

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

1 Августа

№. 301.

1901 г.

Содержаніе: Отъ редакціи. — Математика и біологія. А. Галлардо. — О при-
чинѣ полярныхъ сіяній. *Svante Arrhenius'a*. Переводъ Д. Шора. (Окончаніе). —
Опыты и приборы: Превращеніе тепловой энергіи въ звуковую. В. Оболенскаго.
Демонстрація аномальнаго расширенія воды. — Научная хроника: † Р. G. Taft.
J. Thomsen. Пожущее пламя вольтовой дуги. Медаль Лондонскаго Рентгенов-
скаго Общества. Наблюденія надъ скоростью качанія маятника въ экспедиціи
Нансена. Вѣковыя перемѣщенія магнитной оси земли. — Математическія ме-
лочи: Разысканіе центра тяжести трапеціи — Рецензіи: А. Нагль „Краткій
курсъ физики для самообученія“. Перевелъ М. А. Лихаревъ. Д. Шора. —
Задачи XXVI—XXVII. — Задачи для учащихся №№ 70—75 (4 серіи). — Рѣ-
шенія задачъ IX (4 сер.), (3 сер.) №№ 615, 653, (4 сер.) №№ 1, 5. — По-
правка. — Объявленія.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Въ № 283 „Вѣстника“ мы сообщили нашимъ читате-
лямъ, что съ октября прошлаго года въ редактированіи
журнала принимаетъ ближайшее участіе приватъ-доцентъ
мѣстнаго Университета В. Ф. Каганъ. Въ настоящее время
г. Каганъ утвержденъ въ званіи второго редактора „Вѣст-
ника Опытной Физики и Элементарной Математики“.

Математика и біологія.

А. Галлардо въ Буэнос-Айресп. *)

На первый взглядъ употребленіе методовъ точныхъ наукъ
для изученія біологическихъ вопросовъ кажется противорѣчіемъ
сущности дѣла, такъ какъ вопросы эти слишкомъ сложны, недо-
статочно опредѣлены, даже съ трудомъ поддаются точной фор-
мулировкѣ.

*) Настоящая статья должна была составить предметъ сообщенія на
Международномъ Математическомъ конгрессѣ въ Парижѣ въ августѣ про-
шлаго года. Но авторъ не могъ принять участія въ сѣздѣ и опубликовать
предполагавшійся докладъ въ первой книжкѣ „l'Enseignement Mathématique“
за текущій годъ. Мы помѣщаемъ здѣсь переводъ этой статьи. *Прим. Ред.*

Приложеніе математическихъ методовъ къ биологіи дѣйстви-
тельно вызвало много возраженій, и многіе ученые склонны
усматривать въ этомъ только одну „игру въ числа“.

Безспорно можно высказать, какъ замѣчаетъ Contagne въ
своемъ анализѣ работъ Pearson'a, много сомнѣній относительно
тѣхъ разсужденій, при помощи которыхъ стараются перейти отъ
положительныхъ и неоспоримыхъ результатовъ Математическаго
Анализа къ установленію фактовъ или законовъ биологіи. Чтобы
свести биологическіе вопросы къ задачамъ, допускающимъ мате-
матическое разрѣшеніе, нужно ихъ упростить допущеніемъ цѣ-
лаго ряда гипотезъ, имѣющихъ лишь большую или меньшую
вѣроятность.

Къ тому же самое незначительное отступленіе отъ дѣйстви-
тельности, допущенное въ началѣ въ угоду прямолинейнымъ не-
покладистымъ математическимъ разсужденіямъ, уже способно
вести къ абсурднымъ результатамъ; между тѣмъ какъ обыкно-
венное разсужденіе можетъ постоянно компенсировать погрѣшно-
сти точки отправленія, опираясь на каждомъ шагу на наблюде-
нія и опыты.

Опасность возрастаетъ еще оттого, что эти неправильныя
заключенія часто претендуютъ на непреложность безусловной
истины, потому что они выражаются математическими формула-
ми, къ которымъ мы привыкли относиться съ почтительнымъ
уваженіемъ.

Однако всѣ эти возраженія относятся, очевидно, не къ са-
мымъ методамъ, а къ способу ихъ примѣненія; естественно, ни-
какой приѣмъ не можетъ оказаться хорошимъ, если мы будемъ
дурно имъ пользоваться. Математика представляетъ собой уди-
вительный инструментъ; но она не можетъ дать больше того, что
вложено при ея примѣненіи, — и именно въ силу присущей ей
точности она должна быть примѣняема съ величайшимъ благо-
разуміемъ, съ величайшей осмотрительностью.

Приѣмы точныхъ наукъ и, въ частности, графическій методъ
даютъ возможность соединить въ компактномъ видѣ большое ко-
личество данныхъ и облегчаютъ вниманіе, даютъ возможность
уловить такіа соотношенія и частности, которыя безъ нихъ оста-
лись бы незамѣченными.

Поэтому я полагаю, что примѣненіе математики къ биологіи
законно, если только пользоваться ея методами съ надлежащимъ
благоразуміемъ.

Извѣстно, что методами теоріи сопротивленія матеріаловъ и
механикой пользовались для изученія формы костей и сочлене-
ній; принципами гидравлики — для опредѣленія формы кровяныхъ
сосудовъ и т. д. Roux и его школа механическаго развитія орга-
низмовъ, Cope и новые американскіе послѣдователи Ламарка — а
также многіе другіе ученые представляютъ примѣры такого рода
примѣненій математики, давно уже указанныя Fick'омъ.

Но я имѣю въ виду главнымъ образомъ обратить вниманіе
математиковъ на примѣненія къ изученію биологическихъ вопро-

совъ статистическихъ методовъ, которые составляютъ уже въ настоящее время важную отрасль биологiи—такъ называемую *биостатистику*.

Первые шаги въ этомъ направленiи были сдѣланы еще Quételet и Galton'омъ въ области антропологiи; въ настоящее время эти методы примѣняются къ изученiю видоизмѣненiй и соотношенiй характеровъ, влiянiя среды, наслѣдственности, эволюцiи живыхъ существъ, какъ животныхъ, такъ и растительныхъ.

Было бы слишкомъ долго приводить здѣсь перечень всѣхъ статей, относящихся къ биостатистикѣ (ихъ имѣется около 150); списокъ ихъ можно найти въ сочиненiяхъ Duncker'a и Ludvig'a. Я приведу здѣсь только имена лицъ, наиболѣе успѣшно занимавшихся этими вопросами; антропологовъ я при этомъ оставляю въ сторонѣ.

Въ Англiи, въ области зоологической статистики работаютъ Bateson, Thompson, Ternon, Warren, Weldon и въ особенности Pearson, которому мы обязаны наибольшими успѣхами математическаго метода; кромѣ того Pledga пользовался тѣми же приемами въ области ботаники.

Въ Германiи слѣдуетъ назвать зоологовъ Duncker'a, даваго элементарное изложенiе вопроса, и Heinke, — ботаниковъ W. Haacke, Jont'a, Vochting'a и Weisse. Ludwig много работалъ въ этой области; онъ нашелъ, что большая часть переменныхъ особенностей растений слѣдуетъ ряду Fibonacci

$$(\dots +8, -5, +3, -2, +1, -1, 0, 1)$$

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 \dots$$

который математики называютъ рядомъ Gerhardt'a или рядомъ Lamé. Въ Соединенныхъ Штатахъ мы находимъ Blaaukinship'a, Brewster'a, Bullard'a, Bumpus'a, Davenport'a, написавшаго по этому предмету очень практичную элементарную книгу, зоолога Firid'a и ботаника Lucas'a.

Основателемъ метода изученiя нормальной вариаци и биостатистики въ ботаникѣ является извѣстный директоръ ботаническаго сада въ Амстердамѣ H. de Vries, который нашелъ себѣ въ Голландiи и въ Бельгiи послѣдователей—Bruyker'a, Mac Leod, Vandeverde'a и Verschaffelt'a.

Въ Швейцарiи Amann написалъ по французски работу о вариаци въ растительномъ царствѣ, а во Францiи Contagne и профессоръ Giard писали о вариаци въ области зоологiи.

Въ общемъ, статистическiй методъ изученiя вариаций заключается въ измѣренiи нѣкотораго переменнаго свойства и въ обработкѣ полученныхъ этимъ путемъ численныхъ данныхъ способами, выработанными теорiей вѣроятностей. Числа располагаются въ ряды, а затѣмъ одинаковыя значенiя соединяются въ одинъ классъ. Число одинаковыхъ величинъ, входящихъ въ составъ

класса, называются *степеню повторяемости* (*fréquence*) класса. Для графическаго изображенія на оси абсциссъ откладываются *классы*, т. е. отрѣзки, пропорціональныя тѣмъ значеніямъ, изъ которыхъ составляется классъ; на оси ординатъ откладываются отрѣзки пропорціональныя *степенямъ повторяемости* класса. Соединяя послѣдовательныя оконечности ординатъ, мы получаемъ такъ называемый *эмпирический многоугольникъ*, соответствующій изучаемому свойству. Съ помощью этого многоугольника можно получить *кривую вариаций*, принадлежащую изучаемому свойству. Эту кривую называютъ также *синоптикой Contagne'a* или въ честь Galton'a *Гальтоніевой кривой*.

