Обложка
ищется

Обложка
пщется

XXVIII Сем. № 6.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной Математики.

30 Сентября № 330. 1902 г.

О видимомъ движеніи планетъ.

1. Многіе вопросы астрономіи, если при разборѣ ихъ принимать во вниманіе всѣ дѣйствительно существующія условія, рѣшаются трудно и сложно, и то лишь при помощи высшаго анализа; но эти же вопросы могутъ быть рѣшены сравнительно легко, средствами элементарной математики, если допустить при разсмотрѣніи ихъ тѣ или другія отступленія отъ условій дѣйствительности, и полученные результаты, тѣмъ не менѣе, даютъ возможность разобраться въ общемъ ходѣ явленій, если только сдѣланныя отступленія не слишкомъ искажаютъ дѣйствительность.

Примѣръ подобнаго, упрощеннаго, такъ сказать, разсмотрѣнія вопроса объ убываніи силы свѣта Солнца, по мѣрѣ того какъ все большая часть его диска закрывается Луною во время солнечныхъ затменій, дано было прив.-доц. С.-Петербургскаго Университета I. Клейберомъ въ его статьѣ „Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ вопросовъ изъ теоріи затменій“ въ „Вѣстникѣ Оп. Физики“ за 1888 годъ.

Настоящая статья имѣетъ цѣлью—разсмотрѣть подобнымъ же образомъ вопросъ о видимомъ движеніи планетъ при слѣдующихъ положеніяхъ: 1) Земля и всѣ планеты движутся около Солнца равномѣрно по окружностямъ, въ общемъ центрѣ которыхъ находится Солнце; 2) Направленіе движенія Земли и планетъ одинаково, — именно съ запада на востокъ; 3) Орбиты Земли и всѣхъ планетъ лежатъ въ одной плоскости, — плоскости эклиптики.

2. Предварительно, однако, введемъ понятіе объ одной величинѣ, съ которою придется имѣть дѣло въ дальнѣйшемъ. Предположимъ, что нѣкоторая величина A измѣняется съ теченіемъ времени. Разсмотримъ моменты времени t_0 и сосѣдній съ нимъ $t_0+\tau$, и пусть значенія величины A, соотвѣтствующія этимъ моментамъ времени, будутъ a_0 и a_1, такъ что за промежутокъ времени τ величина A измѣнилась на a_1-a_0. Предѣлъ, къ которому стремится отношеніе $\frac{a_1-a_0}{\tau}$ при безконечномъ уменьшеніи промежутка времени τ, будемъ называть скоростью измѣненія величины A въ моментъ t_0 и означать черезъ a'_0, такъ что

$$a'_0 = \text{пред.}\ \frac{a_1-a_0}{\tau}. \qquad (1)$$

Если эта скорость окажется положительной, то это будетъ служить указаніемъ, что съ теченіемъ времени величина A вблизи момента времени t_0 увеличивается; если же a'_0 окажется отрицательной величиной, то A въ моментъ времени t_0 уменьшается; если же, наконецъ, a'_0 окажется равной 0, то это укажетъ, что во время t_0 величина A не измѣняетъ своего значенія.

Отмѣтимъ, кстати, еще нѣкоторыя формулы, съ которыми намъ придется встрѣтиться и которыя относятся къ тому случаю, когда A означаетъ какой-нибудь измѣняющійся съ теченіемъ времени уголъ. Эти формулы суть слѣдующія:

$$\text{пред.}\ \frac{\sin(a_1-a_0)}{\tau} = a'_0 \qquad (2)$$

$$\text{пред.}\ \frac{\sin\frac{1}{2}(a_1-a_0)}{\tau} = \frac{1}{2}a'_0 \qquad (3)$$

$$\text{пред.}\ \sin(a_1+a_0) = \sin 2a_0 \qquad (4)$$

$$\text{пред.}\ \sin\frac{a_1+a_0}{2} = \sin a_0 \qquad (5)$$

$$\text{пред.}\ \cos a_1 = \cos a_0. \qquad (6)$$

Дѣйствительно,

$$\text{пред.}\ \frac{\sin(a_1-a_0)}{\tau} = \text{пред.}\left(\frac{\sin(a_1-a_0)}{a_1-a_0}\cdot\frac{a_1-a_0}{\tau}\right) =$$

$$= \left(\text{пред.}\ \frac{\sin(a_1-a_0)}{a_1-a_0}\right)\cdot\left(\text{пред.}\ \frac{a_1-a_0}{\tau}\right), \qquad (7)$$

но изъ курса тригонометріи извѣстно, что

$$\text{пред.}\ \frac{\sin(a_1 - a_0)}{a_1 - a_0} = 1,$$

такъ какъ, при безконечномъ уменьшеніи τ, a_1 безконечно приближается къ a_0, и слѣдовательно, разность $a_1 - a_0$ безконечно убываетъ, стремясь къ 0; что же касается второго множителя формулы (7), то въ силу (1) онъ есть a'_0, и такимъ образомъ формула (2) оказывается доказанной.

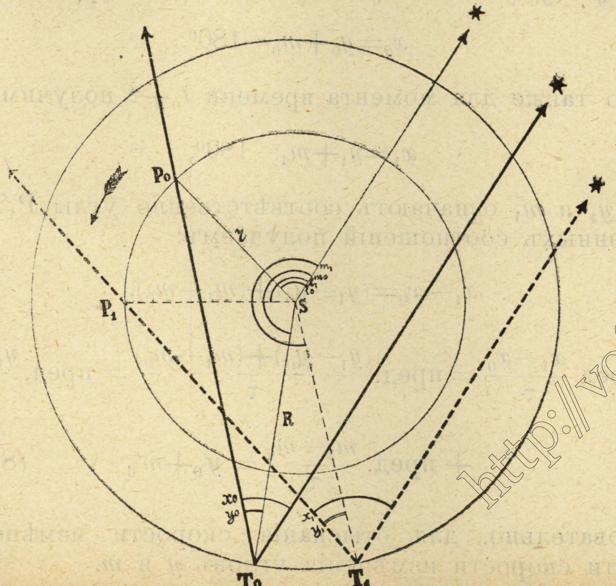
Формула (3) доказывается подобно-же:

$$\text{пред.}\ \frac{\sin\frac{1}{2}(a_1 - a_0)}{\tau} = \text{пред.}\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}(a_1 - a_0)}{\frac{1}{2}\tau} =$$

$$= \frac{1}{2}\ \text{пред.}\ \frac{\sin\frac{1}{2}(a_1 - a_0)}{\frac{1}{2}\tau} = \frac{1}{2}\, a'_0.$$

Для доказательства формулъ (4), (5) и (6) достаточно только принять во вниманіе уже сдѣланное замѣчаніе: при безконечномъ уменьшеніи τ значеніе величины a_1 безконечно приближается къ a_0 и въ предѣлѣ съ нимъ совпадаетъ.

3. Приступая теперь къ разсмотрѣнію интересующаго насъ вопроса о видимомъ движеніи планетъ относительно звѣздъ, составляемъ чертежъ, на которомъ S означаетъ Солнце; окружно-



сти P_0P_1 и T_0T_1—орбиты планеты и Земли (направленіе движенія указано стрѣлкой—противъ направленія движенія часовой стрѣлки); P_0 и T_0 суть положенія планеты и Земли въ моментъ времени t_0, P_1 и T_1 — положенія ихъ-же въ моментъ времени $t_0+\tau$. Прямыя T_0P_0 и T_1P_1 указываютъ направленія, по которымъ съ Земли видна планета во время t_0 и во время $t_0+\tau$; прямыя $S*$, T_0* и T_1* указываютъ направленія, по которымъ видна какая-нибудь находящаяся въ плоскости эклиптики звѣзда съ Солнца и съ Земли въ ея положеніяхъ T_0 и T_1; эти послѣднія прямыя параллельны между собой, ибо звѣзды находятся отъ Земли и отъ Солнца на столь большихъ разстояніяхъ, сравнительно съ которыми разстояніе между Землею и Солнцемъ ничтожно мало.

Такъ какъ мы желаемъ изслѣдовать видимое движеніе планетъ относительно звѣздъ, то для насъ важно изслѣдовать, измѣняется-ли съ теченіемъ времени уголъ (обозначать его будемъ буквою x) между направленіями, по которымъ видны планеты и звѣзда съ разныхъ точекъ орбиты Земли, и если измѣняется, то какъ именно. Въ моментъ t_0 этотъ уголъ есть $x_0=\angle P_0T_0*$, въ моментъ $t_0+\tau$ онъ есть $x_1=\angle P_1T_1*$.

Постараемся найти x'_0, т. е. скорость измѣненія угла x въ моментъ t_0.

