

№№ 83—84.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

РЕКОМЕНДОВАНЫ:

Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. для гимназій мужскихъ и женскихъ, реальныхъ училищъ, прогимназій, городскихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій; Гл. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-учебныхъ заведеній.

№№ 1-48 ОДОВРЕННЫ

Уч. Ком. при Св. Синодѣ для духовныхъ семинарій и училищъ.

VII СЕМЕСТРА №№ 11-й и 12-й.

ЭКС

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли Н. Н. Кушперевъ и К^о, въ Москвѣ.

Кіевское Огдѣленіе, Библиковскій бульваръ, домъ № 8-6.

1889.

<http://vofem.ru>

Содержаніе № 83.

Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ. (Продолженіе). *Θ. Ю. Мациона.*—Задачи: №№ 551—555.—Рѣшенія задачъ: № 448.

Содержаніе № 84.

Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ. (Окончаніе). *Θ. Ю. Мациона.*—Симметричная магнитная стрѣлка *Э. К. Шпачинскаго.* *Ш.*—Разныя извѣстія.—Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ: *Мат. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики.* Одесса. 24 Ноября и 8 Декабря 1889 года. *И. Слешинскаго.*—Задачи: №№ 556—560.—Рѣшенія задачъ: №№ 352, 442, 443 и 485.—Отъ редакціи.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ НА „ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“ СЪ ПЕРЕСЫЛКОЮ:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на полугодіе—всего 12 №№ 3 рубля.

НВ. Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Учителя нач. училищъ и всѣ учащіеся, при непосредственныхъ сношеніяхъ съ редакціей, могутъ подписываться на льготныхъ условіяхъ:

на годъ 4 рубля | на полугодіе. 2 рубля.

Годовая подписка принимается только съ 1-го января, а полугодовая—только на учебные семестры, съ 1-го января и съ 20-го августа.

Допускается разсрочка подписной платы.

Отдѣльные комплекты №№ за истекшіе учебные семестры (I, II, III, IV, V и VI) продаются по 2 р. 50 к., а льготнымъ подписчикамъ и книгопродавцамъ по 2 р. за каждый.

Полный комплектъ всѣхъ 72 №№ журнала, вышедшихъ до 20-го авг. 1889 года, продается подписчикамъ и книгопродавцамъ за 12 рублей.

За перемѣну адреса подписчики уплачиваютъ 10 коп.

При покупкѣ собственныхъ изданій редакціи „Вѣстника“ подписчики пользуются 20% уступки съ цѣны съ пересылкой, объявленной въ каталогѣ изданій.

Условія помѣщенія объявленій на оберткахъ №№ „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“:

Вся страница—6 рублей; $\frac{1}{2}$ стр.—3 рубля; $\frac{1}{3}$ стр.—2 рубля; $\frac{1}{4}$ стр.—1 рубъ 50 коп.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы.

Подписчики „Вѣстника“ при помѣщеніи своихъ объявленій пользуются 20% уступки.

Условія сотрудничества:

Всѣ читатели журнала приглашаются быть сотрудниками и корреспондентами.

Сотрудничество не даетъ права на даровой экземпляръ журнала.

Денежнаго гонорара за статьи редакція никому не платитъ.

Редакція не беретъ на себя обязательства обратной пересылки присылаемыхъ авторами рукописей, и на вопросы касательно времени печатанія статей, причинъ ихъ непомѣщенія и пр. всегда отвѣчать не обязана.

Чертежи къ статьямъ должны быть возможно простые, тщательно исполненные на отдѣльной бумагѣ (а не въ текстѣ рукописи) и возможно малыхъ размѣровъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналъ, высылаются въ случаѣ если они того пожелаютъ, 5 экз. тѣхъ №№ „Вѣстника“, въ которыхъ статьи напечатаны, или—взамѣнъ этого—25 отдѣльныхъ оттисковъ бесплатно. Отдѣльные оттиски въ большемъ количествѣ экземпляровъ могутъ быть заготовлены за счетъ авторовъ, при условіи своевременнаго о томъ извѣщенія редакціи.

Адресъ: Кіевъ, Редакція „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“, Паньковская № 23.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 84.

VII Сем.

11 Декабря 1889 г.

№ 12.

Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ.

(Окончаніе)*).

VIII.

101. Мы не станемъ останавливаться на изслѣдованіи какъ прививалось ученіе Валлиса. Его успѣхъ былъ полный, а оппозицію онъ едва ли встрѣчалъ. У Ньютона встрѣчается слово *ducere*, но особаго значенія, въ отличіе отъ обыкновеннаго умноженія, онъ ему не придаетъ. Эйлеръ же въ первой главѣ своего знаменитаго учебника по алгебрѣ (1769 г.) съ особою ясностію оговаривается, что всѣ алгебраическія величины необходимо выражаются въ видѣ отвлеченныхъ отношеній величинъ къ однороднымъ съ нею единицамъ; этимъ онъ принципиально устраняетъ наименованія изъ алгебраическихъ выраженій и вовсе не упоминаетъ объ нихъ.

102. Мы можемъ закончить нашъ историческій очеркъ указаніемъ, что одинъ изъ величайшихъ современныхъ ученыхъ ясно высказался по вопросу о дѣйствіяхъ надъ именованными числами въ утвердительномъ смыслѣ. Въ 1887 году въ Германіи издана книга: „Philosophische Aufsätze, Eduard Zeller zu seinem funfzigjährigen Doctor-Jubileum gewidmet“, т. е. Философскія статьи, посвященныя Эдуарду Целлеру въ честь его пятидесятилѣтняго докторскаго юбилея. Въ этомъ сборникѣ помѣщена статья: „Helmholtz. Zählen und Messen, erkenntnisstheoretisch betrachtet“, т. е. Гельмгольцъ, счисленіе и измѣреніе съ точки зрѣнія теоріи познания.

Долженъ оговориться, что если бы этотъ мемуаръ былъ мнѣ извѣстенъ въ то время, когда писалъ первую часть настоящей статьи, то я, понятное дѣло, началъ бы свое изложеніе прямо съ него, въ томъ вѣрномъ расчетѣ, что авторитетъ великаго имени Гельмгольца заставитъ отнестись къ дѣлу съ довѣріемъ и дать гарантію въ томъ, что мои соображенія о необходимости измѣненія школьнаго преподаванія дѣйствій надъ именованными величинами основаны не на личномъ мнѣніи, а на сущности самого дѣла. Но, не слѣдя за философскою литературою, я къ

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 55, 56, 63, 75, 77, 82 и 83.

сожалѣнію только случайно узналъ объ упомянутой работѣ Гельмгольца, уже по напечатаніи обзора развитія математики у грековъ и арабовъ.

103. Приведемъ одинъ параграфъ мемуара Гельмгольца, озаглавленный: *объ умноженіи именованныхъ величинъ*.

„Всякое именованное число $(a. x)$, гдѣ x обозначаетъ наименованіе или родъ единицы и a ихъ количество, можетъ быть умножаемо на отвлеченное число n . Это дѣйствіе подходитъ подъ опредѣленіе произведенія какъ суммы n равныхъ слагаемыхъ a . А такъ какъ сумма однородныхъ слагаемыхъ однородна съ ними, то произведеніе $(n. a)$ величина того же наименованія, какъ a . Это произведеніе удовлетворяетъ перемѣстительному закону, т. е.

$$n. (a. x) = a. (n. x)$$

или, другими словами, a можно разсматривать какъ отвлеченное число, показывающее число слагаемыхъ $(n. x)^a$.

„Законъ умноженія суммы тоже непосредственно ясенъ, а именно

$$(m+n). (a. x) = m. (a. x) + n. (a. x)$$

$$n. (a. x + b. x) = n. (a. x) + n. (b. x)^a.$$

„Такимъ образомъ перемноженіе именованныхъ и отвлеченныхъ чиселъ всецѣло подходитъ подъ тѣ опредѣленія и теоремы, которыя установлены относительно перемноженія отвлеченныхъ чиселъ“.

