цинка и платины, соотвѣтствующая электровозбудительной силѣ=1,1 Даніэля, составляетъ въ среднемъ $2{,}54.10^{-6}$ мм., электровозбудительной силѣ въ 0,3 Даніэля соотвѣтствуетъ толщина цинковаго слоя въ $1{,}95.10^{-6}$ мм.. Для кадмія слой имѣлъ при электовозбудительной силѣ въ 0,9 до 1 Даніэля толщину $1{,}46.10^{-6}$ мм., а при 0,2 Даніэля $0{,}96.10^{-6}$ мм. Принимая во вниманіе высказанную здѣсь гипотезу, это значитъ, что при удаленіи на 2.10^{-6} мм., молекулярныя силы платины начинаютъ дѣйствовать совокупно съ силами металлическаго слоя, а при незначительной его величинѣ (1 милліонная мм.) превышаютъ его дѣйствіе.

Бхм. (Цюрихъ).

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Основы медицинской физики. Руководство для врачей и студентовъ.— Пр. Н. Г. Егорова.

Собственно въ основахъ медицинской физики проф. Н. Г. Егорова относящагося къ медицинѣ—только разные общеинтересные и общедоступные примѣры, почерпнутые изъ области физіологіи и анатоміи. Книга поэтому можетъ представить интересъ не только медикамъ, для которыхъ она главнымъ образомъ предназначена, но и болѣе обширному кругу читателей, въ особенности преподавателямъ физики, которые навѣрное найдутъ въ новомъ руководствѣ не мало новыхъ и полезныхъ свѣдѣній.

Къ сожалѣнію изложеніе черезъ-чуръ сжатое, во многихъ мѣстахъ чисто рецептурное; изложеніе напоминаетъ скорѣе конспектъ или подробную программу лекцій, а не настоящее руководство. Вслѣдствіе излишней сжатости многое кажется не совсѣмъ яснымъ. Мнѣ думается, что почти весь отдѣлъ механики, напримѣръ, будетъ не подъ силу ни гг. врачамъ, ни студентамъ-медикамъ, для которыхъ между тѣмъ курсъ именно и написанъ. Какъ примѣръ крайней догматичности изложенія можно указать на параграфъ о гальваническихъ батареяхъ, именно на положеніе объ условіи наилучшаго дѣйствія батареи: никакихъ объясненій—просто одинъ рецептъ. Встрѣчаются въ книгѣ и болѣе серьезные недосмотры. Такъ, во первыхъ, въ параграфѣ о превращеніи тепла въ работу можно придти къ заключенію, что извѣстное выраженіе для экономическаго коэффиціента машины, дѣйствующей по циклу Карно, прямо примѣняется будто бы ко всевозможнымъ тепловымъ машинамъ. Во вторыхъ, при объясненіи потенціала, авторъ высказываетъ слѣдующее положеніе, могущее ввести читателя въ заблужденіе: „Смотря потому, находятся-ли эти тѣла близко, или далеко другъ отъ друга, намъ придется очевидно, затрачивать больше или меньше энергіи, чтобы удержать разстояніе между ними неизмѣннымъ, такъ какъ придется преодолѣвать большую, или меньшую отталкивательную силу“.

Съ большею полнотою и обстоятельностью, чѣмъ всѣ другіе отдѣлы, изложена оптика, но и въ этомъ отдѣлѣ, разумѣется, можно встрѣтить кой-какія погрѣшности, неизбѣжныя во всякомъ новомъ учебникѣ; составленіе хорошаго оригинальнаго учебника дѣло очень трудное. Такъ. не совсѣмъ вѣрно объяснены, какъ теорія, такъ и способъ примѣненія фотометра Бунзена. Относительно примѣненія написано между прочимъ слѣдующее: „одну сторону бумаги съ пятномъ освѣщаютъ постояннымъ источникомъ, съ которымъ желаютъ сравнить другой источникъ; съ другой стороны бумаги помѣщаютъ второй источникъ и до тѣхъ поръ передвигаютъ его, пока пятно не исчезнетъ. Тогда количества свѣта, посылаемыя обоими источниками одинаковы“. Удивительно то, что эта ошибка встрѣчается и у нѣкоторыхъ авторовъ элементарныхъ учебниковъ, какъ у гг. Малинина и Буренина, у Гано и у Бальфура Стюарта; многіе же другіе авторы предпочитаютъ почему то вовсе не упоминать о весьма распространенномъ въ практикѣ фотометрѣ Бунзена. Удивительно здѣсь именно то, что объясненіе этого фотометра Бунзена не представило бы никакого затрудненія, еслибы пользоваться имъ для сравненія силы двухъ источниковъ свѣта, такъ, какъ это предлагалось и самымъ Бунзеномъ, т. е. помѣщать сравниваемые источники по перемѣнно по одну сторону экрана, другая сторона котораго освѣщается какимъ нибудь постояннымъ источникомъ свѣта. При другихъ же способахъ примѣненіе фотометра Бунзена и объясненія сложнѣе, и погрѣшность больше, какъ это показано недавно Л. Веберомъ (см. рефератъ въ Ж. Ф. Х. Общ. 1887 года № 7, стр. 46 II-го отдѣла).