Изъ чертежа видимъ, что

$$x_0=\angle P_0T_0S+\angle ST_0*;$$

но $\angle ST_0*=180^0-\angle T_0S*$ (въ силу того, что $T_0*\parallel S*$); кромѣ того, $\angle T_0S*=360^0-\angle *ST_0$; поэтому, если означить для краткости буквами m_0 и y_0 углы $*ST_0$ и P_0T_0S, то безъ труда найдемъ, что

$$x_0=y_0+m_0-180^0.$$

Точно также для момента времени $t_0+\tau$ получимъ

$$x_1=y_1+m_1-180^0,$$

при чемъ y_1 и m_1 означаютъ соотвѣтственно углы P_1T_1S и $*ST_1$. Изъ найденныхъ соотношеній получаемъ:

$$x_1-x_0=(y_1-y_0)+(m_1-m_0),$$

а поэтому

$$x'_0=\text{пред.}\frac{x_1-x_0}{\tau}=\text{пред.}\frac{(y_1-y_0)+(m_1-m_0)}{\tau}=\text{пред.}\frac{y_1-y_0}{\tau}+$$

$$+\text{пред.}\frac{m_1-m_0}{\tau}=y'_0+m'_0 \qquad (8).$$

Слѣдовательно, для отысканія скорости измѣненія угла x нужно найти скорости измѣненія угловъ y и m.

4. Для отысканія скорости измѣненія угла y разсмотримъ

треугольники SP_0T_0 и SP_1T_1. Назовемъ углы P_0S* и P_1S* буквами l_0 и l_1, углы же P_0ST_0 и P_1ST_1—буквами n_0 и n_1; очевидно, что $n_0=m_0-l_0$, $n_1=m_1-l_1$.

Называя разстоянія $SP_0=SP_1$ и $ST_0=ST_1$ соотвѣтственно буквами r и R, изъ указанныхъ выше треугольниковъ, найдемъ

$$\frac{r}{P_0T_0}=\frac{\sin y_0}{\sin n_0},\ (P_0T_0)^2=R^2+r^2-2Rr\cos n_0,$$

$$\frac{r}{P_1T_1}=\frac{\sin y_1}{\sin n_1},\ (P_1T_1)^2=R^2+r^2-2Rr\cos n_1,$$

откуда находимъ

$$\sin y_0=\frac{r\sin n_0}{\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos n_0}} \text{ и } \sin y_1=\frac{r\sin n_1}{\sqrt{R^2+r^2-2Rr\cos n_1}} \quad (9).$$

Составляя разность квадратовъ sinus'овъ угловъ y_1 и y_0, послѣ несложныхъ преобразованій, находимъ

$$\sin^2 y_1-\sin^2 y_0=r^2\cdot\frac{(R^2+r^2)(\sin^2 n_1-\sin^2 n_0)+2rR(\sin^2 n_0\cos n_1-\sin^2 n_1\cos n_0)}{(R^2+r^2-2rR\cos n_0)(R^2+r^2-2rR\cos n_1)} \quad (10).$$

Замѣтимъ, что, во 1-хъ,

$$\sin^2 y_1-\sin^2 y_0=(\sin y_1+\sin y_0)(\sin y_1-\sin y_0)=$$

$$=2\sin\frac{y_1+y_0}{2}\cos\frac{y_1-y_0}{2}\cdot 2\sin\frac{y_1-y_0}{2}\cdot\cos\frac{y_1+y_0}{2}=$$

$$=2\sin\frac{y_1+y_0}{2}\cos\frac{y_1+y_0}{2}\cdot 2\sin\frac{y_1-y_0}{2}\cos\frac{y_1-y_0}{2}=\sin(y_1+y_0).\sin(y_1-y_0);$$

во 2-хъ, $\sin^2 n_1-\sin^2 n_0=\sin(n_1+n_0).\sin(n_1-n_0)$;

въ 3-хъ, $\sin^2 n_0\cos n_1-\sin^2 n_1\cos n_0=(1-\cos^2 n_0)\cos n_1-(1-\cos^2 n_1)\cos n_0=$

$$=(\cos n_1-\cos n_0)+\cos n_0\cos n_1(\cos n_1-\cos n_0)=$$

$$=(\cos n_1-\cos n_0)(1+\cos n_0\cos n_1)=$$

$$=-2\sin\frac{n_1-n_0}{2}\cdot\sin\frac{n_1+n_0}{2}(1+\cos n_0\cos n_1).$$

Сдѣлавъ соотвѣтственно этимъ замѣчаніямъ подстановки въ формулу (10), получимъ:

$$\sin(y_1+y_0)\,.\,\sin(y_1-y_0)=$$

$$=r^2.\frac{(R^2+r^2)\sin(n_1+n_0)\sin(n_1-n_0)-4rR\sin\frac{n_1-n_0}{2}\sin\frac{n_1+n_0}{2}(1+\cos n_1\cos n_0)}{(R^2+r^2-2Rr\cos n_0)(R^2+r^2-2Rr\cos n_1)}.$$

Раздѣляя обѣ части этого равенства на τ и помня, что при дѣленіи на τ произведенія нѣсколькихъ сомножителей достаточно раздѣлить одного изъ нихъ, найдемъ

$$\sin(y_1+y_0)\cdot\frac{\sin(y_1-y_0)}{\tau}=$$

$$=r^2\cdot\frac{(R^2+r^2)\sin(n_1+n_0).\dfrac{\sin(n_1-n_0)}{\tau}-4rR.\dfrac{\sin\frac{1}{2}(n_1-n_0)}{\tau}\cdot\sin\dfrac{(n_1+n_0)}{2}\cdot(1+\cos n_1\cos n_0)}{(R^2+r^2-2Rr\cos n_0)(R^2+r^2-2Rr\cos n_1)}.$$

Переходя далѣе къ предѣламъ и припоминая формулы (2), (3), (4), (5) и (6), найдемъ:

$$y'_0.\sin 2y_0=r^2\cdot\frac{(R^2+r^2)n'_0\sin 2n_0-2rR.n'_0\sin n_0(1+\cos^2 n_0)}{(R^2+r^2-2Rr\cos n_0)^2},$$

откуда

$$y'_0=r^2\cdot\frac{(R^2+r^2)\sin 2n_0-2Rr\sin n_0(1+\cos^2 n_0)}{(R^2+r^2-2Rr\cos n_0)^2.\sin 2y_0}\cdot n'_0 \qquad (11).$$

Изъ треугольника P_0ST_0 легко получить:

$$r^2=R^2+(P_0T_0)^2-2R(P_0T_0).\cos y_0,$$

$$(P_0T_0)^2=R^2+r^2-2Rr\cos n_0,$$

откуда

$$\cos y_0=\frac{R-r\cos n_0}{\sqrt{R^2+r^2-2rR\cos n_0}};$$

принимая во вниманіе это значеніе $\cos y_0$ и формулу (9), найдемъ, что

$$\sin 2y_0=2\sin y_0\cos y_0=\frac{2r\sin n_0(R-r\cos n_0)}{R^2+r^2-2Rr\cos n_0}.$$

Подставляя въ формулу (11), послѣ незначительныхъ упрощеній, получимъ:

$$y'_0=r\cdot\frac{(R^2+r^2)\cos n_0-rR(1+\cos^2 n_0)}{(R^2+r^2-2Rr\cos n_0)(R-r\cos n_0)}\cdot n'_0.$$

Не трудно числителя правой части разложить на множителей $(R\cos n_0-r)$ и $(R-r\cos n_0)$; сдѣлавъ это и сокративъ правую часть на $R-r\cos n_0$, увидимъ, что

$$y'_0=\frac{r(R\cos n_0-r)}{R^2+r^2-2Rr\cos n_0}\cdot n'_0. \qquad (12).$$

Что касается величины n'_0, то она находится такъ:

$$n'_0 = \text{пред.}\frac{n_1-n_0}{\tau} = \text{пред.}\frac{m_1-l_1-m_0+l_0}{\tau} = \text{пред.}\left(\frac{m_1-m_0}{\tau} - \frac{l_1-l_0}{\tau}\right) =$$

$$= \text{пред.}\,\frac{m_1-m_0}{\tau} - \text{пред.}\,\frac{l_1-l_0}{\tau} = m'_0 - l'_0. \qquad (13)$$

Сопоставленіе формулъ (8), (12) и (13) даетъ послѣ нѣкоторыхъ преобразованій:

$$x'_0 = \frac{1}{R^2+r^2-2Rr\cos n_0}\cdot[R(R-r\cos n_0)m'_0+r(r-R\cos n_0)l'_0] \qquad (14).$$

Теперь намъ остается еще найти m'_0 и l'_0. Означимъ звѣздные обороты планеты и Земли вокругъ Солнца соотвѣтственно L и M; такъ какъ въ теченіе времени L и M углы l и m измѣняются на 360⁰, то въ единицу времени каждый изъ нихъ измѣнится на $\frac{360^0}{L}$ и $\frac{360^0}{M}$, а за время τ—на $\frac{360^0.\tau}{L}$ и $\frac{360^0.\tau}{M}$. Поэтому

$$l'_0 = \text{пред.}\left(\frac{360^0.\tau}{L}:\tau\right) = \frac{360^0}{L},\quad m'_0 = \text{пред.}\left(\frac{360^0.\tau}{M}:\tau\right) = \frac{360^0}{M}.$$

Съ этими величинами l'_0 и m'_0 формула (14) принимаетъ окончательно такой видъ:

$$x'_0 = \frac{360^0}{R^2+r^2-2Rr\cos n_0}\cdot\left[\frac{R(R-r\cos n_0)}{M}+\frac{r(r-R\cos n_0)}{L}\right] \qquad (15).$$

Хотя формула (15) получена изъ разсмотрѣнія движенія нижней планеты. Можно было бы повторить тотъ же выводъ и для верхней планеты, но этого можно избѣжать, если обратить вниманіе на слѣдующее обстоятельство. Чтобы нашъ чертежъ относился и къ верхней планетѣ, достаточно P_0 и P_1 замѣнить на T_0 и T_1, и обратно; при этомъ нужно, конечно, l_0, L и r замѣнить соотвѣтственно на m_0, M и R и обратно; при этомъ n_0, равное m_0-l_0, замѣнится на $-n_0$. Если сдѣлать указанныя измѣненія въ формулѣ (15), симметричной относительно l_0, L, r и m_0, M, R, то никакого измѣненія въ ней не произойдетъ, такъ какъ n_0 входитъ въ нее только подъ знакомъ cosinus'а. Такимъ образомъ, полученная при разсмотрѣніи нижней планеты формула (15) одинаково примѣнима и къ планетамъ верхнимъ.

