

№ 429.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Терпегомъ

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Л. Кагана.

XXXVI-го Семестра № 9-й.

ОДЕССА

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1906.

XX Г. ИЗД.

XX Г. ИЗД.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый, подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

Предпущіе семестры были рекомендованы: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., гор. род. уч., учит. инст. и семинарій: Главнымъ Управл. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; №№ 1—48 одобрены Уч. Ком. при Св. Синодѣ для дух. семин. и училищъ.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригин. и переводн. статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Научн. хроника. Разн. извѣстія. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія задачъ съ фамил. рѣшившихъ. Упражн. для учениковъ. Библиограф. отдѣль: обзоръ иностран. журналовъ; замѣтки и рецензій о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются въ такой мѣрѣ популярно, въ какой это возможно безъ ущерба для научн. стороны. Статьи, посвященныя педагог. вопросамъ, имѣютъ цѣлью обмѣнъ мнѣній преподавателей по различн. вопросамъ преподаванія элементарной мат. и физики. Въ отдѣлѣ „Науч. хроника“ помѣщаются рефераты о важнѣйшихъ научн. работахъ, отчеты о съѣздахъ, конгрессахъ и т. п. Въ отдѣлѣ „Разныя извѣстія“ помѣщаются свѣдѣнія о текущихъ событіяхъ въ жизни различн. учен. и учебн. заведеній. Задачи дѣлятся на двѣ категоріи: болѣе легкія, доступн. хорошему ученику, и болѣе трудныя, требующія болѣе глубокой подготовки. Отъ времени до времени предлагаются задачи и темы на премію.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ:

Подписная цѣна съ пересылкой за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Семестры XVI и XXIII распроданы. Пробный номеръ высылается безплатно по первому требованію.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.

Городской адресъ: Елисаветинская, 4.



Редакторъ, приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Податель В. А. Горюновъ.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.


 № 429.
 

Содержаніе: О наблюденіи полныхъ солнечныхъ затмений. Докладъ гр. А. Лабомъ-Плювинеля, вице-президента Французскаго Астрономическаго Общества, читанный на годичномъ общемъ собраніи 4-го апрѣля 1906 года. *Переводъ Ю. А. Говстева.* — Строеіе внутренности земли. *О.* — „Теорія приближенныхъ дробей“ (Окончаніе) *В. Н. Шимковича.* — Задачи для учащихся №№ 817—822 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 681, 704. — Объявленія.

О наблюденіи полныхъ солнечныхъ затмений.

Докладъ гр. А. Лабомъ-Плювинеля, вице-президента Французскаго Астрономическаго Общества, читанный на годичномъ общемъ собраніи 4-го апрѣля 1906 года.

Переводъ Ю. А. Говстева.

Мм. Гг. — Я уже не разъ занималъ Ваше вниманіе вопросомъ о полныхъ солнечныхъ затменияхъ. Я говорилъ Вамъ, какія наблюденія могутъ быть сдѣланы за тѣ нѣсколько минутъ, которыя продолжается полное закрытіе солнечнаго диска, и познакомилъ Васъ съ полученными въ результатъ этихъ наблюденій матеріалами для рѣшенія той крупной задачи, которая стоитъ во главѣ всей физической астрономіи, — задачи о физическомъ составѣ солнца.

На этотъ разъ, оставивъ въ сторонѣ техническую сторону вопроса, я изложу передъ Вами чисто внѣшнюю, такъ сказать, организацію тѣхъ научныхъ экспедицій, которыя имѣютъ цѣлью наблюденіе солнечныхъ затмений. Съ Вашего позволенія, мы последуемъ шагъ за шагомъ за астрономомъ-путешественникомъ, который устанавливаетъ въ какомъ-нибудь отдаленномъ мѣстѣ свой астрономическій инвентарь, необходимый для производства наблюденія, продолжающагося всего лишь нѣсколько минутъ. Мы увидимъ, какія трудности ему приходится преодолевать, и цѣною

какихъ усилій онъ достигаетъ важныхъ результатовъ. О характерѣ работы этихъ странствующихъ астрономовъ, вообще говоря, господствуетъ совершенно превратное представленіе, такъ какъ условія ихъ дѣятельности ни въ чемъ не походятъ на условія дѣятельности тѣхъ ученыхъ, которые работаютъ въ обсерваторіи, проводя вечера за наблюденіями, а дни за вычисленіями.

Посмотримъ же, чѣмъ долженъ заняться наблюдатель затмений съ того момента, когда онъ рѣшилъ предпринять новый походъ.

Прежде всего онъ долженъ справиться съ „календаремъ для астрономовъ и мореплавателей“, который ежегодно публикуется „Палатой долготъ“. Здѣсь онъ найдетъ особыя карты, указывающія за два года впередъ тѣ области земли, для которыхъ предстоящее солнечное затменіе будетъ полнымъ. Вообще говоря, полное солнечное затменіе видимо въ полосѣ, имѣющей въ ширину отъ ста до двухсотъ километровъ, но въ длину захватывающей иногда цѣлую половину земного шара. Съ астрономической точки зрѣнія, наблюдательную станцію предпочтительно установить по возможности въ срединѣ этой зоны, такъ какъ здѣсь продолжительность явленія будетъ наибольшею и высота солнца надъ горизонтомъ максимальной. Но очень часто эта область оказывается недоступной: она находится въ срединѣ Тихаго океана, въ центрѣ Африки или среди громадной пустыни, какъ Гоби, какъ это и будетъ съ солнечнымъ затменіемъ въ январѣ 1907 г. Иногда случается, что *вся* полоса полного затменія находится на морѣ,—недаромъ оно занимаетъ такую часть земной поверхности!

Такъ напр., въ 1904 году „Календарь“ предсказывалъ очень подходящее солнечное затменіе, продолжительность котораго имѣла достигнуть 6 минутъ, что составляетъ почти максимумъ. Зона полного затменія простиралась по Тихому океану, и морскія карты указывали лишь на два острова, такъ наз. *острова Уокера*, на которыхъ можно было произвести наблюденіе. Я уже сталъ готовиться къ экспедиціи на острова Уокера, когда вдругъ узналъ въ Картографическомъ Заведеніи, что эти острова существуютъ лишь въ воображеніи капитана Уокера. Во всей же полосѣ полного затменія можно было указать лишь на одинъ утесъ, вершина котораго выходитъ изъ воды только во время отлива. Въ виду полной невозможности установить аппараты на столь неросприимномъ утесѣ, я вынужденъ былъ отказаться отъ наблюденія этого прекраснаго затменія.

Отъ географовъ наблюдатель затмений долженъ обратиться къ метеорологамъ, чтобы опредѣлить, на какихъ станціяхъ есть большая вѣроятность хорошей погоды. На самомъ экваторѣ метеорологическія условія весьма неблагоприятны, такъ какъ ежедневные дожди представляютъ собою общее правило, и небо здѣсь всегда болѣе или менѣе закрыто водяными парами. Наболѣе

благопріятными областями служить, смотря по времени года, тотъ или другой изъ тропиковъ. Такъ напр., если затменіе имѣтъ мѣсто зимою, то Индія или Египетъ представляютъ почти всегда наилучшее мѣсто для наблюденія.

Въ выборѣ наблюдательной станціи играютъ роль и нѣкоторые другія соображенія. Разумѣется, мы отдадимъ предпочтеніе мѣсту возвышенному, но укрытому отъ вѣтра, который колеблетъ инструменты, срываетъ палатки и поднимаетъ пыль, столь губительную для колесъ часовыхъ аппаратовъ и для оптическихъ частей инструментовъ. Наконецъ, въ расчетъ будутъ приняты легкость доступа и возможность устроить бивуакъ въ достаточно закрытомъ мѣстѣ, на случай разныхъ неожиданностей. На первомъ планѣ стоитъ безопасность инструментовъ, но не надо забывать и о себѣ, и, при прочихъ равныхъ условіяхъ, мы отдадимъ предпочтеніе тому мѣсту, гдѣ ожидаемъ найти болѣе удобствъ.

Остановивъ свой выборъ на опредѣленномъ мѣстѣ, мы входимъ въ сношеніе съ мѣстными властями, чтобы узнать о тѣхъ ресурсахъ, которые можно найти на мѣстѣ, и чтобы выработать подробности installaціи.

Въ то же время надо набросать программу наблюденій. Нѣкоторые изъ нихъ могутъ быть названы классическими и состоятъ въ фотографированіи короны и ея спектра. Такія наблюденія производятся при каждомъ затменіи, потому что наблюдаемыя явленія весьма измѣнчивы, и важно изучить законы этой измѣнчивости. Но кромѣ того, наблюдатели затменій обыкновенно намѣчаютъ себѣ и рядъ новыхъ наблюденій, въ зависимости отъ тѣхъ или другихъ специальныхъ вопросовъ.

Когда программа выработана, приступаютъ къ заготовкѣ инструментовъ, необходимыхъ для ея осуществленія. Въ большинствѣ случаевъ располагаютъ старымъ инвентаремъ, но его бываетъ необходимо пополнить новыми аппаратами. Для пріобрѣтенія этихъ аппаратовъ и для осуществленія самой экспедиціи требуются извѣстныя средства. Въ Соединенныхъ Штатахъ Сѣв. Америки это дѣло не встрѣчаетъ никакихъ затрудненій, такъ какъ тамъ научныя экспедиціи обыкновенно снаряжаются на средства какого-либо мецената. Этому прекрасному примѣру послѣдовалъ во Франціи щедрый основатель обсерваторіи въ Ниццѣ. Но для официальныхъ экспедицій приходится обращаться къ правительству. Вообще говоря, наши депутаты не очень благопріятно настроены въ пользу астрономіи. Разумѣется, когда дѣло идетъ о большихъ экспедиціяхъ, въ которыхъ принимаютъ участіе всѣ націи, удастся вотировать кредиты, указывая, что здѣсь затронута репутація французской науки, которая не должна ударить лицомъ въ грязь передъ иностранцами. Въ общемъ можно даже еще удивляться, что наши депутаты удѣляютъ сколько-нибудь вниманія отдаленнымъ звѣздамъ, потому что, какъ замѣтилъ Пуанкаре, эти неизвѣстныя міры всегда останутся

чужды нашей политической борьбѣ, и ихъ обитатели, если таковы имѣются, никогда не будутъ нашими избирателями.