Другой промахъ, бросающійся въ глаза въ отдѣлѣ о свѣтѣ, это неправильное объясненіе цвѣтовъ тонкихъ пластинокъ; указываются, именно, на чертежѣ, какъ на интерферирующіе лучи, на два луча, идущіе рядомъ, которые при малой толщинѣ пластинки будто бы совпадаютъ. На самомъ дѣлѣ роль толщины пластинки совсѣмъ другая. Замѣчу кстати, что подобное же объясненіе цвѣтовъ тонкихъ пластинокъ приведено и въ курсѣ опытной физики проф. А. П. Шимкова (причемъ тамъ вкрались кромѣ того ошибки при вычисленіи разности хода лучей). Можно пожалѣть также, что авторомъ не отведено вовсе мѣста въ своей книгѣ фотографіи (исключая описанія фотографической камеры) играющей въ настоящее время почти во всѣхъ областяхъ знанія такую значительную роль.

Указавъ на недостатки разсматриваемаго сочиненія, обратимъ теперь вниманіе и на выдающіяся хорошія стороны его. Къ числу достоинствъ новаго руководства надо причислить хорошій выборъ примѣровъ, относящихся преимущественно, какъ было сказано, къ физіологіи и анатоміи, и приборовъ, представляющихъ важность или въ научномъ или практическомъ отношеніяхъ и отличающихся остроуміемъ или простотою своего устройства. Такъ въ числѣ приборовъ, служащихъ для опредѣленія плотности тѣлъ, главнымъ образомъ обращается вниманіе на весьма удобные ареометры Паке и Руссо и на вѣсы Вестфалія; кромѣ того описываются между прочимъ весьма хорошій гигрометръ Крова, приборы Карре и Грибо для искусственнаго приготовленія льда, электрическая машина Вимсхерста, электромагнитный камертонъ съ сигнальнымъ перомъ Марея, гальванометръ д'Арсонваля и мн. др. Все это представитъ интересъ новизны для читателей, не имѣющихъ возможности слѣдить за спеціальными періодическими изданіями по физикѣ. Весьма полезное приложеніе къ курсу составляютъ многочисленныя таблицы, которыя могутъ пригодиться и для справокъ и при рѣшеніи задачъ. Сверхъ всего разсматриваемый курсъ совершенно своеобразный, какъ по выбору матеріала, такъ и по его распредѣленію; онъ не похожъ ни на одинъ изъ имѣющихся на русскомъ языкѣ учебниковъ.

Въ предисловіи къ своей книгѣ авторъ между прочимъ пишетъ:

„Рядъ срочныхъ научныхъ работъ и болѣзнь были причиною многихъ недосмотровъ, пропусковъ и слишкомъ сжатаго торопливаго изложенія нѣкоторыхъ статей“.

Надо пожелать, чтобы 2-е изданіе книги вышло при болѣе благопріятныхъ условіяхъ, но и въ настоящемъ своемъ видѣ руководство пр. Н. Г. Егорова, не смотря на свои недостатки, заслуживаетъ полнаго вниманія и успѣха. Пр. *Н. Гезехусъ* (Спб.)

Библіографическій листокъ

(ариѳметика, алгебра и пр.) *).

G. Abelly. Sunti ragionati della lezioni d'aritmetica per le scuole elem., con note diddattiche. Saluzzo. 1886. (0,70 L.)

R. Adam. Der Rechenkünstler. System. Anleitung zu einem schnellen u. sicheren Kopf-u. Tafelrechnen. Berlin. 1886. (3,50 M.)

D. André. L'arithmétique des écoles primaires. Livre du maître Paris. 1886.

V. Arnoux. 2500 problèmes d'arithm. et de géometrie pratique. Problèmes d'examen. Livre d'élève. 6-me éd. Paris. 1886. (2 fr.)

„ „ Livre du maître. Paris. 1886. (3 fr.)

E. Bardey. Arithmetische Aufgaben. 4 Aufl. Leipzig. 1886. (2 M.)

„ Methodisch geordnete Aufgabensammlung über alle Teile der Elem.-Arithmetik. 13 Aufl. Leipzig. 1886. (2,70 M.)

