

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 590.

Содержаніе: Новѣйшіе опыты съ невидимымъ свѣтомъ. *Проф. Р. Вуда.* (Окончаніе). — Эфиръ (Исторія одной гипотезы). *М. Ла-Роза.* (Продолженіе). — Къ реформѣ преподаванія математики въ средней школѣ. Учебныя пособия по математикѣ. *Г. Дресслера.* (Продолженіе). — Библиографія: II. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. Н. С. Дрентельнъ. „Физическіе опыты въ начальной школѣ“. — Задачи №№ 122 — 125 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. №№ 76 и 77 (6 сер.) Отдѣлъ II. № 5. — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Новѣйшіе опыты съ невидимымъ свѣтомъ.

Проф. Р. Вуда.

(Лекція, читанная въ Великобританскомъ Королевскомъ Институтѣ).

(Окончаніе *).

Теперь мы рассмотримъ дѣйствіе нашей атмосферы на эти ультра-фіолетовые лучи. Я сдѣлалъ два фотографическихъ снимка съ человѣка, стоящаго на дорогѣ въ полномъ солнечномъ освѣщеніи: одинъ снимокъ — обыкновеннымъ свѣтомъ, а другой — ультра-фіолетовыми лучами. Въ этомъ послѣднемъ тѣнь совершенно отсутствуетъ. Ультра-фіолетовый свѣтъ по своему дѣйствию прямо противоположенъ инфра-красному. Инфра-красные лучи способны проникать черезъ атмосферу, не разсѣиваясь въ стороны молекулами воздуха или частицами пыли. Съ другой стороны, короткіе или ультра-фіолетовые лучи разсѣиваются полностью, такъ что большая часть ультра-фіолетоваго свѣта, достигающаго поверхности земли, приходитъ къ намъ, такъ сказать, съ неба, а не прямо отъ солнца. Если бы наши глаза были чувствительны только къ ультра-фіолетовому свѣту, то міръ представлялъ бы для насъ приблизительно такую картину, какую мы видимъ во время легкаго тумана.

* См. „Вѣстникъ“, № 589.

Такъ, мы видѣли бы солнце, но оно было бы очень тусклымъ, и совершенно не было бы тѣни, какъ не бываетъ ея въ туманный день. Мы странствовали бы по землѣ, лишённые тѣни, подобно герою нѣмецкаго сказанія Петру Шлемилу.

Другой снимокъ иллюстрируетъ непрозрачность обыкновеннаго оконнаго стекла для ультра-фіолетовыхъ лучей. На снимкѣ не видно черезъ оконное стекло ни малѣйшихъ признаковъ ландшафта, тогда какъ на рядомъ стоящемъ снимкѣ, произведенномъ въ видимомъ свѣтѣ, ландшафтъ виденъ вполне ясно. Кромѣ того, въ этомъ второмъ снимкѣ цвѣты въ саду получились бѣлыми, тогда какъ въ ультра-фіолетовомъ снимкѣ они совершенно исчезли. Бѣлые садовые цвѣты получаютъ почти черными на ультра-фіолетовомъ снимкѣ, какъ показываетъ сравненіе двухъ другихъ фотографій бѣлыхъ цвѣтовъ, — одной въ видимомъ свѣтѣ и другой въ ультра-фіолетовомъ. Мнѣ пришло на мысль, что эта способность бѣлыхъ цвѣтовъ поглощать ультра-фіолетовые лучи, вѣроятно, играетъ извѣстную роль въ ростѣ растений. Я произвелъ опыты надъ нѣкоторыми цвѣтами, взращенными подъ стекломъ и потому лишёнными ультра-фіолетовыхъ лучей; но мнѣ не удалось обнаружить сколько-нибудь замѣтную разницу между растениями, развивавшимися на открытомъ воздухѣ, и тѣми, которыя были совершенно лишены ультра-фіолетовыхъ лучей. Можетъ быть, разницу удалось бы обнаружить, если бы опыты были произведены на цѣломъ рядѣ поколѣній. Я нашёлъ, тѣмъ не менѣе, что не всѣ бѣлые цвѣты получаютъ одинаково темными на снимкахъ въ ультра-фіолетовомъ свѣтѣ. Напримѣръ, бѣлая герань оказывается гораздо болѣе свѣтлой, чѣмъ обыкновенный бѣлый пламенникъ, который на снимкѣ, черезъ посеребренную кварцевую чечевицу, имѣетъ почти совершенно черный цвѣтъ.

Чтобы показать, въ какомъ различномъ видѣ представляется одинъ обыкновенный пигментъ, разсматриваемый въ видимомъ свѣтѣ и въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ, я нарисовалъ нѣсколько буквъ китайскими бѣлилами на страницѣ журнала. На фотографіи, снятой въ видимомъ свѣтѣ, китайскія бѣлила оказались столь же бѣлыми, если не болѣе еще, какъ и сама бумага; на снимкѣ же, произведенномъ въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ, они получаютъ совершенно черными. То, что въ видимомъ свѣтѣ есть китайскія бѣлила, въ ультра-фіолетовомъ — превращается въ японскую чернь. Въ этихъ лучахъ черная типографская краска дѣлается болѣе свѣтлой, чѣмъ въ видимомъ свѣтѣ. Недостаточной отражательной способностью китайскихъ бѣлилъ объясняются нѣкоторые дефекты въ рисункахъ, воспроизведенныхъ отчасти этимъ средствомъ, какъ указалъ А. Дж. Ньютонъ (A. J. Newton). Въ моемъ опытѣ съ китайскими бѣлилами я ошибочно написалъ одну букву; я тщательно стеръ ее, такъ что въ видимомъ свѣтѣ нельзя было различить ни малѣйшаго слѣда поправки; но на снимкѣ, сдѣланномъ въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ, подчищенное мѣсто, раньше незамѣтное, теперь выступило чернымъ пятномъ. Очевидно, ультра-фіолетовая камера гораздо болѣе, чѣмъ глазъ, чувствительна даже къ слѣдамъ китайскихъ бѣлилъ на печатной страницѣ, такъ какъ,

насколько мнѣ позволялъ глазъ, я не оставилъ ни малѣйшей частички пигмента. Предоставляю специалистамъ изслѣдовать, какое значеніе можетъ имѣть это явленіе для раскрытія подлоговъ.

Подобное сравнительное изученіе окажется, вѣроятно, полезнымъ и въ фотографіи небесныхъ тѣлъ. Для снимка полной луны экспозиція черезъ серебряный экранъ продолжалась двѣ минуты въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ, принадлежащихъ къ области между 3000 и 3200. Столь продолжительная экспозиція дѣлала необходимымъ экваторіальный телескопъ съ приспособленіемъ для регулированія его сообразно съ движеніемъ луны. Опорой для моего телескопа служилъ остоу старого велосипеда безъ колесъ; на немъ былъ укрѣпленъ четырехдюймовый рефракторъ и телескопъ съ посеребреннымъ кварцомъ; съ помощью небольшого винта можно было точно слѣдовать за движеніемъ луны въ теченіе получаса. Съ перваго взгляда на снимокъ (рис. 2) видно, что между обыкновеннымъ изображеніемъ луны и изображеніемъ въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ разница очень мала. Тѣмъ не менѣе въ окрестности Аристарха, наиболѣе свѣтлаго кратера на поверхности луны, фотографическій снимокъ, произведенный въ ультра-фіолетовыхъ лучахъ, обнаруживаетъ темное пятно, котораго нѣтъ на снимкѣ въ видимомъ свѣтѣ. На сдѣланномъ мною увеличенномъ снимкѣ области кратера видно, что вблизи его находится обширное отложеніе какого-то вещества, которое можетъ быть обнаружено лишь съ помощью ультра-фіолетоваго свѣта. Эти фотографіи луны дѣлаютъ весьма вѣроятнымъ, что подобнаго рода опыты, произведенные въ большемъ масштабѣ, дали бы намъ много новыхъ свѣдѣній о веществахъ, изъ которыхъ состоитъ луна. Можно разсмотрѣть изверженныя породы земли въ различныхъ лучахъ и сравнить ихъ съ изображеніями небесныхъ объектовъ, полученными посредствомъ лучей съ такой же длиной волны. Я нашелъ, что нѣкоторыя породы, которыя при освѣщеніи ультра-фіолетовыми лучами кажутся болѣе темными, чѣмъ другія, въ видимомъ свѣтѣ, напротивъ, оказываются болѣе свѣтлыми.

[Дополнительная замѣтка. Октябрь, 1911. — Чтобы изучить болѣе обстоятельно ультра-фіолетовую фотографію луны и планетъ, я построилъ 16-дюймовое зеркало съ фокальнымъ разстояніемъ въ 26 футовъ и покрылъ его никелемъ. Это зеркало я примѣнилъ вмѣстѣ съ густо посеребренной пластинкой новаго ультра-фіолетоваго стекла, имѣвшей площадь въ 12 кв. см. и толщину въ 1 мм. Эта пластинка была изготовлена Цейссомъ, и я нахожу, что для лучей, пропускаемыхъ серебрянымъ фильтромъ, она столь же прозрачна, какъ кварцъ. Этотъ рефлекторъ былъ установленъ на 23-дюймовомъ экваторіалѣ Принстонскаго университета. Такимъ путемъ удалось получить довольно хорошіе снимки, хотя и невозможно было съ достаточной точностью слѣдовать за движеніемъ луны въ склоненіи, чтобы получить наилучшіе результаты. Рис. 2 показываетъ два вида области вокругъ кратера Аристарха (отмѣченнаго стрѣлкой), — одинъ, снятый въ желтомъ свѣтѣ, а другой въ фіолетовомъ. Темное отложеніе справа отъ свѣтлаго кратера выступаетъ весьма ясно на второмъ снимкѣ. Пятна справа отъ этой области въ этихъ двухъ снимкахъ весьма

неодинаковы. Непосредственно под снимками луны помещены три фотографических снимка двух проб вулканического „туфа“, располо-

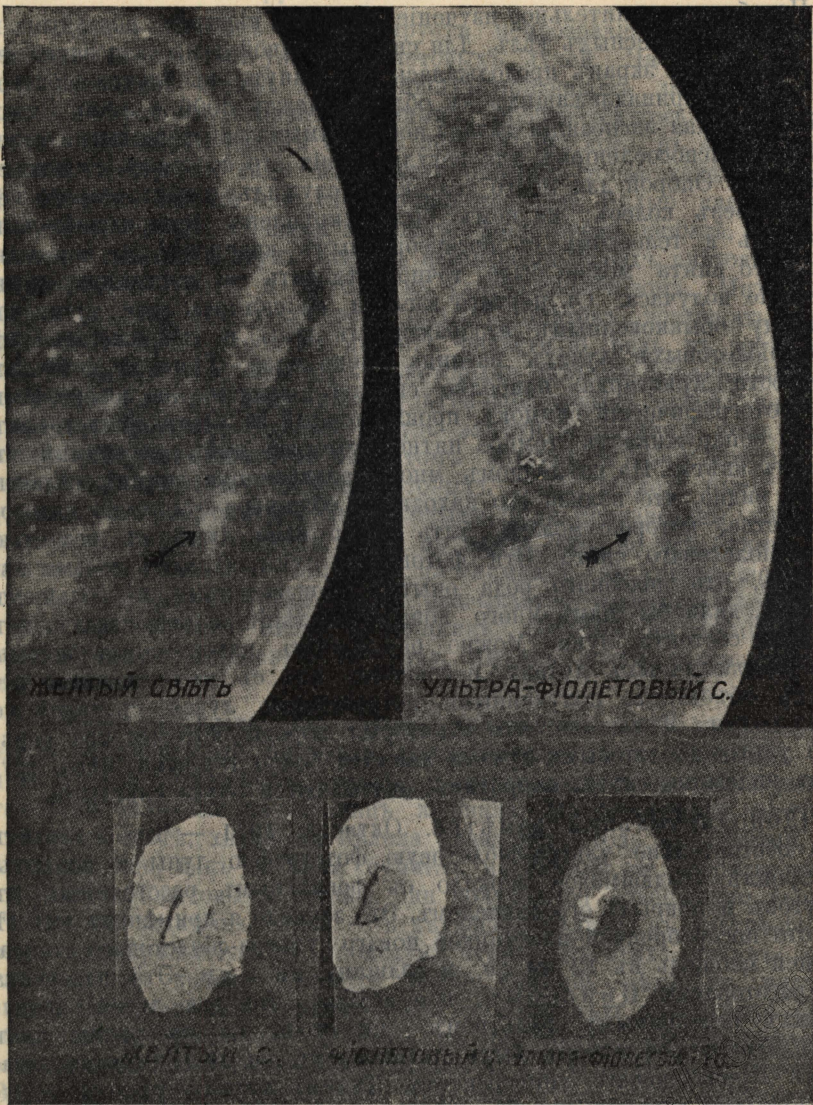


Рис. 2.