Обезпечивъ необходимыя средства, обращаемся къ фабрикантамъ, сообщая имъ планы требуемыхъ аппаратовъ и срокъ, къ которому они должны быть поставлены. Фабрикантъ всегда преисполненъ добраго желанія, но обыкновенно онъ набираетъ слишкомъ много заказовъ, и потому, въ девяти случаяхъ изъ десяти, онъ не можетъ исполнить своего обѣщанія. Приходится апеллировать къ его чувству, давать ему понять, что здѣсь поставлены на карту большія суммы, и убѣдить его, что если инструменты не будутъ доставлены къ сроку, то экспедиція не состоится. Тѣмъ не менѣе легко можетъ случиться, что аппараты придутъ лишь наканунѣ отправления. Механическія части получаютъ съ одной стороны, оптическія—съ другой, фотографическія—съ третьей. Приходится второпяхъ уложить отдѣльныя части, и когда вы будете монтировать инструменты въ Испаніи, Индіи или Японіи, окажется, что, несмотря на точность данныхъ размѣровъ, оптическія части не придутся къ аппаратамъ, кассетки не помѣщаются въ камерахъ, инструменты невозможно регулировать. Опытный наблюдатель добьется, чтобы инструменты получились, по крайней мѣрѣ, за мѣсяць до его отъѣзда, и этимъ временемъ онъ воспользуется, чтобы успѣть все собрать, урегулировать и испробовать. Въ особенности нужно остерегаться откладывать на послѣдній моментъ окончаніе тысячи мелкихъ деталей, которыя кажутся пустяками, но въ суммѣ составляютъ весьма замѣтную величину.

За недѣлю до отъѣзда все должно быть готово, для того чтобы можно было произвести упаковку безъ излишней торопливости. Эта операція имѣетъ гораздо большее значеніе, чѣмъ можно было бы думать на первый взглядъ. Сколько предосторожностей надобно принять, чтобы ни одна вещь въ дорогѣ не разбилась и не повредилась, такъ какъ на мѣстѣ уже не будетъ ни времени, ни средствъ произвести необходимыя исправленія. Нужно позаботиться, чтобы вещи не пострадали отъ сырости и, если предстоитъ транспортировка моремъ, то всѣ тѣ части, которыя изготовлены изъ чернаго дерева, а равно фотографическія пластинки, нужно уложить въ окованные цинкомъ ящики. Всѣ части одного и того же инструмента должны быть тщательно размѣчены, для того чтобы по прибытіи на мѣсто можно было безъ потери времени приступить къ сборкѣ. То же относится и къ отдѣльнымъ частямъ палатокъ, подъ которыми будутъ стоять инструменты. Ящики не должны быть слишкомъ велики, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ,—напр. когда приходится транспортировать ихъ на людяхъ,—могло бы сдѣлать перевозку невозможной. Но не нужно удариться и въ противоположную крайность, такъ какъ число ящиковъ тогда будетъ слишкомъ велико, и легко можетъ произойти ошибка. Нѣкоторые совѣтуютъ, для облегченія сборки, всѣ части одного аппарата класть въ одинъ и тотъ же ящикъ.

Но тогда придется класть очень тяжелыя литыя части вмѣстѣ съ деликатными механизмами или очень хрупкими оптическими частями, что противорѣчитъ элементарнымъ правиламъ упаковки. Предпочитаютъ поэтому соединять въ отдѣльныхъ ящикахъ предметы одинаковаго характера.

Покончивъ съ упаковкой астрономическихъ аппаратовъ, приступаемъ къ укладкѣ фотографическихъ предметовъ, въсовъ, мензурокъ, фотографическихъ пластинокъ, — однимъ словомъ всѣхъ принадлежностей фотографической лабораторіи. Иногда бываетъ полезно забрать съ собою складную комнату. Если въ числѣ аппаратовъ есть предметы, снабженные посеребренными зеркалами, то мы всегда должны быть готовы къ тому, что серебро въ дорогѣ измѣнится, и слѣдовательно нужно захватить съ собою приспособленія для серебрения. Наконецъ, нужно взять специальный наборъ инструментовъ для обработки металловъ, дерева, картона и пр. Не забудемъ захватить съ собою листовой свинецъ, который окажетъ намъ большія услуги для уравнивания аппаратовъ. Для того, чтобы ничто не было забыто и чтобы было извѣстно содержимое каждаго ящика, вся упаковка должна быть произведена подъ непосредственнымъ надзоромъ наблюдателя и его помощниковъ.

Наконецъ, наступаетъ часъ отъѣзда. Тридцать или сорокъ ящиковъ, въсящихъ 3000 или 4000 килограммовъ—я беру среднія цифры—нагружены на подводы и слѣдуютъ на вокзалъ. Если вещи грузятся на пароходъ, необходимо лично присутствовать при этомъ и указывать, какіе ящики пойдутъ внизъ, такъ какъ иначе легко растерять ихъ.

Первой заботой астронома по прибытіи на мѣсто будетъ посѣтить различные пункты, чтобы опредѣлить, гдѣ именно сочетаются наилучшія условія для установки инструментовъ. Необходимо затѣмъ вычертить планъ бивуака, обозначивъ мѣсто, гдѣ должны быть построены столбы для поддержки главныхъ инструментовъ. Въ ближайшій вечеръ вы берете теодолитъ и опредѣляете меридіанъ для точной оріентировки этихъ столбовъ. Смотря по мѣстнымъ ресурсамъ, столбы дѣлаются изъ камня или изъ кирпича. Въ крайнемъ случаѣ ихъ можно замѣнить колоннами, составленными изъ упаковочныхъ ящиковъ, наполненныхъ пескомъ или камнями. Затѣмъ разбиваютъ палатку, которая должна защищать инструменты и, если возможно, устанавливаютъ рельсы, по которымъ полотнища палатки могли бы скользить. Спустя нѣсколько дней инструменты составлены, часовые механизмы функционируютъ, и на первый взглядъ кажется, что все уже готово. На самомъ дѣлѣ это не такъ, потому что еще нужно проверить и урегулировать аппараты.

Въ то же время занимаются установкой темной комнаты для фотографіи. Бумагой или холстомъ, которые мы не забыли взять съ собою, мы тщательно заклеиваемъ всѣ щелки, черезъ которыя можетъ проникнуть свѣтъ. Тщательное вниманіе также

обращается на снабженіе водой для промывки негативовъ. Мы распаковываемъ всю нашу лабораторію и готовимъ ванны для проявленія и фиксажа. Теперь же можемъ начать изготовлять пробныя негативы, чтобы провѣрить установку инструментовъ, равно какъ фотографическихъ аппаратовъ и спектроскоповъ. Для этого фотографируютъ звѣзды и преимущественно—какую-нибудь яркую звѣзду, имѣющую приблизительно то же склоненіе, что и солнце въ моментъ затменія. Эта звѣзда вообще играетъ очень важную роль для регулированія инструментовъ, потому что въ опредѣленный часъ ночи она занимаетъ на небѣ такое же положеніе, какое займетъ солнце въ моментъ затменія. Направляя инструменты въ этотъ часъ на звѣзду, мы будемъ увѣрены, что они находятся въ требуемомъ положеніи. Но бываетъ иногда, что всѣ ночи подрядъ облачны, и такая регулировка аппаратовъ невозможна. Въ такихъ случаяхъ приходится удовольствоваться чисто механической и, конечно, очень несовершенной регулировкой.

Между тѣмъ великій день приближается. Если все идетъ нормально, инструменты готовы и вывѣрены. Теперь мы должны воспользоваться тѣми нѣсколькими днями, которые остаются въ нашемъ распоряженіи, чтобы сренетировать процедуру наблюденія, становясь, насколько возможно, въ тѣ же условія, въ какихъ намъ придется быть въ моментъ явленія. Чѣмъ больше будетъ сдѣлано такихъ репетицій, тѣмъ лучше, въ особенности если мы имѣемъ помощниковъ, мало привычныхъ къ инструментамъ. Всѣ манипуляціи, не исключая самыхъ мелкихъ, должны быть изучены заранее, такъ чтобы въ моментъ полного закрытія диска роль астрономовъ сводилась къ чисто машинальнымъ процедурамъ. Идеаломъ было бы, конечно, совсѣмъ обойтись безъ человѣческой помощи и заставить аппараты работать автоматически: на наблюденіе не вліялъ бы неизбежный моментъ волненія, вызваннаго наступленіемъ событія, которое такъ давно ожидалось и составляло цѣль такихъ усилій.