---

*) Указатель новыхъ иностранныхъ книгъ по элементарной геометріи и тригонометріи, начиная съ 1886 г., былъ данъ нами въ № 5 „Вѣстника“ (см. стр. 112 сем. I). По мѣрѣ возможности будемъ продолжать эти библіографическіе отчеты. Указателя русскихъ сочиненій по элем. мат., физикѣ и пр. помѣщать не будемъ въ особомъ отдѣлѣ, такъ какъ они имѣются въ нашихъ журналахъ: „Библіографъ“, „Книжный Вѣстникъ“ и пр. Мы будемъ, по прежнему, ограничиваться только отчетами о *присланныхъ въ редакцію* новыхъ сочиненіяхъ.

I. Bazlen. Hundert Rechenaufgaben. Stuttgart. 1886. (1,30 M.)
I. Berthon. Cours complet d'arithmétique. Paris. 1886.
A. Bezodis. Cours d'algèbre. Paris 1886.
D. A. Böhme. Anleitung zum Unterricht im Rechnen. 11. Aufl. Berlin. 1886. (4 M.)
H. Bork u. *Fr. Poske.* Hauptsätze der Arithmetik. Berlin. 1886. (50 Pf.)
P. I. Bos. Leerboek der Algebra. Theorien en Opgaven. 1886.
A. Bothe. Sammlung von Rechenaufgaben. Heft 3. 6 Aufl. Annaberg. 1886. (1,50 M.)
I. Bourget. Cours d'arithmétique. 2-e éd. Paris. 1886.
G. Bovier-Lapierre. Arithmétique. Livre du maître. 3 éd. Paris. 1886. (2,50 fr.)
O. I. Broch. Laerebog i Arithmetik og Algebraens Elementer. 5 Opl. Christiania. 1886.
A. Büttner. Welches ist die richtige Stelle der Decimalbruchrechnung im Lehrgange des Volksschulrechnens? Leipzig. 1886. (35 Pf.)
F. P. B. Abrégé d'arithmétique decimale. Paris. 1886.
I. Cameletti. Aritmetica. Pergola. 1886. (3,50 L.)
T. Canoville-Deslys. Cours d'arithmétique, suivie des éléments d'algèbre. Paris. 1886 (4 fr.)
G. Chrystal. Algebra. Edinburgh. 1886. (10 sh. 6 d.)
C. Colombo. Elementi di aritmetica e di algebra applicati allo studio della fisica e della telegrafia. Roma. 1886.
E. Combette. Cours d'arithmétique. 2-me éd. Paris 1887. (6 fr.)
F. Cordaro. Elementi di aritmetica. Palermo. 1886. (0,60 L.)
P. Cordenons. Trattato di algebra. 2-a ed. Vicenza. 1886.
E. Coward. Examination papers with answers for ten years 1876—1885. Mathematics. I st. Blackburn. 1886. (3 d.)
A. Crampon. Cours d'arithmétique. 1-er cours. 4-me éd. 1886.
F. I. C. Arithmétique. Paris. 1886.
F. Dalton. Key to rules and examples in algebra. Part 1. London. 1886. (7 sh. 6 d.)
E. Dameron. Eléments d'arithmétique. Paris. 1886.
? Exercises in algebra. Oxford. 1886. (1 sh.)
A. Faifofer. Trattato di aritmetica. 5-a ed. Venezia. 1886.
„ Elementi di algebra. Venezia 1886.
V. Fantella. Elementi di aritmetica. Orvieto. 1886. (2 L.)
Fölsing. Rechenbuch für Gymnasien etc. 18 Aufl. Theil 1. Berlin. 1886. (2,40 M.)
G. Frattini Aritmetica pratica. Roma. 1886. (1,05 L.)
W. Fuhrmann. Wegweiser in der Arithm., Algebra u. niedern Analysis. Leipzig. 1886. (1 M.)
W. Gallenkamp. Die Elemente der Mathematik. 5 Aufl. 1 Theil. Iserlohn. 1886. (2,20 M.)
K. Gallien. Lehrbuch der Mathem. für höhere Schulen. Theil 1, 2, Berlin. 1886. (2 M.)
G. Garbieri. Complementi di aritm. con tavole di logaritmi Padova. 1886. (3 L.)
„ Trattato di algebra. Padova. 1886.