„Совсѣмъ инымъ представляется случай перемноженія двухъ или нѣсколькихъ именованныхъ чиселъ. Это дѣйствіе имѣетъ смыслъ только въ опредѣленныхъ случаяхъ, когда между соотвѣтственными единицами возможны особыя физическія сочетанія; удовлетворяющія тремъ законамъ умноженія

$$a. b = b. a$$

$$a. (b. c) = (a. b). c$$

$$a. (b+c) = a. b + a. c$$

Извѣстнѣйшій геометрическій примѣръ подобной зависимости, выражаемой умноженіемъ (das bekannteste Beispiel solcher multiplicativer Verbindungen aus der Geometrie) представляетъ площадь параллелограмма или объемъ параллелепипеда, выражаемые какъ произведеніе двухъ или трехъ отрезковъ, а именно сторонъ или реберъ. Но физика представляетъ большое число подобныхъ произведеній различныхъ единицъ, а также представляетъ соотвѣтственные примѣры ихъ частныхъ, степеней и корней. Если означимъ длину чрезъ l , время чрезъ t , массу чрезъ m , то

наименованіе	площади	есть	l^2
”	объема	”	l^3
”	скорости	”	$\frac{l}{t}$
”	движущей силы	”	$\frac{m. l}{t^2}$

наименованіе	работы	есть	$\frac{m \cdot l^2}{t^2}$
"	давленія на площадь	"	$\frac{m}{l \cdot t^2}$
"	поверхностнаго натяженія	"	$\frac{m}{t^2}$
"	плотности	"	$\frac{m}{l^3}$
"	количества магнетизма	"	$\frac{l}{t} \sqrt{\frac{m \cdot l}{t}}$
"	магнитной силы	"	$\frac{1}{t} \sqrt{\frac{m}{l}}$

„Всѣ эти единицы, получающія свое опредѣленіе путемъ умноженія, разнородны съ тѣми, отъ сочетанія которыхъ они произошли, и они получаютъ свой смыслъ въ зависимости отъ особыхъ геометрическихъ или физическихъ законовъ и только благодаря этимъ законамъ“.

104. Гельмгольцъ такимъ образомъ ясно опредѣляетъ символическое сочетаніе именованныхъ величинъ, какъ выраженіе ихъ дѣйствительныхъ физическихъ зависимостей въ томъ случаѣ, когда эти зависимости удовлетворяютъ по своему роду формальнымъ законамъ алгебры. И въ этомъ смыслѣ онъ считаетъ дѣйствія надъ именованными величинами вполне осмысленными и законными. Это, очевидно, тѣ же положенія, которые мы старались развивать, въ особенности въ *н. н.* 29, 30 и 38.

IX.

(Заключеніе).

105. Въ заключеніе позволимъ себѣ вкратцѣ повторить и сопоставить наши основныя положенія. Считаемъ это необходимымъ въ виду того, что первоначально мы не имѣли въ виду заняться изложеніемъ историческаго развитія вопроса, а хотѣли только высказать соображенія относительно дѣйствій надъ именованными числами, къ которымъ насъ привело изученіе физики и преподавательскій опытъ. Историческое изслѣдованіе вопроса не даетъ ничего противорѣчащаго или опровергающаго наши соображенія, но напротивъ вполне подтверждаетъ ихъ правильность. Измѣняя школьное преподаваніе ариметики и алгебры въ указываемомъ нами смыслѣ, мы поставимъ ходъ развитія ученика въ соотвѣтствіе съ историческимъ развитіемъ математики и неминуемо облегчимъ пониманіе приложимости и приложений математики. Общѣйшія же опредѣленія дѣйствій умноженія и дѣленія придуманы не нами, а были извѣстны еще въ XVII вѣкѣ.

106. Въ настоящее время въ школьномъ преподаваніи дѣйствіе умноженія опредѣляется только какъ сокращенное сложение: умножить значитъ составить произведеніе изъ множимаго такъ, какъ множитель составленъ изъ единицы. Дѣйствіе дѣленія опредѣляется или какъ обратное дѣйствію умноженія, т. е. какъ способъ отысканія одного множителя по данному произведенію и по другому множителю; или же опредѣляютъ это дѣйствіе какъ способъ рѣшенія двухъ слѣдующихъ вопросовъ: во первыхъ найти сколько разъ одна величина содержится въ другой, однородной съ нею, или во вторыхъ разбить данное число или количество на нѣсколько равныхъ частей.

Умноженіе и дѣленіе на дробь иногда получаютъ особыя опредѣленія какъ способы рѣшенія задачъ объ опредѣленіи нѣкоторой части данной величины и объ опредѣленіи неизвѣстной величины по данной ея части. Иногда же въ курсахъ и не выясняется, что эти двѣ задачи можно понимать какъ опредѣленія смысла умноженія и дѣленія на дробь, а ограничиваются раньше указанными опредѣленіями.

107. Задача объ опредѣленіи искомой величины по данной и по ея отношенію къ ней, и задача объ опредѣленіи отношенія двухъ величинъ всегда рѣшаются; и при этомъ указывается, что первая требуетъ производства дѣйствія умноженія, а вторая производства дѣйствія дѣленія; но этими двумя задачами не пользуются для установленія общѣйшихъ опредѣленій смысла дѣйствій умноженія и дѣленія. Понятіе объ отношеніи при этомъ ограничивается указаніемъ, что отношеніе необходимо отвлеченное число, ибо только однородныя величины могутъ имѣть отношенія.

108. При преподаваніи не обращаютъ вниманія на фактъ, что указанное опредѣленіе дѣйствія умноженія не пригодно для вывода правилъ алгебраическаго умноженія; во первыхъ по тому, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ получаются сбивчивыя разсужденія; во вторыхъ по тому, что формула перемноженія радикаловъ вовсе не можетъ быть установлена при посредствѣ обыкновеннаго ариметическаго опредѣленія умноженія.

109. Возможность перемноженія двухъ или нѣсколькихъ именованныхъ величинъ и возможность дѣленія двухъ разнородныхъ именованныхъ величинъ въ настоящее время въ школьномъ преподаваніи безусловно отрицается.

Первое оправдываютъ тѣмъ, что перемноженіе двухъ именованныхъ величинъ не подходитъ подъ то опредѣленіе умноженія, которое принято считать самымъ общимъ. Второе вытекаетъ какъ слѣдствіе отсюда и находитъ дальнѣйшее подтвержденіе въ томъ, что понятіе объ отношеніи двухъ величинъ считаютъ имѣющимъ смыслъ только, если объ величины однородны.

110. Упомянутое школьное ученіе представляетъ логическую ошибку, состоящую въ томъ, что ариметическое опредѣленіе дѣйствія умноженія, какъ сокращенное сложение, совершенно произвольно считается обязательнымъ внѣ тѣхъ границъ, въ которыхъ оно было выведено.

111. Упомянутое ученіе во вторыхъ идетъ въ разрѣзъ съ дѣйствительностію, потому что на самомъ дѣлѣ приходится производить и перемноженіе именованныхъ величинъ, и дѣленіе разнородныхъ именованныхъ, и разсматривать отношенія разнородныхъ величинъ. Чтобы выйти

изъ этого затрудненія, принято утверждать, что въ такихъ случаяхъ дѣйствія производятся не надъ величинами, а только надъ ихъ числовыми значеніями, понимаемыми какъ отвлеченныя числа, выражающія отношеніе каждой величины къ однородной съ нею единицѣ.

112. Последнее утвержденіе составляетъ однако не только достояніе элементарнаго школьнаго преподаванія, но и многіе представители науки подтверждаютъ его въ явной формѣ, не взирая на то, что со временъ Fourier физика постоянно имѣетъ дѣло съ функциями, составленными изъ символовъ основныхъ единицъ, при чемъ сложные единицы выражаются алгебраическими комбинаціями основныхъ единицъ.