В. А. Е.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Проблема объ элементарномъ веществѣ.

Профессора Эрлангенскаго Университета **G. C. Schmidt'a**.

Переводъ съ нѣмецкаго.

Одинъ изъ остроумнѣйшихъ физиковъ нашего времени, проф. Е. Масh (въ Вѣнѣ), въ различныхъ мѣстахъ своихъ сочиненій многократно высказывалъ идею, что всѣ науки имѣютъ одну цѣль — *экономію мышленія*. Если подумаешь, какъ много умственнаго труда уходитъ на то, чтобъ открыть незначительнѣйшій естественнонаучный фактъ, правильно объяснить его и привести въ связь съ другими явленіями — то эта идея можетъ показаться парадоксальной. А между тѣмъ, она вполнѣ справедлива. Мы въ состояніи описывать наши наблюденія, вообще говоря, различными способами. Такъ, напр., тотъ фактъ, что объемъ газа уменьшается по мѣрѣ возрастанія давленія, можно было бы описать, во-первыхъ, такъ: 1 cm³ воздуха займетъ объемъ въ $^1/_2$ cm³, если увеличить давленіе вдвое;—въ $^1/_4$ cm³, если учетверить его; далѣе, 10 cm³ азота расширятся до 20 cm³, если уменьшить давленіе вдвое; и т. д. и т. д. Но всѣ эти отдѣльные факты можно соединить въ законъ: объемъ газа обратно пропорціоналенъ давленію. Очевидно, что этотъ второй способъ описанія даннаго ряда явленій приводитъ къ огромной экономіи мышленія. При такомъ описаніи нѣтъ нужды запоминать всѣ отдѣльные факты, такъ какъ при помощи этого закона можно всегда вывести, или даже предсказать, какой объемъ займетъ данный газъ при любомъ извѣстномъ давленіи.

Но какимъ образомъ удается великимъ умамъ достигнуть въ естественныхъ наукахъ этой экономіи мышленія? Отвѣтъ на этотъ вопросъ гласитъ слѣдующимъ образомъ: они достигаютъ этого тѣмъ, что они создаютъ новыя понятія или распространяютъ уже раньше извѣстныя понятія на новыя области явленій. Пояснимъ это нѣсколькими примѣрами. Galilei и Newton, обогативъ науку понятіями объ инерціи, массѣ и силѣ, значительно упростили описаніе всѣхъ физическихъ явленій. Химикъ не былъ бы въ состояніи разобраться въ безпорядкѣ химическихъ соединеній, если бы Dalton'ово понятіе объ атомѣ не служило ему вѣрной путеводной звѣздой. Прежде понятіе объ энергіи примѣнялось только въ механикѣ; распространивъ его на термическія, оптическія, магнитныя и электрическія явленія, Robert Mayer и Hermann v. Helmholtz дали не только физикѣ, но и всѣмъ естественнымъ наукамъ общую основу. Въ новѣйшее время подобнымъ же образомъ поступилъ Nernst; создавъ понятіе о напряженіи раствора (Lösungstension), онъ положилъ не только прочное основаніе для электрохиміи, но также далъ намъ наглядную картину того, какъ возникаетъ электрическая энергія изъ химической [1]).

Для того чтобы эти понятія принесли пользу, необходимо ясно и строго ихъ опредѣлить; они должны представлять собой величины, подлежащія измѣренію. Съ тѣхъ поръ какъ существуетъ наука, въ средѣ ученыхъ господствовала вѣра, что міръ состоитъ изъ мельчайшихъ частичекъ—атомовъ, не разложимыхъ на части. Но это воззрѣніе не привело ни къ какимъ экспериментальнымъ результатамъ, пока Dalton'у не удалось установить вѣсъ атома. Не меньшею древностью отличается и вѣра въ то, что міръ построенъ изъ единаго элементарнаго вещества — вѣра, которая дремала и дремлетъ въ сердцѣ каждаго ученаго. Но представленіе это было до сихъ поръ вполнѣ безплодно, ибо никто не былъ въ состояніи указать, каковы свойства этого вещества, какъ велики частички этой элементарной матеріи. Въ послѣдніе годы, наконецъ, удалось пролить свѣтъ на эти вопросы; и задача настоящей статьи состоитъ именно въ томъ, чтобы дать краткій обзоръ относящихся сюда работъ.

Въ физикѣ существуютъ три представленія о строеніи матеріи. Согласно первому, она состоитъ изъ атомовъ, которые не могутъ существовать въ свободномъ состояніи, а, вообще говоря, всегда соединяются въ молекулы. Эта гипотеза служитъ общимъ основаніемъ для всѣхъ чисто химическихъ явленій, но въ электрохиміи она наталкивается на рядъ препятствій. Въ этой послѣдней дисциплинѣ другая величина, а именно эквивалентъ, играетъ роль атома; а такъ какъ мы привыкли придавать этому эквиваленту такое же реальное существованіе, какъ атому, то образовалось второе представленіе — объ іонѣ. Наконецъ, во многихъ отдѣлахъ физики, напр., въ гидродинамикѣ, ученіяхъ объ электричествѣ и капилярности, мы предполагаемъ, что матерія непрерывна. Такимъ образомъ, мы вынуждены постоянно сохранять въ памяти три картины о строеніи вещества: во-первыхъ, гипотезу, что оно состоитъ изъ атомовъ, во-вторыхъ, изъ іоновъ и въ-третьихъ, что матерія непрерывна. Ясно, что для достиженія экономіи при работѣ нашего мышленія, необходимо либо остановиться на одномъ изъ этихъ представленій, устранивъ два другихъ, либо замѣнить всѣ три единой, болѣе общей картиной мірозданія. Въ настоящій моментъ мы располагаемъ лишь общими очертаніями этой кар-

---

[1]) Подъ напряженіемъ раствора (Lösungstension) Nernst понимаетъ силу, которая побуждаетъ частицы твердаго вещества растворяться. Эта сила равна осмотическому давленію насыщеннаго раствора. При раствореніи металловъ играетъ, кромѣ того, роль электростатическая сила, возникающая на поверхности металла и дѣйствующая въ противоположномъ направленіи съ напряженіемъ раствора; эта сила приводитъ раствореніе нѣкоторыхъ металловъ скоро къ равновѣсію. Изъ этого представленія объясняется также возникновеніе тока въ гальваническихъ элементахъ: пока оба металла не соединены, напряженіе раствора находится въ равновѣсіи съ разностью потенціаловъ, но какъ только соединить ихъ, какъ равновѣсіе это нарушается и возникаетъ токъ.

(Прим. переводчика).

тины, которыя даютъ намъ возможность составить себѣ лишь приблизительное представленіе о цѣломъ.

Какъ уже сказано, представленіе объ элементарномъ веществѣ весьма старо. Но первымъ вывелъ изъ него осязательное слѣдствіе химикъ Prout, установивъ гипотезу, что водородъ есть элементарное вещество. Изъ этого положенія вытекаетъ, что атомные вѣса всѣхъ элементовъ должны быть въ цѣлое число разъ больше атомнаго вѣса водорода. Этотъ взглядъ скоро нашелъ себѣ приверженцевъ въ Англіи, и Thomson старался поддержать его рядомъ измѣреній атомныхъ вѣсовъ, которыя были даже для того времени довольно плохи. На материкѣ же эта идея была въ зародышѣ уничтожена авторитетнымъ вліяніемъ Berzelius'а, который указалъ на несогласіе между результатами прямого наблюденія и вычисленіями согласно этой гипотезѣ. Но когда Dumas удалось найти въ Berzelius'овомъ опредѣленіи атомнаго вѣса углерода крупную ошибку и когда онъ нашелъ далѣе, что атомный вѣсъ углерода ровно въ 12 разъ больше атомнаго вѣса водорода, и когда, наконецъ, къ подобнымъ же цѣлымъ числамъ привели измѣренія атомныхъ вѣсовъ ряда другихъ элементовъ,—тогда этотъ химикъ сталъ убѣжденнымъ приверженцемъ гипотезы Prout. Но съ другой стороны, принялся за изслѣдованіе этого вопроса Stas, бывшій сперва сотрудникомъ Dumas; вмѣсто того, чтобы изслѣдовать большое число элементовъ, онъ удовольствовался лишь немногими, но зато установилъ атомный вѣсъ ихъ съ точностью, которой не удавалось до него достигнуть. И что же? Оказалось, что гипотеза Prout ни въ коемъ случаѣ не согласуется съ результатами измѣреній. Несмотря на это, ту же гипотезу всетаки отъ времени до времени высказывали различные ученые, особенно часто съ тѣхъ поръ, какъ Менделѣевъ и Lothar Meyer установили періодическую систему элементовъ. Точно также какъ увеличивается окраска раствора по мѣрѣ прибавленія красящаго вещества, — также должны были бы увеличиваться различныя свойства элементовъ (напр., точка плавленія повышаться, атомный объемъ возрастать и т. п.), по мѣрѣ того какъ все больше и больше элементарной матеріи конденсировалось бы въ одинъ атомъ; конечно, здѣсь должна была бы господствовать болѣе сложная зависимость, чѣмъ въ явленіи окрашиванія раствора, приведенномъ лишь для аналогіи, и нѣкоторыя свойства должны были бы, наоборотъ, убывать по мѣрѣ возрастанія атомнаго вѣса. Представленіе это не было вовсе подвергнуто экспериментальному испытанію.