F. Gastaldi. Aritmetica pratica. Milano. 1886.
„ Raccolta di problemi d'algebra. Novara. 1886.
F. G. Gauss. Fünfstellige vollständige logarithm. u. trigon. Tafeln. 25 Aufl. Halle. 1886. (2 M.)
F. Gerbaldi. Primi elementi di aritmetica. Torino. 1887. (0,30 L.)
Germain. Recueil d'exercices gradués et de problèmes sur toutes les parties de l'arithmétique. Paris. 1886.
Gill. Oxford and Cambridge algebra. Compiled from examination papers set by the universities etc. London. 1886. (2 sh.)
F. Girod. Cours d'algèbre. Paris. 1886.
„ Cours d'arithmétique. 6-me éd. Paris. 1886.
G. Giuliano. Elementi di algebra. Torino. 1886. (1,50 L.)
H. Gravelius. Fünfstellige logarithm.-trigon. Tafeln. Berlin 1886. (6 M.)
A. Gresse. Petite arithmétique pratique. 20-me éd. 1886. (0,75 fr.)
A. Guilmin. Cours complet d'arithmétique. Paris. 1887.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

Разныя извѣстія.

Въ засѣданіи Императорскаго Русскаго Географическаго Общества (въ С.-Пб.) проф. А. И. Воейковъ дѣлалъ недавно сообщеніе „о физико-географическихъ учрежденіяхъ Западной Европы".

Докладчикъ началъ съ характеристики германскихъ ученыхъ учрежденій и остановился на посѣщенномъ имъ конгресѣ географовъ, бывшемъ въ Карлсруэ, замѣтивъ, что самымъ выдающимся сообщеніемъ на этомъ конгресѣ былъ рефератъ ученаго Неймейера объ изслѣдованіяхъ въ южныхъ полярныхъ странахъ, до сихъ поръ очень мало извѣстныхъ. Г. Неймейеромъ не мало сдѣлано въ этомъ отношеніи, и его заслуги въ дѣлѣ изученія южныхъ полярныхъ странъ высоко цѣнятся въ Германіи. Общее же направленіе, которое господствуетъ теперь въ нѣмецкомъ ученомъ мірѣ, выражается въ томъ, что нѣмецкія изслѣдованія и экспедиціи, подобно англійскимъ, стали преслѣдовать чисто-практическія цѣли, сосредоточиваясь на такихъ мѣстностяхъ, которыя могутъ быть полезны въ тотрговомъ и промышленномъ отношеніи. Въ Германіи не жалѣютъ средствъ на экспедиціи въ Африку, и африканскимъ изслѣдованіямъ придается особенно важное значеніе. По замѣчанію референта, теперь въ Германіи наблюдается упадокъ главнаго географическаго центра—Готы, которая уступаетъ главенство Берлину и Бремену. Переходя къ Франціи, г. Воейковъ замѣтилъ, что французское географическое общество теперь сильно измѣнилось и находится въ переходномъ состояніи. Въ провинціяхъ въ то же время возникло множество обществъ. Во Франціи нѣтъ опредѣленнаго объекта ученыхъ изслѣдованій. Эти изслѣдованія имѣютъ характеръ случайный. Одно время тамъ были сильно заинтересованы экспедиціями въ Персію и въ Среднюю Америку, въ Юкатанъ (послѣднее путешествіе совершено ученымъ Шарнэ). Гораздо опредѣленнѣе направленіе ученыхъ работъ въ Италіи. Кромѣ экспедицій въ Африку, итальянцы обратили особенное вниманіе на изученіе динамизма земли—вулканическихъ явленій, землетрясеній и проч. Работы подобнаго рода, конечно, имѣютъ особенно важное значеніе для Италіи. Въ отношеніи подобныхъ работъ очень не мало, впрочемъ, сдѣлала Швейцарія, а отчасти и Франція. Въ Баваріи выдаются работы по метеорологіи. Низкій уровень этихъ работъ поражаетъ въ Пруссіи. Что касается Англіи, то главные научные интересы этой страны—въ ея колоніяхъ.

Задачи.

№ 213. Показать, что произведеніе двухъ цѣлыхъ чиселъ, разность между которыми равна 3, не можетъ быть полнымъ квадратомъ, исключая лишь тотъ случай, когда меньшее изъ чиселъ$=1$.

№ 214. Найти треугольникъ, три стороны котораго и площадь выражались-бы четырьмя послѣдовательными цѣлыми числами. Сколько можетъ быть такихъ треугольниковъ?

№ 215. Найти построеніемъ длины x и y, удовлетворяющія условію

$$x^2 : y^2 = a^3 : b^3$$

гдѣ a и b данныя прямыя.

№ 216. Найти геометрическое мѣсто центровъ прямоугольниковъ, вписанныхъ въ данный треугольникъ. *З. Колтовскій* (Х.)