Вечеръ и даже часть ночи непосредственно передъ затменіемъ обыкновенно проводятъ въ томъ, что вкладываютъ пластинки въ кассетки. Предварительныя пробы дадутъ вамъ возможность сдѣлать тщательный выборъ, и вы отдадите предпочтеніе той или другой маркѣ пластинокъ въ зависимости отъ чувствительности эмульсии или тонкости ея зерна. Ортохроматическія пластинки должны быть изслѣдованы съ помощью спектроскопа, для того чтобы опредѣлить, какія изъ нихъ лучше воспроизводятъ спеціальныя части спектра, который предстоитъ изучать. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ покупныя ортохроматическія пластинки не дадутъ искомымъ результатовъ и придется самому заняться изготовленіемъ чувствительныхъ пластинокъ. Наконецъ, заднюю поверхность пластинокъ нужно будетъ снабдить „антигало“,—предосторожность, безусловно необходимая въ виду большой разницы въ интенсивности различныхъ частей протуберансовъ и короны.

Въ день затмѣнія мы рано поднимаемся съ постели и первымъ долгомъ смотримъ на небо, чтобы опредѣлить, каковы шансы на безпрепятственное наблюденіе. Но если бы небо okazaзалоcь покрыто облаками, все же не слѣдуетъ отчаиваться, а нужно готовиться къ наблюденію, какъ будто погода не оставляетъ желать ничего лучшаго. Ничто такъ не измѣнчиво, какъ состояніе атмосферы, и опытъ показываетъ, что вызванное затмѣніемъ охлажденіе часто влечетъ за собою проясненіе неба въ моментъ полной фазы. Но если небо не смиростивилось, астрономъ долженъ быть философомъ и примириться съ неудачей, за которую онъ не можетъ быть отвѣтственнымъ. Если ему и не удалось сдѣлать наблюденія, онъ не долженъ считать своего труда потеряннымъ, ибо приготовленія къ нему представляютъ прекрасную практику, изъ которой онъ извлечетъ пользу въ другой разъ.

Если научный бивуакъ не расположенъ въ укрытомъ мѣстѣ, то болѣе, чѣмъ вѣроятно, что въ моментъ затмѣнія вокругъ инструментовъ соберется толпа, такъ какъ надобно замѣтить, что манипуляціи и жесты астрономовъ интересуютъ профановъ больше, нежели движенія небесныхъ свѣтилъ; мало того, простой народъ воображаетъ, что ученые имѣютъ какую-то связь съ небомъ, и потому, держась поближе къ нимъ, можно лучше видѣть небесное явленіе. Чтобы весь бивуакъ не былъ наводненъ толпой, лучше всего прибѣгнуть къ вооруженной силѣ и окружить бивуакъ канатомъ, за который посторонніе не могли бы проникнуть. Въ послѣднюю минуту къ вамъ, вѣроятно, явится представитель власти, съ которымъ интересно сохранять добрыя отношенія, и если онъ станетъ осаждать васъ вопросами, дипломатичнѣе всего будетъ дать ему, по крайней мѣрѣ, кусокъ дымчатого стекла, для того чтобы онъ могъ смотрѣть на затмѣніе. Пародируя извѣстное изреченіе, можно сказать ему, что сейчасъ солнце будетъ имѣть честь затмиться передъ нимъ. Но истинной язвой для несчастныхъ астрономовъ въ нѣкоторыхъ мѣстахъ являются навязчивые репортеры съ вѣчнымъ кодакомъ подъ мышкой. Иногда удается избавиться отъ нихъ, притворяясь, что не понимаешь ихъ языка, но въ большинствѣ случаевъ они являются съ переводчиками.

Итакъ, часъ приближается: пора осмотрѣть каждый инструментъ, вычистить и смазать каждое колесико, смахнуть кистью пыль съ объективовъ и удостовериться, что все необходимое находится подъ рукой. Однимъ словомъ, нужно произвести генеральную уборку бивуака, какъ дѣлаютъ съ салономъ передъ визитомъ высокопоставленнаго лица. Затѣмъ мы приносимъ изъ лабораторіи кассетки, распредѣляемъ ихъ по аппаратамъ, заводимъ пружины часовыхъ механизмовъ и зажигаемъ лампы, если опасаемся, что темнота во время затмѣнія будетъ настолько велика, что трудно будетъ различать предметы. Послѣдняя предосторожность принимается болѣе по обычаю, такъ какъ она всегда оказывается излишнею. Интенсивность свѣта уменьшается далеко не въ такой степени, чтобы нельзя было свободно читать, если

это требуется. Старые авторы, какъ напр., Араго, писавшіе о затмѣніяхъ, преувеличивали положеніе вещей, и судя по ихъ словамъ, въ моментъ полного закрытія диска день смѣняется ночью. Въ дѣйствительности, интенсивность свѣта равняется приблизительно тому, что бываетъ спустя полчаса послѣ захода солнца.

Начинается затмѣніе. Предметы, освѣщенные свѣтлымъ серпомъ, бросаютъ странныя тѣни, солнце принимаетъ необыкновенный, „печальный“ видъ и испускаетъ свинцовый блескъ, который непохожъ ни на сумерки, ни на лунный свѣтъ. Черезъ пять или десять минутъ затмѣніе будетъ полнымъ. Мы бросаемъ послѣдній взглядъ на инструменты, чтобы удостовѣриться, что изображеніе солнца находится въ центрѣ, ставимъ кассетки на мѣсто и спустя короткое время открываемъ ихъ. Обыкновенно, одинъ изъ наблюдателей слѣдитъ черезъ стекло за развитіемъ затмѣнія, т. е. за тѣмъ, какъ солнечный сегментъ прерывается въ нѣсколькихъ мѣстахъ и, все уменьшаясь, превращается въ рядъ блестящихъ точекъ—явленіе, носящее названіе „четокъ Бэли“. Эти части солнечной поверхности, видимыя благодаря неровностямъ лунныхъ долинъ, исчезаютъ одна за другой, и, когда послѣдняя четка исчезнетъ, наблюдатель даетъ громкій сигналъ, при звукѣ котораго каждый начинаетъ свои манипуляціи. Воцаряется торжественное молчаніе; оно прерывается лишь шумомъ открываемыхъ obturаторовъ и стукомъ кассетокъ, которыя мѣняются по сигналу фонографа или по командѣ помощника, принимающаго на себя обязанность громко отсчитывать секунды. Примѣненіе фонографа, которому предварительно надиктованы сигналы, и который повторяетъ ихъ во время затмѣнія, представляетъ большія преимущества, если аппаратъ хорошо дѣйствуетъ. Устный счетъ особенно припятъ у англійскихъ наблюдателей; но такъ какъ было бы жестоко принуждать помощника не отрывать глазъ отъ хронометра, между тѣмъ какъ надъ его головой совершается столь грандіозное небесное явленіе, то назначаютъ двухъ помощниковъ, изъ которыхъ сначала одинъ считаетъ секунды, а второй смотритъ на затмѣніе,—затѣмъ они мѣняются ролями. Можно также прибѣгнуть къ маятнику съ электрическимъ контактомъ, который бы звонилъ, всякій разъ какъ нужно мѣнять кассетки. Но не слѣдуетъ особенно доверяться аппаратамъ этого рода, такъ какъ ихъ функционированіе зависитъ отъ капризовъ электричества.

И вотъ, тѣ нѣсколько минутъ, которыя продолжается полная фаза затмѣнія, истекли. По крайней мѣрѣ за десять секундъ до предсказаннаго конца этого явленія, всѣ аппараты должны быть закрыты, если вы не хотите, чтобы послѣдніе негативы были завуалированы появленіемъ солнца. Мало того, изъ предосторожности слѣдуетъ считать продолжительность затмѣнія на десять секундъ меньше теоретически вычисленной. Дѣло въ томъ, что эта продолжительность вычисляется примѣнительно къ среднему

лунному радіусу, фактически же появленіе солнечнаго диска зависитъ и отъ расположенія лунныхъ долинъ, т. е. отъ минимальнаго луннаго радіуса.

Затмѣніе кончилось, ослѣпительный лучъ свѣта пронизываетъ атмосферу, и день возрождается,—возрождается гораздо скорѣе, чѣмъ онъ угасъ. Толпа, которая все время хранила полное молчаніе, разражается рукоплесканіями, привѣтствуя появленіе свѣтила. Что касается астронома, то едва ли нужно говорить, какое облегченіе, впервые за много дней, испытываетъ онъ, наконецъ, не имѣя болѣе надобности считаться съ какою-нибудь непредвидѣнною случайностью.

Для большинства молодыхъ астрономовъ, которые съ горечью вспоминаютъ эпоху своего ученичества, наблюденіе затмѣнія можно сравнить съ экзаменомъ. И здѣсь мы имѣемъ предварительный періодъ подготовки съ ея тяжелымъ трудомъ и необходимостью быть готовымъ къ опредѣленному моменту. Когда наступаетъ этотъ моментъ, астрономомъ овладѣваетъ то же чувство боязни, какое испытываешь передъ экзаменаторами. Забывчивость, недостатокъ самообладанія или присутствія духа—и вась постигаетъ неудача, какъ и на экзаменѣ. Наконецъ, въ обоихъ случаяхъ, когда роковой часъ миновалъ, испытываешь громадное облегченіе, независимо отъ того, доволенъ ли результатъ, или нѣтъ.

Послѣ затмѣнія обыкновенно замѣчаешь, что не успѣлъ даже хорошенько взглянуть на это явленіе, весь поглощенный манипуляціями съ фотографическими аппаратами. Если мы обратимся съ разспросами къ тѣмъ, которые могли на досугъ наблюдать явленіе, мы получимъ самыя разнорѣчивыя сообщенія касательно наружнаго вида короны. Дѣло въ томъ, что солнечная атмосфера представляетъ собою неустойчивую свѣтящуюся массу, безъ рѣзко опредѣленныхъ контуровъ, и слѣдовательно, за нѣсколько минутъ наблюденія невозможно вполне охватить ея форму. Поэтому астрономъ не долженъ сожалѣть, что не успѣлъ наблюдать явленія невооруженнымъ глазомъ: онъ зато посвятилъ свое время полученію негативовъ, съ которыми по точности и объективности ничто не можетъ спорить.