Математическое изученіе этихъ кривыхъ было значительно подвинуто впередъ трудами Pearson'a.

Эти кривыя могутъ быть раздѣлены на различныя категоріи. *Нормальной кривой вариаций* принято называть кривую, симметрично и неопредѣленно простирающуюся въ обѣ стороны, ординаты которой слѣдуютъ закону разложенія бинома Ньютона, если члены бинома равны между собой. Нормальная кривая выражаетъ равенство вѣроятностей; Contagne называетъ ее *теоретической* (τοῦ ὀρίσματος, — наблюдение), потому что она слѣдуетъ закону вѣроятностей случайныхъ ошибокъ.

Когда члены бинома различны, мы получаемъ другія биноміальныя кривыя, асимметрическія, но всегда *простыя* (по Bateson'у *мономорфныя*), т. е. имѣющія, какъ и нормальная кривая, только одну вершину.

Бываютъ кривыя другого рода, ограниченныя съ одной или съ обѣихъ сторонъ, симметричныя или несимметричныя. Нѣкоторыя изъ нихъ имѣютъ видъ половины биноміальной кривой (*половинныя кривыя Vriès'a*, *гемиморфныя кривыя Bateson'a*).

Другія синоптическія кривыя, хотя и кажутся простыми, должны быть разсматриваемы, какъ составленныя изъ нѣсколькихъ простыхъ кривыхъ (*сложныя кривыя*, *кривыя Ludwig'a*). Pearson указалъ способъ разложенія, такихъ кривыхъ, когда онѣ составлены изъ нѣсколькихъ простыхъ кривыхъ; но способъ этотъ мало практиченъ.

Сложныя кривыя имѣютъ удлиненную вершину, а при увеличеніи числа ординатъ или классовъ у нихъ обыкновенно появляется двѣ вершины или даже больше. Мы приходимъ наконецъ къ категоріи *мультимодальныхъ* кривыхъ, имѣющихъ нѣсколько вершинъ (*плеоморфныя кривыя Bateson'a*). Число вершинъ у кривыхъ этой категоріи иногда бываетъ очень велико; Людвигъ предлагаетъ обозначить ихъ греческими буквами α , β , γ по степени ихъ важности.

Не всегда бываетъ легко опредѣлить, къ которой категоріи принадлежитъ данная кривая. Обыкновенно, если она мало отличается отъ нормальной кривой, ее принимаютъ за таковую. Имѣ-

ются формулы, съ помощью которыхъ опредѣляютъ, какія кривыя могутъ быть приближенно приняты за нормальныя.

Найдены также выраженія или *указатели измѣняемости* (*indices de variabilité*), помощью которыхъ характеризуется измѣняемость свойства, кривую варіаціи котораго мы знаемъ.

Чаще всего употребляется для этой цѣли корень квадратный изъ средняго значенія квадрата девиаціи, выражаемый формулой

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{n}};$$

n означаетъ число всѣхъ произведенныхъ для данного свойства опредѣлений;

x „ девиацію отъ медианы (т. е. абсциссы центра кривой)

f „ степень повторяемости.

Pearson и Wargen пользуются нѣсколько инымъ выраженіемъ; первый изъ нихъ и Brewster предложили употреблять *коэффициентъ измѣняемости*, который получается, если раздѣлимъ *указатель измѣняемости* (ϵ) на значеніе медианы и частное помножимъ на 100. Коэффициентъ измѣняемости представляетъ то преимущество, что онъ выражается отвлеченнымъ числомъ, между тѣмъ какъ указатель измѣняемости есть число именованное, выражающееся въ тѣхъ же единицахъ, въ какихъ выражаются значенія классовъ.

Найдено большое количество формулъ, которыя употребляются при изученіи соотношеній, наслѣдственности, эволюціи и т. д., но простое перечисленіе этихъ формулъ вывело бы насъ за предѣлы настоящаго сообщенія.

Я обращаю также вниманіе математиковъ на наиболѣе чувствительныя пробѣлы статистическаго метода; по Danker'у они заключаются, главнымъ образомъ, въ отсутствіи удобныхъ приемовъ опредѣленія и аналитическаго изслѣдованія сложныхъ кривыхъ и въ тѣхъ трудностяхъ, которыя представляетъ изслѣдованіе соотношенія между коэффициентомъ, о которомъ шла рѣчь выше, и соответствующей кривой.

Мы должны надѣяться, что осмотрительное примѣненіе этихъ новыхъ методовъ изученія задачъ варіаціи, наслѣдственности, эволюціи—придастъ этимъ вопросамъ большую точность и чисто научный характеръ, ибо—какъ говорить Лордъ Кельвинъ (Sir William Thompson)—„мы знаемъ явленіе хорошо только въ томъ случаѣ, если умѣемъ выразить его числомъ“.

О причинѣ полярныхъ сіяній.

Scante Arrhenius'a.

Переводъ съ нѣмецкаго Д. Шора.

(Окончаніе *).

Съ изложенными воззрѣніями также хорошо согласуются явленія земного магнетизма. Ежедневныя варіаціи земного магнетизма, согласно статьѣ *v. Bezold'a* ³³⁾, могутъ быть лучше всего представлены слѣдующимъ образомъ. На освѣщенной солнцемъ половинѣ земли образуются два центра—одинъ сѣверный другой южный, приблизительно подъ 40^0 сѣверной и южной широтъ, въ мѣстахъ наибольшей инсоляціи (гдѣ солнечное время—приблизительно 11 часовъ по полудни). Сѣверный центръ сильнѣе выраженъ, если склоненіе солнца сѣверное, и наоборотъ, если оно южное. Къ сѣверному центру указываетъ сѣверный конецъ магнитной стрѣлки, къ южному—южный, если разсматривать только то магнитное поле, которое представляетъ ежедневное измѣненіе магнетизма. Если мы вспомнимъ, что слои атмосферы заряжены положительно, то станетъ яснымъ, что названное направленіе магнитной стрѣлки должно непременно возникнуть, если принять, что отъ дѣйствія солнца возникаютъ два циклона—одинъ сѣверный, другой южный—надъ мѣстами сильнѣйшей инсоляціи. Въ этихъ циклонахъ вѣтры, какъ обыкновенно, обращаются на сѣверномъ полушаріи обратно часовой стрѣлкѣ, на южномъ, напротивъ того, по часовой стрѣлкѣ. На ряду съ сильными циклонами на солнечной сторонѣ, существуютъ на тѣневой сторонѣ двѣ системы болѣе различныхъ антициклоновъ, въ которыхъ направленіе вѣтровъ обратное, а потому магнитная стрѣлка направлена здѣсь обратно. Существованіе этихъ циклоновъ и антициклоновъ до сихъ поръ еще не было непосредственно доказано; это доказательство, вѣроятно, будетъ найдено въ ходѣ высокихъ и въ особенности высочайшихъ облаковъ. Но такъ какъ поглощеніе солнечныхъ лучей въ атмосферѣ должно вызвать такую циркуляцію, если ничто не мѣшаетъ ея образованію, и такъ какъ варіація земного магнетизма въ такомъ случаѣ безъ труда понятна, то я убѣжденъ, что это распредѣленіе вѣтровъ будетъ доказано, коль скоро мы будемъ обладать достаточнымъ статистическимъ матерьяломъ для того, чтобы судить о ежедневныхъ измѣненіяхъ въ движеніи верхнихъ слоевъ атмосферы.

*) См. № 300 „Вѣстника“. Къ сожалѣнію намъ не удалось закончить эту статью въ истекшемъ семестрѣ. Новые подписчики, которые напишутъ въ редакцію, получать оттискъ статьи.

33) *von Bezold: Über Erdmagnetismus, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 32, 1899. Sitzber. d. Berl. Ak., 1897. 444.*

Въ годы большого числа солнечныхъ пятенъ положительный зарядъ солнца будетъ, понятно, больше, чѣмъ обыкновенно, т. е. ежедневный ходъ магнитной стрѣлки будетъ имѣть большую амплитуду, чѣмъ всегда.