113. Изъ современныхъ ученыхъ, на сколько намъ извѣстно, только великій Гельмгольцъ явно и опредѣленно признаетъ возможность непосредственнаго производства дѣйствій надъ именованными величинами и полную осмысленность ихъ умноженія и дѣленія, коль скоро алгебраическія дѣйствія являются выразителями геометрическихъ и физическихъ зависимостей между величинами. Онъ явно и ясно признаетъ, что алгебраическая комбинація именованныхъ величинъ представляетъ новую величину, разнородную съ данными.

114. Историческое изслѣдованіе показываетъ, что ариметика и алгебра получали свое развитіе вовсе не въ видѣ отвлеченнаго выраженія формальныхъ законовъ, вытекающихъ изъ общихъ соображеній о числахъ. Съ одной стороны практическая необходимость производства торговыхъ и другихъ расчетовъ заставляла вырабатывать правила дѣйствій надъ числами; съ другой стороны геометрически изучались зависимости, которые затѣмъ выражались помощью соотвѣтственныхъ приѣмовъ вычисленія.

Геометрическія изслѣдованія и изученіе геометрическихъ зависимостей достигли высокой степени совершенства еще въ то время, когда вычисленія не имѣли никакого научнаго значенія. Греческая наука обращала преимущественное вниманіе на функціональный характеръ зависимостей, а не на ихъ числовое опредѣленіе; она рѣшала чисто геометрически многіе вопросы, которые теперь признаются алгебраическими по существу, въ самомъ тѣсномъ числовомъ значеніи этого слова.

Развитіе греческой науки было приостановлено отсутствіемъ способа выразить удобными символами функціональныя зависимости геометрическихъ величинъ. Зачатки этого способа вѣроятно существовали, но они не получили развитія. Можно однако утверждать, что если бы Архимедъ выработалъ символическія обозначенія, то алгебра Viète, т. е. алгебра именованныхъ величинъ, была бы имъ создана.

115. Діофантъ и Арабы внесли въ науку ариметическій элементъ, т. е. другими словами они установили числовыя единицы.

116. Въ такомъ видѣ математика въ XIII вѣкѣ перешла въ Европу. И на сколько можно судить въ первое время преобладали геометрическія изслѣдованія, т. е. ариметическія зависимости получали свое подтвержденіе геометрическими соображеніями, а не наоборотъ. Только мало по малу, по мѣрѣ того какъ приемы вычисленія облекались въ болѣе удобныя формы, намѣчаются изслѣдованія соотношеній геометрическихъ величинъ помощью приѣмовъ вычисленій. Въ зависимости отъ этого вычи-

сленія имѣли характеръ символизированія конкретныхъ зависимостей дѣйствительныхъ, геометрическихъ величинъ.

117. На этой почвѣ создалась алгебра Viète и его ученіе о дукціяхъ и аппликаціяхъ, т. е. о символическомъ выраженіи тѣхъ зависимостей между геометрическими величинами, которыя удовлетворяютъ тѣмъ же условіямъ, какъ зависимости между произведеніемъ и множителями. Viète строго и ясно развилъ, что не только количественныя числовыя значенія величинъ, но также ихъ наименованія сочетаются путемъ алгебраическихъ дѣйствій, въ результатъ чего являются величины новыхъ наименованій.

118. Ученіе Viète никогда не было опровергнуто, но Wallis вытѣснилъ и устранилъ его, и создалъ нынѣ господствующее ученіе о невозможности перемноженія именованныхъ величинъ и о невозможности дѣленія разнородныхъ именованныхъ.

Wallis показалъ, что возможно вводить въ уравненія всѣ величины въ видѣ отвлеченныхъ чиселъ; но онъ ничѣмъ не доказалъ, что это единственно возможный приѣмъ.

119. Вслѣдъ затѣмъ ученіе Viète было предано полному забвенію. Однако наука, въ особенности физика, пришла къ практическому сознанію необходимости составлять функціи изъ именованныхъ величинъ. Тѣмъ не менѣе не хотятъ признать непосредственнаго смысла такого приѣма; а критика до сихъ поръ не касалась этого вопроса, и не обнаруживала, что нынѣ признается нелѣпостію то, что Viète, его предшественники и послѣдователи считали весьма яснымъ и удобопонятнымъ.

120. Въ зависимости отъ всего этого школьное преподаваніе умноженія и дѣленія должно быть измѣнено; а именно возможность перемноженія именованныхъ величинъ и дѣленія разнородныхъ именованныхъ не должна быть отрицаема. Напротивъ слѣдуетъ, пользуясь всѣми пригодными примѣрами, начиная съ простѣйшихъ геометрическихъ задачъ опредѣленія площадей и объемовъ, объяснять, что упомянутыя дѣйствія имѣютъ ясный точный смыслъ, если они являются способами рѣшенія опредѣленныхъ задачъ, и если вслѣдствіе этого результатъ дѣйствія имѣетъ опредѣленный смыслъ.

121. Относительно опредѣленія умноженія, какъ сокращенное сложеніе, т. е. какъ составленіе произведенія изъ множимаго такъ, какъ множитель составленъ изъ единицы, надо ясно и опредѣленно указывать, что это не есть самое общее опредѣленіе, потому что оно не обнимаетъ всѣхъ возможныхъ случаевъ.

Существуетъ болѣе общее опредѣленіе, которое было извѣстно до Валлиса: *умножить A на B значитъ найти новую величину C , отношеніе которой къ величинѣ A должно равняться B* , [Относительно толкованія смысла символа $A \cdot B$ см. п. 31].

122. Самое общее опредѣленіе дѣйствія дѣленія можетъ быть выражаемо двояко: во первыхъ *дѣленіе есть дѣйствіе, обратное умноженію, помощью котораго ищется одинъ изъ множителей по данному произведенію и по другому множителю*; или же во вторыхъ: *раздѣлить A на B значитъ найти отношеніе C этихъ двухъ величинъ*.

123. Въ связи съ болѣе общими опредѣленіями дѣйствій умноженія и дѣленія, опредѣленіе отношенія двухъ величинъ тоже должно

устанавливаться въ болѣе общемъ видѣ. Лучше всего, думаемъ, обобщить Эвклидово опредѣленіе, опуская ненужную оговорку относительно однородности сравниваемыхъ величинъ и дополняя его указаніемъ какая зависимость подразумѣвается: *отношеніе есть взаимная зависимость двухъ величинъ, заключающаяся въ ихъ прямой пропорціональности другъ другу*. Въ такой формѣ опредѣленіе сохраняетъ существенное достоинство Эвклидова опредѣленія, а именно указаніе на функциональный характеръ смысла отношенія.

Опредѣленіе должно быть дополняемо еще разъясненіемъ, что знаменатель отношенія есть тотъ коэффициентъ, или множитель, который надо приписать ко второй величинѣ, чтобы получить первую. Знаменатель отношенія равенъ частному отъ дѣленія первой величины на вторую; его значеніе можетъ быть или отвлеченное или именованное число.

124. Относительно того въ какой послѣдовательности разсматривать отдѣльные случаи умноженія, какъ раскрывать фактъ, что наименованія подчиняются формальнымъ законамъ алгебры, и какъ оправдывать справедливость отдѣльныхъ случаевъ умноженія и дѣленія, мы дали достаточныя указанія въ отд. I нашей статьи.

Начальникъ Кіевскаго технического ж. д. училища *Θ. Ю. Мационъ*.

СИММЕТРИЧНАЯ МАГНИТНАЯ СТРѢЛКА

Э. К. Шпачинскаго.

1. Всякую обыкновенную магнитную стрѣлку, способную вращаться около оси, проходящей черезъ ея центръ тяжести, можно разсматривать какъ систему двухъ магнитовъ ($ns + ns$), сложенныхъ по прямолинейному направленію до взаимнаго соприкосновенія своими разнoименными полюсами.