Съ концомъ полной фазы кончаются, собственно говоря, всѣ операции, намѣченные программой, и вторая, частичная фаза не представляетъ уже интереса. Поэтому астрономъ немедленно принимается за кассетки; онѣ заключаютъ въ себѣ наиболѣе важные результаты экспедиціи, и на нихъ, слѣдовательно, должно быть обращено особое вниманіе. Ихъ тщательно заворачиваютъ въ черныя покрывала, чтобы избѣжать всякаго вліянія свѣта, и уносятъ въ лабораторію, гдѣ будетъ происходить проявленіе пластинокъ.

Когда все кончено, можно себѣ позволить небольшой отдыхъ, и потому мы заканчиваемъ день, дѣлая визиты мѣстнымъ властямъ или товарищамъ, которыхъ еще не имѣли времени посѣ-

тить. Рѣдко бываетъ, чтобы по сосѣдству не расположилась какая-либо иностранная экспедиція, потому что англичане и американцы не пропускаютъ ни малѣйшаго случая для наблюденія полного солнечнаго затмѣнія.

Изъ англійскихъ астрономовъ сэръ Норманъ Локьеръ, вѣроятно, наблюдалъ наибольшее число затмѣній. Англійское правительство обыкновенно ставитъ въ его распоряженіе военное судно, которое везетъ его въ портъ, расположенный въ зонѣ полной видимости. Онъ можетъ съ товарищами жить на пароходѣ и пользоваться полнымъ комфортомъ. Мало того, на этомъ же суднѣ онъ найдетъ какъ всѣ необходимые ресурсы для инсталляціи и починки инструментовъ, такъ и надежныхъ помощниковъ. Д-ръ В. Дж. Локьеръ уже нѣсколько лѣтъ сопровождаетъ своего отца въ этихъ путешествіяхъ и сдѣлается его достойнымъ продолжателемъ, въ качествѣ наблюдателя солнечныхъ затмѣній. Гг. Кристи, Тернеръ, Маундеръ, Ньюалль, — все это страстные участники экспедицій, которые не жалѣютъ труда, когда дѣло идетъ о наблюденіи солнечнаго затмѣнія. Среди болѣе молодыхъ назову: г.г. Фаулера, Дайсона, Беллами, Гилльза, Эвершеда и пр..

Изъ американцевъ Юнгъ, которому астрономія солнца обязана столь многимъ, съ давнихъ поръ сталъ принимать участіе въ экспедиціяхъ, снаряжаемыхъ Соединенными Штатами, но въ настоящее время онъ долженъ, къ сожалѣнію, уступить свое мѣсто болѣе молодымъ. Американскіе астрономы, которыхъ мы встрѣчаемъ здѣсь особенно часто, суть: Кемпбелль, Фростъ и Перринъ, неутомимый работникъ какъ въ умственномъ, такъ и въ физическомъ отношеніи.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Строеніе внутренности земли.

До послѣдняго времени наилучшимъ объясненіемъ постоянства солнечнаго излученія считалась теорія сжатія солнца, предложенная Гельмгольцемъ уже болѣе полувѣка назадъ — какъ разъ въ годъ Крымской войны. Однако, того времени, которое эта теорія указываетъ для существованія солнца — нѣсколькихъ десятковъ или въ крайнемъ случаѣ одной сотни милліоновъ лѣтъ —, недостаточно для геологовъ и еще болѣе для біологовъ, допускающихъ преемственность развитія органической жизни.

Радій, перевернувшій наши взгляды на запасы энергіи во вселенной, и здѣсь грозитъ опрокинуть всѣ старыя устои. Въ самомъ дѣлѣ, превращеніе радія въ гелій освобождаетъ во внѣ такое количество энергіи, въ сравненіи съ которымъ энергія, извѣстная намъ въ формѣ тепла, движенія и пр., представляется совершенно ничтожной. Значитъ, стоитъ только предположить, что въ солнцѣ и въ землѣ имѣется немного радія, — и у насъ

получается возможность объяснить не сотню миллионѣвъ лѣтъ органической жизни на землѣ, а какіе-угодно періоды. Согласно даннымъ Стрэтта (Strutt), достаточно всего 1.75×10^{-13} грамма радія на кубическій сантиметръ матеріала земли, чтобы земля оставалась постоянно въ состояніи тепловаго равновѣсія, если даже принять, что вся ея внутренняя теплота обусловлена исключительно радіемъ. Рётгерфордъ (Rutherford) съ нѣсколькими иными данными нашелъ для того же величину 1.52×10^{-13} грамма.

Между тѣмъ, въ докладѣ Королевскому Обществу въ Лондонѣ, сдѣланномъ 5 апрѣля 1906, Стрэттъ привелъ результаты своихъ изслѣдованій надъ содержаніемъ радія въ различныхъ плутоническихъ породахъ. Эти результаты оказались поразительными: самая бѣдная радіемъ порода изъ изслѣдованныхъ имъ, а именно Гренландскій базальтъ, какъ оказалось, содержитъ радія слишкомъ въ десять разъ больше, чѣмъ указано выше. Другія же породы въ среднемъ дали радія въ пятьдесятъ—шестьдесятъ разъ больше. И если вся земля столь же богата радіемъ, то ея температура должна была бы со временемъ повышаться. Но общезвѣстные факты устойчивости климатическихъ условій и вся исторія земли ясно говорятъ противъ такого вывода. Затрудненіе станетъ, конечно, еще больше, если допускать, что температура земли въ общемъ понижается. Наконецъ, не слѣдуетъ забывать, что радиоактивностью обладаетъ не только радій, но и ураній, торій и др.

Останавливаясь на этомъ въ своей рѣчи въ качествѣ президента секціи математики и физики на послѣднемъ собраніи British Association for the Advancement of Science, проф. Гриффитсъ (Griffiths) приходитъ къ такому заключенію: нужно либо принять, что количество излучаемаго радіемъ тепла уменьшается съ приближеніемъ къ центру земли, т. е. съ повышеніемъ температуры, либо же принять, что составъ внутренней части земли рѣзко отличается отъ состава земной коры.

Что касается перваго предположенія, то пока только можно сказать, что при температурахъ ниже 1500°C . энергія излученія радія, если и измѣняется, то чрезвычайно мало.

Съ другой стороны, Стрэттъ показалъ; на основаніи извѣстныхъ данныхъ, что максимальная температура земной коры на глубинѣ около 70 км. должна быть недалеко отъ 1530°C . Если даже принять во вниманіе, что намъ неизвѣстна теплопроводность земныхъ породъ при высокихъ температурахъ, то все же можно съ вѣроятностью утверждать, что температура земли на этой глубинѣ не превосходитъ температуры плавленія платины, т. е. 1800°C . Кора толщиною въ 70 км. содержала бы одну тридцатую всего объема земли, и при условіи, что все ея вещество такъ же богато радіемъ, какъ изслѣдованныя Стрэттомъ породы, земля могла бы сохранить свою нынѣшнюю температуру постоянно. А отсюда всего одинъ шагъ до мысли, что вся центральная часть земли состоитъ изъ нерадиоактивнаго веще-

ства съ температурой, приблизительно равномѣрной и нѣсколько ниже температуры плавленія платины. Конечно, при условияхъ высокаго давленія, неизбѣжнаго на этихъ глубинахъ, вещество земли должно быть въ твердомъ состояніи.

Такимъ образомъ, эти факты приводятъ къ заключенію, что земля состоитъ изъ двухъ различныхъ *твердыхъ* частей: нерадіоактивнаго ядра съ температурой около 1500°C . и радіоактивной оболочки или коры, толщиной около 70 км.

Придя къ этому заключенію, Гриффитсъ остановился на очень интересной мысли подсчитать, такъ сказать, доводы за твердость ядра земли.

Первыми, поднявшими голосъ въ пользу такого воззрѣнія въ эпоху всеобщаго господства теоріи огненно-жидкаго ядра, были В. Томсонъ и Тэтъ (W. Thomson, Tait), которые въ 1867 г., на основаніи фактовъ приливныхъ явленій, пришли къ убѣжденію, что внутренность земли должна быть тверже стекла. Шестнадцать лѣтъ спустя къ этому вопросу вернулся проф. Дж. Дарвинъ (G. Darwin), которому мы обязаны такими глубокими изслѣдованіями приливныхъ явленій; онъ опредѣлилъ, что земное ядро не можетъ быть мягче, чѣмъ сталь. Правда, двумя годами позже онъ отказался отчасти отъ этого вывода, но твердость земли все же должна быть огромной и по его теоріи.

Второе указаніе на состояніе внутренности земного шара было извлечено изъ совершенно другой области: въ концѣ 1891 года Чэндлеръ (Chandler) опубликовалъ свои первые *выводы относительно измѣненій широты*, и почти тотчасъ же Ньюкомъ (Nukomb) далъ физическое объясненіе найденному Чэндлеромъ періоду этого измѣненія (427 дней). Дѣло въ томъ, что, какъ уже полтора столѣтія тому назадъ указывалъ великій Эйлеръ, въ силу неравенства главныхъ моментовъ инерціи земли, ея ось вращенія должна описывать конусъ около ея геометрической оси. Эйлеръ нашелъ, что, если земля абсолютно тверда, періодъ этого колебанія долженъ составлять триста съ небольшимъ (306) дней. Близость найденнаго Чэндлеромъ періода къ Эйлеровскому, т. е. основанному на предположеніи абсолютной твердости земли, говорить о томъ, что твердость земли очень велика. Болѣе подробный расчетъ Гоу (Hough) привелъ къ выводу, что она должна приблизительно равняться твердости стали. Чтобы покончить съ возмущеніями вращательнаго движенія, укажемъ, что, согласно Вихерту (Wiechert) въ Геттингенѣ, наблюдаемая *средняя плотность земли*, величина ея сжатія и величина прецессіонной постоянной совмѣстимы съ гипотезой однороднаго ядра, окруженнаго менѣе плотной оболочкой.