Фотографические снимки луны въ невидимомъ свѣтѣ.

женныхъ одна поверхъ другой, съ отмѣткой въ формѣ кратера Аристарха,

сдѣланной бѣлымъ мѣломъ. На лѣвомъ снимкѣ, произведенномъ въ желтомъ свѣтѣ, центральная проба свѣтлѣе окружающей. На правомъ снимкѣ, въ ультра-фіолетовомъ свѣтѣ, центральная проба явственно темнѣе. Средній снимокъ былъ сдѣланъ въ фіолетовомъ свѣтѣ, и обѣ пробы обнаруживаютъ здѣсь почти одинаковую яркость. Я подвергнулъ анализу кусочекъ туфа, который на фотографическомъ снимкѣ въ ультра-фіолетовомъ свѣтѣ имѣлъ темный цвѣтъ, и нашелъ въ немъ желѣзо и слѣды сѣры. Фотографическіе снимки породъ, окрашенныхъ окисью желѣза, не обнаруживали требуемой особенности, и я приписалъ ее поэтому присутствію сѣры. Направивъ тонкую струю сѣрныхъ паровъ на кусокъ свѣтло-сѣрой породы, я образовалъ на ея поверхности легкій налетъ сѣры, столь слабый, что глазомъ нельзя было открыть ни малѣйшаго слѣда. Эта проба была затѣмъ сфотографирована въ желтомъ, фіолетовомъ и ультра-фіолетовомъ свѣтѣ; оказалось, что налетъ совершенно невидимъ на первомъ снимкѣ, слабо видимъ на второмъ и является совершенно чернымъ на третьемъ, — совершенно такъ же, какъ осадокъ вокругъ кратера Аристарха. Я склоненъ въ виду всего этого объяснять это пятно присутствіемъ обширнаго осадка сѣры, образовавшагося отъ паровъ, выбрасываемыхъ кратеромъ. Видъ и обширные размѣры осадка всегда заставляли меня думать, что вещество его является продуктомъ вулканическаго изверженія.]

Возвращаясь теперь отъ луны къ физической лабораторіи, мы рассмотримъ еще одно явленіе, которое было открыто и изучено при помощи фотографіи въ ультра-фіолетовой области спектра. Ртутные пары имѣютъ въ этой области, при длинѣ волны 2536, полосу поглощенія, которую я подвергнулъ довольно обстоятельному изученію. При низкихъ давленіяхъ линія очень узка и напоминаетъ одну изъ *D*-линій натрія; я открылъ ея присутствіе въ ртутныхъ парахъ при комнатной температурѣ, пользуясь трубкой въ 3 м. длины, закрытой кварцевыми пластинками. Мнѣ пришло на мысль, что эти пары, можетъ быть, окажутся веществомъ, которое я долго искалъ для изученія явленія, названнаго мною резонансовымъ излученіемъ; это явленіе состоитъ въ томъ, что молекулы, поглощающія свѣтъ, испускаютъ обратно свѣтъ такой же точно длины волны, какъ у поглощаемого свѣта. Какъ оказалось, это явленіе дѣйствительно обнаруживаютъ пары натрія, но опыты были сопряжены съ такими большими трудностями, что удалось достигнуть только очень слабого эффекта. Были изготовлены небольшой латунный ящикъ и квадратныя пластинки изъ кварца; внутреннія стѣнки ящика были лакированы и зачернены сажей; въ него ввели каплю ртути, послѣ чего ящикъ былъ эвакуированъ. Затѣмъ на ящикъ поставили камеру съ ея кварцевыми объективами, и въ центрѣ ящика, какъ въ фокусѣ, былъ сосредоточенъ пучокъ лучей отъ ртутной лампы. Хотя глазомъ невозможно было обнаружить ни малѣйшаго слѣда лучевого конуса, но на фотографическомъ снимкѣ онъ получился въ столь отчетливомъ видѣ, какъ если бы ящикъ былъ наполненъ дымомъ. Потребовалась экспозиція всего лишь въ одну секунду, а при 10-секундной экспозиціи удалось получить спектръ свѣта, разсѣиваемого парами. Оказалось,

что этотъ спектръ состоитъ изъ одной только линіи (линія 2536), хотя свѣтъ, вступавшій въ ящикъ, представлялъ собой полное излученіе ртутной дуги, спектръ котораго содержалъ въ себѣ сотни линій. Давленіе ртутныхъ паровъ составляло около 0,001 мм., другими словами, —

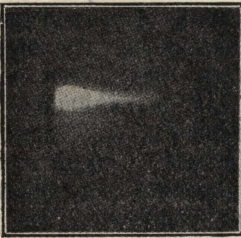
$\frac{1}{760000}$ -ую часть давления комнатнаго воздуха. Въ высшей степени странно, что пары при столь низкомъ давленіи и комнатной температурѣ съ такимъ блескомъ свѣтятъ въ невидимомъ свѣтѣ. Дальше удалось сдѣлать еще одно открытіе. Когда ящикъ наполняли воздухомъ при атмосферномъ давленіи, то конусъ лучей въ ртутныхъ парахъ, которыми былъ насыщенъ воздухъ, свѣтился лишь слабо. По мѣрѣ пониженія давления свѣщеніе усиливало въ блескѣ, и достигло своего максимума при давленіи около 5 мм. При дальнѣйшемъ разрѣженіи начали свѣтиться ртутные пары внѣ конуса, а при наивысшемъ возможномъ разрѣженіи сіяніе наполнило весь ящикъ. Въ этомъ и состоитъ вторичное резонансовое излученіе, возбуждаемое первичнымъ излученіемъ ртутныхъ паровъ, которое вызывается конусомъ собранныхъ лучей. Яркость конуса оставалась приблизительно одинаковой, такъ что вспышку этой вторичной флуоресценціи мы не можемъ приписать простому усиленію яркости паровъ, непосредственно возбужденныхъ къ свѣщенію.

Въ настоящее время производятся опыты, которые должны выяснитъ, почему присутствіе немногихъ миллиметровъ воздуха уничтожаетъ всякій слѣдъ вторичнаго излученія. На рис. 3 (A, B, C) воспроизведены фотографическіе снимки свѣтящихся паровъ въ воздухѣ, соотвѣтственно при давленіи въ 5, 1 и 0 мм.

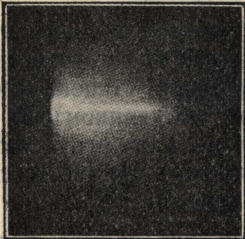
Если мы помѣстимъ каплю ртути въ маленькую колбу съ очень толстыми стѣнками, выкачаемъ воздухъ и запаемъ горлышко колбы въ пламени гремучаго газа, то получимъ возможность изучитъ этотъ интересный типъ излученія въ ртутныхъ парахъ при высокихъ давленіяхъ. Я нашелъ, что по мѣрѣ повышенія температуры колбы излученіе исходило отъ области, все болѣе и болѣе близкой къ передней поверхности, которая была освѣщена лучами отъ лампы, и что при давленіи около 10 атмосферъ лучъ отъ лампы съ длиной волны въ 2536 избирательно отражался отъ поверхности пара совершенно такъ, какъ если бы внутренняя поверхность шара колбы была покрыта слоемъ серебра. Другіе лучи проходили черезъ шаръ со своей обычной легкостью. Въ настоящее время я работаю надъ вопросомъ, какъ именно совершается переходъ отъ резонансоваго излученія (которое разсѣивается по всѣмъ направленіямъ) въ правильное отраженіе; этотъ вопросъ представляетъ большой интересъ въ связи съ теоріей поглощенія и отраженія. Какъ я полагаю, окажется, что ртутный свѣтъ не поглощаетъ вовсе свѣта, такъ какъ опыты показываютъ, что боковое испусканіе ультра-фіолетоваго свѣта отличается приблизительно такой же яркостью, какъ если бы для разсѣиванія свѣта служила бѣлая бумага.

Другое интересное изслѣдованіе, недавно произведенное мною, иллюстрируетъ, какъ при помощи ультра-фіолетовой фотографіи могутъ

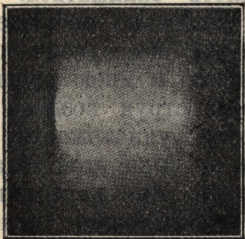
быть сделаны новые открытія. Мнѣ пришло на мысль, что воздухъ, окружающій электрическую искру, можетъ быть, становится флуоресцирующимъ благодаря поглощенію очень короткихъ ультра-фіолетовыхъ волнъ, открытыхъ Шуманомъ; но эта флуоресценція можетъ со-



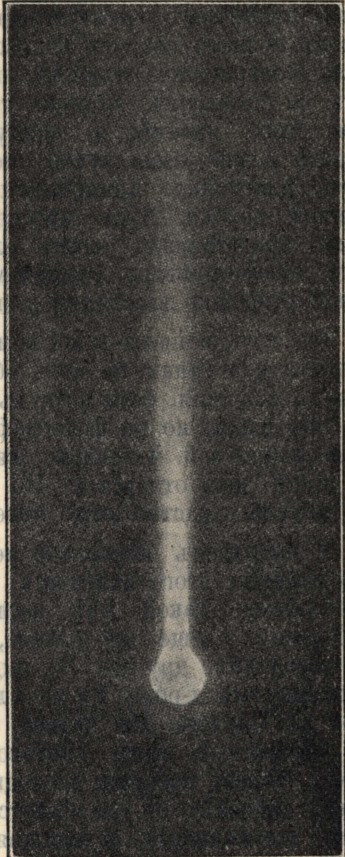
A



B



C



D

Рис. 4.

Опыты съ невидимымъ свѣтомъ.