№ 217. Не вводя тригонометрическихъ величинъ, вычислить площадь треугольника по двумъ даннымъ сторонамъ a, b, если уголъ, заключенный между ними равенъ 75^0.

Н. Шимковичъ (Х.)

№ 218. Сколько цыфръ имѣетъ число:

$$1+10^4+\frac{10^4(10^4-1)}{1.2.}+\frac{10^4(10^4-1)(10^4-2)}{1.2.3}+\ldots$$

Указать общій пріемъ для рѣшенія подобныхъ задачъ.

Н. Хруцкій (К.)

№ 219. Рѣшить уравненія:

$$xy+zt=a,$$
$$xz+yt=b,$$
$$xt+yz=c,$$
$$x+y+z+t=d.$$

Пр. *В. Ермаковъ* (К.)

№ 220. Найти при помощи теодолита азимутъ направленія движущагося облака, предполагая движеніе послѣдняго горизонтальнымъ и зная азимутъ какого нибудь земного предмета. *Г. Вульфъ* (Варш.)

Заявленіе редакціи.

Отъ одного изъ нашихъ сотрудниковъ, г. А. Гольденберга, мы получили на дняхъ письмо, въ которомъ онъ высказываетъ свое мнѣніе о выдѣленіи въ особую рубрику такихъ задачъ, которыя содѣйствовали бы увеличенію числа „зрячихъ учениковъ", по выраженію автора. „Кто-то замѣтилъ—пишетъ г. Гольденбергъ—что учениковъ можно раздѣлить на три категоріи: одни сперва пишутъ, потомъ *не* думаютъ, другіе—сперва пишутъ, потомъ думаютъ, и третьи, коихъ вообще очень немного, сперва думаютъ, потомъ уже пишутъ". Чтобы развить эту послѣднюю привычку въ математикѣ и отучить вообще отъ „бумагомаранія", г. Гольденбергъ предлагаетъ давать такія задачи, которыя при достаточномъ запасѣ знаній и вниманіи, могли бы быть рѣшаемы „въ воздухѣ" (какъ говорили арабы) и совѣтуетъ выдѣлить подобныя задачи въ особую категорію „*Упражненій для учениковъ*".

Такими совѣтами мы не пренебрегаемъ и, заявляя открыто благодарность г. Гольденбергу за его обѣщаніе помогать редакціи въ подборѣ такого рода упражненій, мы не намѣрены откладывать этого нововведенія до будущаго семестра и открываемъ рубрику „Упражненій для учениковъ" съ настоящаго-же номера, въ надеждѣ, что преподаватели математики найдутъ въ нихъ подходящій матеріалъ для классныхъ занятій.

Отвѣтовъ на предлагаемыя „упражненія" печатать въ журналѣ не будемъ, и потому просимъ учениковъ, которые пожелали бы заняться ими внѣ класса, обращаться съ своими рѣшеніями не къ намъ, а къ своимъ преподавателямъ, кои безъ сомнѣнія не откажутся помочь имъ въ могущяхъ встрѣтиться затрудненіяхъ.

На первый разъ помѣщаемъ примѣры, присланные г. Гольденбергомъ.

Упражненія для учениковъ.

1) $6(x-1)=26-7(x-1)$.

2) $4(x-3)^2+20(x-3)+25=0$

3) $(\sqrt{5a}+\sqrt{3a})^2(\sqrt{5a}-\sqrt{3a})^2=?$

4) $\frac{1}{b-c}\left(\frac{1}{x-c}+\frac{1}{b-x}\right)=\frac{b+c}{x(b-x)(x-c)}$.

5) $x+\frac{1}{x}=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$.

6) $\frac{x+1}{2}-\frac{2}{x+1}=\frac{x-1}{2}$.

7) $\frac{5}{x-a}-\frac{5}{a-x}=\frac{15}{2}$.

8) $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^6=?$

9) $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\frac{p}{q}$.

10) $\left.\begin{aligned}(x-2)^2+y^2=18\\ 4y^2-(x-2)^2=27\end{aligned}\right\}$

Рѣшенія задачъ.

№ 116. На какое число нужно помножить 7, чтобы произведеніе оканчивалось числомъ 123?

Показать, что вообще можно найти такое число x, умноживъ на которое данное число p взаимное простое съ 10-ью, получимъ произведеніе, оканчивающееся цыфрами $abc \cdot \cdot \cdot k$.