Третій намекъ на рѣшеніе того же вопроса дали факты опять-таки совершенно другой области науки, а именно факты *распространенія волнъ землетрясеній*. Съ выработкой чувствительныхъ сейсмографическихъ приборовъ, явилась возможность не

только внимательно, но и непрерывно слѣдить за содроганіями—по крайней мѣрѣ болѣе крупными—всего земного шара въ любой его точкѣ: сейсмографы извѣстили Европу о Санъ-Францискскомъ землетрясеніи раньше телеграфа. Изученіе записей этихъ приборовъ доказало съ несомнѣнностью, что толчки отъ далекихъ землетрясеній записываются дважды, съ извѣстнымъ промежуткомъ между двумя записями. Пришлось необходимо допустить, что каждое землетрясеніе оповѣщаетъ о себѣ двумя путями: одинъ идетъ отъ него къ самопишущему прибору по хордѣ между ними, другой—по окружности земли. Олдгемъ (Oldham, въ 1900 г. изъ фактовъ этого рода получилъ заключеніе, что земля должна имѣть металлическое ядро и что въ физическихъ свойствахъ этого ядра и его оболочки есть рѣзкая разница, причемъ, по его оцѣнкѣ, радіусъ ядра долженъ составлять 0.55 радіуса всей земли. Съ другой стороны знаменитый сейсмологъ Мильнъ (Milne) недавно нашелъ изъ такихъ же данныхъ, что внутренность земли—ниже пятидесяти приблизительно км.—однородна, но что приблизительно на этой глубинѣ въ физическихъ свойствахъ земныхъ матеріаловъ происходитъ рѣзкое измѣненіе. „Въ тѣхъ случаяхъ“, говоритъ онъ, „когда хорда лежитъ не глубже 50 км., наблюдаемая скорости распространенія толчковъ не превосходятъ того, что можно ожидать для волнъ сжатія въ скалистыхъ породахъ. Но эта глубина является наибольшей, гдѣ можно ожидать встрѣтить сходство съ условіями, знакомыми намъ на поверхности земли; ниже этого предѣла“, продолжаетъ онъ „наша планета быстро переходитъ въ довольно однородное ядро высокой твердости“.

Наконецъ, послѣдній рядъ указаній на особенности внутренняго строенія ядра даютъ *опредѣленія силы тяжести посредствомъ маятника и уклоненія линіи отвѣса*. Однимъ изъ примѣровъ послѣдняго можетъ служить извѣстная аномалія близъ Москвы, изслѣдованная проф. Швейцеромъ. Здѣсь на разстояніи 25 км. уголъ вертикалей уклоняется на 15" отъ нормальной величины. И такъ какъ поверхность Московской губерніи довольно плоская, и эту аномалію нельзя объяснить притяженіемъ выступающихъ возвышенностей, то приходится допустить, что подо всей почти губерніей, съ запада на востокъ, лежитъ, не очень глубоко (нѣсколько верстъ), пластъ ненормально малой плотности. Другимъ общеизвѣстнымъ примѣромъ такой аномаліи являются Гималайскія горы, подъ которыми долженъ лежать значительно менѣе плотный пластъ, тогда какъ подъ сосѣдними частями Индійскаго океана, напротивъ того, есть избытокъ силы тяжести, иными словами—пласты болѣе нежели нормальной плотности. Въ изслѣдованіи своемъ „О напряженіи силы тяжести въ Индіи“ начальникъ геодезической съемки Индіи Burrard (1905) говоритъ: „Геодезическія наблюденія указываютъ на то, что плотность земной коры не вездѣ одна и та же, но они не даютъ положительныхъ указаній относительно глубинъ, на которыя

простираются эти измѣненія. Тотъ фактъ, что направленіе отвѣсной линіи согласуется съ тѣмъ, что даютъ маятники, можетъ быть, оправдываетъ заключеніе, что наблюдаемыя измѣненія въ плотности земной коры не идутъ глубоко. Если количество вещества въ корѣ аномально вблизи поверхности, то это окажетъ прямое дѣйствіе на направленіе линіи отвѣса и на маятники въ сосѣдствѣ, но если аномалія лежитъ на большой глубинѣ, то его дѣйствіе, особенно на линіи отвѣса, будетъ менѣ замѣтно. Я взялъ нѣсколько примѣровъ ненормальныхъ качаній маятниковъ и въ каждомъ случаѣ нашелъ прямое соотвѣтствіе со стороны сосѣднихъ линіи отвѣса станцій. Такое соотвѣтствіе врядъ ли могло бы получиться, еслибы измѣненія плотности шли глубже, чѣмъ на 50—70 км. Наши результаты не позволяютъ намъ утверждать, что глубокихъ измѣненій плотности нѣтъ, но они позволяютъ думать, что открытыя уже измѣненія плотности, по видимому, поверхностныя“.

Ревюмируя изложенное, можно сказать, что каждый изъ указаннаго ряда фактовъ, взятый самъ по себѣ, конечно, еще не вполне убѣдителенъ. Но всѣ вмѣстѣ, какъ группа косвенныхъ уликъ, они сильно говорятъ въ пользу заключенія, что ядро земли твердо и притомъ тверже, чѣмъ извѣстныя намъ земныя породы. Послѣднія представляютъ, вѣроятно, не болѣе, чѣмъ сравнительно тонкій пластъ на этомъ твердомъ ядрѣ.

Ω.

Теорія приближенныхъ дробей.

В. Н. Шимковича.

(Окончаніе *).

8. Какъ извѣстно (18) разность между m -ой приближен ой и $2m$ -ой равна

$$\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} = \frac{(a^2 - N)^m}{2p_m q_m} = \frac{(a - \sqrt{N})^m (a + \sqrt{N})^m}{q_{2m}}$$

Съ другой стороны (1),

$$\frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N} = \frac{(a - \sqrt{N})^{2m}}{q_{2m}};$$

*) См. № 427 „Вѣстника“.

отсюда

$$\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} = \left(\frac{a + \sqrt{N}}{a - \sqrt{N}} \right)^m \cdot \dots \cdot \quad (23)$$

$$\frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N}$$

Отношение $\frac{a + \sqrt{N}}{a - \sqrt{N}}$ при всякихъ цѣлыхъ и положительныхъ a и N по абсолютной величинѣ всегда больше единицы. Поэтому

$$\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} > \frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N} \cdot \dots \cdot \quad (24)$$

Стало быть

$$\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} > \frac{1}{2} \left(\frac{p_m}{q_m} - \sqrt{N} \right) \cdot \dots \cdot \quad (25)$$

т. е. разность между m -ой приближенной и $2m$ -ой больше половины разности между m -ой приближенной и истиннымъ значеніемъ квадратнаго корня изъ N .

Изъ этого слѣдуетъ, что \sqrt{N} есть предѣлъ, къ которому стремятся приближенныя, когда онѣ больше корня изъ N , т. е. 1) въ случаѣ $a > \sqrt{N}$ — всѣ безъ исключенія приближенныя и 2) въ случаѣ $a < \sqrt{N}$ — всѣ приближенныя четнаго порядка.

Не трудно видѣть, что, въ случаѣ $a < \sqrt{N}$, къ тому же предѣлу стремятся и всѣ приближенныя нечетнаго порядка. Въ самомъ дѣлѣ,

$$\frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N} = \frac{(a - \sqrt{N})^{2m}}{q_{2m}} \quad \text{и} \quad \frac{p_{2m+1}}{q_{2m+1}} - \sqrt{N} = \frac{(a - \sqrt{N})^{2m+1}}{q_{2m+1}};$$

отсюда

$$\frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N} = \left(\frac{p_{2m+1}}{q_{2m+1}} - \sqrt{N} \right) \frac{q_{2m+1}}{q_{2m}(a - \sqrt{N})}.$$

но

$$\frac{q_{2m+1}}{q_{2m}(a - \sqrt{N})} = \frac{aq_{2m} + p_{2m}}{q_{2m}(a - \sqrt{N})} = \frac{a + \frac{p_{2m}}{q_{2m}}}{(a - \sqrt{N})};$$

стало быть

$$\frac{p_{2m}}{q_{2m}} - \sqrt{N} = \left(\frac{p_{2m+1}}{q_{2m+1}} - \sqrt{N} \right) \frac{a + \frac{p_{2m}}{q_{2m}}}{(a - \sqrt{N})} \cdot \dots \cdot \quad (26)$$

По мѣрѣ того, какъ m увеличивается, разность между приближенной четнаго порядка $\frac{p_{2m}}{q_{2m}}$ и \sqrt{N} дѣлается все меньше и меньше; въ предѣлѣ, когда $m = \infty$, эта разность обращается въ

нуль, а *приближенная* $\frac{p_{2m}}{q_{2m}}$ въ \sqrt{N} ; въ соотвѣтствіи съ этимъ равенство (26) принимаетъ видъ:

$$\left(\frac{p_{2m+1}}{q_{2m+1}} - \sqrt{N} \right) \left(\frac{a + \sqrt{N}}{a - \sqrt{N}} \right)_{m=\infty} = 0.$$

Множитель $\left(\frac{a + \sqrt{N}}{a - \sqrt{N}} \right)$, какъ независимый отъ m , остается все время величиной конечной; поэтому

$$\left(\frac{p_{2m+1}}{q_{2m+1}} - \sqrt{N} \right)_{m=\infty} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

9. Изъ неравенства (25) можно получить формулу для опредѣленія степени точности приближенныхъ.