стоять исключительно изъ ультра-фіолетоваго и, следовательно, невидимаго свѣта. Я поэтому сфотографировалъ область вокругъ мощнаго электрическаго разряда, применивъ для этой цѣли кварцевую чечевицу, защищенную дискомъ отъ непосредственнаго свѣта искры. На снимкѣ по проявленіи оказался чрезвычайно яркій ореолъ, который окружаетъ искру и тянется приблизительно на разстояніи 2 см. по всѣмъ направленіямъ. Теперь нужно было доказать, что это не былъ свѣтъ,

разсѣиваемый частичками пыли въ воздухѣ. Для этого оставалось лишь сфотографировать спектр ореола. Если онъ сходенъ со спектромъ искры, то мы можемъ смѣло приписать его разсѣянному свѣту. Въ случаѣ же, если спектры не одинаковы, то это означаетъ, что этотъ свѣтъ флуоресцирующий, т. е. что мы здѣсь имѣемъ возникновеніе волнъ, отличныхъ по своей длинѣ отъ всѣхъ волнъ въ свѣтѣ искры. Съ помощью кварцеваго спектрографа былъ изготовленъ фотографическій снимокъ области вокругъ искры, и сейчасъ же оказалось, что спектр ореола совершенно отличенъ отъ спектра искры: онъ почти совпадаетъ со спектромъ пламени гремучаго газа. Для дальнѣйшаго изученія этого явленія я придумалъ особый приборъ, съ помощью котораго можно было лучше исключить свѣтъ искры. Сквозь алюминиевую пластинку, прикрѣпленную къ концу короткой вертикальной латунной трубки, было просверлено маленькое отверстіе. Эта пластинка представляла одинъ электродъ, при чемъ искра проходила между алюминиевымъ стержнемъ, лежавшимъ вдоль оси трубки, и нижней стороною пластинки у просверленнаго отверстія.

Въ совершенно темной комнатѣ глазъ, помѣщенный немного ниже плоскости пластинки, не могъ обнаружить въ воздухѣ надъ отверстіемъ никакого свѣченія, если воздухъ былъ въ значительной степени свободенъ отъ пыли; но на фотографическомъ снимкѣ, полученномъ съ помощью кварцевой чечевицы, виденъ яркій пучокъ или струя свѣта, выходящій изъ отверстія. По прилагаемому рисунку можно видѣть, какъ велико сходство этого явленія съ кометою (рис. 4, *D*).

Я потратилъ нѣсколько недѣль на попытку опредѣлить точное происхожденіе этого излученія; задача оказалась одной изъ самыхъ запутанныхъ, какой мнѣ когда-либо приходилось заниматься. Это излѣдованіе я еще продолжаю, и я сдѣлалъ нѣсколько наблюдений, одно загадочнѣе другого. Въ видѣ примѣра упомяну объ одномъ явленіи, открытомъ д-ромъ Гемсалехомъ (Hemsalech) и мною прошлою зимой въ Парижѣ. Мы нашли, что при продуваніи струи воздуха черезъ описанный выше свѣтовой пучокъ свѣченіе уничтожается въ области, черезъ которую проходитъ токъ воздуха, но выше этой области и ниже свѣченіе не ослабляется въ своей яркости. Это наводитъ на мысль, что эманация, исходящая отъ искры и вызывающая свѣченіе воздуха, должна короткое время дѣйствовать на воздухъ, чтобы вызвать его свѣченіе. Это явленіе показываетъ также, что эманация, какова бы ни была ея природа, не отбрасывается въ сторону токомъ воздуха. Мы нашли также, что другіе газы, подвергнутые дѣйствию искровыхъ эманаций, начинаютъ свѣтиться, и въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ получается различный спектръ, характерный для взятаго газа; напримѣръ, сильное свѣченіе даетъ электролитическій водородъ.

Такимъ образомъ, съ помощью „фотографическаго глаза“ кварца можно обнаружить много новыхъ явленій, которые раньше оставались скрытыми за предѣлами, доступными человѣческому глазу. Было изучено также поглощеніе ультра-фіолетовыхъ лучей пламенемъ свѣчи. Въ этомъ случаѣ свѣта, испускаемаго свѣчей, разсматривать не при-

ходится, такъ какъ ея пламя испускаетъ очень мало или совсѣмъ не испускаетъ ультра-фіолетоваго свѣта. На фотографическомъ снимкѣ тѣни, отбрасываемой такимъ пламенемъ, можно видѣть, что наиболѣе черная часть тѣни соответствуетъ самой свѣтлой части пламени, т. е. тому мѣсту, гдѣ маленькія частицы угля, которыя, накаливаясь, вызываютъ свѣщеніе, освобождаются отъ углеводородныхъ паровъ.

Есть и другіе вопросы, которые съ успѣхомъ можно изслѣдовать съ помощью ультра-фіолетовой фотографіи. Хорошо извѣстно, напримеръ, что количество ультра-фіолетоваго свѣта, испускаемаго тѣломъ, возрастаетъ съ температурой. Фотографируя группы звѣздъ черезъ фильтръ изъ посеребренного кварца и сравнивая фотометрическую яркость полученныхъ такимъ способомъ изображеній съ яркостью на пластинкѣ, изготовленной съ помощью желтаго свѣта, мы можемъ получить весьма цѣнные данныя. Этотъ способъ, впрочемъ, есть лишь расширеніе метода, применяемаго уже въ Гарвардской обсерватори.

Эфиръ.

Исторія одной гипотезы.

М. Ла-Роза.

(Докладъ, прочитанный въ „Biblioteca filosofica“ въ Палермо).

(Продолженіе*).

Такъ обстоитъ дѣло въ области явленій обыкновенной механики! Спрашивается, подчиняются ли явленія, происходящія въ эфирѣ, тому же принципу или нѣтъ?

Теорія Максвелла-Герца принимаетъ принципъ относительности. Она опирается на предположеніе, что эфиръ цѣликомъ принимаетъ участіе въ движеніи матеріальныхъ тѣлъ, въ которыхъ онъ заключенъ или съ которыми онъ находится въ соприкосновеніи, такъ что свѣтовыя волны, распространяющіяся въ матеріальномъ тѣлѣ, сохраняютъ неизмѣнной свою скорость относительно точекъ тѣла и въ томъ случаѣ, если тѣло находится въ движеніи; т. е. онѣ получаютъ относительно внѣшнихъ, не участвующихъ въ движеніи точекъ такую скорость, которая есть результирующая скорости ихъ распространенія относительно тѣла и скорости самого тѣла относительно внѣшнихъ точекъ.

Но эта гипотеза не во всемъ согласуется съ фактами. Я и остановлюсь теперь вкратцѣ на важнѣйшихъ явленіяхъ, не находящихъ себѣ объясненія въ теоріи Герца.

* См. № 589 „Вѣстника“.

Если мы, находясь на поверхности земли, наблюдаемъ при помощи телескопа какую-нибудь звѣзду, лежащую, напримѣръ, въ направленіи, перпендикулярномъ къ перемѣщенію земли, то мы замѣчаемъ, что направленіе, въ которомъ мы должны установить нашъ телескопъ, зависитъ отъ направленія перемѣщенія, а именно телескопъ долженъ быть повернутъ на небольшой уголъ въ ту сторону, куда направлено перемѣщеніе.

Этотъ фактъ объясняется довольно легко, если мы примемъ вмѣстѣ съ Френелемъ, что движеніе земли не вліяетъ на направленіе свѣтовыхъ лучей, или, выражаясь на языкѣ эфирной теоріи, если мы примемъ, что эфиръ не принимаетъ участія въ движеніи земли.

Въ самомъ дѣлѣ, представимъ себѣ сначала, что наблюдатель и телескопъ находятся въ покоѣ. Для того чтобы звѣзда была видна въ центрѣ поля зрѣнія, ось телескопа (т. е. линія, проходящая черезъ середины объектива и окуляра) должна лежать въ томъ направленіи, въ которомъ приходятъ лучи, т. е. она должна быть направлена на звѣзду.

Допустимъ теперь, что наблюдатель, не мѣняя направленія телескопа, начинаетъ вмѣстѣ съ послѣднимъ двигаться въ направленіи, указанномъ стрѣлкой (см. фиг. 1).

Отъ того момента, когда рассматриваемый лучъ пройдетъ черезъ середину O объектива (фиг. 1), до того момента, когда онъ пройдетъ черезъ середину O_1 окуляра, пройдетъ нѣкоторый промежутокъ времени, а именно такой, какой нуженъ свѣту для того, чтобы пройти разстояніе OO_1 . За это время вся труба перемѣстится на нѣкоторое небольшое разстояніе по направленію къ M . Поэтому, если свѣтовой лучъ не перемѣщается вмѣстѣ съ поступательнымъ движеніемъ телескопа, то, придя въ плоскость окуляра, онъ уже не пройдетъ черезъ его центръ O_1 , находящійся теперь въ точкѣ O_2 , а пройдетъ черезъ точку, лежащую лѣвѣе, если перемѣщеніе телескопа совершается вправо.

Поэтому, если мы хотимъ, чтобы лучъ прошелъ черезъ точку O_1 , нужно повернуть телескопъ такъ, чтобы точка O осталась на мѣстѣ, а точка O_1 сдвинулась влѣво на разстояніе, равное O_1O_2 , т. е. на разстояніе, проходимое точкой O_1 за тотъ промежутокъ времени, въ теченіе котораго свѣтъ проходитъ разстояніе отъ точки O до точки O_1 . Только въ такомъ случаѣ лучъ, вошедшій черезъ точку O , выйдетъ черезъ точку O_1 .

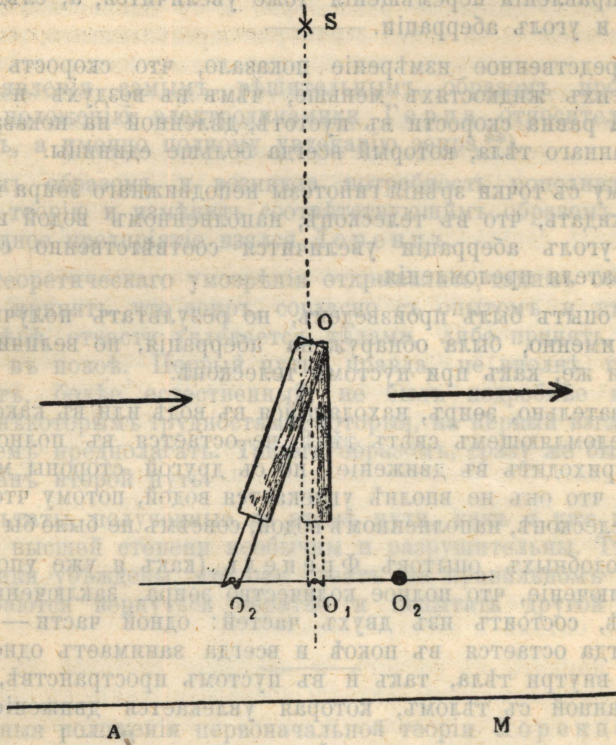
Легко вычислить, что уголъ, на который долженъ быть повернутъ телескопъ въ направленіи перемѣщенія, почти равенъ отношенію скорости бокового перемѣщенія къ скорости распространенія свѣта *).