Первый вопросъ сводится къ неопредѣленному уравненію:

$$7x=1000y+123,$$

рѣшивъ которое въ цѣлыхъ и положительныхъ корняхъ, находимъ

$$x=1000t+589; \qquad y=7t+4,$$

гдѣ t можетъ принимать всѣ цѣлыя значенія отъ нуля до безконечности. Слѣдовательно 589 есть наименьшій изъ искомыхъ множителей.

Вообще если имѣемъ нѣкоторое число p взаимное простое съ 10-ю, то всегда можно найти такое цѣлое число x, чтобы произведеніе px оканчивалось рядомъ заданныхъ цыфръ $abc \cdot \cdot \cdot k$. Дѣйствительно, пусть этотъ рядъ состоитъ изъ n цыфръ, тогда неопредѣленное равненіе

$$p.z-10^n\,y=1$$

всегда имѣетъ цѣлые и положительные корни для z и y (потому что коэффиціенты p и 10^n числа взаимно простыя). Умноживъ его на заданное число $abc \cdot \cdot \cdot k$, находимъ

$$p.(z.abc \cdot \cdot \cdot k)=10^n\,(y.abc \cdot \cdot \cdot k)+abc \cdot \cdot \cdot k.$$

Слѣдовательно множитель въ скобкахъ $(z.abc \cdot \cdot \cdot k)$ есть не что иное какъ то искомое число x, умноживъ на которое данное число p, получимъ произведеніе, оканчивающееся цыфрами $abc \cdot \cdot \cdot k$.

М. Колпакчи и *Н. Шимковичъ* (Х.), *Мясковъ* (Спб.), *А. Крашенинниковъ* (Ор.). Ученики: Вольск. р. уч. (5) *В. С.*, Астрах. г. (8) *И. К.*, Курск. г. (8) *I. Ч.* и Кишин. 2-ой г. (8) *И. Б.*

№ 130. Нѣкто сказалъ: когда мнѣ было столько лѣтъ, сколько теперь моей женѣ, ея года составляли половину теперешняго числа моихъ лѣтъ, а когда моей женѣ будетъ столько лѣтъ сколько теперь мнѣ, наши года, взятые вмѣстѣ, дадутъ въ суммѣ 99. Сколько лѣтъ мнѣ и моей женѣ?

Называя искомыя числа лѣтъ черезъ x и y, имѣемъ изъ перваго условія

$$y-(x-y)={}^1/_2x$$

или

$$2y-2(x-y)=x;$$

второе условіе даетъ: $x+y+2(x-y)=99$.

Складывая это уравненіе съ предыдущимъ, находимъ непосредственно:

$$3y=99, \text{ т. е. } y=33.$$

и послѣ подставки

$$x=44.$$

А Колтановскій (Немир.), *А. Фейгинъ* (Новозыбк.). *Н. Шимковичъ* и *М. Колпакчи* (Х.), *П. Поповъ* (М.), *В. Якубовскій* (К.), *Г. Щуръ* (Таганча). Ученики: 4 кл. Варш. р. уч. *М. Ц.* и *С. Л.*, 6 кл.: Могил.-Под. р. уч. *Я. И.*. Ливенск. р. уч. *М. Ф.*, Урюпинск. р. уч. *Н. А.*, 7 кл.: Кишин. р. уч. *Д. Л.*, Тульск. г. *Н. И.*, Камен.Под. г. *Л. Ш.*, 8 кл.: Астрах. г. *И. К.* Кишин. 2-ой г. *И. Б.*

№ 131. Рѣшить на основаніи теоріи геометрической прогрессіи извѣстную задачу:

„Въ 12 часовъ минутная и часовая стрѣлки совпадаютъ; черезъ сколько времени онѣ опять встрѣтятся?“

Когда минутная стрѣлка обойдетъ весь цыферблатъ, часовая пройдетъ $\frac{1}{12}$ цыфр., когда мин. пройдетъ эту $\frac{1}{12}$, часовая пройдетъ еще $\frac{1}{12^2}$ и т. д. Такимъ образомъ пути, пройденные стрѣлками до встрѣчи, можно представить безконечными суммами:

для мин. стр. $$1+\frac{1}{12}+\frac{1}{12^2}+\frac{1}{12^3}+\cdots$$

„ час. „ $$\frac{1}{12}+\frac{1}{12^2}+\frac{1}{12^3}+\frac{1}{12^4}+\cdots$$

Пользуясь формулой для суммы безконечно убывающей геом. прогрессіи, находимъ:

для мин. стр. $$S=\frac{1}{1-\frac{1}{12}}=\frac{12}{11} \text{ цыфербл.}$$

„ час. „ $$s=\frac{\frac{1}{12}}{1-\frac{1}{12}}=\frac{1}{11} \quad „$$

т. е. минутная стр. пройдетъ до встрѣчи $65^5/_{11}$ минутныхъ дѣленій циферблата, а часовая—$5^5/_{11}$ такихъ-же дѣленій.