Зато гипотеза объ элементарномъ веществѣ была примѣнена въ другой области, а именно, химикомъ и физикомъ Crookes'омъ, извѣстнымъ въ химіи открытіемъ таллія, а въ физикѣ изобрѣтеніемъ радіометра и работами о катодныхъ лучахъ. Hittorf, еще за нѣсколько лѣтъ до Crookes'а, нашелъ, что, если выкачивать воздухъ изъ трубки, въ которой происходитъ электрическій разрядъ, то при нѣкоторомъ опредѣленномъ давленіи изъ катода начинаютъ исходить особаго рода лучи; эти лучи вызываютъ яркую флуоресценцію и сильное нагрѣваніе въ мѣстѣ, куда они падаютъ, они отклоняются подъ дѣйствіемъ магнита и т. д. Хотя Crookes и не увеличилъ ничѣмъ существеннымъ нашихъ свѣдѣній о катодныхъ лучахъ, ему всетаки принадлежитъ большая заслуга въ этой области физики; рядомъ блестящихъ лекціонныхъ опытовъ онъ привлекъ вниманіе большой публики на эти явленія, которыя съ тѣхъ поръ пользуются исключительной популярностью. Также и мистическая тенденція книги Crookes'а, въ которой онъ описываетъ свои опыты и даетъ попытку ихъ объясненія, привлекла особенное вниманіе читающей публики. Crookes — спиритъ, а такъ какъ духи обитаютъ въ пространствѣ четырехъ измѣреній, то для него было вполнѣ ясно, что катодные лучи представляютъ собой четвертое состояніе матеріи. Къ счастью, фантазіямъ Crookes'а былъ положенъ предѣлъ однимъ изъ величайшихъ физиковъ истекшаго вѣка, Maxwell'емъ, о которомъ еще учителя его, когда онъ былъ лишь молодымъ студентомъ, говорили, что онъ никогда не былъ въ состояніи ошибочно мыслить.

Въ чемъ же состояли взгляды Crookes'а? Если испарять жидкость, то отдѣльныя частички ея отдаляются другъ отъ друга; и вмѣстѣ съ тѣмъ, наступаетъ совершенное измѣненіе ея свойствъ. Когда выкачиваютъ газъ изъ трубки, то молекулы отдаляются другъ отъ друга все больше и больше и на ряду съ этимъ должно бы также наблюдаться измѣненіе всѣхъ свойствъ газа. Молекулы съ большой силой ударяются другъ въ друга, распадаясь при этомъ на атомы, и въ случаѣ, если ударъ былъ особенно силенъ, даже на частички элементарнаго вещества. Зарядившись электрически у катода, эти мельчайшія частички отталкиваются отъ него по законамъ электричества—такъ возникаютъ катодные лучи.

Противъ этого представленія выступили нѣмецкіе ученые, такъ, напримѣръ, Goldstein, E. Wiedemann, Hertz, Lenard и др. Нѣкоторые изъ нихъ считали катодные лучи поперечнымъ волнообразнымъ движеніемъ эфира, другіе продольнымъ, третьи видѣли въ катодныхъ лучахъ вихревыя движенія. Но всѣ эти теоріи не были въ состояніи объяснить свойства катодныхъ лучей.

Между тѣмъ, Crookes'ова гипотеза, незначительно измѣненная, всетаки одержала побѣду, благодаря, главнымъ образомъ, работамъ W. Kaufmann'а и J. J. Thomson'а; они вывели изъ нея цѣлый рядъ слѣдствій и подтвердили ихъ опытомъ. Начнемъ съ опыта, который доказываетъ, что катодные лучи дѣйствительно состоятъ изъ движущихся въ одномъ направленіи мельчайшихъ электрически отрицательно заряженныхъ частичекъ. Но прежде остановимся нѣсколько дольше на общеизвѣстномъ механическомъ явленіи, аналогичномъ этому опыту.

Камень, брошенный въ горизонтальномъ направленіи, постепенно падаетъ на землю. Это явленіе объясняется предположеніемъ, что камень, который въ силу инерціи двигался бы по горизонтальной линіи дальше, отклоняется къ землѣ силою, дѣйствующей вертикально внизъ. По общеизвѣстнымъ законамъ паденія тѣлъ пути, проходимые камнемъ въ вертикальномъ направленіи, пропорціональны квадратамъ временъ, тогда какъ въ горизонтальномъ направленіи камень движется лишь въ силу инерціи, а слѣдовательно, равномѣрно, т. е. пути, проходимые горизонтально, пропорціональны временамъ. Согласно другому общеизвѣстному закону механики, закону сложенія путей, камень опишетъ кривую—параболу, которая имѣетъ тѣмъ болѣе вытянутую въ горизонтальномъ направленіи форму, съ чѣмъ большею силой былъ брошенъ камень. При этомъ путь не зависитъ отъ природы и величины брошеннаго тѣла.

Такъ такъ катодные лучи состоятъ изъ мельчайшихъ частичекъ, отброшенныхъ отъ катода, то ихъ путь долженъ былъ бы искривиться въ параболу подъ дѣйствіемъ внѣшней постоянной силы; при этомъ форма кривой не зависитъ отъ величины и особенностей природы этихъ частичекъ. Kaufmann и Aschkinass произвели такой опытъ, который привелъ къ согласію предвычисленнаго пути съ наблюденнымъ. Такимъ образомъ доказано было, что основное представленіе Crookes'овой гипотезы справедливо.

Но на этомъ мы, понятно, не останавливаемся. Сейчасъ же возникаетъ вопросъ, какъ велика масса и электрическій зарядъ одной частички катодныхъ лучей. Заслуга точнаго измѣренія этихъ величинъ принадлежитъ также W. Kaufmann'у и J. J. Thomson'у; при чемъ сперва обѣ эти величины нельзя было опредѣлить отдѣльно другъ отъ друга.

Чтобы пояснить опытъ Kaufmann'a, я обращаюсь снова къ общеизвѣстному явленію, а именно, къ явленію отклоненія магнитной стрѣлки электрическимъ токомъ; этимъ путемъ мы измѣряемъ мультипликаторомъ и гальванометромъ силу тока. — По закону равенства дѣйствія и противодѣйствія (actio et reactio) долженъ при этомъ, наоборотъ, и магнитъ отклонять токъ. Отъ какихъ величинъ будетъ при этомъ зависѣть величина отклоненія? Представимъ себѣ, что токъ протекаетъ по тонкой проволокѣ; ясно, что проволока будетъ отклонена тѣмъ больше, чѣмъ сильнѣе магнитное поле и чѣмъ сильнѣе протекающій токъ, такъ какъ, если одна изъ этихъ величинъ равна нулю, то отклоненія вовсе не произойдетъ. Если теперь взять толстую проволоку, то, при всѣхъ прочихъ равныхъ условіяхъ, отклоненіе будетъ меньше, потому что масса, а вмѣстѣ съ тѣмъ, и инертность проволоки въ этомъ случаѣ больше. Если электричество переносится въ электролитѣ при помощи іоновъ, то отклоненіе при посредствѣ магнита должно аналогичнымъ образомъ зависѣть отъ силы магнитнаго поля, силы тока и массы іона. Отклоненіе будетъ тѣмъ больше, чѣмъ больше количество электричества одного іона, и тѣмъ меньше, чѣмъ его масса и скорость больше. Такимъ образомъ, если намъ извѣстна скорость іона, мы въ состояніи по величинѣ отклоненія опредѣлить отношеніе количества электричества e іона къ его массѣ m, т. е. величину $e/_m$. Точно также и катодные лучи состоятъ изъ движущихся въ одномъ направленіи частичекъ, переносящихъ отрицательное электричество, подобно іонамъ въ электролитѣ, отъ катода къ аноду; слѣдовательно, ихъ отклоняемость должна зависѣть отъ тѣхъ же величинъ, какъ отклоняемость іоновъ раствора. Скорость этихъ катодныхъ частичекъ опредѣляется силою, съ которою онѣ отбрасываются отъ катода, а слѣдовательно, ее можно измѣрить. Точно также безъ труда измѣряются отклоненіе и сила магнита; а слѣдовательно, даны всѣ величины для вычисленія отношенія $e/_m$.