Результаты, получающіеся изъ наблюденія этихъ отклоненій (само явленіе извѣстно подъ именемъ „аберраціи свѣта“), такъ точны,

*) Точнѣе говоря, этому отношенію равенъ, конечно, не самъ уголъ, а тангенсъ угла.

что ихъ можно было примѣнить даже, какъ методъ измѣренія скорости свѣта, при чемъ оказалось, что полученное значеніе вполне совпадаетъ съ тѣмъ, которое дали другіе методы.

Мы можемъ, слѣдовательно, сказать вмѣстѣ съ Френелемъ, что въ то время, какъ телескопъ перемѣщается въ пространствѣ, заключенный въ немъ эфиръ остается неподвижнымъ; т. е. во время движенія телескопа черезъ него все время какъ бы дуетъ эфирный вѣтеръ совершенно такъ же, какъ обыкновенный воздушный вѣтеръ дулъ бы



Фиг. 1.

черезъ телескопъ, сдѣланный не изъ сплошной металлической оболочки, а изъ рѣдкой сѣтки и стоящій на движущемся штативѣ. Такимъ образомъ, по воззрѣніямъ Френеля, явленіе абберраціи противорѣчитъ гипотезѣ увлекаемаго эира.

Для завершенія нашего знакомства съ этими кинематическими взаимоотношеніями между эфиромъ и матеріей, необходимо еще изслѣдовать, что происходитъ съ эфиромъ, находящимся въ твердомъ или жидкомъ тѣлѣ, когда это тѣло движется съ постоянной скоростью (что касается эира, заключеннаго въ газообразныхъ тѣлахъ, то, какъ извѣстно, приходится принять, что онъ обладаетъ почти тѣми же

свойствами, что и свободный эфиръ). Другими словами, необходимо проверить, будетъ ли распространёніе свѣта въ телескопѣ, наполненномъ водой, спиртомъ или какимъ-нибудь другимъ прозрачнымъ тѣломъ, точно такъ же не зависѣть отъ движенія земли, какъ не зависѣть отъ него распространёніе свѣта въ воздухѣ.

Если бы по какой бы то ни было причинѣ скорость распространёнія свѣта внутри телескопа уменьшилась, то за тотъ промежутокъ времени, въ теченіе котораго свѣтъ распространяется отъ точки O до точки O_1 — и который теперь увеличился —, смѣщеніе середины окуляра въ направленіи перемѣщенія тоже увеличится, а, слѣдовательно, увеличится и уголъ абераціи.

Непосредственное измѣреніе показало, что скорость свѣта въ водѣ и другихъ жидкостяхъ меньше, чѣмъ въ воздухѣ и пустотѣ; а именно, она равна скорости въ пустотѣ, дѣленной на показатель преломленія даннаго тѣла, который всегда больше единицы.

Поэтому съ точки зрѣнія гипотезы неподвижнаго эфира мы должны были бы ожидать, что въ телескопѣ, наполненномъ водой или другой жидкостью, уголъ абераціи увеличится соотвѣтственно съ увеличеніемъ показателя преломленія.

Этотъ опытъ былъ произведенъ, но результатъ получился отрицательный, именно, была обнаружена аберація, по величинѣ совершенно такая же, какъ при пустомъ телескопѣ.

Слѣдовательно, эфиръ, находящійся въ водѣ или въ какомъ-нибудь другомъ преломляющемъ свѣтъ тѣлѣ, не остается въ полномъ покоѣ, если вода приходитъ въ движеніе; но съ другой стороны мы можемъ утверждать, что онъ не вполнѣ увлекается водой, потому что въ этомъ случаѣ въ телескопѣ, наполненномъ водой, совсѣмъ не было бы абераціи.

Изъ подобныхъ опытовъ Френель (какъ я уже упоминалъ) и вывелъ заключеніе, что полное количество эфира, заключенное въ вѣсомомъ тѣлѣ, состоитъ изъ двухъ частей: одной части — свободной, которая всегда остается въ покоѣ и всегда занимаетъ одно и то же мѣсто какъ внутри тѣла, такъ и въ пустомъ пространствѣ, и другой части, связанной съ тѣломъ, которая увлекается движеніемъ тѣла; эта послѣдняя составляетъ долю цѣлаго, равную $\frac{n^2 - 1}{n^2}$.

Поэтому скорость, съ которой свѣтъ увлекается матеріальнымъ тѣломъ, не равна скорости u самого тѣла, но составляетъ дробь ея, равную $u \frac{n^2 - 1}{n^2}$.

Но на эти опыты еще нельзя смотрѣть, какъ на рѣшающія вопросъ въ пользу воззрѣній Френеля. Стоксъ предложилъ и защищалъ объясненіе описанныхъ явленій, основанное на предположеніи вполнѣ увлекаемаго эфира. Но благодаря нѣкоторымъ теоретическимъ его трудностямъ большинство физиковъ не согласилось съ нимъ.

Очень остроумный рѣшающій опытъ былъ произведенъ Физо (Fizeau); онъ опредѣлялъ разность скоростей распространенія свѣта въ двухъ трубахъ, по которымъ быстро текла вода, въ одной трубѣ — въ направленіи распространенія свѣта, въ другой — въ противоположномъ направленіи. На основаніи упомянутыхъ выше результатовъ нужно было ожидать, что эти двѣ скорости окажутся различными, а именно въ первой трубѣ скорость распространенія свѣта должна быть равна $V + 0,43u$ *), а во второй $V - 0,43u$. Опытъ вполне подтвердилъ это предположеніе. Когда вода была замѣнена воздухомъ, то увлеченія уже нельзя было обнаружить.

Эти явленія самымъ рѣшительнымъ образомъ противорѣчатъ основному положенію электродинамики Герца относительно движущихся тѣлъ, а именно полному увлеченію ээира **).

Такимъ образомъ и возникла потребность пополнить электромагнитную теорію и измѣнить соотвѣтствующимъ образомъ ея основы. За это трудное предпріятіе взялся Лоренцъ.

Для теоретическаго уозрѣнія открывались, такимъ образомъ, два пути: либо принять, что ээиръ, согласно съ опытомъ и въ указываемой имъ мѣрѣ, отчасти увлекается тѣлами, либо принять, что ээиръ находится въ покоѣ. Первый путь, правда, не вполне гладкій, но, быть можетъ, болѣе естественный, не былъ подробнѣе изслѣдованъ благодаря нѣкоторымъ трудностямъ, которыя, на первый взглядъ, можно было въ немъ предполагать. Такимъ образомъ, сразу же былъ избранъ и разработанъ второй путь.

Результаты, полученные на этомъ пути, какъ я уже не разъ говорилъ, въ высшей степени необычны и разрушительны. Тѣмъ не менѣе, теоретики убѣждены, что они стоятъ на правильномъ пути. Они и не собираются вернуться обратно и испытать другой указанный выше путь.

Основные положенія первоначальной теоріи Лоренца сводятся, коротко говоря, къ слѣдующему.

Ээиръ неподвиженъ въ пространствѣ. Онъ не поддается никакимъ деформациямъ. Его части не допускаютъ никакихъ относительныхъ

*) Для воды, показатель преломленія которой n равенъ 1,33, дробь $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ принимаетъ значеніе 0,43 (V — скорость свѣта въ пустотѣ).

**) Очень важно, однако, вполне опредѣленно установить, что эти опыты не стоятъ въ противорѣчій съ принципомъ относительности, такъ какъ поступательныя скорости, нарушающія въ этихъ случаяхъ условія распространенія свѣта, суть относительныя скорости, т. е. скорости наблюдателя относительно источника свѣта или среды относительно источника и наблюдателя.

смѣщений. Подобно эйру Кельвина онъ проникаетъ всю вселенную, заполняя также и всё мѣста, занятыя вѣсомой матеріей.

Эйръ не обладаетъ никакими другими свойствами, кромѣ свойства передавать оба рода пертурбацій, удовлетворяющихъ уравненіямъ Максвелла, а именно электрическое смѣщеніе и магнитную силу.

Въ самомъ эйрѣ, помимо того, существуетъ еще электричество, имѣющее зернистое строеніе. Атомы электричества, или „электроны“, могутъ быть двоякаго рода: положительные и отрицательные.

Эйръ, въ сущности, есть лишь среда, въ которой лежатъ эти электроны, распредѣленные равномерно и съ одинаковой плотностью. Состояніе всякой части эйра считается опредѣленнымъ, если опредѣлено число электроновъ, въ ней содержащихся, ихъ положенія и скорости. Тѣ пертурбаціи, которыя могутъ распространяться въ эйрѣ, — электрическое смѣщеніе и магнитная сила — суть лишь нарушенія въ динамическихъ отношеніяхъ электроновъ, находящихся въ эйрѣ. Таково же должно быть происхожденіе и другихъ извѣстныхъ намъ силъ. Движеніе одного или нѣсколькихъ такихъ элементарныхъ зарядовъ образуетъ электрическій токъ и порождаетъ магнитное поле.

Каждый электронъ обнаруживаетъ — на основаніи извѣстныхъ намъ экспериментальныхъ законовъ электрологіи это такъ и должно быть — электромагнитную инерцію, имѣющую то же значеніе, что и инерція матеріальныхъ массъ. Вещество есть лишь вспомогательное понятіе, безъ котораго мы прекрасно сумѣемъ обойтись, когда у насъ будутъ достаточныя свѣдѣнія о природѣ положительныхъ электроновъ; и, быть можетъ, мы будемъ тогда въ состояніи объяснить электрическими зарядами всю инерцію матеріальныхъ атомовъ. Такимъ образомъ механика превращается въ главу электродинамики.

Плодотворность теоріи Лоренца зависитъ цѣликомъ отъ того, что она, основываясь только на измѣненіяхъ положенія и относительныхъ движеній электроновъ, объясняетъ всё свойства вещества, играющія роль въ оптикѣ и электромагнитизмѣ.

Если принять въ расчетъ и движеніе системы, то теорія Лоренца вполнѣ объясняетъ явленія абераціи, какъ въ воздухѣ, такъ и въ другихъ средахъ, а также и опытъ Физо относительно распространенія свѣта въ тѣлахъ, движущихся относительно наблюдателя. Но это удастся Лоренцу только потому, что онъ вводитъ новое понятіе, а именно понятіе „мѣстнаго времени“.

Для Лоренца всякая точка движущейся системы имѣетъ свое собственное время, не совпадающее съ временемъ системы, неподвижной относительно эйра. Такимъ путемъ оказывается возможнымъ, принимая абсолютно неподвижный эйръ, объяснить тѣ опыты, которые, повидимому, говорятъ въ пользу частичнаго увлеченія эйра.

Но построенный такимъ образомъ міръ не обладаетъ тѣмъ всеобщимъ свойствомъ, которое было упомянуто выше и которое царитъ во всей классической механикѣ. Міръ Лоренца не подчиненъ принципу относительности.

Другими словами, согласно первоначальной теории Лоренца, общая всей системѣ поступательная скорость не остается безъ вліянія на оптическія и электромагнитныя явленія. Эти послѣднія, слѣдовательно, въ отличіе отъ механическихъ явленій должны дать намъ возможность не только обнаружить существованіе относительнаго движенія источника свѣта, среды и наблюдателя, но и опредѣлить полную поступательную скорость движенія всей системы.