Фиг. 29.

" s "

какъ систему двухъ магнитовъ ($ns + ns$), сложенныхъ по прямолинейному направленію до взаимнаго соприкосновенія своими раз-

Если такую стрѣлку разломать по срединѣ, одну изъ половинокъ повернуть въ обратную сторону и опять соединить обѣ половинки по прямолинейному направленію, то получится система двухъ магнитовъ

Фиг. 30.

" s s "

($ns + sn$), соединенныхъ въ центрѣ вращенія своими одноименными полюсами. Такую магнитную стрѣлку (фиг. 30), въ отличіе

отъ обыкновенной (фиг. 29), будемъ называть *симметричной*.

Обыкновенныя магнитныя стрѣлки всѣ однородны; симметричныя же могутъ быть двухъ родовъ: *сѣверо-магнитныя* или *южно-магнитныя*, смотря по тому имѣютъ ли онѣ на концахъ сѣверные или южные полюсы.

Нѣсколько симметричныхъ однородныхъ стрѣлокъ, укрѣпленныхъ въ одной плоскости на общей оси вращенія, составляютъ *магнитную звѣзду*. Звѣзды точно также могутъ быть сѣверо- либо южно-магнитныя. Въ дальнѣйшемъ будемъ разсматривать только *правильныя* магнитныя звѣзды.

Магнитная звѣзда съ безконечно большимъ числомъ спицъ составитъ *магнитный дискъ*, имѣющій одинъ полюсъ въ центрѣ, а другой—по окружности.

2. Разсмотримъ теорію идеально симметричной стрѣлки, негибкой, нерастяжимой и несжимаемой, одноименные полюсы которой равно удалены отъ оси вращенія и содержать равныя магнитныя массы.

Въ однородномъ магнитномъ полѣ, т. е. въ такомъ пространствѣ, въ каждой точкѣ котораго дѣйствуютъ равныя и параллельныя магнитныя силы, двѣ пары силъ, дѣйствующія на обѣ половины симметричной неизмѣняемой стрѣлки, взаимно уничтожаются во всевозможныхъ ея положеніяхъ; слѣдовательно въ однородномъ магнитномъ полѣ симметричная стрѣлка во всѣхъ положеніяхъ находится въ безразличномъ равновѣсіи. Иными словами:

*Симметричная стрѣлка есть астатическая *).*

Земное магнитное поле можно считать однороднымъ на не очень большихъ пространствахъ. Слѣдовательно при изученіи вліянія на симметричную стрѣлку различныхъ магнитныхъ силъ, обусловливаемыхъ присутствіемъ въ полѣ магнитовъ и токовъ, нѣтъ надобности принимать во вниманіе вліянія земного магнетизма, ибо это вліяніе всегда сводится въ результатъ къ нулю.

Пользуясь этимъ замѣчаніемъ, мы можемъ, стало быть, основать на теоріи симметричной магнитной стрѣлки устройство измѣрительныхъ приборовъ, показанія которыхъ не будутъ зависѣть отъ земного магнетизма, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ можетъ привести къ упрощенію самаго метода измѣренія. Такъ, напримѣръ, ниже будетъ показано, что пользуясь астатичностью симметричной магнитной стрѣлки, или звѣзды, легко устроить такой гальванометръ, въ которомъ отклоненія стрѣлки будутъ прямо пропорціональны силѣ тока и притомъ не въ предѣлахъ одного только квадрата, а отъ 0° до 360° и даже далѣе **).

3. Въ неоднородномъ магнитномъ полѣ, обусловливаемомъ присутствіемъ нѣкотораго полюса, симметричная стрѣлка въ каждой плоскости имѣетъ два положенія равновѣсія: одно—неустойчивое—по направленію проекціи прямой, соединяющей центръ вращенія съ этимъ полюсомъ, другое—устойчивое—по направленію перпендикулярному къ этой прямой ***). Отсюда:

Въ магнитномъ полѣ, обусловливаемомъ присутствіемъ двухъ разноравныхъ полюсовъ, симметричная стрѣлка стремится принять экваторіальное положеніе.

Двѣ однородныя симметричныя стрѣлки, вслѣдствіе взаимнаго другъ на друга вліянія, стремятся принять положеніе перпендикулярное къ пря-

*) Не трудно видѣть, что астатическая система магнитныхъ стрѣлокъ, употребляемая иногда въ гальванометрахъ, можетъ быть разсматриваема какъ пара разнородныхъ симметричныхъ стрѣлокъ, крестообразно совмѣщенныхъ въ одной плоскости.

**) Какъ усложняется иногда методъ точныхъ измѣреній необходимостью принимать во вниманіе дѣйствіе магнитныхъ силъ земли, читатель можетъ видѣть изъ того, напримѣръ, какъ трудно доказать на крутильных вѣсахъ Кулона справедливость его закона относительно вѣдствія магнитныхъ массъ.

***). Два діаметрально-противоположныя положенія симметричной стрѣлки, какъ тождественныя по существу, будемъ считать за одно.

мой, соединяющей ихъ центры вращения. Для двухъ разнородныхъ стрѣлокъ такое расположение соотвѣствовало бы неустойчивому равновѣсію, и онѣ стремились бы обѣ стать въ одну плоскость съ центральной прямой, образуя съ послѣдней возможно малые углы. Двѣ стрѣлки, расположенныя въ параллельныхъ плоскостяхъ такъ, что ихъ оси вращения совпадаютъ, стремятся стать перпендикулярно одна другой, если онѣ однородны, и — параллельно, если онѣ разнородны. Въ обоихъ случаяхъ вращеніе подѣ влияніемъ какой нибудь внѣшней силы одной такой стрѣлки передается и другой стрѣлкѣ въ ту же сторону.

4. Разсмотримъ теперь какъ дѣйствуетъ на симметричную стрѣлку прямолинейный безконечный токъ. Эквипотенціальныя поверхности магнитнаго поля представляютъ въ случаѣ прямолинейнаго безконечнаго тока плоскости, проходящія черезъ направленіе тока; это значитъ, что сила, дѣйствующая на какой нибудь магнитный полюсъ въ плоскости, проходящей черезъ этотъ полюсъ и токъ, всегда равна нулю. Иными словами: магнитный полюсъ n (фиг.

Фиг. 31. 31) подѣ влияніемъ тока АВ не стремится ни приблизиться къ АВ, ни удалиться отъ АВ, ни перемѣститься параллельно АВ въ плоскости АВ n . За то этотъ полюсъ n подѣ влияніемъ тока АВ стремится выйти изъ плоскости АВ n въ ту либо другую сторону, смотря по направленію тока, съ силою обратно пропорціональною его разстоянію отъ тока при прочихъ равныхъ условіяхъ. Если, поэтому, проведемъ черезъ n плоскость перпендикулярную къ току и назовемъ черезъ I пересѣченія ея

Фиг. 32. токомъ, то въ этой плоскости (фиг. 32) на полюсъ n будетъ дѣйствовать нѣкоторая постоянная сила nF по направленію перпендикулярному къ In . Подѣ влияніемъ этой постоянной силы полюсъ n стремится очевидно описывать окружность радіуса In . Значитъ магнитныя силовыя линіи въ полѣ, обусловливаемомъ присутствіемъ безконечнаго прямолинейнаго тока, представляютъ концентрическія окружности, центры которыхъ лежатъ на направленіи тока и плоскости которыхъ перпендикулярны току. По такимъ силовымъ линіямъ сѣверный полюсъ стремится перемѣщаться подѣ влияніемъ тока въ одномъ направленіи, а южный полюсъ — въ обратномъ направленіи. Чтобы ориентироваться, достаточно помнить, что для наблюдателя, смотрящаго по направленію тока, сѣверный полюсъ вращается вокругъ тока по часовой стрѣлкѣ.

5. Напомнивъ эти общія положенія, не трудно будетъ теперь прослѣдить вліяніе прямолинейнаго тока на симметричную стрѣлку.