Если

$$\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} > \frac{1}{2} \left(\frac{p_m}{q_m} - \sqrt{N} \right),$$

то

$$\frac{p_m}{q_m} - \sqrt{N} < 2 \left(\frac{p_m}{q_m} - \frac{p_{2m}}{q_{2m}} \right)$$

или

$$\frac{p_m}{q_m} - \sqrt{N} < \frac{(a^2 - N)^m}{p_m q_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

10. *Распространеніе способа приближенныхъ дробей на a отрицательное и a и N дробныя.* Всѣ изложенные выводы получены въ предположеніи, что a и N числа цѣлыя и положительныя. Если a будетъ число отрицательное, то численныя значенія *приближенныхъ* останутся тѣми же; измѣнится лишь ихъ знакъ, а именно, всѣ *приближенные* четнаго порядка будутъ имѣть положительнымъ—числителя и отрицательнымъ—знаменателя, а всѣ нечетнаго — наоборотъ.

Въ соотвѣтствіи съ этимъ, и предѣлъ, къ которому будутъ стремиться *приближенные*, останется тѣмъ же; измѣнится лишь его знакъ. Въ равной мѣрѣ, окажутся правильными и разсужденія относительно второй части равенства (23), ибо отношеніе

$\left(\frac{a + \sqrt{N}}{a - \sqrt{N}} \right)$ приметъ видъ

$$\frac{-a + (-\sqrt{N})}{-a - (-\sqrt{N})},$$

въ которомъ, по прежнему, числитель будетъ по абсолютной величинѣ больше знаменателя

Точно также, \sqrt{N} останется предѣломъ для *приближенныхъ*

и въ томъ случаѣ, когда a и N порознь или оба вмѣстѣ будутъ числами дробными.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть $a = \frac{f}{h}$ и $N = \frac{F}{H}$; тогда двучленъ $(a + \sqrt{N})$ обратится въ $\left(\frac{f}{h} + \sqrt{\frac{F}{H}}\right)$, а по приведеніи его членовъ къ одному знаменателю, въ $\frac{fH + \sqrt{F}h\sqrt{H}}{hH}$. Составимъ двѣ

m -ыя приближенныя: $\frac{p_m}{q_m}$ по двучлену $\left(\frac{f}{h} + \sqrt{\frac{F}{H}}\right)$ и $\frac{p'_m}{q'_m}$ по двучлену $(fH + \sqrt{F}h\sqrt{H})$. Такъ какъ члены послѣдняго двучлена каждый въ hH разъ болѣе членовъ перваго, то $p'_m = p_m(hH)^m$ и $q'_m = q_m(hH)^{m-1}$, откуда

$$\frac{p'_m}{q'_m} = \frac{p_m}{q_m} \cdot hH.$$

Но $\frac{p'_m}{q'_m}$, по мѣрѣ увеличенія m , стремится къ предѣлу $\sqrt{F}h\sqrt{H}$; слѣдовательно, $\frac{p_m}{q_m}$ стремится къ $\frac{\sqrt{F}h\sqrt{H}}{hH}$, т. е. къ $\sqrt{\frac{F}{H}}$.

Итакъ, если N —число положительное, цѣлое или дробное, то \sqrt{N} есть предѣлъ, къ которому стремятся приближенныя, составленныя по двучлену $(a + \sqrt{N})$, каково бы ни было число a , положительное или отрицательное, цѣлое или дробное *).

Изъ рядовъ (19), (20), (21) слѣдуетъ, что, чѣмъ ближе число a къ значенію корня квадратнаго изъ N , тѣмъ точнѣе приближенныя. Поэтому, если намъ извѣстна нѣкоторая дробь $\frac{b}{c}$, которая ближе къ \sqrt{N} ,

чѣмъ цѣлое число a , то мы можемъ составлять приближенныя по формуламъ (4), (5), (8), (9), (10) и (11), замѣняя въ нихъ p_m и q_m соответственно числами b и c .

Въ самомъ дѣлѣ, если $\frac{p_1}{q_1} = \frac{b}{c}$, то $\frac{p_2}{q_2} = \frac{\frac{b^2}{c^2} + N}{2 \cdot \frac{b}{c}} = \frac{b^2 + c^2 N}{2bc}$.

Если $\frac{b}{c} > \sqrt{N}$, то, примѣнивъ къ этому неравенству раз-

*) Изъ этого, между прочимъ, слѣдуетъ, что отношеніе суммы членовъ нечетнаго порядка въ разложеніи m -ной степени двучлена $(a+x)$ по формулѣ бинома Ньютона къ суммѣ членовъ четнаго порядка стремится, по мѣрѣ увеличенія m , къ единицѣ.

сужденія, изложенныя въ § 7, найдемъ, что $\frac{b}{c} > \frac{ab+cN}{ac+b}$, како-
во бы ни было число a .

Умноживъ обѣ части неравенства $b > c\sqrt{N}$ на $(a - \sqrt{N})$,
гдѣ $a > \sqrt{N}$, получимъ

$$ab + cN > (ac + b)\sqrt{N},$$

откуда слѣдуетъ, что въ случаѣ $\frac{b}{c} > \sqrt{N}$ и при $a > \sqrt{N}$

$$\frac{b}{c} > \frac{ab + cN}{ac + b} > \sqrt{N}$$

и такъ далѣе.

11. *Общій видъ непрерывной дроби, въ которую можетъ быть раз-
вернутъ квадратный корень изъ любого числа N . Разложимъ какую-
либо приближенную $\frac{p_m}{q_m}$ въ непрерывную дробь. Мы знаемъ, что,
если $a > \sqrt{N}$, то $\frac{p_m}{q_m} > a$; кромѣ того, по (5) и (7) $q_m = aq_{m-1} +$
 $+ p_{m-1}$ и $q_{m-1} = \frac{aq_m - p_m}{a^2 - N}$. Производимъ послѣдовательное дѣ-
леніе:*

$$\frac{p_m}{q_m} = a + \frac{p_m - aq_m}{q_m} = a + \frac{q_{m-1}(N - a^2)}{aq_{m-1} + p_{m-1}};$$

$$\begin{aligned} \frac{aq_{m-1} + p_{m-1}}{q_{m-1}(N - a^2)} &= \frac{2a}{N - a^2} + \frac{p_{m-1} - aq_{m-1}}{q_{m-1}(N - a^2)} = \\ &= \frac{2a}{N - a^2} + \frac{q_{m-2}}{aq_{m-2} + p_{m-2}}; \end{aligned}$$

$$\frac{aq_{m-2} + p_{m-2}}{q_{m-2}} = 2a + \frac{p_{m-2} - aq_{m-2}}{q_{m-2}}.$$

Здѣсь мы можемъ остановиться, такъ какъ полученный
остатокъ $\frac{p_{m-2} - aq_{m-2}}{q_{m-2}}$ того же вида, какъ и остатокъ $\frac{p_m - aq_m}{q_m}$,
полученный отъ перваго дѣленія; стало быть частныя начнутъ
повторяться.

$$\text{Итакъ, } \frac{p_m}{q_m} = a + \frac{1}{\frac{2a}{N - a^2} + \frac{1}{2a + \frac{1}{\frac{2a}{N - a^2} + \frac{1}{2a + \dots}}}}$$

По мѣрѣ увеличенія m , приближенная $\frac{p_m}{q_m}$ стремится къ истинному значенію \sqrt{N} ; одновременно съ этимъ, въ полученной непрерывной дроби увеличивается число повтореній одной и той же пары частныхъ знаменателей. Въ предѣлѣ, когда $\frac{p_m}{q_m}$ обращается въ \sqrt{N} , непрерывная дробь дѣлается періодической съ періодомъ

$$\frac{1}{\frac{2a}{N-a^2} + \frac{1}{2a}}.$$

Слѣдовательно,

$$\sqrt{N} = a + \frac{1}{\frac{2a}{N-a^2} + \frac{1}{2a + \frac{1}{\frac{2a}{N-a^2} + \frac{1}{2a + \dots}}}} = a + \left(\frac{1}{\frac{2a}{N-a^2} + \frac{1}{2a}} \right),$$

гдѣ въ скобкахъ заключена періодическая часть непрерывной дроби.

Пользуясь извѣстнымъ правиломъ преобразованія непрерывныхъ дробей, мы можемъ полученную періодическую дробь представить въ двухъ видахъ:

$$\sqrt{N} = a + \left(\frac{1}{\frac{2a}{N-a^2} + \frac{1}{2a}} \right) = a + \left(\frac{N-a^2}{2a} \right) \dots \dots \dots (29)$$

Если $a > \sqrt{N}$, то $p_m < a q_m$ и $\frac{p_m}{q_m} = a - \frac{p_m - a q_m}{q_m}$.

Слѣдовательно, въ случаѣ $a > \sqrt{N}$, мы получили бы

$$\sqrt{N} = a + \left(- \frac{1}{\frac{2a}{a^2-N} - \frac{1}{2a}} \right) = a + \left(- \frac{a^2-N}{2a} \right), \dots \dots (30)$$

гдѣ въ скобкахъ заключенъ періодъ непрерывной дроби.

Тотъ-же результатъ получается изъ формы (29) при измѣненіи $(N-a^2)$ на (a^2-N) .

Отсюда слѣдуетъ, что приближенные дроби представляютъ изъ себя не что иное, какъ подходящія непрерывныхъ дроби вида (29) или (30), въ которыя разворачивается квадратный корень изъ любого числа N .