Такимъ образомъ, сидя на пароходѣ или въ вагонѣ желѣзной дороги, я могу посредствомъ простыхъ оптическихъ и электрологическихъ измѣреній опредѣлить ту скорость, съ которой я движусь вмѣстѣ со всѣми моими аппаратами. Мало того, посредствомъ такихъ же измѣреній, произведенныхъ, напримѣръ, въ этой комнатѣ, я могъ бы опредѣлить ту скорость, съ которой она движется въ эфирѣ, а такъ какъ эфиръ находится въ покоѣ, я могъ бы опредѣлить „абсолютную скорость“ той точки земли, въ которой я нахожусь.

Правда, теорія указываетъ, что всѣ эти опредѣленія при нынѣшнихъ методахъ измѣренія должны быть очень трудны, такъ какъ вліянія общаго перемѣщенія со скоростью V зависятъ отъ квадрата отношенія между скоростью V и скоростью свѣта. Между тѣмъ всѣ скорости, до сихъ поръ наблюдавшіяся въ матеріальныхъ системахъ, очень малы по сравненію съ громадной скоростью свѣта*); поэтому подлежащая измѣренію вліянія ихъ, зависящая отъ квадрата этого отношенія, оказываются дѣйствительно ничтожными.

Тѣмъ не менѣе, извѣстному американскому ученому Майкельсону (Michelson) удалось придумать опытъ, который долженъ былъ бы дать возможность обнаружить вліяніе поступательнаго движенія земли на скорость распространенія свѣта.

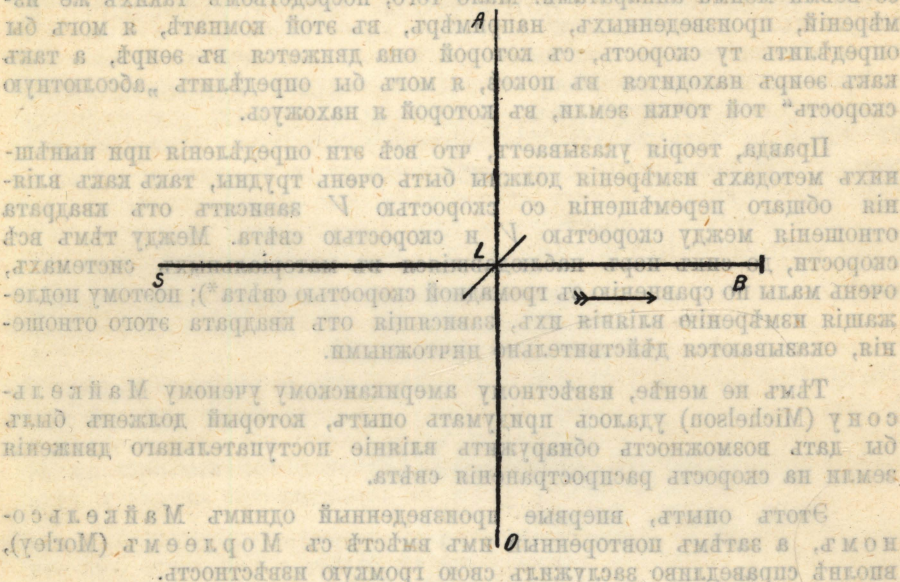
Этотъ опытъ, впервые произведенный однимъ Майкельсономъ, а затѣмъ повторенный имъ вмѣстѣ съ Морлеемъ (Morley), вполне справедливо заслужилъ свою громкую извѣстность.

Въ принципѣ онъ сводится къ слѣдующему:

Пучекъ свѣта, исходящій изъ источника свѣта S (фиг. 2), падаетъ на прозрачную стеклянную пластинку L , наклоненную подъ угломъ въ 45° къ направленію пучка. Здѣсь этотъ пучекъ дѣлится на двѣ части: первая получается благодаря отраженію отъ пластинки и проходитъ путь LA , вторая проникаетъ черезъ пластинку и проходитъ путь LB . Въ A и B , на одинаковомъ разстояніи отъ L , находятся два зеркала, поставленные перпендикулярно къ ходу лучей. Эти зеркала отражаютъ свѣтъ обратно къ L . Оба пучка, такимъ образомъ, налагаются другъ на друга вдоль направленія LO и ведутъ къ образованію интерференціонныхъ полосъ.

*) Только въ нѣкоторыхъ частяхъ, испускаемыхъ при электрическомъ разрядѣ въ пустотѣ или при разложеніи радиоактивныхъ веществъ, удалось констатировать значительно большія скорости, даже равныя $\frac{1}{10}$ скорости свѣта.

Положеніе этихъ полосъ позволяетъ съ величайшею точностью сравнить тѣ промежутки времени, которые употребляютъ оба свѣтовыхъ пучка для того, чтобы пройти въ томъ и другомъ направленіи оба разстоянія LA и LB . Если одно изъ этихъ разстояній — наприкладъ, LB — ориентировано по направленію движенія земли, то согласно теоріи Лоренца промежутокъ времени, употребленный проходящимъ его лучомъ, долженъ быть больше, чѣмъ для другого разстоянія. Для того чтобы обнаружить возможную разность этихъ двухъ промежутковъ времени, достаточно взаимно помѣнять мѣстами оба направленія LA и LB , т. е. повернуть весь аппаратъ на 90° такъ, чтобы по напри-



Фиг. 2.

влению движенія земли расположился путь LA вмѣсто LB . Разность промежутковъ времени въ такомъ случаѣ обращается, и положеніе интерференціонныхъ полосъ должно измѣниться.

И вотъ оба американскихъ физика утверждаютъ, что предсказанный теоріей Лоренца эффектъ, несмотря на самые добросовѣстные и тщательные поиски его, не наступаетъ, хотя чувствительность аппарата настолько велика, что позволила бы замѣтить эффектъ, даже во сто разъ меньшій, чѣмъ нужно было ожидать.

Можно было бы думать, что послѣ такого удара теорія Лоренца не сможетъ уже оправиться. Но — оказалось не такъ!

Лоренцъ не призналъ въ этомъ фактѣ никакого доказательства, опровергающаго его теорію; онъ увидѣлъ въ немъ скорѣе доказательство совершенно новаго факта, котораго до тѣхъ поръ никто и не подозрѣвалъ. По Лоренцу изъ отрицательнаго результата опыта

Майкельсона вытекает, что всё тѣла претерпѣваютъ сокращеніе въ направленіи движенія*). Правда, продолжительность распространенія свѣта въ направленіи движенія и въ направленіи, перпендикулярномъ къ нему, различна, какъ это требуется теоріей; но мы не можемъ обнаружить этого различія, потому что всё наши приборы сокращаются въ направленіи движенія, благодаря чему уменьшается путь, проходимый свѣтомъ въ этомъ направленіи, а, слѣдовательно, и тотъ промежутокъ времени, который, согласно теоріи, требуется для соответствующаго пучка, снова выравнивается.

Благодаря такимъ неожиданнымъ и чудеснымъ выравниваніямъ, которыя въ общей формѣ введены въ теорію Лоренца въ ея второмъ видѣ, изъ нашихъ рукъ опять ускользаетъ возможность познанія абсолютнаго движенія, и принципъ относительности снова получаетъ господство.

Такой поворотъ дѣла долженъ былъ бы, во всякомъ случаѣ, показаться нѣсколько спорнымъ; въ особенности на гипотезу сокращенія можно было бы смотрѣть, какъ на нѣчто, въ такой же мѣрѣ произвольное, какъ странное и смѣлое!

Но почти всё теоретики вмѣстѣ съ Лоренцомъ увидѣли въ опытѣ Майкельсона не орудіе противъ теоріи Лоренца, а лишь доказательство сокращенія тѣлъ въ направленіи движенія.

Эйнштейнъ придалъ зданію, воздвигнутому Лоренцомъ, болѣе изящную форму, и въ этомъ видѣ теорія получила, повидимому, большую прочность и жизнеспособность.

Законченъ былъ этотъ трудъ обработки другимъ молодымъ и выдающимся умомъ, къ сожалѣнію, рано похищеннымъ у насъ смертью: Германомъ Минковскимъ (Hermann Minkowski). Они оба придали теоріи Лоренца такую прекрасную и пластичную форму, которая очаровываетъ и увлекаетъ самые избранные умы.

Но красота формы можетъ иногда оказаться вредной для развитія содержанія! Теорія относительности, какъ ее теперь называютъ, попадаетъ въ томъ видѣ, какой она приняла, въ руки математиковъ, изъ которыхъ не всё смогутъ или захотятъ имѣть въ виду то строго физическое значеніе, которое должны имѣть элементы теоріи, и ту существенно физическую цѣль, для которой теорія была создана и въ которой лежитъ ея оправданіе.

Лоренцъ собирался сначала лишь создать прочную теорію явленій природы, не основывая ея на принципѣ относительности. По Эйнштейну именно въ этомъ и заключалась ошибка! Зданіе было возведено, но оно оказалось неустойчивымъ, такъ какъ фундаментъ его не покоился на этомъ гранитномъ основаніи.

*) Почти одновременно эта гипотеза была высказана и Фитцъ-Джеральдомъ (Fitz-Gerald).

Природа, спрошенная Майкельсономъ и другими, указала на это, и самъ Лоренцъ былъ вынужденъ считаться съ этимъ въ новомъ видѣ, который получила его теорія. По Эйнштейну, слѣдовательно, на первомъ мѣстѣ долженъ стоять принципъ относительности, и на немъ уже должна покоиться теорія Лоренца.

Поэтому, согласно Эйнштейну, не только въ мірѣ механики постоянное и общее всей системѣ движеніе должно остаться безъ вліянія на наблюдаемыя явленія; такъ же точно должно обстоять дѣло и во всемъ физическомъ мірѣ: всѣ оптическія и электромагнитныя явленія должны происходить совершенно одинаковымъ образомъ и въ томъ случаѣ, если вся система изъ состоянія покоя переходитъ въ движеніе съ какой угодно, но только постоянной скоростью.

Въ этомъ ходѣ мыслей уже нѣтъ основанія предполагать существованіе какой-нибудь среды, находящейся въ абсолютномъ покоѣ и заполняющей все пространство: законы всѣхъ явленій должны въ дѣйствительности остаться безъ измѣненія, изучаются ли они въ такой системѣ, которая находится въ покоѣ относительно среды, или въ системѣ, обладающей относительно среды произвольнымъ движеніемъ. Среда такимъ образомъ не оказываетъ никакого вліянія на механизмъ явленій.

Изъ постулата относительности выводится, что въ равномерно движущейся системѣ скорость распространенія свѣта во всѣхъ направленіяхъ должна быть одинакова. Никакой опытъ, въ родѣ опыта Майкельсона и Морлея, не могъ и не долженъ былъ дать результата просто потому, что нѣтъ никакого смысла ожидать различной скорости свѣта въ различныхъ направленіяхъ.

Къ этому предложенію Эйнштейнъ присоединяетъ еще второй постулатъ (не зависящій отъ перваго и не вызываемый никакими фактами), который гласитъ: во всякой системѣ, движущейся съ произвольной, но постоянной скоростью, свѣтъ распространяется (въ пустотѣ) всегда съ одинаковой скоростью; другими словами, скорость распространенія свѣта въ пустотѣ есть универсальная постоянная.