Вернемся теперь къ заряденію и разряженію виѣшнихъ слоевъ атмосферы. Заряженіе происходитъ днемъ, разряженіе—, если зарядъ былъ достаточно великъ, по преимуществу по полуночи. Зарядъ сильнѣе всего тамъ, гдѣ солнце стояло днемъ выше всего. И разрядъ долженъ быть тамъ всего сильнѣе, отчасти вслѣдствіе сильнаго заряда, отчасти вслѣдствіе ультрафіолетовыхъ лучей, способствующихъ ему. Разряженныя частички будутъ во-первыхъ, отброшены землею, а во-вторыхъ—солнечными лучами. Первое движеніе будетъ направлено вдоль земного радіуса, второе—вдоль прямой линіи, соединяющей солнце съ землею, т. е. въ плоскости эклиптики. Если разсматривать изъ виѣшняго пространства, должно казаться, что отъ земли исходитъ снопъ лучей; лучи лежатъ гуще всего между кругами оборота, и направленіе ихъ въ плоскости эклиптики падаетъ въ тѣневую сторону земли. Этотъ снопъ долженъ быть больше на вечерней сторонѣ, чѣмъ на утренней.

Совершенно такъ обстоитъ дѣло съ зодіакальнымъ свѣтомъ. Такое объясненіе этого явленія есть, до извѣстной степени, повтореніе другими словами объясненія даннаго *Förster'*омъ³⁴⁾, основаннаго на аналогіи между зодіакальнымъ свѣтомъ и хвостами кометъ. Зодіакальный свѣтъ есть, по этому объясненію, какъ бы двойной хвостъ земли, который связанъ съ экваторіальною областью и распространяется по направленію отъ солнца.

Это свѣтовое явленіе распространяется въ обѣ стороны въ плоскости эклиптики къ ночной сторонѣ земли, гдѣ обѣ вѣтви какъ будто соединяются съ отраженіемъ (см. выше).

Совершенно иное должно происходить на лунѣ. Такъ какъ она вовсе не обладаетъ атмосферою, то ея зарядъ распространяется по всей поверхности, и исходящія изъ нея разряжающія частички должны окружать ее хвостомъ, развитымъ одинаково во всѣ стороны. Слѣдуетъ замѣтить, что эту космическую пыль, окружающую луну, можно наблюдать при лунномъ затмѣніи, когда тѣнь, падающая отъ земли, видна на небольшомъ пространствѣ внѣ диска луны³⁵⁾.

Можно задаться вопросомъ, что будетъ со всѣми этими отрицательно заряженными частичками, летящими прочь отъ солнца. Нѣкоторыя изъ нихъ падаютъ обратно на солнце, другія же навсегда потеряны для этого небеснаго тѣла. Тогда онѣ начинаютъ странствовать по безконечному міровому пространству, пока не встрѣтятъ либо другія подобныя же частички, происходящія отъ

³⁴⁾ *Förster*: Himmel und Erde, 1, 228 и 691, 1884.

³⁵⁾ *Förster*: l. c. .

солнца или другихъ звѣздъ, либо пока не натолкнутся на какое нибудь небесное тѣло. Въ первомъ случаѣ онѣ сольются, такъ какъ отъ толчка разовьется тепло и онѣ расплавятся, а затѣмъ въ силу капиллярности не будутъ въ состояніи распасться. Такимъ образомъ могутъ, въ концѣ концовъ, скопиться значительныя по величинѣ массы. Но если бы онѣ не были въ состояніи потерять какимъ-нибудь образомъ свое электричество, то такое накопленіе достигло бы скоро нѣкотораго предѣла. Но такъ какъ самосвѣтлѣніе небесныя тѣла испускаютъ ультрафіолетовые лучи, то разрядъ происходитъ безъ труда. Вслѣдствіе этого возникнетъ слѣдующее: заряженныя частицы будутъ концентрироваться, отталкивая меньшія частички съ меньшими зарядами. Первые слившіяся частицы образуютъ центры притяженія, и собираютъ все больше и больше матеріи. Ихъ составъ будетъ очень разнороденъ, а строеніе — губчатое; различныя частички находятся въ такомъ состояніи, какъ будто онѣ переведены изъ газообразнаго состоянія, что на самомъ дѣлѣ справедливо относительно каждой въ отдѣльности. Это, по описаніямъ „Nordenskiöld'a ³⁶⁾ и Daubrée ³⁷⁾, вполне совпадаетъ съ свойствами накалинныхъ метеоритовъ, равно какъ и большинства желѣзныхъ метеоритовъ, которые приходятъ въ нашу солнечную систему изъ безконечной дали.

Другимъ способомъ объяснить возникновеніе метеоритовъ было бы трудно. Ихъ составъ очень походитъ на составъ вулканическихъ продуктовъ, идущихъ изъ большой глубины ³⁸⁾. Это доказываетъ, что земля составлена точно такъ же, какъ вселенная вообще или, вѣрнѣе, какъ солнца вселенной, ибо частички метеоритовъ происходятъ первоначально отъ нихъ.

Другая часть этихъ частичекъ попадаетъ на другія небесныя тѣла; и такимъ образомъ между небесными тѣлами существуетъ постоянный обмѣнъ составныхъ частей, который хотя и кажется незначительнымъ, могъ въ теченіе вѣковъ сгладить можетъ-быть существовавшія различія въ составѣ ихъ. При этомъ эти частички, понятно, приносятъ къ этимъ небеснымъ тѣламъ отрицательное электричество. Поэтому на солнцѣ электрическія явленія — таковы-же, какъ на землѣ: внутреннее тѣло обладаетъ отрицательнымъ зарядомъ вслѣдствіе паденія внизъ отрицательно-заряженныхъ частичекъ; окружающая же масса газа столь сильно заряжена положительно, что компенсируетъ совершенно дѣйствіе

³⁶⁾ Nordenskiöld: Studier och förökningar 181, Stockholm 1883. „Все указываетъ на то, что эти космическія массы желѣза образовались такимъ образомъ, что атомъ за атомомъ желѣза, никкеля, фосфора и т. д. собирались во вселенной“. То же справедливо и относительно большей части каменныхъ метеоритовъ: „Камень столь пористъ и рыхлъ, что можетъ служить для фильтра, и распадается въ пыль подъ давленіемъ пальцевъ“.

³⁷⁾ Daubrée, Comptes Rendus 96, 345, 1892.

³⁸⁾ См. E. Reyer, Theoretische Geologie, 227—232, Stuttgart, 1898.

отрицательнаго заряда внутренней поверхности; виѣ же солнца и его атмосферы въ мировомъ пространствѣ летаютъ отрицательно-заряженныя частички.

Изъ всѣхъ небесныхъ тѣлъ наиболѣе распространенныя это туманности; очень вѣроятно, что въ любомъ направленіи лежитъ туманность. Поэтому онѣ въ высшей степени хорошо приспособлены для того, чтобы ловить отрицательно-заряженныя частички. Это обстоятельство объясняется одно, безъ того непонятное, явленіе. Туманности состоятъ изъ очень разрѣженнаго вещества, которое даетъ спектръ газа, содержащій, главнымъ образомъ, линіи водорода, азота (?) и гелія, а, кромѣ того, еще линію неизвѣстнаго происхожденія. Такъ какъ туманности обладаютъ громадными размѣрами, то нужно допустить, что дѣйствіе тяжести въ нихъ очень слабо; и для удержанія вещества туманности, а въ особенности ея внѣшнихъ частей, отъ распада не хватило бы силы. Если бы газы туманностей были раскалены, т. е. обладали бы, по меньшей мѣрѣ, температурою въ 5000°C , то дѣйствіе тяжести не могло бы противостоятъ силѣ расширенія газовъ, и они разошлись бы и диффундировали въ безконечное пространство. Такимъ образомъ нужно предположить, что вещество туманностей, въ особенности во внѣшнихъ частяхъ, обладаетъ очень низкой температурой, которая мало отличается отъ абсолютнаго нуля. Нѣкоторые астрофизики допускаютъ это. Но при такихъ обстоятельствахъ туманности не могутъ свѣтиться. Если же заряженныя электричествомъ частички проникаютъ въ ихъ массу, то отъ возникшихъ при этомъ разрядахъ, онѣ свѣтятся. Низкая температура не представляетъ препятствія этому; наоборотъ, опыты, произведенные недавно г. *J. Stark'ом*³⁹⁾, показываютъ, что электрическое свѣченіе газа тѣмъ интенсивнѣе, чѣмъ ниже его температура.