Токъ, расположенный въ плоскости вращенія симметричной стрѣлки, на эту стрѣлку не дѣйствуетъ, ибо при какомъ угодно перемѣщеніи стрѣлки всѣ ея магнитные полюсы оставались-бы въ одной и той-же эквипотенціальной плоскости.

Отсюда имѣемъ какъ непосредственное слѣдствіе:

Всякій плоскій замкнутый контуръ тока не дѣйствуетъ на симметричную стрѣлку, могущую вращаться въ его плоскости.

6. Токъ, расположенный параллельно плоскости вращенія симметричной стрѣлки, надѣ или подѣ нею, не отклоняетъ ея ни въ какую

сторону въ томъ частномъ случаѣ, когда проекція тока на плоскость стрѣлки проходитъ черезъ ея ось вращенія, ибо при этомъ условіи въ любомъ положеніи стрѣлки, разстоянія ея одноименныхъ полюсовъ отъ тока будутъ одинаковы, слѣдовательно силы, дѣйствующія на эти полюсы, будутъ равны и дадутъ равнодѣйствующую, проходящую черезъ неподвижную ось вращенія.

7. Если проекція параллельнаго тока на плоскость стрѣлки не проходитъ черезъ ея ось вращенія, то симметричная стрѣлка подъ вліяніемъ тока будетъ стремиться стать либо параллельно, либо перпендикулярно этой проекціи, смотря по направленію тока, или—смотря по тому проходитъ ли токъ надъ или подъ плоскостью стрѣлки, или наконецъ—смотря по тому взята ли сѣверо-или южно-магнитная стрѣлка. Такъ, напримеръ,

Фиг. 33.

если ab есть проекція тока АВ, идущаго надъ плоскостью стрѣлки (чертежа) отъ В къ А, и если сѣверо-магнитная стрѣлка имѣетъ нѣкоторое произвольное положеніе nn' , то вслѣдствіе неравенства разстояній полюсовъ n и n' отъ АВ, сила nF , дѣйствующая въ плоскости стрѣлки на n , будетъ вообще говоря больше силы $n'F'$, дѣйствующей въ томъ же направ-

вленіи на n' , почему стрѣлка и должна будетъ поворачиваться (въ направленіи обратномъ часовой стрѣлкѣ), при чемъ разность между величинами силъ F и F' будетъ еще возрастать, и положеніе устойчиваго равновѣсія будетъ очевидно достигнуто лишь тогда, когда стрѣлка расположится по pq перпендикулярно ab . Если измѣнимъ теперь одно изъ условій, а именно: возьмемъ южно-магнитную стрѣлку, или предположимъ, что токъ АВ расположенъ не надъ, а подъ плоскостью стрѣлки, или—наконецъ—допустимъ, что токъ идетъ не отъ В къ А, а наоборотъ отъ А къ В, то въ каждомъ изъ этихъ случаевъ силы F и F' измѣнятъ только направленіе и—вслѣдствіе ихъ неравенства—стрѣлка повернется въ обратную сторону до тѣхъ поръ пока не расположится по uv параллельно ab . Итакъ въ первомъ случаѣ (изображенномъ на чертежѣ) положеніе uv соответствуетъ неустойчивому равновѣсію стрѣлки, а положеніе pq —устойчивому равновѣсію; во второмъ случаѣ—наоборотъ— pq есть положеніе неустойчиваго и uv —устойчиваго равновѣсія.

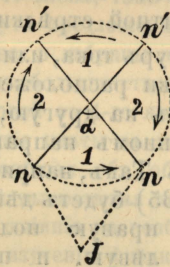
Отсюда непосредственно слѣдуетъ, что мы можемъ измѣнить положеніе симметричной стрѣлки на 90° всякій разъ, когда перенесемъ прямолинейный, параллельный ея плоскости токъ съ одной стороны этой плоскости на другую, или же—всякій разъ когда, не измѣняя расположенія проводника, перемѣнимъ направленіе идущаго по немъ тока. Необходимо однако помнить, что направленіе, по которому стрѣлка будетъ вращаться для измѣненія своего положенія на 90° , остается при этомъ неопредѣленнымъ. Тѣмъ не менѣе, если имѣемъ дѣло съ физической симметричной стрѣлкой, способной вслѣдствіе инерціи сохранять нѣкоторую скорость вращенія, мы можемъ на основаніи только что изложеннаго заставить ее вращаться либо въ ту либо въ другую сторону подъ вліяніемъ

тока, соответственно расположенного, если будем мѣнять направлѣніе тока два раза въ періодъ одного оборота стрѣлки. Впослѣдствіи покажемъ, что пользуясь этимъ свойствомъ симметричной стрѣлки можно заставить ее непрерывно вращаться подѣ влияніемъ индуктированныхъ токовъ и что на этомъ принципѣ возможно устройство счетчика перемѣнъ направлѣнія тока.

8. Безконечный прямолинейный токъ, расположенный перпендикулярно плоскости вращенія симметричной стрѣлки, не отклоняетъ ее ни въ какую сторону въ томъ частномъ случаѣ когда проходитъ черезъ ось вращенія стрѣлки, ибо какъ бы ни были расположены магнитные полюсы стрѣлки относительно ея оси вращенія, силы, дѣйствующія на нихъ, какъ обратно пропорціональныя разстояніямъ отъ тока (т. е. отъ оси), дадутъ равнодѣйствующую равную нулю.—Замѣтимъ, впрочемъ, что это не имѣетъ мѣста для *конечнаго* тока, проходящаго черезъ ось вращенія стрѣлки: въ этомъ послѣднемъ случаѣ равнодѣйствующая всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на 4 полюса симметричной стрѣлки, уже не равна нулю, и вращеніе стрѣлки будетъ происходить въ сторону тѣхъ полюсовъ, которые ближе къ оси вращенія, съ силою прямо пропорціональною длинѣ стрѣлки, или—говоря точнѣе—разности разстояній отъ оси ея равноименныхъ полюсовъ.

9. Когда прямолинейный безконечный токъ, перпендикулярный плоскости вращенія стрѣлки, не проходитъ черезъ ея ось вращенія, то подѣ влияніемъ такого тока I (фиг. 34) симметричная стрѣлка стремится

Фиг. 34.



занять одно изъ двухъ положеній равновѣсія nn' , nn' , составляющихъ между собою нѣкоторый уголъ α , при чемъ одно изъ этихъ положеній соответствуетъ неустойчивому, а другое устойчивому равновѣсію, въ зависимости отъ того, въ какую сторону направленъ токъ, или отъ того—взята-ли сѣверо- или южно-магнитная стрѣлка. Уголъ $\alpha=0$ въ томъ частномъ случаѣ, когда разстояніе тока I отъ оси вращенія равно половинѣ длины стрѣлки. Иными словами: токъ, проходящій перпендикулярно плоскости вращенія симметричной стрѣлки на разстояніи ея полудлины отъ оси вращенія, приводятъ такую стрѣлку въ плоскость, проходящую черезъ токъ и ось вращенія. Уголъ α приближается къ предѣльному значенію 180° по мѣрѣ удаленія тока I въ безконечность. При конечныхъ разстояніяхъ тока I отъ стрѣлки эта послѣдняя отклоняется въ ту либо въ другую сторону, пока не достигнетъ положенія устойчиваго равновѣсія, смотря по тому, находилась ли она въ секторахъ (1, 1) или (2, 2) (см. фиг. 34).