Слѣдствія, вытекающія изъ этихъ двухъ постулатовъ, а въ особенности изъ второго, совершенно необычайны; но они содержатъ въ себѣ все, что принималъ Лоренцъ, между прочимъ и сокращеніе размѣровъ тѣлъ въ направленіи движенія, которое могло казаться намъ раньше такимъ искусственнымъ и произвольнымъ.

Прежде всего они уничтожаютъ наше обыкновенное понятіе о времени и придаютъ смыслъ и жизнеспособность тому понятію мѣстнаго времени, которое довольно смутнымъ образомъ было введено Лоренцомъ въ его теорію.

Обыкновенное понятіе о времени опирается, въ концѣ концовъ, на два основныхъ понятія — „одновременности“ и „слѣдователь-

ности“. При ихъ помощи мы и можемъ располагать во „времени“ всѣ тѣ событія, которыя происходятъ вокругъ насъ. Опредѣляемый нами порядокъ можно будетъ считать неизмѣннымъ и имѣющимъ абсолютное значеніе, если неизмѣнны тѣ основныя понятія, на которыя онъ опирается.

Въ противномъ случаѣ распределение явленій во времени не представляетъ ничего абсолютнаго; само „время“, какъ и всѣ доступныя намъ величины, оказываются лишь стносительнымъ.

Легко убѣдиться, что, если мы примемъ принципъ постоянства скорости распространенія свѣта, то понятія „одновременности“ и „последовательности“ потеряютъ всякое абсолютное значеніе, такъ какъ въ этомъ случаѣ окажется, что одни и тѣ же явленія могутъ восприниматься однимъ наблюдателемъ, какъ одновременныя, другимъ — какъ последовательныя, и, наконецъ, третьимъ — также какъ последовательныя, но въ обратномъ порядкѣ.

Предположимъ, что два наблюдателя A и B желаютъ наблюдать нѣкоторыя явленія, происходящія на солнцѣ S и на лунѣ M ; допустимъ, что оба эти тѣла въ нѣкоторый опредѣленный моментъ начинаютъ двигаться въ пространствѣ съ нѣкоторой общей постоянной скоростью въ направленіи, напримѣръ, отъ M къ S . Пусть оба наблюдателя находятся между M и S , при чемъ A остается въ покоѣ, а B участвуетъ въ общемъ движеніи обоихъ тѣлъ. Первый наблюдатель (A) видитъ, что солнце и луна смѣщаются относительно занимаемаго имъ положенія, такъ какъ они одарены относительнымъ движеніемъ. Второй наблюдатель (B) не можетъ замѣтить движенія системы, такъ какъ разстояніе его отъ cadaго изъ наблюдаемыхъ тѣлъ остается безъ измѣненія.

Допустимъ, что A получаетъ два сигнала, одинъ съ солнца, другой съ луны, съ промежуткомъ времени между ними, равнымъ t . Если онъ знаетъ положенія, занимаемыя обоими тѣлами въ каждый моментъ времени, и скорость c , съ которой распространяется свѣтъ, то онъ легко сможетъ вычислить время, употребленное каждымъ сигналомъ для того, чтобы пройти соответствующее разстояніе, и вмѣстѣ съ тѣмъ опредѣлить тотъ моментъ, въ который произошло каждое явленіе, — если, конечно, онъ отмѣтилъ тѣ моменты, когда онъ получилъ сигналы. Такимъ путемъ ему будетъ легко опредѣлить порядокъ обоихъ наблюдаемыхъ явленій во времени; допустимъ, что ему удалось такимъ образомъ установить, что оба явленія произошли одновременно.

B получаетъ оба сигнала съ промежуткомъ времени t_1 ; если онъ знаетъ постоянныя разстоянія BS и BM и скорость распространенія свѣта (которая, по Эйнштейну, должна быть равна c , какъ и въ предыдущемъ случаѣ), то онъ сможетъ опредѣлить время, употребленное каждымъ сигналомъ на то, чтобы пройти соответствующее разстояніе. Такимъ путемъ онъ сможетъ ввести поправку въ показанія

своего хронометра и сумѣть опредѣлить порядокъ обоихъ явленій во времени совершенно такъ же, какъ это сумѣлъ сдѣлать *A*. Но оба эти результата не могутъ совпасть и вотъ почему: *B* не знаетъ, что онъ движется въ пространствѣ со скоростью v , и не можетъ въ своихъ наблюденіяхъ учесть этотъ факторъ, который, однако, не остается безъ вліянія. За тотъ промежутокъ времени, въ теченіе котораго сигналы идутъ отъ *M* и *S* къ *A* и *B*, *B* тоже движется. Но если свѣтъ распространяется въ промежуточномъ пространствѣ всегда съ одной и той же скоростью, то, такъ какъ *B* приближается къ тому мѣсту, изъ котораго былъ посланъ сигналъ съ *S*, и удаляется отъ того мѣста, изъ котораго былъ посланъ сигналъ съ *M*, то промежутокъ времени, въ теченіе котораго лучъ, вышедшій изъ *S*, дойдетъ до *B*, сократится, между тѣмъ какъ другой промежутокъ удлинится, при чемъ и сокращеніе и удлиненіе будутъ зависѣть отъ скорости движенія системы и отъ положенія наблюдателя *B*.

Поэтому, если наблюдатель, находящійся въ покой, считаетъ два данныхъ событія одновременными, то для наблюдателя, находящагося въ движеніи, они уже не будутъ таковыми. Порядокъ явленій во времени будетъ зависѣть отъ движенія системы.

Но о явленіяхъ, происходящихъ на большомъ разстояніи отъ насъ, мы не получаемъ другихъ свѣдѣній, кромѣ тѣхъ, которыя приносятъ намъ свѣтъ (или электромагнитныя возмущенія). Поэтому и съ нашими сужденіями о времени должно происходить то же самое, что съ сужденіями нашихъ наблюдателей; они имѣютъ значеніе только для насъ однихъ, такъ какъ тотъ порядокъ, въ который мы распределяемъ явленія во времени, зависитъ отъ нашего положенія и отъ поступательной скорости всей системы.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Къ реформѣ преподаванія математики въ средней школѣ.

Учебныя пособія по математикѣ.

Г. Дресслера.

*(Продолженіе *).*

2. Математическія учебныя пособія на выставкахъ, въ музеяхъ и коллекціяхъ.

Исторія математическихъ учебныхъ пособій есть, въ извѣстномъ смыслѣ, исторія математическихъ выставокъ, музеевъ и коллекцій. Дѣло въ томъ, что

*) См. „Вѣстникъ“, № 589.

по мѣрѣ того, какъ торговля и промышленность обратились къ изготовленію и сбыту учебныхъ пособій, на смѣну модели, изготовлявшейся въ одномъ экземплярѣ отдѣльнымъ учителемъ, явилась модель, изготовленная фабричнымъ способомъ. При этихъ условіяхъ фабрики, занимавшіяся производствомъ учебныхъ пособій, были приведены къ необходимости сдѣлать предметы своего производства доступными болѣе широкимъ кругамъ потребителей. Подходящими случаями для выставокъ учебныхъ пособій послужили, прежде всего, собранія различныхъ кружковъ, занимающихся вопросами преподаванія математики въ самомъ широкомъ смыслѣ и привлекающихъ многочисленныхъ участниковъ. Отъ этихъ кратковременныхъ выставокъ одинъ шагъ къ постояннымъ выставкамъ въ музеяхъ или къ широко доступнымъ коллекціямъ.

Если мы окинемъ бѣглымъ взоромъ выставки, учреждаемыя обычно при математическихъ или педагогическихъ сѣздахъ, то намъ бросится въ глаза фактъ, который наблюдается и въ постоянныхъ музеяхъ съ коллекціями математическихъ учебныхъ пособій. Мы замѣчаемъ, что модель находитъ себѣ поле для примѣненій въ двухъ направленіяхъ: въ народной школѣ, — въ особенности, на первыхъ ступеняхъ нагляднаго обученія, — и въ высшей математической школѣ. Средняя же школа стала прибѣгать къ моделямъ подъ все возрастающимъ вліяніемъ народной и высшей школы и лишь послѣ того, какъ она убѣдилась въ необходимости и пользѣ моделей. Таковъ, по крайней мѣрѣ, общій ходъ вещей. Конечно, уже со времени Гоахима Юнггуса, бывшаго учителемъ гимназій въ Гамбургѣ въ серединѣ 17 столѣтія, вплоть до настоящаго времени были учителя среднихъ школъ, которые понимали значеніе моделей и пользовались ими *), хотя, съ другой стороны, и теперь еще встрѣчаются учителя, которые стараются «по возможности» обходиться безъ моделей **).

Мы начнемъ съ выставокъ, учрежденныхъ германскими учительскими союзами. На 7-мъ Всеобщемъ Сѣздѣ нѣмецкихъ учителей 1855 г. лишь одинъ участникъ предложилъ вниманію присутствовавшихъ нѣкоторыя школьныя вспомогательныя пособія. Съ того времени при сѣздахъ систематически учреждали небольшія выставки. Двѣнадцатый Всеобщій Сѣздъ нѣмецкихъ учителей въ Цеттенѣ въ 1861 г. впервые сопровождался обширной выставкой учебныхъ пособій. Состоявшаяся въ 1874 году выставка учебныхъ пособій въ Берлинѣ пользовалась чрезвычайнымъ вниманіемъ также со стороны учебнаго начальства.

Съ 1906 года эти выставки учебныхъ пособій подвѣдомственны особому Совѣту, которому временный комитетъ, завѣдывающій открытіемъ выставки на мѣстѣ, обязанъ представить свою программу на утвержденіе.

*) Уже задолго до этого въ монастырскихъ школахъ среднихъ вѣковъ силосо и рядомъ производились практическія астрономическія-географическія упражненія съ простѣйшими измѣрительными инструментами.

**) Въ доказательство приведемъ изъ Thaer'a (MUSK-Abhandlungen, Band I, Heft 4) два отвѣта на вопросы о пользованіи моделями: 1) „Я стараюсь по возможности обходиться безъ моделей, потому что при чрезмѣрномъ пользованіи ими страдаетъ фантазія дѣтей и способность представлять себѣ пространственные образы не увеличивается, а, наоборотъ, уменьшается“. 2) „Опытъ показалъ мнѣ, что бываютъ ученики, которые безъ модели не могутъ представить себѣ самаго простаго пространственнаго образа“.

Во избѣжаніе переполненія и для устраненія старыхъ экспонатовъ послѣдніе большіе сѣзды народныхъ учителей принципиально постановили допускать на выставки только такія учебныя пособія, которыя появились въ теченіе послѣднихъ трехъ лѣтъ и были рекомендованы особымъ испытательнымъ комитетомъ; неоднократно экспонаты подвергались даже нѣкотораго рода цензурѣ.

Германскій Союзъ математиковъ, основанный въ 1890 году, уже съ самаго начала обратилъ свое вниманіе также и на математическія модели.