Этимъ объясняется еще одно обстоятельство, именно тотъ фактъ, что туманности свѣтятся только тѣмъ свѣтомъ, который соответствуетъ легчайшимъ газамъ, соответственно этому легче всего приводимымъ въ состояніе свѣченія электрическими колебаніями. Легчайшія газы подъ дѣйствіемъ силы тяжести собираются во внѣшнихъ слояхъ туманностей, а болѣе тяжелые концентрируются во внутреннихъ частяхъ. И только во внѣшнія части попадаютъ блуждающія, отрицательно-заряженныя частички, точно такъ же, какъ это происходитъ во внѣшнихъ слояхъ нашей атмосферы. Прежде предполагали, что для объясненія того факта, что въ спектрахъ туманностей встрѣчаются только линіи водорода — тогда не были извѣстны линіи гелія —, можно сдѣлать слѣдующее допущеніе: подъ чрезвычайно слабымъ давленіемъ всѣ тѣла распадаются на водородъ и его составныя части. Эта гипотеза не подтверждается ни однимъ другимъ явленіемъ, а химическія изслѣдованія вполне противорѣчатъ ей. Кромѣ того, нѣтъ основанія предполагать, что въ составъ туманностей входятъ только эти немногія химическія тѣла.

³⁹⁾ *J. Stark*, "Ann." d. Physik., (4), 1, 424, 1900.

Данное выше объясненіе разрѣшаетъ самымъ простымъ образомъ эту трудность; мы предполагаемъ, что только (или, по крайней мѣрѣ, по преимуществу) внѣшнія части туманностей испускаютъ свѣтъ. Это хорошо согласуется съ описаніемъ внѣшняго вида туманностей, такъ какъ не тѣ мѣста свѣтятся сильнѣе всего, по формѣ которыхъ можно было бы предполагать, что онѣ состоятъ изъ самыхъ толстыхъ слоевъ газа, а края ихъ. Какъ примѣры можно привести планетарныя и кольцеобразныя туманности.

Конечно, эти маленькія частички могутъ постепенно скопиться и образовать болѣе крупныя центры, или метеориты проникнуть въ туманность, и это даетъ начало для центровъ конденсаціи, отъ чего туманность постепенно разовьется въ звѣздную кучу.

Развитіе выше взгляды имѣютъ во многихъ отношеніяхъ сходство съ гипотезой, высказанной тому назадъ 170 лѣтъ De Mairan'омъ, по которой полярныя сіянія происходятъ отъ космической пыли; это-же при другихъ условіяхъ даетъ зодіакальный свѣтъ. Но онъ полагалъ, что эта пыль кольцомъ вращается вокругъ солнца, а не излучается вдоль радіусовъ. Онъ не придерживался также воззрѣнія, что эта пыль заряжена электричествомъ, и старался объяснить (электрическія и) магнитныя дѣйствія сѣверныхъ сіяній другимъ путемъ. Это совпаденіе давно оставленнаго взгляда De Mairan'a съ приведеннымъ выше показываетъ все-таки, что въ основѣ его взгляда лежало вѣрное объясненіе наблюденій; это часто бываетъ съ воззрѣніями, которыя считаются устарѣлыми. И во многихъ другихъ отношеніяхъ приведенный выше взглядъ напоминаетъ старыя, теперь оставленныя гипотезы, которыя частью были основаны на вѣрныхъ наблюденіяхъ.

ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

Превращеніе тепловой энергіи въ звуковую.

Профессоръ Н. Пильчиковъ въ весеннемъ полугодіи 1901-го года показывалъ для демонстраціи курса теплоты рядъ новыхъ опытовъ, частью заимствованныхъ, частью придуманныхъ имъ самимъ и изготовленныхъ въ Измѣрительной лабораторіи при моемъ содѣйствіи. Съ любезнаго разрѣшенія г. Пильчикова я опишу здѣсь нѣкоторые изъ этихъ опытовъ, которые, по моему мнѣнію, имѣютъ значительный интересъ не только въ университетскомъ курсѣ, но и въ средней школѣ.

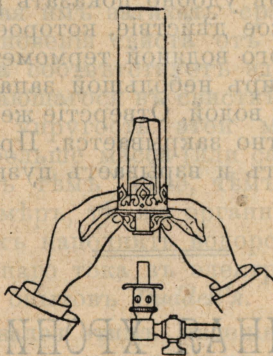
Слѣдующій эффектный опытъ превращенія тепла въ звукъ, хотя описанъ уже нѣсколько лѣтъ тому назадъ, очень мало извѣстенъ. Между тѣмъ онъ очень удобенъ для демонстраціи превращенія энергіи.

Приготавливаемъ около десятка кружковъ изъ желѣзной рѣд-кой сѣтки, величиною каждый въ мѣдный пятакъ. Эти кружки насадимъ плотно одинъ за другимъ на желѣзный стержень; нагрѣмъ эти кружки до краснаго каленія и внесемъ ихъ въ вертикальную стеклянную трубку (до 1 метра длины и такой ширины, чтобы кружки входили довольно свободно). Черезъ нѣсколько секундъ трубка станетъ издавать громкій звукъ, происходящій отъ колебаній воздушнаго столба, вызванный притокомъ тепла. Звукъ длится около $1\frac{1}{2}$ минуты. Передвигая стерженекъ внутри трубки, мы будемъ замѣчать въ нѣкоторыхъ мѣстахъ усиленіе звука, а въ другихъ почти полное замираніе. Зная число колебаній получаемаго тона, можно опредѣлить скорость распростра-ненія звука въ воздухъ. *)

*Лаборантъ Измѣрительной Лабораторіи
В. Оболенскій.*

Аналогичный опытъ описанъ Н. Rebenstorff'омъ въ 4-ой книжкѣ журнала „Zeitschrift f. d. Physikalischen und Chemischen Unterricht“ за истекшій годъ.

Взявъ верхнюю часть обыкновенной Ауэровской горѣлки за оправу, подымаемъ ее вмѣстѣ съ цилиндромъ (фиг. 1) такъ, чтобы



Фиг. 1.

нижнее отверстіе головки находилось прямо надъ отверстіемъ под-ставки въ разстояніи отъ 3—5 сантиметровъ отъ нея. При над-лежащей высотѣ поднятія раздается рѣзкій звукъ, напоминающій свистокъ паровой машины.

Нужно только проявить надлежащую осторожность, чтобы пламя не обожгло руки въ случаѣ, если оно заскочитъ внутрь горѣлки.

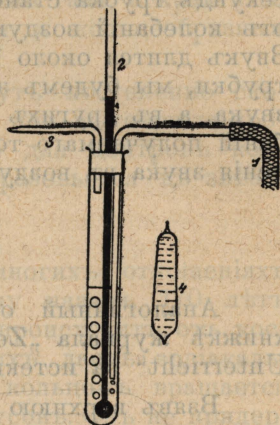
Ред.

*) Описаніе остальныхъ опытовъ будетъ помѣщено въ ближайшихъ номерахъ по изготовленіи соответствующихъ клише. *Ред.*

Демонстрація аномального расширення воды.

Въ той же тетради названнаго журнала тѣмъ же авторомъ описанъ слѣдующій опытъ, очень удобный для демонстраціи аномальнаго расширення воды.

Въ пробкѣ (фиг. 2), плотно закрывающей пробирку, наполненную выше половины ээиромъ, продѣланы три отверстія; чрезъ одно отверстие проходитъ открытый водяной термометръ (2), а чрезъ два другихъ колѣнчатая трубки, изъ которыхъ одна (3) оканчивается у самой пробки, а другая (1) опускается почти до дна пробирки. Последняя трубка соединяется съ газопроводомъ. Свѣтильный газъ увлекаетъ съ собой пары ээира и выходитъ черезъ отверстие трубки (3), гдѣ его зажигаютъ для усиленія тяги. Отъ испаренія ээира наступаетъ охлажденіе, вслѣдствіе чего вода въ термометрѣ сначала понижается, затѣмъ останавливается и наконецъ начинаетъ вновь повышаться.



Фиг. 2.

На томъ же приборѣ удобно показать расширеніе воды при замерзаніи и механическое дѣйствіе, которое это расширеніе способно вызывать. Для этого водяной термометръ вынимается, вмѣсто него вводится въ ээиръ небольшой запаянный стеклянной пузырьекъ (4), наполненный водой. Отверстіе же, черезъ которое проходитъ термометръ, плотно закрывается. При быстромъ охлажденіи ээира вода замерзаетъ и взрываетъ пузырьекъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

† Р. G. Tait. 4 іюля въ Лондонѣ скончался *Peter Guthrie Tait*, извѣстный англійскій физикъ. Покойный родился въ 1831 году въ Дэлькьютѣ. Сперва онъ былъ профессоромъ въ Вельфастѣ, а затѣмъ занялъ кеедру натуральной философіи въ Эдинбургѣ. Изъ его трудовъ упомянемъ классическую механику, составленную имъ вмѣстѣ съ *William'омъ Thomson'омъ* („*Treatise on Natural Philosophy*“ by *Sir William Thomson and Peter Guthrie Tait*).

J. Thomsen. Знаменитый датскій химикъ *Julius Thomsen* прекратилъ свою дѣятельность въ качествѣ директора Копенгагенскаго политехникума. Въ области электрохиміи онъ, на ряду съ

французомъ *Berthelot*, первый авторитетъ. *Thomsen*'у 75 лѣтъ и увеличивающаяся слабость вынудила его оставить педагогическую дѣятельность. Онъ президентъ Копенгагенской Академіи Наукъ.