Опыты Kaufmann'а дали слѣдующіе результаты:

1. Отношеніе $e/_m$ *не* зависитъ отъ давленія.

2. Отношеніе $e/_m$ *не* зависитъ отъ вещества газа; безразлично, наполнена ли трубка водородомъ, кислородомъ, азотомъ, рудничнымъ газомъ, углекислотой и т. д.,— $e/_m$ сохраняетъ всегда одно и то же значеніе.

3. Катодные лучи дали для величины $e/_m$ значеніе, приблизительно въ 2000 разъ большее, чѣмъ наблюдается для іоновъ водорода, при отдѣленіи его электрическимъ токомъ изъ водныхъ растворовъ соляной, азотной или какой-либо иной кислоты.

Если пропускать токъ черезъ различные электролиты, то, по закону Faraday'я, равныя количества электричества выдѣлятъ, вообще, различныя, но эквивалентныя количества соотвѣтствующихъ элементовъ; такъ что для различныхъ веществъ величина $e/_m$ получаетъ различныя значенія. Напр., для водорода $\frac{e}{1}$, для мѣди $\frac{e}{31,75}$, для желѣза при добываніи изъ $FeCl_2$ $\frac{e}{28}$, — при добываніи изъ $FeCl_3$ $\frac{e}{18,7}$ и т. д.

Въ газахъ же, какъ мы видѣли только что, величина $e/_m$ не зависитъ отъ вещества; кромѣ того, она значительно больше, чѣмъ въ электролитахъ. Отсюда Kaufmann вывелъ заключеніе, что процессъ теченія электричества въ газахъ не имѣетъ ничего общаго съ процессомъ электрическаго тока въ электролитахъ.

J. J. Thomson, производившій одновременно съ Kaufmann'омъ подобные же опыты, пришелъ, напротивъ того, къ прямо противоположному заключенію. Изъ подобныхъ же результатовъ измѣреній онъ вывелъ заключеніе, что процессъ теченія электричества въ газахъ происходитъ такъ же, какъ и въ жидкостяхъ, съ тою только разницею, что *въ газахъ электричество переносится частицами элементарнаго вещества.* Эта гипотеза дала непосредственное объясненіе того обстоятельства, что величина $e/_m$ сохраняетъ всегда одно и то же значеніе, независимо отъ того, какой газъ наполняетъ трубку; далѣе, такъ какъ масса одной частички элементарнаго вещества во много разъ меньше массы атома водорода, то эта гипотеза даетъ объясненіе того, почему $e/_m$ обладаетъ въ газахъ значеніемъ, во много разъ большимъ, чѣмъ въ жидкостяхъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Телефонъ безъ проволоки. Въ то время, какъ искровая телеграфія посредствомъ электрическихъ волнъ успѣла уже достигнуть довольно значительныхъ успѣховъ, такъ что Николай Тесла и Маркони предсказываютъ уже предстоящій конецъ существующимъ нынѣ телеграфнымъ проводамъ, примѣненіе электрическихъ волнъ къ передачѣ рѣчи еще не удалось. Едва ли можно предположить невозможность примѣненія названныхъ волнъ къ телефонированію безъ посредства металлическихъ проводниковъ, тѣмъ болѣе, когда со времени устройства микрофоновъ для сильныхъ электрическихъ токовъ пришлось отказаться отъ мнѣнія, что для воспроизведенія звуковыхъ, разговорныхъ токовъ соотвѣтствуютъ лишь токи слабые и низкаго напряженія. Повидимому, нужно, слѣдовательно, стремиться къ сооруженію микрофона для тока высокаго напряженія, посредствомъ котораго можно было бы посылать искровыя волны чрезъ воздушное пространство въ унисонъ или ритмъ съ разговорными волнами. Казалось бы, что подходящимъ для этого приборомъ является такъ называемая говорящая электрическая дуга профессора Симона; можетъ быть, и говорящій конденсаторъ профессора Амберга могъ бы служить пріемникомъ.

Сдѣланныя до сихъ поръ попытки къ разрѣшенію этой задачи сводятся въ главномъ къ тому, чтобы достигнуть передачи звуковыхъ волнъ чрезъ воздухъ посредствомъ свѣтовыхъ лучей.

Предложенный Грагамомъ Беллемъ въ 1880 году фотофонъ впервые доказалъ возможность передачи разговора на разстояніе посредствомъ свѣтовыхъ лучей. Белль употреблялъ въ качествѣ передатчика высеребренную полированную пластинку (мембрану), отражающую падающіе на нее лучи сильнаго источника свѣта въ мѣсто назначенія; затѣмъ они собираются въ фокусѣ вогнутаго зеркала, гдѣ помѣщается селенъ. Селенъ включенъ въ цѣпь съ батареей аккумуляторовъ и телефономъ. Селенъ въ кристаллическомъ видѣ обладаетъ способностью превращать свѣтовыя колебанія въ колебанія электрическаго сопротивленія такимъ образомъ, что электрическое сопротивленіе селена уменьшается по мѣрѣ возрастанія силы свѣта.

Когда на передающей станціи говорятъ въ телефонъ, придѣланный къ задней сторонѣ зеркала, то оно начинаетъ колебаться, и отражаемые имъ свѣтовые лучи совершаютъ соотвѣтствующія колебанія. Свѣтовыя колебанія распространяются въ эѳирѣ, падаютъ на селенъ въ пріемной станціи и измѣняютъ ея электрическое сопротивленіе настолько, что въ телефонной цѣпи возбуждаются электрическія волны, соотвѣтствующія по количеству колебаній и амплитудѣ звуковымъ волнамъ, дѣйствующимъ на передатчикъ. Слѣдовательно, то, что говорится въ передатчикъ, слышно въ пріемникѣ. Такъ какъ въ этомъ случаѣ передатчиками рѣчи являются лишь свѣтовые лучи, превращаемые механическимъ путемъ въ колебанія, то такой способъ сообщенія можно назвать просто свѣтовой телефоніей.

Большой успѣхъ въ области телефоніи безъ металлическихъ проводниковъ достигнутъ былъ въ 1897 году профессоромъ Симономъ въ физическомъ институтѣ Эрлангенскаго университета. Онъ замѣтилъ, что электрическая дуга лампы постояннаго тока даетъ каждый разъ своеобразный звукъ, когда въ сосѣдней комнатѣ приводится въ дѣйствіе индукторъ. Причиною этого явленія оказалось то, что питательный проводникъ лампы шелъ на нѣкоторомъ протяженіи параллельно съ проводникомъ индуктора. Это открытіе „говорящей дуги“ дало возможность воспользоваться электрическою свѣтовою дугою не только въ качествѣ передатчика, но и въ качествѣ пріемника.

Если въ одинъ изъ проводниковъ дуговой электрической лампы постояннаго тока включить вторичную обмотку индуктора и соединить первичную обмотку съ микрофономъ и элементомъ, то свѣтовая дуга ясно и отчетливо воспроизводитъ слова, сказанныя въ микрофонъ.

Колебаніями тока въ микрофонной цѣпи въ цѣпь дуговой лампы передаются также колебанія тока—перемѣнные токи—идущіе какъ бы поверхъ постояннаго тока, служащаго для воспроизведенія дугового свѣта, и вызывающіе такимъ образомъ акустическія явленія. Звучаніе (говореніе) дуги объясняютъ тѣмъ, что быстрыя колебанія тока, вызываемыя индуктивными дѣйствіями микрофона поверхъ постояннаго тока дуговой лампы, производятъ измѣненія превращаемаго въ тепло электричества въ свѣтовой дугѣ. Колебанія температуры свѣтовой дуги обусловливаютъ подобныя же колебанія въ объемѣ газовъ, образующихся въ дугѣ, и распространяются затѣмъ въ пространствѣ въ видѣ звуковыхъ волнъ.

По законамъ лучеиспусканія накаленныхъ тѣлъ, каждое измѣненіе температуры пламени имѣетъ послѣдствіемъ подобное же измѣненіе интенсивности исходящихъ отъ пламени свѣтовыхъ и тепловыхъ лучей. Быстрыми колебаніями температуры говорящей свѣтовой дуги обусловливаются также колебанія свѣтовыхъ и тепловыхъ лучей. Для передающей станціи безпроволочной телефоніи имѣютъ прежде всего значеніе колебанія свѣтовыхъ лучей; такъ какъ послѣдніе воспроизводятся электрическимъ путемъ, то практически можно бы назвать этотъ родъ передачи свѣто-электрической телефоніей. Свѣтовая дуга въ этомъ случаѣ соединяется указаннымъ уже выше способомъ съ микрофономъ и помѣщается въ фокусѣ вогнутаго зеркала (мембраны). Зеркало посылаетъ лучи параллельно къ такому же вогнутому зеркалу въ пріемной станціи, гдѣ онѣ собираются въ помѣщенномъ въ фокусѣ селенѣ. Электрическое сопротивленіе селена, вслѣдствіе освѣщенія, уменьшается приблизительно до одной десятой части. Когда говорятъ въ микрофонъ, то разговорные токи, индуктируемые въ цѣпи дуговой лампы, вызываютъ въ исходящихъ отъ дуги свѣтовыхъ лучахъ колебанія, соотвѣтствующія звуковымъ волнамъ. Эти колебанія посредствомъ вогнутыхъ зеркалъ передающей и принимающей станцій сообщаются селену и дѣйствуютъ на соединенный съ нимъ телефонъ.