Въ тѣхъ случаяхъ, когда $N-a^2 = \pm 1$ или $2a$ дѣлится безъ остатка на $\pm(N-a^2)$, формула (29) даетъ непосредственно чистую періодическую дробь съ однимъ или двумя частными знамена-

телями, а формула (30) может быть преобразована въ новую, которая также даетъ чистую періодическую дробь, а именно

$$\sqrt{N} = a - 1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{k - 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2a - 2}}}} \right), \dots \quad (31)$$

гдѣ $k = \frac{2a}{a^2 - N}$.

Изъ этого явствуетъ, что, если число N имѣетъ видъ $a^2 \pm \frac{2a}{k}$, гдѣ k есть одинъ изъ дѣлителей числа $2a$, то, въ случаѣ

$N = a^2 + \frac{2a}{k}$, квадратный корень изъ N развертывается въ непрерывную дробь вида

$$\sqrt{N} = a + \left(\frac{1}{k + \frac{1}{2a}} \right), \dots \quad (32)$$

а въ случаѣ $N = a^2 - \frac{2a}{k}$, квадратный корень изъ N развертывается въ непрерывную дробь вида, показаннаго въ формулѣ (31). Кроме того, въ этихъ случаяхъ числитель и знаменатель разности между *приближенными*: $\frac{(a^2 - N)^m}{q_m \cdot q_{m+1}}$ могутъ быть сокращены на $(a^2 - N)^m$, вслѣдствіе чего *приближенные* совпадаютъ съ *подходящими* чистой періодической непрерывной дроби, въ которую развернуть \sqrt{N} .

12. При помощи приближенныхъ дробей мы можемъ получать приближенныя значенія квадратнаго корня изъ такихъ рациональных алгебраическихъ выраженій, которыя не представляютъ собой полного квадрата.

Для этого, подыскавъ такое алгебраическое выраженіе M , которое по возможности близко подходитъ къ истинному значенію квадратнаго корня изъ заданнаго намъ выраженія Q , составляемъ рядъ приближенныхъ по двучлену $(M + \sqrt{Q})$ или, что то же, развертываемъ \sqrt{Q} въ періодическую дробь общаго вида по формуламъ (29) или (30) и находимъ ея *подходящія*. Степень точности полученныхъ результатовъ опредѣляемъ по неравенству

$$\frac{p_m}{q_m} - \sqrt{Q} < \frac{(M^2 - Q)^m}{p_m q_m}.$$

Если при этомъ $2M$ дѣлится безъ остатка на $M^2 - Q$, то \sqrt{Q} развертывается въ чистую періодическую дробь, и правая часть приведеннаго неравенства можетъ быть сокращена на $(M^2 - Q)_m$ и получить видъ $\frac{1}{D}$, гдѣ $D = \frac{p_m q_m}{(M^2 - Q)^m}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 817 (4 сер.). Пусть r —радіусъ круга, вписаннаго въ треугольникъ, r' —радіусъ круга, лежащаго внутри треугольника и касающагося двухъ его сторонъ и круга вписаннаго, ρ —радіусъ круга, касающагося описаннаго около треугольника круга изнутри и тѣхъ же двухъ сторонъ. Доказать, что

$$\frac{1}{2}(r+r') = \sqrt{r'\rho}.$$

Евг. Григорьевъ (Казань).

№ 818 (4 сер.). Даны окружность и ромбъ, лежащій въ плоскости этой окружности. Требуется безъ помощи циркуля (т. е. при помощи одной только линейки) вписать въ окружность правильный многоугольникъ, число сторонъ котораго равно 2^n , гдѣ n —данное цѣлое положительное число.

А. Пригоновъ (Москва).

№ 819 (4 сер.). Доказать, что число

$$\left(\frac{n + k(k-1)}{d^2} \right)^{2n-1} - 1$$

дѣлится на $4n-1$, если $4n-1$ простое число, которое не есть дѣлитель числа $2k-1$, и если d^2 —дѣлитель числа $n+k(k-1)$.

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 820 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3 - 14x + \sqrt{48} = 0.$$

С. Адамовичъ (Гвинскъ).

№ 821 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\frac{xy+1}{y} + \frac{z}{yz+1} = a,$$

$$\frac{yz+1}{z} + \frac{x}{zx+1} = b,$$

$$\frac{zx+1}{x} + \frac{y}{xy+1} = c.$$

Н. Агрономовъ (Вологда).

№ 822 (4 сер.). Дано, что проекции силы F на двѣ пересѣкающіяся прямыя равны p и q и что составляющія другой силы F' по направлениямъ тѣхъ же двухъ прямыхъ равны соответственно m и n . Полагая, что силы F и F' лежатъ въ плоскости пересѣкающихся прямыхъ, доказать, что условіе перпендикулярности этихъ силъ таково:

$$pm + qn = 0.$$

А. Билимовичъ (Кіевъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 681 (4 сер.). Решить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^3 - 22x + 40 = 3^y.$$

Нельзя предположить, что $y < 0$, такъ какъ въ этомъ случаѣ лѣвая часть данного уравненія была бы цѣлымъ, а правая дробнымъ числомъ. Пусть теперь $y \geq 0$. Разлагая лѣвую часть данного уравненія на множителей, получимъ

$$(x-2)(x-20) = 3^y \quad (1).$$

Изъ равенства (1) видно, что абсолютная величина каждаго изъ сомножителей $x-2$ и $x-20$, будучи дѣлителемъ 3^y , равна либо 1, либо степени 3, т. е.

$$x-2 = \pm 3^z \quad (2), \quad x-20 = \pm 3^u \quad (3), \quad \text{гдѣ } z \geq 0, \quad u \geq 0.$$

Перемноживъ равенства (2) и (3), получимъ (см. (1)) $(x-2)(x-20) = \pm 3^{z+u} = 3^y$, откуда $z+u=y$ (4). Вычитая изъ равенства (2) равенство (3) и замѣчая при этомъ, что въ правыхъ частяхъ этихъ равенствъ надо взять одинаковые знаки, такъ какъ (см. (1)) $(x-2)(x-20) > 0$, находимъ $18 = \pm (3^z - 3^u)$, т. е. или $18 = 3^z - 3^u$ (5), или $18 = 3^u - 3^z$ (6). Рассмотримъ первый случай (см. (5)), когда

$$18 = 3^z \cdot 2 = 3^z - 3^u = 3^u (3^{z-u} - 1) \quad (7).$$

Такъ какъ $18 > 0$, то (см. (7)) $z > u$, а потому $3^{z-u} - 1$ есть цѣлое число, не кратное 3; слѣдовательно (см. (7)) $3^u = 3^2$, $3^{z-u} - 1 = 2$, т. е. $3^{z-u} = 3$, откуда $u=2$, $z-u=1$ $z=3$. Итакъ, $z=3$, $u=2$; рассматривая случай, когда имѣетъ мѣсто равенство (6), мы получили бы $z=2$, $u=3$, такъ что въ обоихъ случаяхъ (см. (4)) $y = z+u = 2+3 = 5$ (8). Поэтому, согласно съ даннымъ уравненіемъ (см. (8)), $x^3 - 22x + 40 = 3^5 = 243$, $x^3 - 22x - 203 = 0$, $x = 11 \pm \sqrt[3]{324}$, $x_1 = 29$, $x_2 = -7$. Итакъ, единственныя цѣлыя рѣшенія данного уравненія суть $x = 29$, $y = 5$ и $x = -7$, $y = 5$.

Н. Пляхово (Знаменка); Н. Орликий (Харьковъ); Н. Добролюбовъ (Немировъ); Г. Тандійчукъ (Брацлавъ); Е. Доремъ (Немировъ); Г. Лебедевъ (Харьковъ); Э. Лейтманъ (Рига).

№ 704 (4 сер.). Найти сумму n первых членовъ каждого изъ рядовъ

$$\begin{aligned} 1) & 1, \frac{2}{3}, \frac{2.4}{3.5}, \dots, \frac{2.4 \dots 2(k-1)}{3.5 \dots (2k-1)}; \\ 2) & 1, \frac{1}{2}, \frac{1.3}{2.4}, \frac{1.3.5}{2.4.6}, \dots, \frac{1.3.5 \dots (2k-3)(2k-1)}{2.4.6 \dots 2(k-1).2k}; \\ 3) & 1, 1!2^2, 3!4^2, \dots, (k-2)!(k-1)^2, (k-1)!k^2. \end{aligned}$$

Введемъ обозначенія $u_1 = \frac{1}{a_1}$, $u_2 = \frac{a_1+r}{a_1 a_2}$ и вообще

$$u_k = \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{k-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k} \quad (1),$$

$$A_k = \frac{1}{r} \cdot \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{k-1}+r)(a_k+r)}{a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k} \quad (2),$$

гдѣ r , a_1 , $a_2, \dots a_{k-1}$, $a_k \dots$ суть нѣкоторые числа, отличныя отъ нуля. Вычитая A_{k-1} изъ A_k , имѣемъ (см. (2), (1))

$$\begin{aligned} A_k - A_{k-1} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{k-1}+r)(a_k+r)}{a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k} - \\ &= \frac{1}{r} \cdot \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{k-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{k-1}} = \\ &= \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{k-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k} = u_k \quad (3). \end{aligned}$$

Кромѣ того,

$$A_1 - \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{a_1+r}{a_1} - \frac{1}{r} = \frac{1}{a_1} = u_1 \quad (4).$$

Принимая во вниманіе равенство (4) и полагая въ равенствѣ (3) послѣдовательно $k=2, 3, \dots m$, находимъ $A_1 - \frac{1}{r} = u_1$, $A_2 - A_1 = u_2, \dots$, $A_m - A_{m-1} = u_m$ (5). Сложивъ равенства (5), получимъ $A_m - \frac{1}{r} = u_1 + u_2 + \dots + u_m$, т. е. (см. (1), (2))