Поющее пламя вольтовой дуги. Мы уже сообщали въ „Вѣстникъ“ объ вышеназванномъ открытіи. Въ настоящее время мы въ состояніи сообщить болѣе подробно о немъ, благодаря статьѣ *Dr. Limon'a*. (Фракфуртъ на Майнѣ), посвященной этому явленію. По словамъ его, это изобрѣтеніе принадлежитъ англійскому электрику *W. Duddell*'у, описавшему его подробно въ декабрѣ 1900 года въ журналѣ „*The Electrician*“.

Если отъ обоихъ электродовъ вольтовой дуги первичнаго тока отвести токъ, который проходилъ бы черезъ катушку и конденсаторъ, то въ этой вѣтви при извѣстныхъ условіяхъ возникаютъ электрическія колебанія. Это явленіе извѣстно уже давно и сущность его можно описать слѣдующимъ образомъ: самоиндукція катушки придаетъ току инертность по отношенію къ измѣненіямъ его, конденсаторъ же сообщаетъ ему какъ бы упругость. Аналогичное явленіе происходитъ при столкновеніи двухъ тяжелыхъ, легко катящихся желѣзнодорожныхъ вагоновъ соединенныхъ пружинами буферовъ: они также будутъ колебаться.— Понятно, что колебанія зависятъ отъ емкости конденсатора и самоиндукціи катушки.

Duddell открылъ, что пламя вольтовой дуги поддерживаетъ эти колебанія, не давая имъ затихать сразу. Это явленіе аналогично явленію возникновенія свиста отъ равномернаго тока воздуха; язычекъ свистка соотвѣтствуетъ здѣсь пламени вольтовой дуги, инерція заключающагося въ свисткѣ воздуха—самоиндукція катушки, и наконецъ упругость этой массы воздуха—емкости конденсатора. Чѣмъ больше масса (или самоиндукція), тѣмъ ниже тонъ; точно также онъ тѣмъ ниже, чѣмъ больше сжимаемость (или емкость). Напримѣръ, тѣ же органныя трубы даютъ болѣе высокіе тоны, если ихъ наполнить водородомъ. Въ этомъ то преобразованіи равномернаго тока въ электрическія колебанія и состоитъ существенное опытовъ *Duddell*'а.

Limon воспользовался этимъ явленіемъ для воспроизведенія звуковъ, послѣдніе возникаютъ, понятно, тогда, когда числа колебаній соотвѣтствуютъ звуковымъ. При помощи особой клавиатуры можно, мѣняя емкость конденсатора и самоиндукцію катушки, воспроизводить музыкальныя пьесы. Также можно мѣнять самоиндукцію, вытягивая катушку, при чемъ получается родъ гармоникъ. Надо замѣтить, что звуки, издаваемые пламенемъ, въ высшей степени не музыкальны.

Медаль Лондонскаго Рентгеновскаго Общества. Лондонское Рентгеновское Общество присудило золотую медаль за изготовленіе лучшей трубки для X-лучей фирмѣ *C. H. F. Müller* изъ Гамбурга. На публичное состязаніе поступило 28 трубокъ, изъ коихъ 5 англійскихъ фабрикъ, 8 американскихъ, 15 нѣмецкихъ. Трубка *Müller*'а стоитъ 18,50 марокъ.

Наблюденія надъ скоростью качанія маятника въ экспедиціи Нансена. Между многочисленными научными наблюденіями, которыя производились во время полярной экспедиціи Ф. Нансена, важное мѣсто занимаютъ наблюденія надъ скоростью качанія маятника съ цѣлью установленія величины ускоренія силы тяжести въ верхнихъ широтахъ. Въ настоящее время опубликованы результаты этихъ наблюденій. Наблюденія эти производилъ капитанъ Scott Haausen. Только два наблюденія были произведены на материкѣ; остальные были произведены на льду, на которомъ экспедиція носилась по океану. Не входя въ изложеніе подробностей и не приводя многочисленныхъ цифровыхъ данныхъ, укажемъ самое существенное, что даютъ эти наблюденія.

Въ настоящее время значеніе ускоренія силы тяжести на различныхъ широтахъ вычисляется обыкновенно при помощи слѣдующей эмпирической формулы, принадлежащей Helmholtz:

$$g_{\varphi} = 9,780(1 + 0,00531 \sin^2 \varphi),$$

гдѣ φ широта мѣста. По этой формулѣ ускореніе силы тяжести на широтѣ въ 85° равно 9,83154 m. Обработка же результатовъ наблюденій въ экспедиціи даетъ для того же ускоренія 9,83147 m, т. е. отличается отъ вычисленнаго значенія только на 0,00007 m. Такое совпаденіе вычисленія съ наблюденіемъ представляется въ данномъ случаѣ тѣмъ болѣе замѣчательнымъ, что эмпирическая формула здѣсь *экстронизируется*, т. е. примѣняется къ весьма высокимъ широтамъ, тогда какъ наблюденія, на основаніи которыхъ формула построена, относятся въ огромномъ большинствѣ къ гораздо болѣе низкимъ широтамъ.

Вѣковыя перемѣщенія магнитной оси земли. Изслѣдованія вѣковыхъ измѣненій земного магнетизма въ высшей степени затрудняются тѣмъ обстоятельствомъ, что мы имѣемъ ничтожныя свѣдѣнія объ абсолютномъ значеніи магнитнаго поля въ истекшія эпохи. Но это препятствіе не имѣетъ мѣста, когда рѣчь идетъ о вѣковыхъ измѣненіяхъ въ положеніи земной оси. Они могутъ быть вычислены на основаніи однихъ только измѣненій склоненія магнитной стрѣлки, если мы только имѣемъ точныя наблюденія, произведенныя въ достаточномъ числѣ пунктовъ. Такими наблюденіями мы дѣйствительно владѣемъ. Мы имѣемъ карты склоненія за 1500, 1550, 1600, 1650 и 1700 гг.

Магнитные меридіаны всѣхъ точекъ земной поверхности не пересекаются въ одной и той же точкѣ въ каждомъ полушаріи. Но можно указать точку, среднее разстояніе которой отъ всѣхъ меридіановъ имѣетъ наименьшее значеніе. (То же W. van Bessel опредѣляетъ эту точку такимъ образомъ: если спроектировать какъ эту точку, такъ и всѣ меридіаны на какую-либо касательную плоскость къ земной поверхности, то сумма квадратовъ разстояній проекціи этой точки отъ проекцій меридіановъ есть *minimum*). Эта точка и принимается за точку выходженія оси.

На основаніи вышеупомянутыхъ картъ, Bessel вычисляетъ осевую точку сначала для каждой параллели; положенія осевой точки, соответствующія различнымъ параллелямъ не вполне совпадаютъ, а потому Bessel вычисляетъ способомъ наименьшихъ квадратовъ наиболѣе вѣроятное положеніе ея. Для 1885 г. напр. получены слѣдующія координаты точки выходенія оси (λ долготы, φ широты),

Bessel получилъ $\lambda = 68^{\circ}53'$ $\varphi = 78^{\circ}02'$

Neumayer „ $\lambda = 67^{\circ}17'$ $\varphi = 78^{\circ}20'$

Schmidt „ $\lambda = 68^{\circ}30'$ $\varphi = 78^{\circ}34'$.

Кромѣ 1885 г. указаннымъ способомъ были сдѣланы вычисления за 1600, 1650, 1700, 1770, и 1842—1845 гг. Это даетъ возможность нанести правильный путь вѣкового перемѣщенія магнитной оси.

Этотъ путь Bessel сопоставляетъ съ такъ называемыми „послѣпертурбаціонными меридіанами“ — („Nachstörungenmeridiane“). Подъ „послѣпертурбаціоннымъ періодомъ“ („Nachstörung“) разумѣютъ спокойное состояніе, наступающее послѣ магнитной бури. Ходъ варіацій земного магнетизма до и послѣ бури не отличаются другъ отъ друга, но абсолютныя значенія магнитныхъ элементовъ получаютъ нарощеніе (положительное или отрицательное), которое сглаживается весьма медленно. Bessel рассматриваетъ эти „послѣпертурбаціонныя измѣненія, какъ временныя перемѣщенія магнитной оси“. Онъ полагаетъ, что указываемый Норденшильдомъ полюсъ сѣверныхъ сіяній совпадаетъ съ полюсомъ этихъ пертурбацій. Выводъ къ которому приходитъ Bessel заключается въ томъ, что магнитная ось въ вѣковомъ своемъ перемѣщеніи повидимому обходитъ вокругъ полюса сѣверныхъ сіяній.