Практическаго примѣненія для передачи свѣдѣній до сихъ поръ не получала ни свѣтовая, ни свѣто-электрическая телефонія; это происходитъ, можетъ быть, отъ слишкомъ малаго размѣра и интенсивности употребляемыхъ вогнутыхъ зеркалъ и источниковъ свѣта для передачи сказанной рѣчи посредствомъ свѣтовыхъ лучей чрезъ пространство на болѣе значительныя разстоянія. Съ затрудненіями, представляемыми геліографіи (передачѣ знаковъ Морзе посредствомъ короткихъ и долгихъ свѣтовыхъ сіяній), на большое разстояніе и при неясной погодѣ, приходится въ одинаковой степени считаться и при пользованіи безпроволочной телефоніей, основанной на примѣненіи свѣтовыхъ лучей. Болѣе важное значеніе для передачи сообщеній можетъ имѣть развѣ искровая телефонія посредствомъ волнъ Герца.

Для свѣтовой и свѣто-электрической телефоніи открывается, повидимому, въ связи съ фотографіей, болѣе широкое практическое примѣненіе въ другой области. Если вмѣсто того, чтобы направлять свѣтъ говорящей дуги на селенъ, наводить его на фотографическую пленку, подвигающуюся съ умѣренною скоростью, подобно тому, какъ это происходитъ въ кинематографѣ, передъ линіею фокуса особаго устройства цилиндрической линзы, то колебанія звуковъ, превращаемыхъ въ свѣтовые лучи, фиксируются на пленкѣ. При проявленіи пленки фотографическимъ способомъ, свѣтовыя колебанія появляются въ видѣ болѣе толстыхъ или тонкихъ линій. Эти характерныя линіи соотвѣтствуютъ каждому звуку, такъ что при нѣкоторомъ навыкѣ можно бы читать переданныя слова непосредственно съ проявленной пленки. Если проводить пленку въ одинаковомъ видѣ и съ одинаковою скоростью, какъ при пріемѣ, передъ обыкновенной лампой-прожекторомъ и помѣстить позади пленки селенъ, то различной густоты тѣни пленки вызовутъ соотвѣтственное принятымъ звуковымъ волнамъ освѣщенiе селена, которое описаннымъ выше путемъ превращается вновь въ звуковыя волны. Такимъ образомъ, получается новый видъ фонографа, отличающiйся отъ фонографа съ восковымъ валикомъ чрезвычайно ясною и отчетливою передачею. Э. Румеръ называетъ указываемый имъ приборъ, въ отличiе отъ обыкновеннаго фонографа и отъ телефонографа или телеграфона Паульсона, фотографономъ.

(Почтово-Телегр. Ж.).

Астрономическiя извѣстiя.

1. **Комета 1902 b.**—31-го августа нов. ст. на Lick'ской обсерваторiи (въ Америкѣ) астрономомъ этой обсерваторiи C. D. Perrine'омъ была открыта въ созвѣздiи Персея новая комета, — вторая въ нынѣшнемъ году,—обозначенная числомъ 1902, сообразно году открытiя, и буквой *b*. При открытiи яркость ея была 9 величины. Послѣдующiя наблюденiя, произведенныя какъ на той же обсерваторiи, такъ и на многихъ другихъ, дали возможность вычислить элементы ея орбиты (въ предположенiи, что орбита эта параболическая), а эти послѣднiе — эфемериду кометы. Такъ, E. Strömgren даетъ въ $n^0$3815 журнала „Astronomische Nachrichten“ слѣдующiе элементы орбиты:

Время прохожденiя черезъ перигелiй T=1902 ноября 23.215 Средн. Берл. врем.

Разстоянiе перигелiя отъ узла	$\omega = 153^0 53'.2$	относительно эклиптики 1902.0 года.
Долгота узла	$\Omega = 50^0 10'.6$	
Наклонность	$i = 158^0\ 8'.2$	
Разстоянiе отъ Солнца въ перигелiи	$q = 0.39897$.	

Изъ этихъ данныхъ видно, что въ настоящее время комета приближается къ Солнцу, и ея яркость поэтому должна была увеличиваться; вычисленiя того же E. Strömgren'а показываютъ, что къ 25 сентября (ст. ст.) ея яркость должна была быть наибольшей, именно, въ 29.4 раза превосходить яркость ея въ моментъ открытiя. Послѣ 25 сентября яркость кометы должна уменьшаться, несмотря на то, что приближенiе ея къ Соянцу, а слѣдовательно, и развитiе ея, будутъ продолжаться до 10 ноября ст. ст. (время прохожденiя черезъ перигелiй), такъ какъ съ 25 сентября разстоянiе кометы отъ Земли начнетъ постепенно увеличиваться. Эфемерида, вычисленная на основанiи вышеприведенныхъ элементовъ, даетъ слѣдующiя числовыя величины прямыхъ восхожденiй и склоненiй:

Сентября	27	(ст. ст.)	$19^h 9^m.3$	$+33^0 4'$
„	29	„	18 44.5	26 11
Октября	1	„	18 25.7	20 6
„	3	„	18 11.0	$+$ 14 53.

Послѣднее положенiе соотвѣтствуетъ созвѣздiю Геркулеса.

2. **Масса колецъ Сатурна.**—Въ *n⁰* 524 „The Astronomical Journal" помѣщена статья A. Hall'a о массѣ сатурновыхъ колецъ. Изученіе орбиты наибольшаго спутника Сатурна, Титана, указываетъ, что линія апсидъ по орбитѣ должна измѣнять свое положеніе и что измѣненіе направленія этой линіи, вызываемое дѣйствіемъ колецъ и другихъ спутниковъ Сатурна, должно выражаться формулой

$$\frac{d\pi}{dt} = A + Bm + B_1 m_1 + B_2 m_2 + B_3 m_3 + \ldots,$$

гдѣ A, B, B_1, B_2, B_3, . . . суть нѣкоторыя постоянныя; m—масса колецъ; m_1, m_2, m_3, . . . суть массы спутниковъ; $\frac{d\pi}{dt}$ есть измѣненіе направленія линіи апсидъ въ Юліанскій годъ. A. Hall въ этой формулѣ удерживаетъ только пять членовъ, не принимая во вниманіе дѣйствія спутниковъ Мимоса, Энцелода и Япета, какъ значительно удаленныхъ отъ Титана, и Гиперіона въ силу неизвѣстности его массы. Зная массы m_1, m_2, m_3, зная величину годового измѣненія направленія линіи апсидъ и величины постоянныхъ A, B, B_1, ..., мы можемъ рѣшить вышеприведенное уравненіе относительно m, и такимъ образомъ найти массу колецъ Сатурна. A. Hall получаетъ ее этимъ путемъ и находитъ $m = \frac{1}{7092}$, принимая массу Сатурна за 1. Замѣтимъ, что Бессель оцѣнивалъ массу колецъ въ $\frac{1}{118}$, а Тиссеранъ—въ $\frac{1}{620}$.

3. **Солнечное затменіе 18 октября (ст. ст.).** — Напоминаемъ читателямъ, что 18 октября должно произойти частное солнечное затменіе. Не приводя подробныхъ данныхъ (интересующихся отсылаемъ къ „Русскому Астрономическому Календарю на 1902 годъ"), укажемъ только нѣкоторыя данныя. Видимо затменіе будетъ почти во всей Европѣ и въ Западной Азіи. Для Петербурга наибольшая фаза 0.4, начало и конецъ затменія около 8 и $^1/_4$11 часа утра; для Одессы тѣ же величины суть 0.2, начало 9-го и $^3/_4$10 часа утра.

В. А. Е.

РЕЦЕНЗІИ.

Н. Ди-Сеньи. *Курсъ прямолинейной тригонометріи.* Составленъ по программамъ и примѣнительно къ послѣднимъ требованіямъ конкурсныхъ испытаній для поступленія въ институты: горный, инженеровъ путей сообщенія, технологическій и другія высшія техническія учебныя заведенія. С.-Петербургъ. 1902. Цѣна 1 руб. 25 коп.

Вслѣдствіе недостатка высшихъ техническихъ учебныхъ заведеній въ Россіи и огромнаго числа лицъ, ежегодно стремящихся поступить въ одно изъ нихъ, установились конкурсныя пріемныя испытанія, цѣль которыхъ — изъ множества претендентовъ выбрать способнѣйшихъ или наиболѣе подготовленныхъ въ такомъ количествѣ, какое можетъ быть принято учебнымъ заведеніемъ. Программы и задачи, предлагаемыя на этихъ испытаніяхъ, особенно въ Петербургѣ, часто далеко не согласуются съ тѣми познаніями, которыя выносятъ молодые люди изъ гимназій и реальныхъ училищъ. Нерѣдко задаются даже такіе вопросы, которые, повидимому, расчитаны спеціально на то, что многіе изъ конкурентовъ не догадаются, какъ на нихъ отвѣтить, и чрезъ это не получатъ балловъ, требуемыхъ конкурсомъ.