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a_1} + \frac{a_1+r}{a_1 a_2} + \frac{(a_1+r)(a_2+r)}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_{m-1}+r)}{a_1 a_2 \dots a_m} \\ &= \frac{1}{r} \cdot \left[\frac{(a_1+r)(a_2+r) \dots (a_m+r)}{a_1 a_2 \dots a_m} - 1 \right] \quad (6). \quad \text{(См. зад. № 680 въ № 402 „Вѣстника“)} \end{aligned}$$

Полагая въ формулѣ (6) $r=1$, $a_k = 2k-1$, $m=n$, находимъ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1} + \frac{2}{1.3} + \dots + \frac{2.4 \dots 2(n-1)}{1.3 \dots (2n-3)(2n-1)} = \frac{1}{1} \cdot \left[\frac{2.4 \dots 2n}{1.3 \dots (2n-1)} - 1 \right] = \\ &= \frac{2.4 \dots 2n}{1.3 \dots (2n-1)} - 1, \text{ т. е. сумма } n \text{ членовъ перваго изъ данныхъ рядовъ} \end{aligned}$$

равна $\frac{2.4 \dots 2n}{1.3 \dots (2n-1)} - 1$. Полагая въ формулѣ (6) $r=1$, $a_k=2k$ и $m=n-1$,

получимъ $\frac{1}{2} + \frac{3}{2.4} + \frac{3.5}{2.4.6} + \dots + \frac{3.5 \dots (2n-3)}{2.4 \dots 2(n-2).2(n-1)} =$

$$= \frac{1}{1} \cdot \left[\frac{3.5 \dots (2n-1)}{2.4 \dots 2(n-1)} - 1 \right] = \frac{3.5 \dots (2n-1)}{2.4 \dots 2(n-1)} - 1 \quad (7), \text{ т. е. сумма}$$

членовъ второго ряда, начиная со второго и кончая n -ымъ, равна $\frac{3.5 \dots (2n-1)}{2.4 \dots 2(n-1)} - 1$. Прибавивъ къ обѣимъ частямъ формулы (7) по 1,

находимъ, что сумма n членовъ второго ряда равна $\frac{3.5 \dots (2n-1)}{2.4 \dots 2(n-1)}$ при $n > 1$ (для $n=1$ искомая сумма равна 1). Наконецъ, полагая въ формулѣ (6) $r=1$, $a_k = \frac{1}{k}$, $m=n$, имѣемъ

$$1 + \frac{(1+1)}{1 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{(1+1) \left(\frac{1}{2} + 1 \right)}{1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} + \dots + \frac{(1+1) \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \dots \left(\frac{1}{n-1} + 1 \right)}{1 \cdot \frac{1}{2} \dots \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n}} =$$

$$= \frac{1}{1} \cdot \left[\frac{(1+1) \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \dots \left(\frac{1}{n} + 1 \right)}{1 \cdot \frac{1}{2} \dots \frac{1}{n}} - 1 \right], \text{ или}$$

$$1 + \frac{2}{1 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{2.3}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} + \dots + \frac{(n-1)!n}{(n-1)! \cdot \left(\frac{1}{(n-1)!n} \right)} =$$

$$= \frac{(n+1)!}{n! \cdot \frac{1}{n!}} - 1, \text{ т. е.}$$

$$1 + 1!2^1 + 2!3^2 + \dots + (n-1)!n^2 = (n+1)! - 1.$$

Такимъ образомъ сумма n членовъ третьего ряда равна $(n+1)! - 1$.

Э. Лейтхъ (Рига); Г. Лебедевъ (Обоянь).

Открыта подписка на 1907 годъ.

Съ 1 Января наступающаго года начнетъ выходить научно-популярный журналъ

„АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ОБОЗРѢНІЕ“,

содержащій статьи по **всѣмъ** отдѣламъ астрономіи. Особое вниманіе будетъ удѣлено новинкамъ, какъ астрономіи, такъ и связанныхъ съ нею наукъ: физики и химіи. Предназначенный для широкаго круга лицъ, онъ будетъ заключать все, что можетъ быть полезно и интересно для всякаго, а въ особенности любителямъ астрономіи. Журналъ выходитъ 6—8 разъ въ годъ номерами въ 2—3 печатныхъ листа съ рисунками и чертежами. Цѣна съ пересылкой и доставкой 3 рубля въ годъ; допускается разсрочка: 2 руб. при подпискѣ и 1 руб. къ 1 Марта. Цѣна на объявленія: цѣлая страница 6 руб., $\frac{1}{2}$ стр.—3 руб., $\frac{1}{4}$ стр.—1 руб. 50 коп. и $\frac{1}{8}$ стр.—1 руб.

Подписка и приѣмъ объявленій въ редакціи журнвала: Г. Николаевъ (Херс. губ.), Глазенаповская, 3.

Редакторъ-издатель Н. С. Пелипенко.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 ГОДЪ

ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО •

ДВА ЕЖЕНЕДЕЛЬНЫЕ иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. МАКАРОВОЙ и издаваемые подъ редакціей П. М. ОЛЬКИНА.

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ НАЧАЛСЯ 1-го НОЯБРЯ 1906 г. — ПЕРВЫЕ №№ ВЫСЫЛАЮТСЯ НЕМЕДЛЕННО.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей

МЛАДШАГО ВОЗРАСТА

(отъ 5 до 9 лѣтъ) получаютъ

52 №№ и 42 ПРЕМИИ.

Въ числѣ послѣднихъ: БОЛЬШУЮ КАРТИНУ въ 22 краски „МАЛЕНЬКІЕ, ДА УДАЛЕНЬКІЕ“; 12 новѣйш. ИГРЪ и ЗАНЯТІЙ въ раскраш. и черн. листахъ; „МАЛЕНЬКИЙ РУССКІЙ ИСТОРИКЪ“; 6 кн. „БИБЛИОТЕКИ МАЛЕНЬКАГО ЧИТАТЕЛЯ“ и ин. др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕЧКА“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписной планъ každаго изданія „Задушевнаго Слова“, со всѣми объявленіями, преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой, — за годъ **ШЕСТЬ РУБЛЕЙ**.

(Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февралю и 3) къ 1 мая — по

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы „ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА“, при книжныхъ магазинахъ Т-ва М. О. Вольфъ — С. ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Гостин. Дворъ, 18, или 2) Невскій пр., 13.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей

СТАРШАГО ВОЗРАСТА

(отъ 9 до 16 лѣтъ) получаютъ

52 №№ и 37 ПРЕМИЙ.

Въ числѣ послѣднихъ: АНГАРЕЛЬНУЮ КАРТИНУ — ПОСЛѣДНЯЯ НАДЕЖДА“; „ИСТОРИЮ НАПОЛЕОНА“ (дом. изд. „ЛЕРМОНТОВЪ ВЪ ИЛЛЮСТРАЦІЯХЪ“; 12 малюстр. кн. ПОВѢСТЕЙ и РАЗСКАЗОВЪ для юношества и ин. др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕЧКА“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписной планъ každаго изданія „Задушевнаго Слова“, со всѣми объявленіями, преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой, — за годъ **ШЕСТЬ РУБЛЕЙ**.

(Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февралю и 3) къ 1 мая — по

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы „ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА“, при книжныхъ магазинахъ Т-ва М. О. Вольфъ — С. ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Гостин. Дворъ, 18, или 2) Невскій пр., 13.

ЗА ГОДЪ — 6 рублей, РАЗСРОЧКА — по 2 рубля.

XXXI ГОДЪ ИЗДАНІЯ

XXXI ГОДЪ ИЗДАНІЯ

ПРОГРАММА

ЕЖЕМЪСЯЧНАГО ЖУРНАЛА

„ПРИРОДА ВЪ ШКОЛѢ“,

посвященнаго вопросамъ преподаванія физики, химіи
и естествознанія въ средней и начальной школахъ.

1. Руководящія статьи по выясненію общаго плана и частныхъ преподаванія физико-химическихъ и естественныхъ наукъ.
 2. Статьи научнаго характера по отдѣльнымъ вопросамъ физики, химіи и естествознанія—главнымъ образомъ примѣнительно къ цѣлямъ преподаванія.
 3. Статьи и замѣтки, касающіяся различныхъ учебно-вспомогательныхъ пособій, кабинетовъ, лабораторій и т. п.
 4. Статьи и замѣтки, относящіяся къ практическимъ занятіямъ учениковъ.
 5. Свѣдѣнія о постановкѣ преподаванія физики, химіи и естествознанія въ различныхъ учебныхъ заведеніяхъ Россіи и другихъ странъ.
 6. Разборъ учебныхъ, популярно-научныхъ и научныхъ книгъ.
 7. Обзоръ статей по преподаванію физики, химіи и естествознанія, помѣщенныхъ въ главнѣйшихъ русскихъ и иностранныхъ журналахъ.
 8. Разныя извѣстія.
 9. Письма въ редакцію.
 10. Объявленіе.
-

Журналъ будетъ выходить въ 1907 году ежемѣсячно книжками въ 4 печатн. листа.

ЦѢНА съ пересылкою 3 руб. въ годъ.

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ: МОСКВА, Петровка, д. Матвѣева, Товарищество И. Д. Сытина, а также въ главныхъ книжныхъ магазинахъ.

ДОПУСКАЕТСЯ РАЗРОЧКА:

1 р. при подпискѣ, 1 р. — не позже 1 апрѣля и 1 р. — не позже 1 іюля.