Интересно еще слѣдующее обстоятельство: Bessel приходитъ къ заключенію, что на положеніе оси имѣютъ вліяніе метеорологическія явленія. (Physikalische Zeitschrift 31).

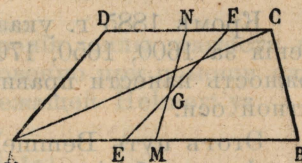
МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Разысканіе центра тяжести трапеціи.

Въ послѣдней тетради „Journal de Mathématiques élémentaires (Vuibert'a) профессоръ лицея въ Марсели А. Soulard предлагаетъ простой выводъ положенія центра тяжести трапеціи. Принципъ, на которомъ основывается этотъ выводъ заключается въ слѣдующемъ. Если мы имѣемъ однородный треугольникъ ABC, масса котораго равна p , и въ его вершинахъ сосредоточимъ три массы, равныя каждая $\frac{p}{3}$, то центръ тяжести этихъ трехъ

массъ совпадаетъ съ центромъ тяжести треугольника. Въ самомъ дѣлѣ, центръ тяжести массъ, сосредоточенныхъ въ А и В, лежитъ въ серединѣ М отрезка АВ. Если мы теперь найдемъ центръ (s) тяжести массъ $\frac{2p}{3}$, сосредоточенной въ точкѣ М, и $\frac{p}{3}$ въ точкѣ С, то получимъ центръ тяжести всей системы. Очевидно, онъ будетъ расположенъ на прямой СМ въ точкѣ S такимъ образомъ, что $CS:MS=2:1$; а эта точка и есть центръ тяжести треугольника.

Положимъ теперь, что намъ нужно найти центръ тяжести трапеціи ABCD (см. фиг.). Для этого мы могли бы себѣ представить массы p и p' треугольниковъ ABC и ADC, сосредоточенными въ центрахъ тяжести ихъ и затѣмъ найти центръ тяжести двухъ матеріальныхъ точекъ. Но согласно тому, что было изложено выше, треугольникъ можетъ быть замѣненъ тремя массами по $\frac{p}{3}$ каждая, сосредоточенными въ точкахъ А, В и С; точно также треугольникъ ADC можно замѣнить тремя массами по $\frac{p'}{3}$ каждая, сосредоточенными въ точкахъ А, D и С. Вопросъ сводится стало быть къ тому, чтобы найти центръ тяжести четырехъ матеріальныхъ точекъ А, В, С, D, массы которыхъ соответственно равны $\frac{p+p'}{3}$, $\frac{p}{3}$, $\frac{p+p'}{3}$, $\frac{p'}{3}$. Центръ тяжести точекъ А и В расположенъ въ точкѣ Е на прямой АВ, центръ тяжести матеріальныхъ точекъ D и С находится въ точкѣ F на прямой DC. Остается найти центръ тяжести матеріальныхъ точекъ Е и F, въ которыхъ сосредоточены массы $\frac{2p+p'}{3}$ и $\frac{p+2p'}{3}$. Это будетъ точка G, расположенная на прямой EF такимъ образомъ, что



$$\frac{EG}{GF} = \frac{p+2p'}{2p+p'}. \quad (1)$$

Съ другой стороны, если мы раздѣлимъ трапецію на весьма тонкія полосы прямыми параллельными основаніямъ, то центръ тяжести каждой полосы будетъ тѣмъ ближе къ ея серединѣ, чѣмъ она уже. Геометрическое мѣсто этихъ серединъ есть прямая MN, соединяющая середины основаній трапеціи; центръ тяжести ея G лежитъ поэтому на прямой MN.

Изъ подобія треугольниковъ NGF и EGM находимъ:

$$\frac{EG}{GF} = \frac{MG}{GN}.$$

Принимая же во вниманіе соотношеніе (1), получаемъ:

$$\frac{EG}{GF} = \frac{p+2p'}{2p+p'} \quad (2).$$

Наконецъ, площади (а стало быть и массы) треугольниковъ ABC и ADC, имѣющихъ равныя высоты, относятся, какъ ихъ основанія, которыя мы обозначимъ черезъ a и b

$$\frac{p}{p'} = \frac{a}{b}, \text{ слѣдовательно } \frac{p+2p'}{2p+p'} = \frac{a+2b}{2a+b}.$$

Сопоставляя этотъ результатъ съ соотношеніемъ (2), находимъ окончательно:

$$\frac{MG}{GN} = \frac{a+2b}{2a+b}.$$

РЕЦЕНЗИИ.

Краткій курсъ физики для самообученія. Что необходимо знать современному механику по физикѣ. Составилъ А. Нагль, преподаватель Техническаго Училища въ Митвейдѣ. Перевелъ съ нѣмецкаго М. А. Лихаревъ. Съ 51 рисунками (Школа современнаго механика, томъ VI. Физика. Важнѣйшія свѣдѣнія). Изд. Гольстена. С.-Петербургъ. 1901.

Какъ видно изъ вышеприведеннаго заглавія, книжка г-на Нагля предназначена для самообученія. Между тѣмъ мы не находимъ возможнымъ рекомендовать этотъ учебникъ для занятій физикой даже подъ руководствомъ опытнаго преподавателя. Также нельзя согласиться съ авторомъ, будто бы въ его сочиненіи заключается то, „что необходимо знать современному механику по физикѣ“ — „das Wissenswerteste aus der Physik“, какъ озаглавленъ нѣмецкій оригиналъ. Читатель, которому попадется въ руки русскій переводъ, будетъ въ высшей степени удивленъ тѣмъ обстоятельствомъ, что въ книгѣ г-на Нагля только два отдѣла: 1) ученіе о жидкихъ и газообразныхъ тѣлахъ и 2) ученіе о теплотѣ. Это недоумѣніе разъясняется въ предисловіи къ нѣмецкому изданію: по мнѣнію автора ученія о звукѣ и свѣтѣ технику не понадобятся; ученіямъ же объ электричествѣ и магнетизмѣ, по причинѣ ихъ обширности, онъ посвятилъ особый учебникъ, изданный той же фирмой. Но такъ какъ русскій переводъ не снабженъ подобнымъ предисловіемъ, то возможно, что у читателя можетъ возникнуть совершенно превратное понятіе о задачѣ физики.

Г-ну Наглю, преподавателю техническаго училища въ Митвейдѣ, принадлежитъ также болѣе обширный учебникъ („Lehrbuch

der Physik mit mathematischer Begründung“, 5. Auflage Mittweida, 1898), содержащий также только механику жидкостей и газовъ и учение о теплотѣ. Эта книга предназначена для преподаванія физики въ нѣмецкихъ среднихъ техническихъ школахъ, для занятій подъ руководствомъ преподавателя. Поэтому непонятно, какимъ образомъ составитель предназначаетъ сокращенный учебникъ (58 страницъ вмѣсто 222) — а рецензируемая нами книга есть не что иное, какъ сокращеніе вышепоименованной — для цѣлей самообученія.

Начнемъ съ основныхъ понятій. При преподаваніи физики можно придерживаться относительно нихъ двухъ противоположныхъ взглядовъ: 1) игнорировать метафизическія тонкости и стремиться обратить вниманіе учащагося только на вопросы практики (что, на нашъ взглядъ, важнѣе всего для техникувъ) или 2) стараться дать учащемуся по возможности вѣрныя представленія объ отвлеченныхъ понятіяхъ, какъ сила, масса и т. п. Г. Нагль не даетъ ни того, ни другого; онъ, какъ это почти всегда бываетъ при схоластическомъ направленіи нашего преподаванія, не желаетъ обходить эти метафизическія понятія, но, съ другой стороны, даетъ столь сбивчивыя и противорѣчивыя опредѣленія, что маломальски развитой читатель будетъ поставленъ втупикъ, прочитавъ ихъ. Напримѣръ: подъ силой г. Нагль понимаетъ (см. стран. 2 и 5) причину каждаго явленія и черезъ 2 строчки утверждаетъ непонятнымъ образомъ, что „Каждая сила должна (?) имѣть опредѣленные: 1) *точку приложенія*, 2) *величину* и 3) *направленіе*“ *) и затѣмъ говоритъ о сложении силъ, ограничиваясь, по непонятнымъ соображеніямъ, только случаемъ, когда силы дѣйствуютъ въ одномъ и томъ же направленіи и въ направленіяхъ прямо противоположныхъ. У неподготовленнаго читателя возникаетъ отъ такого объясненія странное понятіе о силѣ, и приложенный рисунокъ долженъ сбить его окончательно съ толку (фиг. 5): понятіе о силѣ будетъ ассоціироваться съ ничемъ не говорящимъ уму и сердцу изображеніемъ шести стрѣлокъ. — Другой примѣръ. Въ § 23 (стр. 21) говорится: „*О сущности* теплоты, не смотря на многочисленныя извѣстныя намъ явленія тепла, мы ровно таки ничего не знаемъ. — Но такъ какъ *теплота есть физическое явленіе*, и причина послѣдняго *всегда* должна быть силой, то мы должны разсматривать теплоту, какъ *особый* родъ силы, и считать (?) за *результатъ нѣкоторой работы*“. Выше авторъ нигдѣ ни словомъ не обмолвился о томъ, что такое работа, а потому послѣдній выводъ („должны считать“ и т. д.) совершенно не понятенъ. Мы полагаемъ, что этихъ двухъ примѣровъ достаточно, чтобы показать насколько сбивчивыя объясненія автора, коль скоро онъ касается отвлеченныхъ вопросовъ; замѣтимъ, что въ книжкѣ встрѣчаются еще нѣсколько подобныхъ объясненій (см. напр. на стран. 21 объ эфирѣ, на стран. 4 объ удѣльномъ вѣсѣ и др.).