На сѣздѣ въ Галлѣ было рѣшено открыть выставку въ 1892 году въ Нюрнбергѣ. Но въ виду нѣкоторыхъ обстоятельствъ она имѣла мѣсто лишь въ 1893 г. въ Мюнхенѣ. Такъ какъ весь матеріалъ былъ готовъ уже за годъ до выставки, то каталогъ ея былъ изданъ уже осенью 1892 г. Издателемъ его былъ W. v. Dyck, который потратилъ чрезвычайно много энергіи также на осуществленіе самой выставки. Каталогъ*) состоитъ изъ двухъ частей и прибавленія; кромѣ того, онъ заключаетъ подробнѣйшій перечень экспонатовъ и сотрудниковъ по составленію каталога, а также предметный указатель. Послѣ «Введенія», принадлежащаго издателю, слѣдуетъ первая часть, содержащая 8 большихъ статей, составленныхъ Ф. Клейномъ, А. Фоссомъ, А. Брилемъ, Г. Гаукомъ, А. фонъ-Браунмюлемъ, Л. Больцманомъ, А. Амслеромъ, О. Генрици. Вторая часть состоитъ изъ 3-хъ отдѣловъ. Первый отдѣлъ содержитъ учебныя и наглядныя пособія по ариметикѣ, алгебрѣ, теоріи функций, интегральному исчисленію; второй отдѣлъ трактуеть о пособіяхъ по геометріи; третій отдѣлъ относится къ прикладной математикѣ. Содержаніе прибавленія распределяется соотвѣтственно этимъ тремъ отдѣламъ.

Первая глава перваго отдѣла начинается со счетныхъ линеекъ, счетовъ, счетныхъ таблицъ и счетныхъ машинъ. Послѣ этого слѣдуетъ описаніе аппарата, относящагося къ исчисленію вѣроятностей, который позволяетъ различнымъ образомъ иллюстрировать законъ ошибокъ. Аппаратъ этотъ изобрѣтенъ Francis Galton'омъ.

Вторая глава содержитъ аппараты для рѣшенія уравненій и системъ уравненій (напримѣръ, системы трехъ линейныхъ уравненій съ 3-мя неизвѣстными), модели и чертежи функций.

Третья глава относится къ интегральному исчисленію и, сообразно съ этимъ, рассматриваетъ приборы для измѣренія длинъ и площадей, интегралы и интеграторы.

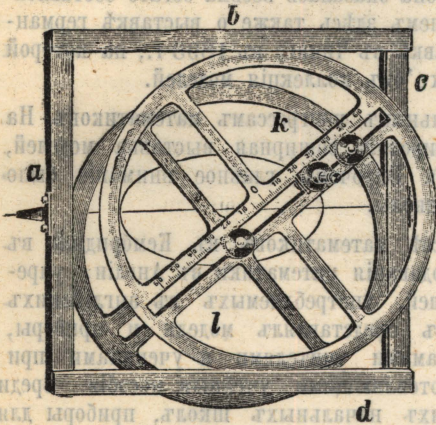
Второй отдѣлъ «Геометрія» распадается на девять подотдѣловъ H—Q. Въ подотдѣлѣ H даны описанія и рисунки чертежныхъ инструментовъ, напримѣръ, дѣлительныхъ масштабовъ, циркуля для черченія эллипса (Rohn, фиг. 2), циркуля для черченія коническихъ сѣченій (Hildebrandt, фиг. 3), аппаратовъ для демонстраціи циклоиды, пантографовъ, перспективнаго аппарата Хауск-Врауер'а, «первая модель» котораго механическимъ способомъ даетъ горизонтальный и вертикальный разрѣзы перспективнаго изображенія.

*) Каталогъ вышелъ въ свѣтъ въ 1892 г. въ Мюнхенѣ въ изданіи фирмы Wolf und Sohn, а затѣмъ перешелъ къ фирмѣ B. G. Teubner.

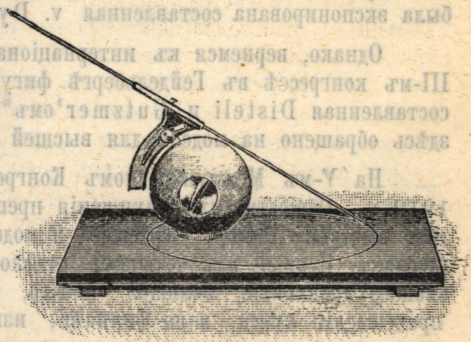
Въ каждомъ Затѣмъ слѣдуетъ подотдѣлъ I: модели для начального обученія; однако, здѣсь каталогъ отсылаетъ къ специальнымъ каталогамъ фирмъ, при чемъ на первомъ планѣ стоитъ фирма Ehrhardt'a въ Бенсгеймъ-Гессенѣ.

Подотдѣлъ K посвященъ многогранникамъ и распределенію на плоскости и въ пространствѣ заполняющихъ многоугольниковъ и многогранниковъ. Сперва говорится о тѣлахъ Платона, Архимеда и Пуансо, затѣмъ о моделяхъ многогранниковъ «высшаго рода» Hess'a, далѣе о моделяхъ W. v. Dyck'a и Schönflies'a, служащихъ для правильного раздѣленія областей, и, наконецъ, о проекціонныхъ моделяхъ тѣлъ четырехъ измѣреній Schlegel'a.

Подотдѣлъ L касается плоскихъ кривыхъ; M содержитъ алгебраическія поверхности; въ N представлены пространственные кривыя, развѣтывающіяся



Фиг. 2.



Фиг. 3.

поверхности, линейчатая поверхности; O посвященъ моделямъ криволинейной геометріи, P — моделямъ для иллюстраціи теоріи кривизны; наконецъ, въ Q представлены всякаго рода особенности кривыхъ и поверхностей.

Изъ третьяго отдѣла «Прикладная математика» упомянемъ лишь модели зацѣпленій, кинематическія модели и механизмы для опредѣленія положенія центра тяжести. Все остальное въ этомъ отдѣлѣ относится къ математической физикѣ.

Мы сочли необходимымъ болѣе подробно остановиться на этомъ каталогѣ, такъ какъ онъ еще долго останется одной изъ самыхъ лучшихъ и самыхъ полныхъ справочныхъ книгъ по вопросу о существующихъ математическихъ и математико-физическихъ моделяхъ и приборахъ (Gutzmer).

Болѣе и менѣе полные комплекты моделей были выставлены въ послѣдовавшихъ вслѣдъ за первымъ слѣздахъ Союза математиковъ: во Франкфуртѣ на Майнѣ въ 1896 г. — Н. Wiener'омъ, въ Брауншвейгѣ въ 1897 г. — R. Müller'омъ; въ Дюссельдорфѣ въ 1898 г. появились кинематическія модели Schilling'a, къ изданію которыхъ еще въ 1896 г. призывалъ

Ф. Клейнъ, въ Гамбургѣ въ 1901 г. были демонстрированы модели Fr. Schilling'омъ, Schülke и др.; въ Карлсбадѣ въ 1902 г. — Parperitz'омъ и Th. Schmidt'омъ; въ Касселѣ въ 1903 г. — Н. Wiener'омъ и т. д.

Мы должны посвятить нѣсколько словъ Международнымъ Конгрессамъ математиковъ, изъ которыхъ первый состоялся въ 1897 г. въ Цюрихѣ, второй — въ 1900 г. въ Парижѣ, третий въ 1904 г. — въ Гейдельбергѣ, четвертый въ 1908 г. — въ Римѣ и пятый, только-что, — въ 1912 г. въ Кембриджѣ. Правда, еще задолго до перваго изъ этихъ конгрессовъ имѣла мѣсто весьма важная международная выставка моделей, — можно сказать, продолжившая путь къ послѣдующимъ выставкамъ такого рода; это — «Loan Collection of Scientific Apparatus», устроенная въ South Kensington'скомъ музеѣ въ Лондонѣ въ 1876 году; почти всѣ науки были представлены на ней соответствующими экспонатами, такъ что она оказалась весьма богато обставленной математическими моделями*). Упомянемъ здѣсь также о выставкѣ германскихъ университетовъ на всемирной выставкѣ въ Чикаго въ 1893 г., на которой была экспонирована составленная v. Dyke'омъ коллекція моделей.

Однако, вернемся къ интернаціональнымъ конгрессамъ математиковъ. На III-мъ конгрессѣ въ Гейдельбергѣ фигурировала обширная выставка моделей, составленная Disteli и Gutzmer'омъ**). Впрочемъ, главное вниманіе было здѣсь обращено на модели для высшей школы.

На V-мъ Международномъ Конгрессѣ математиковъ въ Кембриджѣ въ 1912 г. «Общество для улучшенія преподаванія математики въ Англіи» учредило выставку книгъ, чертежей и моделей, употребляемыхъ въ англійскихъ школахъ. Первый изъ четырехъ отдѣловъ представлялъ модели и приборы, сконструированные, большей частью, самими учителями и учениками при прохожденіи курса, а не фирмами, изготовляющими учебныя пособия. Среди нихъ находились модели для лондонскихъ начальныхъ школъ, приборы для измѣренія площадей и объемовъ, модели циклоидъ, эллипсоидовъ и т. д., звѣздчатыхъ многогранниковъ, модели для измѣренія площадей неправильныхъ фигуръ.

Второй отдѣлъ обнималъ учебныя книги, экзаменационные вопросы и отвѣты. Третій содержалъ счеты и счетныя доски, ариометры, машины для сложения, ариометры Layton'a, машину Брунсовига и другія счетныя машины, планиметры, кинематическіе и динамическіе приборы. Четвертый отдѣлъ состоялъ изъ учебниковъ американскихъ, англійскихъ и французскихъ фирмъ, а также фирмы В. G. Teubner'a, и изъ приборовъ, которыми пользуются при преподаваніи механики и математической физики.

Выставки, о которыхъ мы говорили до сихъ поръ, заключали въ себѣ, за немногими исключеніями, преимущественно модели для начальныхъ и для

*) Ср. Каталогъ этой выставки: Special Loan Collection, of Scientific Apparatus at the South Kensington Museum 1876, 3 изданіе, London (Eyre and Spottiswoode) 1877.

**) Отчетъ о выставкѣ имѣется въ „Трудахъ III-го Международнаго Конгресса математиковъ въ Гейдельбергѣ“, изданныхъ А. Krazer'омъ (Leipzig, B. G. Teubner, 1905).

высшихъ школъ, хотя тамъ можно было встрѣтить также нѣкоторые экспонаты, представлявшіе интересъ и для среднихъ школъ. Въ особенности отвѣчали потребностямъ средней школы тѣ выставки, которыя обыкновенно учреждались на Сѣздахъ Союза для улучшенія преподаванія математическихъ и естественныхъ наукъ, а также тѣ, которые основывались учебными отдѣлами Общества естествоиспытателей. Эти выставки, большей частью, ограничиваются лишь немногими новѣйшими моделями, которыя нерѣдко демонстрируются и поясняются самими изобрѣтателями и конструкторами.