Ученики: Вольск. р. уч. (?) *В. Ш.*, Тульск. г. (7) *Н. И.* и Астрах. г. (8) *И. К.*

№ 134. Разложить на множителей выраженіе

$$(ab+cd)(a^2-b^2+c^2-d^2)+(ac+bd)(a^2+b^2-c^2-d^2).$$

Примѣнимъ къ этому примѣру *способъ подстановокъ.* Обозначимъ:

$$\begin{aligned} a+d&=m; \qquad & b+c&=p \\ a-d&=n; \qquad & b-c&=q. \end{aligned} \qquad (1)$$

Тогда данное выраженіе представится въ видѣ

$$\frac{mp+nq}{2}(mn-pq)+\frac{mp-nq}{2}(mn+pq)$$

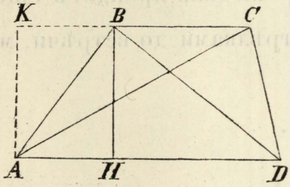
т. е. въ видѣ $m^2np-npq^2=np(m+q)(m-q)$. Подставляя теперь обратно значенія (1), находимъ окончательно:

$$(a-d)(b+c)(a+b-c+d)(a-b+c+d).$$

NB. Приведенное здѣсь рѣшеніе по способу подстановокъ принадлежитъ автору задачи *П. Никульцеву.* Рѣшеній отъ учениковъ не получено по нашей винѣ: по недосмотру при помѣщеніи задачи въ № 20 „Вѣстника" была сдѣлана опечатка (поставленъ лишній знакъ +).

№ 135. Опредѣлить площадь трапеціи по даннымъ діагоналямъ и высотѣ.

Фиг. 49.



Назовемъ высоту $BH=AK=h$, діагонали $AC=d$, $BD=d_1$; $AH=KB=k$. Изъ треугольника AKC:

$$BC+k=\sqrt{d^2-h^2},$$

изъ треугольника BHD:

$$AD-k=\sqrt{d_1^2-h^2}.$$

Складывая, находимъ:

$$AD+BC=\sqrt{d^2-h^2}+\sqrt{d_1^2-h^2}.$$

Слѣдовательно площадь трапеціи S представится въ видѣ

$$S=\frac{h}{2}\left[\sqrt{d^2-h^2}+\sqrt{d_1^2-h^2}\right].$$

А. Сѣдлецкій (Сумы). *Н. Шимковичъ* (Х.), *А. Колтановскій* (Нем.) *А. Бобятинскій* (Ег. Зол. пр.), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *Я. Тепляковъ* и *В. Якубовскій* (К.). Ученики: Ливенск. р. уч. (6) *М. Ф.*, Тульск. г. (7) *Н. И.* Астрах. г. (8) *И. К.*, Курск. г. (7) *П. Г.*, (8) *П. А.* и *І. Ч.*

№ 136. Рѣшить уравненіе

$$(x-1)(x^3+x+1)=3.$$

Данное уравненіе можно представить въ видѣ

$$x^4-4+x^3+x^2+2x+2=0.$$

Отсюда: $$(x^2+2)(x^2-2)+(x^2+2)(x+1)=0,$$

т. е. $$(x^2+2)(x^2+x-1)=0.$$

Приравнивая нулю каждый множитель отдѣльно, находимъ 4 корня:

$$x_1=\sqrt{-2};\ x_2=-\sqrt{-2};\ x_3=\frac{\sqrt{5}-1}{2};\ x_4=-\frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

Первые два изъ нихъ мнимые.

А. Гольденбергъ и *Н. Артемьевъ* (Спб), *М. Колпакчи* (Х.), *А. Сѣдлецкій* (Сумы), *В. Якубовскій* (К.). Ученики: Ливенск. р. уч. (6) *М. Ф.*, Урюп. р. уч. (6) *Н. А.*, Тульск. г. (7) *Н. И.*, Курск. г. (7) *П. Г.* и (8) *І. Ч.* и Симб. кад. к. (7) *А. А.*

№ 138. Пустой стекляный флаконъ вѣситъ 15 гр., наполненный водою онъ вѣситъ 40 гр., наполненный свинцовой дробью—269,25 гр., и наконецъ наполненный тою-же дробью и водою, выполняющею всѣ промежутки, онъ вѣситъ 271,75 гр. Изъ этихъ данныхъ требуется опредѣлить удѣльный вѣсъ свинца.

Пусть объемъ флакона есть V, объемъ, занимаемый дробью—v и искомая плотность x.