*) Курсивъ автора, какъ и во всѣхъ нижеслѣдующихъ цитатахъ.

Что касается менѣ отвлеченныхъ вопросовъ, то, опять таки, объясненіе ихъ г-ну Наглю по большей части не удастся. Это обусловливается отчасти нецѣлесообразнымъ желаніемъ выиграть мѣсто, такъ что нѣкоторыя главы сокращены чуть ли не въ шесть разъ, по сравненію съ вышеупомянутой не сокращенной книжкой; напр. глава объ условіяхъ равновѣсія жидкостей занимаетъ въ сокращенномъ, рецензируемомъ нами учебникѣ 4 страницы, а въ другой книжкѣ г. Нагля 20 страницъ. Кромѣ того, какъ читатель видѣлъ выше въ примѣрѣ объясненія сущности теплоты, г. Нагль не стѣсняется говорить, какъ объ извѣстныхъ, о совершенно новыхъ вещахъ; такъ напримѣръ: на страницѣ 10 при изложеніи закона Архимеда говорится о центрѣ тяжести, и между тѣмъ это понятіе *нидѣ* во всей книжкѣ не объясняется. Далѣе на страницѣ 42 говорится: „*Klausur*“ съ помощью этихъ значеній вывелъ эмпирическую формулу“; послѣдній терминъ не объясненъ.—Мы ограничимся вышеприведенными примѣрами, такъ какъ, чтобы перечислить всѣ промахи автора, необходимо было бы процитировать добрую половину рецензируемой книжки.

Не менѣ неудовлетворительно выполнено переводъ. Г. Лихаревъ, очевидно, мало знакомъ съ терминологіей предмета; на примѣръ: выраженіе — *das spezifische Gewicht* — переведено повсюду, какъ специфическій вѣсъ, а не удѣльный вѣсъ, какъ это принято. Также встрѣчаются курьезныя ошибки, на примѣръ (стран. 9 перевода и оригинала) слово „*die Flüssigkeitsspiegel*“ переведено выраженіемъ „водяныя зеркала“ вмѣсто „поверхности жидкости“.

Итакъ, книжка г-на Нагля совершенно не пригодна, какъ учебникъ физики. Въ заключеніе остается высказать гг. Лихареху и издателю Гольстену благодарность за то, что они не перевели заодно и вышеупомянутого болѣе обширнаго сочиненія г. Нагля, отличающагося также сомнительными достоинствами: одной бесполезной книгой на русскомъ языкѣ меньше.

Д. Шоръ (Геттингенъ).

З А Д А Ч И.

XXVI Исключить ξ и η изъ уравненій *)

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1 \quad (1),$$

$$a^2 \frac{x}{\xi} - a^2 = b^2 \frac{y}{\eta} - b^2 \quad (2),$$

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = r^2 \quad (3).$$

Н. Добротворскій (Кременецъ).

*) Читатели, знакомые съ основами анализа и съ основными его приложениями къ геометріи, могутъ облегчить себѣ до нѣкоторой степени рѣшеніе этой довольно сложной задачи, истолковавъ геометрически предложенную систему уравненій.

XXVII Найти предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$u = x \operatorname{tang} \frac{\pi x}{2},$$

если значеніе x стремится къ предѣлу, равному 1.

Е. Григорьевъ (Казань).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будугъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 70 (4 сер.). Доказать, что

$$\frac{m_a n_a}{l_a^2} + \frac{m_b n_b}{l_b^2} + \frac{m_c n_c}{l_c^2} = \frac{R-r}{r},$$

гдѣ l_a, l_b, l_c — биссекторы угловъ треугольника, $m_a, n_a; m_b, n_b; m_c, n_c$ — отрѣзки, определяемые соответственно биссекторами на сторонахъ его a, b и c , R и r — радиусы круговъ описаннаго и вписаннаго.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 71 (4 сер.). Доказать, что при цѣлыхъ значеніяхъ x и y численное значеніе выраженія

$$(x^2 y^3 - 4x^2 y)(x^4 + x^2 - 2)$$

дѣлится безъ остатка на 54.

Л. Галлеринъ (Бердичевъ).

№ 72 (4 сер.). Упростить выраженіе

$$\sqrt[3]{3+9\sqrt[3]{12}-9\sqrt[3]{18}},$$

представивъ его въ видѣ двучлена.

Н. Готлибъ (Дуббельнъ).

№ 73 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\frac{x^2+x}{y^2+y} = a; \quad \frac{x^2+y}{y^2+x} = b.$$

(*Journal de Mathématiques élémentaires, publié par H. Vubert.*)

№ 74 (4 сер.). Построить треугольникъ по сторонамъ его a , по углу, образованному медианами m_b и m_c , проведенными къ сторонамъ b и c этого

треугольника, и по отношенію $\frac{h_a}{m_b}$.

Н. С. (Одесса).

№ 75 (4 сер.). Токъ отъ батареи въ 50 вольтъ проходитъ по проводнику, выдѣляя въ немъ въ теченіе одной минуты количество теплоты, эквивалентное 1500 джоулямъ. Определить: 1) сопротивление проводника и 2) силу тока, если извѣстно, что сопротивление батареи равно 4 омамъ.

(Займств.) М. Гербаковский.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

IX. Радиусъ r_a вписаннаго круга треугольника ABC есть средняя пропорциональная радиусовъ r_b и r_c двухъ другихъ вписанныхъ круговъ. Доказать, что въ этомъ треугольникѣ точки Gergonne'a и Nagel'я лежатъ на прямой, параллельной сторонѣ BC .

Пусть A' и C' суть соответственно точки касанія вписаннаго въ треугольникъ ABC круга со сторонами BC и AB ; пусть A'' и C'' соответственно точки касанія круговъ, вѣтвиисанныхъ относительно сторонъ BC и AB ; съ этими сторонами. Тогда, какъ извѣстно, *) точка пересѣченія G прямыхъ AA' и CC' есть точка Gergonne'a, а точка пересѣченія N прямыхъ AA'' и CC'' —точка Nagel'я треугольника ABC . Кромѣ того, извѣстно, *) что

$$\begin{aligned} AC' &= BC'' = p - a, & CA' &= p - c \\ AC'' &= C'B = CA' = p - b, \end{aligned} \quad (1).$$

гдѣ a, b, c —стороны, p —полупериметръ треугольника ABC . Примѣняя теорему Менелая съ одной стороны—къ треугольнику ABA' и трансверсали CC' , съ другой—къ треугольнику ABA'' и трансверсали CC'' , находимъ:

$$\frac{AG \cdot BC' \cdot A'C}{GA' \cdot C'A \cdot CB} = 1, \quad \frac{AN \cdot BC'' \cdot A''C}{NA'' \cdot C''A \cdot CB} = 1,$$

откуда

$$\frac{AG}{GA'} = \frac{BC \cdot AC'}{C'B \cdot CA'}, \quad \frac{AN}{NA''} = \frac{CB \cdot C''A}{BC'' \cdot A''C},$$

или (см. (1)):

$$\frac{AG}{A'G} = \frac{a(p-a)}{(p-b)(p-c)}, \quad \frac{AN}{A''N} = \frac{a}{p-a} \quad (2).$$

По условію задачи

$$r_a^2 = r_b r_c,$$

или

$$\frac{S^2}{(p-a)^2} = \frac{S^2}{(p-b)(p-c)},$$

гдѣ S —площадь треугольника ABC .

Слѣдовательно

$$(p-a)^2 = (p-b)(p-c),$$

а потому

$$\frac{p-a}{(p-b)(p-c)} = \frac{1}{p-a}.$$

Помножая обѣ части этого равенства на a , убѣждаемся (см. (2)), что

$$\frac{AG}{GA'} = \frac{AN}{NA''},$$

а слѣдовательно прямая GN параллельна прямой BC .

Е. Григорьевъ (Казань); Н. С. (Одесса).