Итакъ симметричная стрѣлка подѣ влияніемъ перпендикулярнаго къ ея плоскости тока (и не проходящаго черезъ ея ось вращенія) отклоняется до извѣстнаго положенія. Если бы вторая половина стрѣлки не существовала, или не была намагничена, т. е. если бы мы имѣли только одинъ магнитъ ns , вращающійся около одного изъ своихъ полюсовъ, то подѣ влияніемъ перпендикулярнаго тока I положеніе равновѣсія наступи-

ло бы тогда, когда стрѣлка расположилась бы перпендикулярно къ прямой, соединяющей I съ подвижнымъ полюсомъ (хотя результатъ здѣсь нарушался бы дѣйствіемъ земного магнетизма). Если-же имѣемъ обыкновенную симметричную стрѣлку, состоящую изъ двухъ магнитовъ, то по причинѣ вліянія тока I и на болѣе отдаленную половину, уголъ между стрѣлкой при достиженіи равновѣсія и прямою, соединяющей токъ I съ подвижнымъ (ближайшимъ) полюсомъ, вообще говоря будетъ не прямой, а тупой. (См. фиг. 34).

Изъ разсмотрѣннаго случая слѣдуетъ, что симметричная стрѣлка будетъ непрерывно вращаться около своей оси въ томъ случаѣ, когда проходящій перпендикулярно къ ея плоскости прямолинейный токъ будетъ переноситься параллельно самому себѣ, описывая нѣкоторую замкнутую вокругъ стрѣлки цилиндрическую поверхность, при чемъ направленіе вращенія стрѣлки будетъ зависѣть отъ направленія перемѣщенія тока.

10. Если бы черезъ плоскость вращенія проходило два перпендикулярные тока обратнаго направленія, то ихъ вліянія на стрѣлку вычитывались бы, и, въ случаѣ токовъ равной силы и одинаково удаленныхъ отъ центра, взаимно бы уничтожились.

Отсюда и на основаніи сказаннаго при разсмотрѣніи случая 6 прямо слѣдуетъ, что

Всякій плоскій, правильной формы, замкнутый контуръ тока не дѣйствуетъ на симметричную стрѣлку, расположенную симметрично относительно контура въ перпендикулярной къ нему плоскости. Такъ, напримѣръ, обыкновенная катушка гальваноскоповъ не могла бы подъ вліяніемъ тока отклонять помѣщенной внутри ея симметричной магнитной стрѣлки.

Наоборотъ, неправильной формы замкнутый контуръ тока, или, хотя и правильный, но несимметрично относительно стрѣлки расположенный, будетъ дѣйствовать сильнѣе на одну ея половину чѣмъ на другую, т. е., вообще говоря, будетъ отклонять стрѣлку въ определенномъ направленіи

Фиг. 35.

на извѣстный уголъ. Такъ, напримѣръ, контуръ АВ (фиг. 35) будетъ дѣйствовать сильнѣе на правую половину стрѣлки чѣмъ на лѣвую, и потому отклонитъ ее подъ вліяніемъ тока.

На такомъ дѣйствіи несимметрично расположеннаго контура тока на симметричную стрѣлку основано устройство моего гальванометра, болѣе подробному описанію котораго будетъ посвящена особая статья. Здѣсь замѣтимъ только, что отклоненія симметричной стрѣлки не зависать въ этомъ случаѣ отъ ея положенія въ магнитномъ полѣ земли и потому могутъ быть уравниваемы другими силами (не магнитными), какъ напр. упругими силами крученія нити и пр.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Кіевское Физико-Математическое Общество при Императорскомъ Университетѣ св. Владимира, уставъ котораго утвержденъ г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія 26-го ноября 1890 года, открываетъ свою дѣятельность въ началѣ 1890 года. Членами-учредителями этого новаго Общества состоятъ: М. П. Авенариусъ, В. Я. Букрѣевъ, М. Ю. Ващенко-Захарченко, В. П. Ермаковъ, И. И. Рахманиновъ, П. Э. Ромеръ, Г. К. Сусловъ, М. О. Хандриковъ, Н. Н. Шиллеръ и Э. К. Шпачинскій.

Обращаемъ вниманіе читателей „Вѣстника“, что согласно § 1 Устава Общество имѣетъ цѣлю не только содѣйствовать разработкѣ и распространенію физико-математическихъ наукъ, но также „способствовать установленію правильныхъ взглядовъ на ихъ преподаваніе“. Въ виду этого и засѣданія Общества будутъ двоякаго рода: болѣе спеціальныя и посвященныя „обсужденію научныхъ темъ общепонятнаго характера“. Въ тѣхъ и другихъ засѣданіяхъ, кромѣ сообщеній о личныхъ изслѣдованіяхъ, предполагаются рефераты изъ различныхъ областей физико-математическихъ наукъ, обзоры успѣховъ знанія по упомянутымъ областямъ наукъ, составляемые по порученію Общества его членами, обсужденіе методовъ преподаванія и т. п. Согласно уставу, (который будетъ напечатанъ полностью въ одномъ изъ ближайшихъ №№ „Вѣстника“) Общество имѣетъ право устраивать платныя и бесплатныя публичныя лекціи, предлагать и публиковать темы для научныхъ изслѣдованій и задачи на преміи, а также выдавать пособия для научныхъ работъ.

Вступленіе въ число дѣйствительныхъ членовъ Общества не ограничено въ уставѣ никакими стѣснительными условіями: такими членами могутъ быть какъ жители г. Кіева, такъ и иногородніе, если, по заявленіи съ своей стороны желанія, они будутъ предложены какъ кандидаты по крайней мѣрѣ двумя наличными членами Общества и избраны затѣмъ, въ слѣдующемъ собраніи, закрытою баллотировкою простымъ большинствомъ голосовъ. Членскій взносъ составляетъ 3 р. въ годъ, считая таковой съ 1-го января (а не со дня избранія). Выбывшими считаются члены, не внесшіе платы въ теченіе одного года.

Сообщая объ образованіи этого новаго физико-математическаго центра въ Россіи и высказывая твердую увѣренность, что онъ не замедлитъ оказать плодотворное вліяніе на возбужденіе столь вало въ наше время проявляющагося интереса къ изученію физико-математическихъ наукъ, мы приглашаемъ тѣхъ изъ нашихъ читателей, кому дорогъ умственный прогрессъ въ нашемъ отечествѣ и кто не потеряетъ еще вѣры въ пригодность своего посильнаго труда, примѣнить къ Кіевскому Физико-Математическому Обществу и оживить его близкимъ къ его будущимъ дѣламъ участіемъ и сотрудничествомъ.

Отчеты о засѣданіяхъ Кіевского Физ.-Мат. Общества будутъ помѣщаемы въ „Вѣстникѣ“ съ возможною полнотою.

◆ **Журналъ „Электричество“**, издаваемый VI-мъ отдѣломъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, съ начала 1890 года подвергается значительному преобразованію. Въ составъ редакціоннаго комитета входятъ: О. Д. Хвольсонъ, А. И. Смирновъ, С. А. Усовъ; спеціальными редакторами назначены: В. Н. Чиколевъ и С. Н. Степановъ; отвѣтственнымъ редакторомъ, по прежнему, состоитъ Секретарь Им. Р. Техн. Общества. Изданіе журнала обезпечено теперь матеріальными средствами; №№ будутъ выходить аккуратно два раза въ мѣсяцъ (около 15-го и 30-го числа), за исключеніемъ канікулярнаго времени, когда редакція оставляетъ за собою право выпускать двойные номера по одному въ мѣсяцъ. Подписная цѣна

остается прежняя, т. е. 6 р. на годъ и 3 р. 50 к. на полгода съ пересылкой. Адресъ новой редакціи: С.-Петербургъ, Кирочная № 17.

◆ „Математическій листокъ“, издававшійся въ теченіе двухъ лѣтъ въ Москвѣ А. И. Гольденбергомъ, въ продажѣ теперь не имѣется и составляетъ почти библиографическую рѣдкость. Въ виду этого, какъ намъ извѣстно изъ достовѣрнаго источника, предполагается выпустить вторымъ изданіемъ въ видѣ особаго сборника всѣ главные статьи, вошедшія во всѣ выпущенные №№ Математическаго листка.