Вычитывая 15 гр. изъ 40 гр., получимъ вѣсъ воды наполняющей флаконъ=25 гр. Отсюда

$$V=25 \text{ куб. цм.}$$

Вѣсъ дроби, наполняющей флаконъ, есть vx. Слѣдовательно

$$15+vx=279,25.$$

отсюда: $$vx=254,25,$$

и $$x=\frac{254,25}{v}. \qquad (1)$$

Вѣсъ воды, выполняющей промежутки между дробинками, будетъ $(V-v)$ гр., слѣдовательно

$$15+254,25+(25-v)=271,75.$$

Отсюда $$v=22,5.$$

Подставляя въ (1), находимъ искомую плотность свинца

$$x=\frac{254,25}{22,5}=11,3.$$

А. Сѣдлецкій (Сумы), *В. Якубовскій* (К.). Ученики: Вольск. р. уч. *В. Ш.*, Тульск г. (7) *Н. И.* и Астрах г. (8) *И. К.*

№ 161 *). Показать, что всякій нечетный полный квадратъ при дѣленіи на 8 даетъ въ остаткѣ 1.

Нечетный полный квадратъ можетъ получиться только отъ возвышенія въ квадратъ нечетнаго числа. Всякое же нечетное число имѣетъ общій видъ $4n \pm 1$. Возвышенное въ квадратъ, оно даетъ

$$(4n \pm 1)^2 = 16n^2 \pm 8n + 1$$

и при дѣленіи на 8, какъ видно изъ второй части, всегда даетъ въ остаткѣ 1.

С. Блажко (Смол.), *Янковскій* (Елабуга), *Н. Шимковичъ* (Х.) *А. Крашенинниковъ* (Ор.). Ученики: Курской гимн.: (5) *В. Х.* и *Н. Х.*, (6): *В. Л.*, *В. Г.*, *Т. Ш.* и *Н. С.*, (8) *П. А.* и *І. Ч.* Черниг. г. (6) *Д. З.*, Тульск. г. (7) *Н. И.*, Новг.-Сѣв. г. (8) *П. П* и *П. К.* Никол г. (8) *Р. Д.*, Тифл. р уч. (7) *М. К.*, Кишин. р. уч. (7) *Д. Л.*, Кам.-Под. г. (8) *С. Р.* и учен. изъ Полтавы *X.*

Отъ Редакціи.

Съ 15-го Октября по 15-ое Ноября конторою редакціи получены деньги, согласно ранѣе высланнымъ счетамъ, отъ слѣдующихъ учебныхъ заведеній: Гродненской гимн. по (прошлогоднему) счету № 262—3 р. 44 к., Вольской учит сем. по сч. № 5—6 р., Брестъ-Лит. прогимн. по сч. № 8—19 р., Красноуфимскаго реальн. уч. по сч. № 9—6 р., Ржевской прогимн. по сч. № 10—6 р., Сумскаго реальн. уч. по сч. № 17—9 р., Новгородсѣверской гимн. по сч. № 20—12 р., Пермской гимн. по сч. № 23—6 р., Пермской дух. сем. по сч. № 25—6 р., Одесской 1-ой (Ришельевской) гимн. по сч. № 36—33 р., Костромскаго реальн. уч. по сч. № 42—9 р., Каменецъ-Под. гимн. по сч. № 43—18 р., Роменскаго реальн. уч. по сч. № 52—2 р. 50 к., Екатеринославской м. гимн. по сч. № 54—12 р. и Воронежской гимн. по сч. № 58—11 р.

Съ 15-го Октября по 15-ое Ноября конторою редакціи разосланы квитанціи въ полученіи денегъ слѣдующимъ учебнымъ заведеніямъ: Темиръ-ханъ-Шуринскому реальн. уч., Нижегородской гимн., С.-Петербургской 7-ой гимн., Копальскому гор. уч., Вятскому реальн. уч. и Вятской женск. гимн., Сарапульской женск. гимн, Кронштадской гимн., Острогожской прогимн., Котельническому уѣздн. уч., С.-Петерб. Технич. Артилл. школѣ, г. Директору Горецкихъ Такс. классовъ, Кіевской 4-ой гимн., Екатеринославской женской гимн., Ровенскому реальн. уч., Казанскому учит. инст., Орловскому (Вятск. губ.) гор. уч., Харьковской прогимн. и Мамадышскому гор. уч.

*) Съ настоящаго № „Вѣстника" начинаемъ помѣщать рѣшенія задачъ, предложенныхъ въ текущемъ учебномъ году.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 30 Ноября 1887 года.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.