Результатомъ такого ненормальнаго положенія дѣла вышло то, что въ нашей учебной математической литературѣ стали появляться руководства, предназначенныя, главнымъ образомъ, для подготовки къ конкурснымъ испытаніямъ. Къ числу такихъ руководствъ относится и „Курсъ прямолинейной тригонометріи“ г. Ди-Сеньи.

Сопоставляя содержаніе этого учебника съ приложенною въ концѣ его программою конкурсныхъ испытаній по тригонометріи, можно убѣдиться, что онъ вполнѣ удовлетворяетъ своему назначенію. Всѣ статьи, указанныя въ программѣ, разобраны въ немъ весьма подробно; изложеніе ясное и строго научное. Въ смыслѣ содержанія особенности учебника указаны въ предисловіи самимъ авторомъ. Въ немъ 1) съ особенною подробностью разработанъ вопросъ о двойственности знаковъ въ тригонометрическихъ формулахъ; 2) главы о рѣшеніи тригонометрическихъ ур-ній и тр-въ развиты болѣе, чѣмъ въ другихъ учебникахъ тригонометріи; 3) изслѣдованіе наиболѣе важныхъ тригонометрическихъ формулъ дѣлается не только аналитическимъ путемъ, не всегда яснымъ для учащихся, но и геометрическимъ. Въ смыслѣ изложенія предмета къ особенностямъ нужно отнести новое, не встрѣчающееся въ другихъ учебникахъ, опредѣленіе линій секанса и косеканса, по которому линія секанса есть отрѣзокъ перваго главнаго діаметра тригонометрическаго круга отъ центра до пересѣченія съ касательной, проведенной чрезъ конецъ дуги, а линія косеканса есть отрѣзокъ второго діаметра отъ центра до пересѣченія съ тою же касательною. При такомъ опредѣленіи знакъ секанса и косеканса опредѣляется по правилу Декарта также просто, какъ, напр., знакъ косинуса или тангенса; тогда какъ при обычномъ опредѣленіи выборъ знака для этихъ линій съ геометрической точки зрѣнія представляется страннымъ.

Но при всѣхъ достоинствахъ разбираемый учебникъ имѣетъ и недостатки. Такъ, въ статьѣ объ опредѣленіи тригонометрическихъ величинъ для дугъ $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{10}$ не указано, въ какихъ случаяхъ вообще для опредѣленія тригонометрическихъ величинъ можно пользоваться теоріею правильныхъ многоугольниковъ; въ главѣ о соотношеніяхъ между сторонами и углами треугольника не выяснено, сколько можетъ быть такихъ соотношеній, независящихъ одно отъ другого. Впрочемъ, этими недостатками страдаютъ почти всѣ наши учебники по тригонометріи.

Еще одно замѣчаніе. Двѣ дуги, алгебраическая сумма которыхъ равна π, г. Ди-Сеньи наз. *пополнительными,* въ отличіе отъ дугъ дополнительныхъ. Этотъ новый терминъ нельзя назвать удачнымъ и можно было бы обойтись безъ него безъ всякаго ущерба для дѣла.

Конечно, указанные недостатки легко поправимы и нисколько не умаляютъ превосходства разбираемаго учебника по сравненію съ другими учебниками по тому же предмету. Можно съ увѣренностью сказать, что „Курсъ тригонометріи“ Ди-Сеньи окажется полезнымъ не только какъ руководство для подготовки къ конкурснымъ экзаменамъ, но и какъ руководство при прохожденіи тригонометріи въ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ.

Б. Чихановъ. *Учебникъ прямолинейной тригонометріи.* Курсъ среднихъ учебнихъ заведеній. Изд. 2-е. Люблинъ. 1903 г. Цѣна 50 коп. (Первое изданіе Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. одобрено въ качествѣ учебнаго руководства для среднихъ учебныхъ заведеній).

Учебникъ тригонометріи г. Чиханова отличается ясностью и крайнею сжатостью изложенія. По содержанію онъ имѣетъ преимущество предъ нѣкоторыми другими учебниками тригонометріи въ томъ, что въ немъ болѣе развиты статьи о рѣшеніи треугольниковъ и тригонометрическихъ уравненій.

Важнѣйшую особенность его составляетъ то, что, во 2-омъ изданіи, о секансахъ и косекансахъ ничего не говорится; упоминается лишь въ видѣ примѣчанія, что есть такія тригонометрическія линіи. Хотя, по заявленію автора въ предисловіи, это сдѣлано „согласно конспекту учебнаго плана для средней школы“, тѣмъ не менѣе, этотъ пробѣлъ, по моему мнѣнію, является крупнымъ недостаткомъ учебника; ибо, если учившимся по этому учебнику придется имѣть дѣло съ математикою въ высшемъ учебномъ заведеніи, то они неминуемо встрѣтятся съ секансами и косекансами и потому должны будутъ доучиваться.

Другія слабыя стороны учебника состоятъ въ слѣдующемъ. При выводѣ соотношеній между тригонометрическими величинами одного и того же угла не выяснено, сколько можетъ быть независимыхъ такихъ соотношеній. Не выяснено, для какихъ угловъ могутъ быть найдены тригонометрическія величины на основаніи теоріи правильныхъ многоугольниковъ. Не объяснено, почему для дугъ отъ 0^0 до 3^0 синусы и тангенсы можно принимать пропорціональными дугамъ. Не объяснено также, сколько можетъ быть независимыхъ соотношеній между сторонами и углами треугольника.

Въ рекомендаціяхъ учебникъ г. Чиханова не нуждается, такъ какъ онъ одобренъ ученымъ комитетомъ въ качествѣ руководства для среднихъ учебныхъ заведеній.

Дм. Ефремовъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 244 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\lg_{\sin x}\cos x+4\lg_{\operatorname{ctg}x\cos cx}\sin x=0.$$

А. Мошковичъ (Одесса).

№ 245 (4 сер.). На дугѣ даннаго полукруга опредѣлить двѣ точки X и $У$ такъ, чтобы периметръ четыреугольника, полученнаго отъ соединенія этихъ двухъ точекъ прямыми между собой и съ концами діаметра, былъ maximum.

Г. Огановъ (сел. Гомадзоръ).

№ 246 (4 сер.). Стороны AB, BC, CD и AD четыреугольника $ABCD$ равны соотвѣтственно

$$a,\ a,\ 3a \text{ и } \left(3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{6+\dots}}}}\right)a,$$

гдѣ a – данный отрѣзокъ, и уголъ его B прямой. Построить четыреугольникъ $ABCD$ и вычислить его площадь.

Л. Ямпольскій (Одесса).

№ 247 (4 сер.). Опредѣлить a, b, c такъ, чтобы многочленъ

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+4$$

былъ квадратомъ другого цѣлаго относительно x многочлена и чтобы при $x=-1$ числовая величина даннаго многочлена равнялась 1.

(Заимств.).

№ 248 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$2(a^3+b^3)x^2-3x+(a+b)=0,$$

гдѣ a и b корни уравненія

$$X^2-pX+\frac{p^2-1}{2}=0.$$

(Заимств.).

№ 249 (4 сер.) Маятникъ длиной въ 50 сантиметровъ сдѣлалъ 4 качанія, пока совершилось паденіе тѣла, выпущеннаго безъ начальной скорости, на землю. Найти высоту, съ которой упало тѣло.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 168 (4 сер.). *Въ точкѣ* B *отрѣзка* AB *возставленъ перпендикуляръ* $BC=\frac{1}{2}AB$ *и около центра* C *описана окружность радіусомъ, равнымъ* BC, *пересѣкающаяся съ* AC *въ точкахъ* D *и* E *(названія точекъ* D *и* E *выбраны такъ, что* AE=AD+DE). *Показать, что* BE *есть радіусъ круга, описаннаго около правильнаго пятиугольника, сторона котораго равна* AB.

Изъ прямоугольнаго треугольника ABC имѣемъ, обозначая AB черезъ a,—

$$AC = \sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2} = \sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}. \qquad (1).$$

Изъ подобія треугольниковъ ABD и ABE слѣдуетъ:

$$\frac{DB}{BE} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC-DC}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{5}}{2}-\frac{a}{2}}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = m \qquad (2),$$

гдѣ коэффиціентъ m введенъ для сокращенія *).

Изъ *прямоугольнаго* треугольника DBE имѣемъ: $\overline{BE}^2+\overline{DB}^2=\overline{DE}^2=\overline{AB}^2$, или (см. 2) $\overline{BE}^2+m^2\cdot\overline{BE}^2=\overline{AB}^2$, откуда

$$BE = \frac{AB}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{AB}{\sqrt{1+\frac{1+5-2\sqrt{5}}{4}}} = \frac{AB}{\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}},$$

откуда $AB = BE\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$, т. е. AB есть сторона правильнаго пятиугольника, вписаннаго въ кругъ радіуса BE.

А. Шведовъ (Псковъ); *Г. Огановъ* (Эривань); *Н. Готлибъ* (Митава); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *И. Плотникъ* (Одесса); *С. Кудинъ* (Москва); *Н. Самбикинъ* (Рига).