◆ Напоминаемъ читателямъ, что срокъ первой предстоящей преміи (по разряду гимназій) Императора Петра Великаго истекаетъ въ 1891 г., по предметамъ: математика, математическая географія и физика. Предпочтительное право на премію будутъ имѣть авторы сочиненій по математической географіи. Сочиненія на соисканіе предстоящей преміи должны быть представлены въ Ученый Комитетъ Мин. Нар. Просв. не позже 1-го ноября 1890 года.

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики. Одесса. 24 Ноября 1889 года.

Ө. Н. Шведовъ сдѣлалъ сообщеніе: „лучи электрической силы по опытамъ Герца“, въ которомъ показали опыты Герца надъ распространеніемъ и отраженіемъ лучей электрической силы и далъ объясненіе этихъ явленій, основанное на гипотезѣ, что эфиръ служитъ средой, передающій электрическія дѣйствія.

И. Слешинскій (Одесса),

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики. Одесса. 8 Декабря 1889 года.

А. С. Веребрюсовъ сдѣлалъ сообщеніе о вписываніи равныхъ и подобныхъ треугольниковъ, въ которомъ предложилъ новый, простой приѣмъ для рѣшенія задачъ этого рода, которыя обыкновенно рѣшаются далеко не просто.

Затѣмъ разсматривался вопросъ о веденіи и печатаніи протоколовъ и избраніи секретарей. Послѣ разносторонняго обсужденія этихъ вопросовъ собраніе пришло къ слѣдующему рѣшенію. Протоколъ каждаго засѣданія составляется на основаніи замѣтокъ референтовъ, которыя по желанію послѣднихъ могутъ содержать болѣе или менѣе подробное изложеніе лишь самыхъ существенныхъ частей рефератовъ. Въ случаѣ, когда референтъ не представляетъ замѣтки, секретарь излагаетъ въ самыхъ краткихъ чертахъ сущность реферата. Къ этому секретарь прибавляетъ результаты преній.—Протоколы, утверждаемые собраніемъ, появляются сейчасъ-же въ печати. Общество-же печатаетъ ихъ въ концѣ года при отчетахъ о дѣятельности отдѣленія.—Секретарей на отдѣльныя засѣданія рѣшено назначать въ алфавитномъ порядкѣ, при чемъ отсутствующаго замѣняетъ слѣдующій; а пропустившій очередь становится секретаремъ въ первое засѣданіе, на которомъ послѣ этого онъ присутствуетъ.

И. Слешинскій (Одесса).

ЗАДАЧИ.

№ 556. Одна изъ непараллельныхъ сторонъ равнобокой трапеціи равна a , высота трапеціи равна прямой, соединяющей середины непараллельныхъ сторонъ. Найти радіусъ круга описаннаго около трапеціи.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 557. Даны двѣ соединяющіяся прямыя и между ними точка. Построить равнобедренный треугольникъ такъ, чтобы вершины его равныхъ угловъ лежали одна въ данной точкѣ, а другая на одной изъ данныхъ прямыхъ и чтобы одна изъ равныхъ сторонъ была перпендикулярна къ одной изъ данныхъ прямыхъ.

И. Пастуховъ (Пермь).

№ 558. Въ треугольникъ ABC вписать такой треугольникъ $A'B'C'$, чтобы его стороны $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ были соответственно параллельны сторонамъ DE , EF , FD другого даннаго треугольника DEF .

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 556. Часы съ латуннымъ маятникомъ идутъ правильно при температурѣ $15^{\circ}C$, но при постоянной температурѣ въ $25^{\circ}C$. они отстаютъ на 1 мин. 57,37 сек. въ теченіе 14 сут. 11 час. 13 мин. и 20 сек. Определить на основаніи этого коэффициентъ расширенія латуни.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 560. Даны двѣ окружности, пересекающіяся подъ прямымъ угломъ. Найти:

а) геометрическое мѣсто линий, которыя въ пересѣченіи съ данными окружностями давали бы четыре гармоническія точки,

б) геометрическое мѣсто точекъ, изъ которыхъ четыре касательныя къ даннымъ окружностямъ, образовали бы гармоническій пучекъ.

А. Боятинскій (Барнаулъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 352. Найти x и y въ числѣ $1234xy$, которое должно дѣлиться на 8 и на 9.

Если число $1234xy$ дѣлится на 8, то достаточно, чтобы число $4xy$ дѣлилось на 8, т. е. чтобы

$$400 + 10x + y = 8p. \quad (1)$$

Чтобы тоже число дѣлилось на 9, должна дѣлиться сумма $1 + 2 + 3 + 4 + x + y$ на 9, т. е.

$$10 + x + y = 9q. \quad (2)$$

Наибольшее значеніе $x + y$ равно 18, слѣд. $9q \leq 28$. Изъ уравненія (2) $9q > 10$, т. е. $q > 1$, а потому q имѣетъ только два значенія 2 и 3. Вычитая (2) изъ (1), найдемъ:

$$390 - 9x = 8p - 9q,$$

отсюда

$$p = 49 + x + q + \frac{x + q - 2}{8}.$$

Чтобы p было числомъ цѣлымъ, необходимо должно дѣлиться $x+q-2$ на 8. Если $q=2$, то x должно равняться 0, или 8; въ случаѣ $q=3$, x будетъ равно 7. Изъ (2) уравненія

$$y=9q-x-10,$$

принимая $x=0$, $q=2$, найдемъ $y=8$. Полагая же $x=8$, $q=2$, имѣемъ $y=0$; наконецъ $y=10$ при $q=3$ и $x=7$. Слѣдовательно искомое число есть

$$123480 \text{ или } 123408.$$

А. Корвинъ-Кучинскій (Ворон.). Ученики: Спб. Екат. церк. уч. (6) *В. М.*, Олонецкой г. (6) *М. и Ф.*, Короч. г. (8) *Ф. Ж.*, Курск. г. (7) *Т. III.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, Вор. к. к. (7) *Г. У.*, Екатериносл. г. (6) *А. С.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 442. Даны радиусы вѣвписанныхъ круговъ треугольника ABC — ρ , ρ_1 и ρ_2 . Пусть O , O' и O'' —центры этихъ круговъ. Вычислить площадь треугольника $OO'O''$ и найти ея отношеніе къ площади ABC .

Прежде всего выведемъ зависимость между площадью ABC и радиусами вписаннаго (назовемъ его чрезъ R) и вѣвписанныхъ круговъ. Пусть стороны \triangle -ка ABC будутъ a , b , c ; ρ_2 —радиусъ вѣвписаннаго круга, касающагося продолженій сторонъ a и b ; ρ_1 —продолженій сторонъ b и c и ρ —продолженій сторонъ c и a ; наконецъ Q —площадь \triangle -ка ABC . Тогда

$$\left. \begin{aligned} R(a+b+c) &= 2Q, \\ \rho(a+c-b) &= 2Q, \\ \rho_1(b+c-a) &= 2Q, \\ \rho_2(a+b-c) &= 2Q. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Перемноживъ эти выраженія между собой, и помня, что

$$Q = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+c-b)(a+b-c)(b+c-a)},$$

найдемъ

$$Q = \sqrt{R\rho\rho_1\rho_2}.$$

Напишемъ теперь соотношеніе (1) въ такомъ видѣ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{a+b+c}{2Q}, \\ \frac{1}{\rho} &= \frac{a-b+c}{2Q}, \\ \frac{1}{\rho_1} &= \frac{b+c-a}{2Q}, \\ \frac{1}{\rho_2} &= \frac{a+b-c}{2Q} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

и сложимъ три послѣднія изъ нихъ. Тогда, принимая во вниманіе первое, получаемъ

$$R = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}$$

и

$$R = \frac{\rho\rho_1\rho_2}{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}.$$

Слѣдовательно

$$Q = \frac{\rho\rho_1\rho_2}{\sqrt{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}}.$$