*) См. № 236 „Вѣстника“, „Новая геометрія треугольника“, стр. 197, 198, 199, §§ 1, 2, 3, 4.

№ 615 (3 сер.). Решить систему уравнений:

$$u + v = a$$

$$ux - vy = b$$

$$ux^2 + vy^2 = c$$

$$ux^3 - vy^3 = d.$$

Перемножив почленно первое и третье из данных уравнений, находимъ:

$$x^2u^2 + uv(x^2 + y^2) + v^2y^2 = ac \quad (1).$$

Возведя обѣ части второго уравненія въ квадратъ, получимъ:

$$u^2x^2 - 2uvxy + v^2y^2 = b^2 \quad (2).$$

Вычитая почленно изъ уравненія (1) уравненіе (2), найдемъ:

$$uv(x + y)^2 = ac - b^2 \quad (3).$$

Перемножая почленно первое и четвертое изъ данныхъ уравнений, имѣемъ:

$$u^2x^3 + uv(x^3 - y^3) - v^2y^3 = ad \quad (4).$$

Перемножая почленно второе и третье изъ данныхъ уравнений, находимъ:

$$u^2x^3 - uvxy(x - y) - v^2y^3 = bc \quad (5).$$

Вычитая почленно изъ уравненія (4) уравненіе (5), имѣемъ:

$$uv(x - y)(x^2 + xy + y^2 + xy) = ad - bc,$$

или

$$uv(x + y)^3(x - y) = ad - bc \quad (6).$$

Для почленно уравненіе (6) на уравненіе (3), находимъ:

$$x - y = \frac{ad - bc}{ac - b^2} \quad (7).$$

Перемножая почленно уравненіе (7) и второе изъ данныхъ уравнений, находимъ (см. первое изъ данныхъ уравнений):

$$(ux^2 + vy^2) - xy(u + v) = c - aux = \frac{b(ad - bc)}{ac - b^2},$$

откуда

$$x \cdot (-y) = \frac{bd - c^2}{ac - b^2} \quad (8).$$

Такимъ образомъ (см. (7) и (8)) x и $-y$ суть корни квадратнаго уравненія

$$t^2 - \frac{ad - bc}{ac - b^2}t + \frac{bd - c^2}{ac - b^2} = 0.$$

Пользуясь тождествомъ

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$

и равенствами (7) и (8), легко находимъ значеніе выраженія $(x + y)^2$. Подставляя это значеніе въ уравненіе (3), опредѣляемъ изъ него значеніе uv . Тогда, при помощи перваго изъ данныхъ уравнений, находимъ значенія u и v .

Б. Мерцаловъ (Орель),

№ 653 (3 сер.). Въ сосудѣ, наполненный водой, погружаютъ твердое тѣло, причемъ вѣсъ сосуда увеличивается на 20,75 грамма. Если тотъ же сосудъ наполнить масломъ, плотность котораго 0,9, и затѣмъ погрузить твердое тѣло, то увеличение вѣса сосуда будетъ 21,58 грам. Определить вѣсъ тѣла, его плотность и его объемъ.

По предположенію задачи сосудъ наполненъ жидкостью (раньше водой, а затѣмъ масломъ), а именно положъ ею до краевъ, такъ что при погруженіи въ сосудъ тѣла изъ него выливается часть жидкости, объемъ которой равенъ объему тѣла. Пусть p , v , d суть соответственно вѣсъ, объемъ и плотность погружаемаго тѣла. Если бы вода не вылилась изъ сосуда при погруженіи въ него тѣла, то вѣсъ сосуда увеличился бы на p граммовъ (не надо забывать, что вѣсъ, потерянный согласно съ закономъ Архимеда тѣломъ, пріобрѣтается жидкостью). Но такъ какъ v куб. сантиметровъ воды вылились изъ сосуда, то вѣсъ сосуда увеличился лишь на $p - v$ граммовъ. Поэтому

$$p - v = 20,75 \quad (1).$$

При погруженіи тѣла въ тотъ же сосудъ, наполненный масломъ, вылившееся изъ сосуда масло вѣситъ $v \cdot 0,9$ граммовъ. Поэтому вѣсъ сосуда увеличится теперь на $p - 0,9v$ граммовъ. Слѣдовательно

$$p - 0,9v = 21,58 \quad (2).$$

Изъ уравненій (1) и (2) мы находимъ:

$$v = 8,3 \text{ куб. сант., } p = 29,05 \text{ грамма.}$$

Слѣдовательно

$$d = \frac{p}{v} = 3,5.$$

Пакина (Петрозаводскъ); Діомидова (Петрозаводскъ); Л. Гальперинъ (Вердичевъ).

№ 1 (4 сер.). Даны окружность и точка A . Провести черезъ точку A сѣкущую, встрѣчающую окружность въ точкахъ B и C , такъ, чтобы BC^2 равнялось $AC \cdot AB$. Всегда ли задача возможна?

Если точка A лежитъ внутри окружности, то задача невозможна, такъ какъ въ этомъ случаѣ каждый изъ множителей AC и AB меньше BC , и потому произведеніе ихъ не можетъ равняться BC^2 . Если точка A лежитъ на окружности, то одна изъ точекъ B и C совпадаетъ съ точкой A , и потому произведеніе $AC \cdot AB$ обращается въ нуль; значить и BC равно нулю, т. е. обѣ точки B и C совпадаютъ съ точкой A ; другими словами, единственнымъ рѣшеніемъ является касательная къ окружности въ точкѣ ея A . Пусть теперь точка A лежитъ внѣ окружности; пусть AT есть длина касательной, проведенной изъ точки A къ окружности, и T точка прикосновенія этой касательной. Тогда

$$AC \cdot AB = AT^2 \text{ и } AC \cdot AB = BC^2,$$

откуда $BC = AT$. Такимъ образомъ задача приводится къ проведенію черезъ точку A сѣкущей, пересѣкающей данную окружность по хордѣ данной длины, — равной длинѣ касательной AT . Какъ извѣстно, всѣ хорды одинаковой длины, проведенныя въ данной окружности, суть касательныя къ одной и той же окружности, концентрической съ данной. Отсюда вытекаетъ построеніе. Построивъ касательную AT , откладываемъ гдѣ-нибудь на данной окружности хорду $A'T'$, равную отрѣзку AT , опускаемъ изъ центра O данной окружности перпендикуляръ OK на прямую $A'T'$ и радіусомъ OK , принявъ O за центръ, описываемъ окружность; каждая изъ касательныхъ, проведен-

ных из точки A к этой окружности, есть искомая секущая данной окружности. Для возможности задачи в случае, если точка A лежит вне этой окружности, необходимо и достаточно соблюдение условия:

$$A'T' = AT \leq 2R,$$

где R — радиус данной окружности. Но

$$AT = \sqrt{AO^2 - OT^2} = \sqrt{AO^2 - R^2}.$$

Следовательно задача возможна тогда, если

$$\sqrt{AO^2 - R^2} \leq 2R,$$

откуда

$$AO \leq R\sqrt{5}.$$

Итак, для возможности задачи необходимо и достаточно соблюдение неравенств

$$R \leq AO \leq R\sqrt{5},$$

т. е. точка A должна лежать внутри кольца, заключенного между данной окружностью и концентрической с ней радиуса $R\sqrt{5}$.

Ю. Рабинович (Одесса); А. А-з и К. Д-ский (Киев); Б. Мерцалов (Орел); Г. Оганов (Эривань); Л. Гальперин (Бердичев).

№ 5 (4 сер.). Пусть A, B, C, D, N — целые числа, причем число A взаимно простое с N . Пусть, кроме того, числа $AD - BC$ и $A - B$ делятся без остатка на N . Показать, что и число $C - D$ делится без остатка на N .

Так как число $A - B$ делится без остатка на N , то и произведение $(A - B)C$ делится без остатка на N . Так как уменьшаемое и вычитаемое разности

$$(A - B)C - (AD - BC) = A(C - D)$$

делится без остатка на N , то и разность, равная $A(C - D)$ делится без остатка на N . Итак, произведение $A(C - D)$, первый множитель которого есть число, взаимно простое с N , делится на N ; следовательно второй множитель $C - D$ делится без остатка на N .

Л. А-з и К. Д-ский (Киев); Б. Мерцалов (Орел); Н. Готлиб (Митава); Л. Гальперин (Бердичев).

ПОПРАВКА: В концѣ текста задачи № 56 (4 сер.), помещенной въ № 298 „Вѣстника“ вмѣсто словъ „...чтобы уголъ РАВ былъ прямой“, слѣдуетъ читать: „чтобы уголъ РВА былъ прямой“.

Редакторы: В. А. Циммерманъ и В. Ф. Каганъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Доволнено цензурою, Одесса, 2-го августа 1901 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
щется

Обложка
щется