№ 170 (4 сер.). *Доказать, что число* $n^{13}-n$ *дѣлится на* $2^{13}-2$, *гдѣ* n *число цѣлое, не кратное* 3.

Представивъ выраженія $2^{13}-2$ и $n^{13}-n$ въ видѣ

$$2^{13}-2=2(2^{12}-1)=2(2^6-1)(2^6+1)=2(2^3-1)(2^3+1)(2^6+1)=2.7.9.65=$$
$$=2.7.9.5.13,$$
$$n^{13}-n=n(n^3-1)(n^3+1)(n^6+1)=n(n-1)(n^2+n+1)(n^3+1)(n^6+1)=$$
$$=n(n^3-1)(n^3+1)=n(n^{12}-1)=n[(n^4)^3-1^3] \qquad (1),$$

покажемъ, что число $n^{13}-n$ дѣлится на 2, 7, 9, 5 и 13, а потому и на произведеніе этихъ чиселъ, если n есть число цѣлое, не кратное 3.

Если число n не кратно 3, то $n=3k\pm1$, гдѣ k число цѣлое.

Поэтому

$$n^3=(3k\pm1)^3=9(3k^3\pm3k^2+k)\pm1,$$

откуда

$$n^3\mp1=9(3k^3\pm3k^2+k),$$

т. е. или n^3-1, или n^3+1 кратно 9. Но $n^{13}-n$ (см. (1)) дѣлится и на n^3-1 и на n^3+1; поэтому, при n цѣломъ не кратномъ 3, $n^{13}-n$ дѣлится на 9.

Число $n^{13}-n$ (см. (1)) дѣлится на произведеніе $n(n-1)$, которое четно, какъ произведеніе двухъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ; значитъ, $n^{13}-n$ дѣлится на 2.

Если n кратно 7, то (см. (1)) и $n^{13}-n$ кратно 7; если n не кратно 7, то дѣлитель n^6-1 числа $n^{13}-n$ дѣлится, по теоремѣ Ферма, на 7; итакъ, при n цѣломъ $n^{13}-n$ дѣлится на 7.

Точно также изъ дѣлимости выраженія $n^{13}-n$ съ одной стороны на n и на $n^{12}-1$, съ другой—на n и n^4-1 (см. (1)) заключаемъ, въ связи съ теоремой Ферма, что число $n^{13}-n$ дѣлится на 5 и 13.

*) Значеніе m можно получить сразу, замѣчая, что AD есть сторона правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ кругъ радіуса AB.

Итакъ, при указанномъ въ условіи ограниченіи, $n^{13}-n$ дѣлится на $2.7.9.5.13=2^{13}-2$.

Г. Огановъ (Эривань); *Я. Гукайло* (село Тальное); *Н. Готлибъ* (Митава); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *С. Кудинъ* (Москва); *М. Семеновскій* (Митава); *Н. Самбикинъ* (Рига).

№ 174 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе:*

$$x^6+2x^3(1-a)-4\sqrt{ax^3}+a(a+2)=0.$$

Путемъ преобразованій

$$x^6+2x^3(1-a)-4\sqrt{ax^3}+a(a+2)=x^6-2ax^3+a^2+2\left[(\sqrt{x^3})^2-2\sqrt{x^3}\sqrt{a}+(\sqrt{a})^2\right]=$$
$$=(x^3-a)^2+2(\sqrt{x^3}-\sqrt{a})^2=(\sqrt{x^3}-\sqrt{a})^2\left[(\sqrt{x^3}+\sqrt{a})^2+2\right]=0,$$

разбиваемъ предложенное уравненіе на два:

$(\sqrt{x^3}-\sqrt{a})^2=0$, откуда $x^3=a$, $x=\alpha\sqrt[3]{a}$ (α—любое изъ значеній $\sqrt[3]{1}$, $\sqrt[3]{a}$—какое-нибудь одно опредѣленное изъ значеній $\sqrt[3]{a}$).

$$(\sqrt{x^3}+\sqrt{a})^2+2=0,\quad \sqrt{x^3}+\sqrt{a}=\pm i\sqrt{2},$$
$$\sqrt{x^3}=-\sqrt{a}\pm i\sqrt{2},\quad x^3=(i\sqrt{2}\pm\sqrt{a})^2=a-2\pm 2i\sqrt{2a},$$
$$x=\alpha\sqrt[3]{a-2\mp 2i\sqrt{2a}},$$

гдѣ α—любое изъ трехъ значеній $\sqrt[3]{1}$, а $\sqrt[3]{a-2\pm 2i\sqrt{2a}}$ есть одно, вполнѣ опредѣленное изъ значеній этого радикала.

В. В. (Москва); *Н. Готлибъ* (Митава); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Г. Томанъ* (Уфа); *П. Самбикинъ* (Рига).

№ 175 (4 сер.). *Если* n *есть нечетное число, взаимно простое съ* 3 *и* 7, то n^6-1 *кратно* 168.

Такъ какъ n, по условію, есть число вида $2k+1$, гдѣ k цѣлое число, то

$$n^2-1=(2k+1)^2-1=4k^2+4k=4k(k+1) \qquad (1).$$

Число $k(k+1)$ дѣлится на 2,—какъ произведеніе двухъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ,—поэтому число $n^2-1=4k(k+1)$ дѣлится на 8.

Но

$$n^6-1=(n^2)^3-1^3 \qquad (2).$$

Слѣдовательно, число n^6-1 дѣлится на n^2-1, а потому n^6-1 дѣлится на 8. По условію, n есть число взаимно простое съ 7; поэтому, по теоремѣ Фермата, n^6-1 дѣлится на 7.

По условію, n, будучи взаимно простымъ съ 3, есть число вида $3l\pm1$, гдѣ l число цѣлое. Поэтому

$$n^2-1=9l^2\pm6l=3l(3l\pm2),$$

откуда видно, что n^2-1 кратно 3; но n^6-1 (см. 2) кратно n^2-1 и потому тоже кратно 3. Будучи кратно взаимно простыхъ чиселъ 7, 8 и 3, число n^6-1 кратно произведенія $3.7.8=168$.

Н. Готлибъ (Митава); *Г. Огановъ* (Эривань); *Я. Гукайло* (село Тальное); *И. Плотникъ* (Одесса); *М. Семеновскій* (Митава); *Н. Самбикинъ* (Рига).

№ 203 (4 сер.). ***Рѣшить систему уравненій:***

$$x^2-y^2+xy+3\sqrt[3]{xy}\left(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}\right)^2=a,$$

$$\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}=b.$$

Найти дѣйствительные корни этой системы, полагая $a=1331$, $b=13$.

Полагая $\sqrt[3]{x}=u$, $\sqrt[3]{y}=v$, дадимъ нашей системѣ видъ:

$$u^6-v^6+u^3v^3+3uv(u^2-v^2)^2=a \quad (1),$$

$$u^2+v^2=b \quad (2).$$

Лѣвая часть уравненія (1) есть кубъ трехчлена u^2+uv-v^2, поэтому

$$u^2+uv-v^2=\alpha\sqrt[3]{a} \quad (3),$$

гдѣ α—одно изъ значеній корня кубичнаго изъ 1. Вычитая изъ уравненія (3) уравненіе (2), находимъ:

$$uv-2v^2=\alpha\sqrt[3]{a}-b,$$

откуда

$$u=\frac{c+2v^2}{v} \quad (4),$$

гдѣ $c=\alpha\sqrt[3]{a}-b$ (5).

Подставлляя значеніе u изъ равенства (4) въ уравненіе (2), освобождая полученное уравненіе отъ дробей и перенося всѣ члены въ первую часть, имѣемъ:

$$5v^4+(4c-b)v^2+c^2=0 \quad (6),$$

откуда для каждаго опредѣленнаго значенія c находимъ четыре значенія v; но c (см. (5)) имѣетъ три значенія; поэтому для v находимъ всего двѣнадцать значеній, подставляя каждое изъ которыхъ въ равенство (4), найдемъ соотвѣтствующія значенія u. Возвышая найденныя значенія u и v въ кубъ, найдемъ двѣнадцать соотвѣтственныхъ значеній для x и y. При $a=1331$, $b=13$, ограничиваясь дѣйствительными значеніями u и v, чего достаточно для полученія *одновременно дѣйствительныхъ* значеній x и y, имѣемъ: $\alpha=1$, $c=-2$, и наконецъ (см. 6), $5v^4-21v^2\ 4=0$, откуда $v_1=2$, $v_2=-2$, $v_3=\frac{1}{\sqrt{5}}$; $v_4=-\frac{1}{\sqrt{5}}$; далѣе (см. (4)): $u_1=3$; $u_2=-3$, $u_3=-\frac{8}{\sqrt{5}}$, $u_4=\frac{8}{\sqrt{5}}$. Поэтому

$$x_1=27;\quad x_2=-27;\quad x_3=-\frac{512}{5\sqrt{5}};\quad x_4=\frac{512}{5\sqrt{5}}.$$

$$y_1=8;\quad y_2=-8;\quad y_3=\frac{1}{5\sqrt{5}};\quad y_4=-\frac{1}{5\sqrt{5}}.$$

А. Винокуровъ (Москва); *Я. Сыченковъ* (Орелъ).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 8-го Октября 1902 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
ищется

Обложка
пщется