Подставляя эту величину вмѣсто Q въ три послѣднія выраженія системы (2) можемъ опредѣлить

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\rho_1(\rho + \rho_2)}{\sqrt{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}}, \\ b &= \frac{\rho(\rho_1 + \rho_2)}{\sqrt{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}}, \\ c &= \frac{\rho_2(\rho_1 + \rho)}{\sqrt{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Площадь q \triangle -ка $OO'O''$ равна суммѣ площадей:

$$\text{пл. } OAB + \text{пл. } OBC + \text{пл. } O'BC + \text{пл. } O''AB,$$

т. е.

$$q = \frac{\rho(a+c) + \rho_1 a + \rho_2 c}{2},$$

или замѣнивъ здѣсь a и c ихъ величинами изъ (3),

$$q = \frac{(\rho + \rho_1)(\rho_1 + \rho_2)(\rho + \rho_2)}{2\sqrt{\rho\rho_1 + \rho\rho_2 + \rho_1\rho_2}}.$$

Наконецъ

$$q:Q = \frac{(\rho + \rho_1)(\rho + \rho_2)(\rho_1 + \rho_2)}{2\rho\rho_1\rho_2}.$$

Н. Артемьевъ (Сиб.), П. Свѣтлинковъ (Троицкъ).

№ 443. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{3}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots + \frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)}.$$

Разлагая общий членъ ряда на простѣйшія дроби, получимъ:

$$\frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)} = \frac{-1}{n+2} + \frac{3}{n+3} + \frac{-2}{n+4},$$

что можно еще представить такъ:

$$2\left(\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}\right) - \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right).$$

Полагая теперь въ равенствѣ

$$\frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)} = 2\left(\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}\right) - \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right)$$

последовательно $n=1, 2, 3, \dots, n$, получимъ

$$\frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} = 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right),$$

$$\frac{2}{4 \cdot 5 \cdot 6} = 2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right),$$

$$\frac{3}{5 \cdot 6 \cdot 7} = 2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)} = 2\left(\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}\right) - \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right).$$

Складывая эти равенства, найдемъ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{3}{5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots + \frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)} = \\ & = 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n+4}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{n+3}\right) = \frac{n(n+1)}{6(n+3)(n+4)}. \end{aligned}$$

Если этотъ рядъ продолжать до бесконечности, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + \frac{1}{n}}{6\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{4}{n}\right)} \right] = \frac{1}{6}.$$

№ 485. Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Ctg} nx.$$

Извѣстно, что

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Ctg}(90^\circ - x) = \operatorname{Ctg}(360^\circ k + 90^\circ - x).$$

Сопоставляя это равенство съ даннымъ уравненіемъ, находимъ

$$nx = 360^\circ k + 90^\circ - x,$$

откуда

$$x = \frac{90^\circ(4k+1)}{n+1}.$$

Бромъ того извѣстно, что

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{Ctg}(270^\circ - x) = \operatorname{Ctg}(360^\circ k + 270^\circ - x);$$

опять изъ этого и даннаго уравненій получаемъ

$$nx = 360^\circ k + 270^\circ - x$$

и

$$x = \frac{90^\circ(4k+3)}{n+1}.$$

Слѣдовательно рѣшенія даннаго уравненія можно представить въ видѣ

$$\frac{90^\circ(2m+1)}{n+1}$$

гдѣ m произвольное цѣлое число.

Ученики: Короч. г. (8) И. С., Рязан. г. В. III., Твер. р. уч. М. Н. Камыш.
р. уч. (7) А. З., Киев. р. уч. (6) А. III.

ОТЪ РЕДАКЦИИ.

Заканчивая настоящимъ № 84-мъ VII-ой семестръ „Вѣстника“, симъ заявляемъ, что въ 1890 году (VIII и IX сем.) журналъ нашъ будетъ издаваться на прежнихъ условіяхъ подписки, при чемъ годовая плата для многихъ подписчиковъ остается безъ измѣненія (4 р.), ибо изъ многихъ полученныхъ редакціей отвѣтовъ на предложенные въ № 81 открытые вопросы, мы не получили ни одного такого, который со-
вѣтовалъ бы намъ сдѣлать „Вѣстникъ“ недоступнымъ по содержанію и по цѣнѣ для учащейся молодежи и уничтожить „льбогную“ подписку. Отвѣты на другіе вопросы разяснили цѣлесообразность нѣкоторыхъ преобразованій въ программѣ „Вѣстника“, о которыхъ скажемъ нѣсколько словъ въ слѣдующемъ № 85, который будетъ разосланъ на дняхъ. Здѣсь прибавимъ только, что въ 1890 году редакція приложитъ всѣ старанія,

чтобы №№ журнала выходили болѣе аккуратно*).—Просимъ извиненія также и за то, что намъ не удалось окончить въ VII-мъ семестрѣ печатаніе капитальной, но излишне длинной, статьи кн. Голицына: „О жидкомъ и газообразномъ состояніи тѣлъ“**) и общаемъ впредь не помѣщать на страницахъ журнала статей несоответственныхъ по своему объему, а издавать таковыя въ видѣ отдѣльныхъ приложений.

Съ № 85-го нумерація задачъ начинается новая; рѣшенія задачъ будутъ теперь помѣщаться не позже, какъ по истеченіи трехъ мѣсячнаго срока со дня разсылки №, въ которомъ задачи были предложены. Серія прежнихъ задачъ (около 560 изъ „Вѣстника“ и около 150 изъ бывшаго „Журнала Элем. Математики“) будутъ изданы съ краткими рѣшеніями въ видѣ отдѣльнаго сборника.

Въ 1890 году будутъ изданы редакціей: 1) Краткій историческій очеркъ развитія элементарной геометріи, 2) Краткій историческій очеркъ развитія ариметики и алгебры и 3) Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествѣ. Первая изъ этихъ книжекъ (не менѣе 10 печ. листовъ) будетъ разослана безплатно тѣмъ только подписчикамъ, которые платятъ полностью (по 6 р.) не менѣе какъ за 2 экземпляра журнала. Вообще же для подписчиковъ, какъ обыкновенныхъ такъ и льготныхъ, цѣна на эти книжки будетъ понижена на 20% сравнительно съ цѣною ихъ въ продажѣ.—Книга Боттона „Практическое руководство къ изготовленію электрическихъ приборовъ“, имѣвшая такой успѣхъ, на который мы даже не рассчитывали, будетъ выпущена въ 1890 г. вторымъ изданіемъ.

Всѣхъ сотрудниковъ нашихъ просимъ принять къ свѣдѣнію, что съ № 85-го мы, разъ на всегда, рѣшили исключить на страницахъ „Вѣстника“ употребленіе всякихъ другихъ мѣръ и вѣсовъ кромѣ метрическихъ. Давно пора распрощаться съ возлюбленными футами, аршинами, фунтами и пр., и намъ кажется, что починъ въ этой необходимой реформѣ долженъ быть сдѣланъ не столько сочиненіями специальными, сколько учебными и популярно-научными.

*) Запоздалая разсылка послѣднихъ двухъ номеровъ VII-го сем. и начальныхъ—VIII-го сем. была слѣдствіемъ пребыванія редактора въ С.-Петербургѣ съ 26-го дек. по 12 января.

Многіе изъ подписчиковъ хотѣли бы видѣть нашъ „Вѣстникъ“ журналомъ еженедѣльнымъ и совѣтуютъ намъ преобразовать его въ такомъ смыслѣ. Къ сожалѣнію, хотя мы и сами стремимся къ этому, не можемъ теперь еще общать такого ускореннаго выпуска №№, и въ 1890 г. „Вѣстникъ“, по прежнему, будетъ выходить брошюрами по 12 №№ въ полугодіе.

**) Окончаніе этой статьи займетъ мѣсто только въ двухъ номерахъ „Вѣстника“.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Киевъ, 30 Января 1890 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

Обложка
щется

Обложка
щется