Переходя къ музеямъ, мы также начнемъ съ народныхъ школъ. Въ Германіи имѣется большое число школьныхъ музеевъ, которые, конечно, въ число учебныхъ пособій включили также и пособия, служащія для обученія математикѣ; таковы, напримѣръ, — мы упомянемъ важнѣйшіе изъ нихъ, — школьные музеи въ Берлинѣ (1876), Дрезденѣ (1904), Штуттгартѣ (1910), Карлсруѣ (1912). Берлинскій музей раньше носилъ названіе «Германскій школьный музей», имѣлъ уже въ 1907 г. бібліотеку, состоящую изъ 39 000 томовъ, и обладалъ многочисленными учебными пособиями (приборами, наглядными пособиями и т. п.), среди которыхъ были и математическія. Къ сожалѣнію, изъ-за недостатка мѣста учебныя пособия не могли быть выставлены. Въ виду этого уже тогда проектировали построить общественный домъ, который, между прочимъ, долженъ былъ имѣть помѣщенія для школьнаго музея. Въ настоящее время домъ этотъ выстроенъ. «Германскій школьный музей» превратился въ «Германскую учительскую бібліотеку». Комитетъ по вопросу объ учебныхъ пособияхъ существуетъ уже съ 1902 г. Коллекція учебныхъ пособій передана во владѣніе городу и образуетъ теперь городской музей въ Берлинѣ.

Вопросъ о Германскомъ государственномъ школьномъ музеѣ былъ предметомъ обсужденія уже въ 1908 г. въ засѣданіи Германскаго учительскаго союза въ Дортмундѣ, а позже — также въ засѣданіяхъ различныхъ союзовъ преподавателей. Въ настоящее время начались переговоры между прусскимъ учебнымъ управленіемъ и министерствомъ внутреннихъ дѣлъ относительно учрежденія такого рода государственнаго школьнаго музея. Въ основаніе его предполагается положить германскій учебный отдѣлъ на всемірной выставкѣ 1910 г. въ Брюсселѣ.

Этотъ государственный школьный музей могъ бы также провести въ жизнь идею Шиммака объ учрежденіи образцовой коллекціи математическихъ моделей и учебныхъ пособій для среднихъ школъ, которой нѣтъ въ Германіи еще и въ настоящее время*).

Ту же мысль мы выразили въ 1905 г. слѣдующимъ образомъ: «Съ постоянной выставкой образцовой коллекціи можно было бы соединить періодически мѣняющіяся коллекціи новыхъ математическихъ приборовъ». Самую идею образцовой коллекціи мы понимаемъ,

*). Ср. также F. Poske — «О необходимости устройства центрального учрежденія для преподаванія естественныхъ наукъ». Записки Германскаго комитета по вопросу объ обученіи математикѣ и естественнымъ наукамъ; тетрадь 5; Лейпцигъ 1910 г.; B. G. Teubner.

конечно, не односторонне въ томъ смыслѣ, что въ ней будутъ представлены преимущественно извѣстныя фирмы, но въ томъ смыслѣ, что подъ каждымъ опредѣленнымъ номеромъ, съ различными фирмами, будетъ выставлено на выборъ нѣсколько приборовъ, служащихъ одной и той же цѣли. Кому должно быть предоставлено право допускать новые приборы, а также подвергать испытанію уже рекомендованныя модели, — коммисіи ли учителей, представителямъ ли фирмъ, или механикамъ, — это вопросъ совершенно другой. Какъ бы то ни было, но такого рода испытаніе представляется безусловно необходимымъ, такъ какъ оно устранимъ все неподходящее, и весьма практичнымъ, такъ какъ оно позволитъ экономнѣе пользоваться мѣстомъ.

Что касается высшихъ школъ, то тамъ уже давно появились коллекціи моделей, раньше всего, понятно, въ высшихъ техническихъ школахъ. Новые пути въ этомъ направленіи стремились проложить Chr. Wiener въ Карлсруэ, Fiedler въ Дюрихѣ, Brill и Sturm въ Дармштатѣ, Brill и F. Klein въ Мюнхенѣ. Вскорѣ послѣдовали за ними и университеты и, въ первую очередь (въ 1872 г.), университетъ въ Эрлангенѣ, нашедшійся подъ руководствомъ F. Klein'a. Послѣ 1880 г. подъ его же руководствомъ была расширена коллекція въ Лейпцигѣ, которая была помѣщена въ математическомъ институтѣ, находящемся нынѣ подъ наблюденіемъ Hölder'a и Rohn'a. Конечно, въ настоящее время каждый университетъ и каждая высшая техническая школа обладаетъ коллекціею моделей; наибольшей коллекціей математическихъ приборовъ и моделей, примѣняемыхъ при преподаваніи въ высшей школѣ, располагаетъ, повидимому, Гёттингенъ, хотя бы уже потому, что тамъ имѣются коллекціи, относящіяся къ прикладной математикѣ — къ начертательной геометріи, къ числовому и графическому счету, а также геодезическіе инструменты для упражненій.

Коллекціи моделей, доступныя широкой публикѣ, въ болѣе или менѣе широкихъ размѣрахъ были основаны впервые во Франціи и въ Англіи. «Conservatoire des Arts et Métiers» въ Парижѣ и весьма достойный обзоръ «Museum of Science» (South Kensington) въ Лондонѣ послужили прототипами для Германскаго Музея образцовыхъ произведеній естественныхъ наукъ и техники («Deutsche Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik»). Онъ былъ основанъ въ 1903 г. въ Мюнхенѣ. Кромѣ приборовъ для астрономіи и геодезіи, въ зданіяхъ, въ которыхъ временно помѣщается музей, имѣется зала, одна половина которой удѣлена математикѣ. Стѣны ея увѣшаны историческими таблицами, портретами знаменитыхъ математиковъ и нѣкоторыми таблицами фигуръ. На столахъ разставлены счетныя машины и гипсовые модели; вверху помѣщены проволочныя и нитяныя модели. На столѣ, находящемся въ серединѣ зала, подъ стекломъ находятся модели, иллюстрирующія развитие планиметра съ начала XIX-го столѣтія. На окнѣ выставлены модели для демонстраціи коническихъ сѣченій. Совершенно полною можно считать коллекцію, составленную Н. Wiener'омъ. Другая половина залы занята кинематическими приборами и вѣсами (по Wieleitner'y, IMCK-Abhandlungen, Bd. II, Heft 1).

(Продолженіе слѣдуетъ).

БИБЛИОГРАФІЯ.

II. Собственные сообщения авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакция сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

Н. С. Дрентельнъ. *Физическіе опыты въ начальной школѣ.* Руководство для учащихся, содержащее подробное описаніе приѣмовъ производства простѣйшихъ опытовъ, главнымъ образомъ на самодѣльныхъ приборахъ. Стъ 305 рисунками. Изданіе т-ва И. Д. Сытина, Москва, 1913. Стр. X+284. Цѣна 1 руб.

Изъ предисловія.

Назначая свою книгу для «начальной школы», авторъ разумѣетъ физическія свѣдѣнія первой ступени, безъ которыхъ, съ тѣми или другими измѣненіями, нельзя уже нынѣ обойтись въ народной школѣ (нарождающагося расширеннаго типа) и которыя уже вошли въ обиходъ городскихъ 4-классныхъ училищъ, а также низшихъ классовъ средней школы (частью какъ матеріалъ для практическихъ занятій). Неизбѣжны здѣсь требованія — простота, наглядность и дешевизна — могутъ быть выполнены только при условіи самодѣтельности учащагося. Эта мысль положена въ основу предлагаемаго труда, который задается цѣлью научить производству опытовъ не на готовыхъ покупныхъ приборахъ, а, главнымъ образомъ, на простыхъ самодѣльныхъ приспособленіяхъ, при чемъ книга, однако, вовсе не рассчитываетъ на хорошаго «мастера», а предполагаетъ у учащагося лишь нѣкоторую охоту «мастерить». — Описаніе входитъ въ подробности, иногда даже мелкія, что въ особенности можетъ облегчить работу начинающаго. — Въ видахъ сокращенія работы многіе опыты производятся съ нѣсколькими основными приборами, изготовленіе которыхъ (дающее необходимыя навыки) подробно описано въ первой главѣ (§§ 30 — 38): въ разныхъ случаяхъ въ нихъ дѣлаются потомъ лишь необходимыя мелкія измѣненія и добавленія.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 122 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x(x^3 - x^2 + 1)(x^4 - x^3 + x + 2) = 1.$$

Е. Григорьевъ (Саратовъ).

№ 123 (6 сер.). Построить треугольникъ, зная положеніе его центра тяжести G , центра O описаннаго круга и основанія D одной изъ его высотъ AD .

Л. Богдановичъ (Н.-Новгородъ).

№ 124 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{tg} x - \frac{8 \sin^2 x + 3 \sin 2x + 1}{8 \cos^2 x + 3 \sin 2x + 1} = 0.$$

В. Тюнингъ (Уфа).

№ 125 (6 сер.). Опредѣляя функцію $f(x)$ равенствомъ

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d},$$

гдѣ a, b, c, d — постоянные коэффициенты, выбрать послѣдніе такъ, чтобы функція $f(x)$ тождественно удовлетворяла равенству:

$$f[f(x)] = x.$$

IV.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

ОТДѢЛЪ I.

№ 76 (6 сер.). Изъ точки O пространства къ вершинамъ даннаго треугольника ABC направлены три силы, измѣряемая соответственно отрезками OA , OB , OC . Найти геометрическое мѣсто точекъ O , для которыхъ равнодѣйствующая силъ OA , OB , OC имѣетъ данную величину a .

Пусть O — некоторая точка пространства, изъ которой исходятъ силы OA , OB , OC , представляемые отрезками, соединяющими точку O съ вершинами даннаго треугольника. Построимъ равнодѣйствующую этихъ силъ. Сложимъ раньше силы OA и OB ; для построенія равнодѣйствующей этихъ двухъ силъ достаточно провести медиану OM треугольника AOB и на продолженіи ея отложить $MP = OM$; тогда OP и есть искомаемая равнодѣйствующая, такъ какъ P есть четвертая вершина параллелограмма $AOBP$. Теперь для нахождения равнодѣйствующей силъ OA , OB и OC достаточно сложить OP и OC , для чего дѣйствуемъ аналогичнымъ образомъ: проводимъ медиану O_m треугольника POC и на продолженіи ея откладываемъ $\mu S = O_m$. Тогда OS и есть равнодѣйствующая трехъ силъ OA , OB и OC . Проведемъ еще прямую CM , служащую общей медианой треугольниковъ ABC и POC . Медианы CM и O_m треугольника POC пересѣкаются въ точкѣ G , отстоящей отъ M на трети всей длины CM . Но такъ какъ CM есть также и для треугольника ABC проведенная изъ вершины C его медиана, то точка G , въ силу равенства $GM = \frac{1}{3}CM$, есть центръ тяжести треугольника ABC . Такъ какъ G есть центръ тяжести и для треугольника POC , то $OS = 2O_m$, $OG = \frac{2}{3}O_m$, откуда $OS = 3OG$. Итакъ, для любой точки O длина равнодѣйствующей силъ OA , OB , OC есть утроенное ея разстояніе отъ центра тяжести G треугольника ABC . Поэтому для сохраненія данной длины a равнодѣйствующей OS необходимо и достаточно удовлетворить равенству $a = 3OG$, или равносильному ему равенству $OG = \frac{a}{3}$. Значитъ, всѣ точки искомага геометрическаго мѣста суть всѣ точки, отстоящія отъ точки G на разстояніи $\frac{a}{3}$, т. е. искомаемое геометрическое мѣсто есть поверхность шара, описанная изъ центра тяжести G даннаго треугольника, какъ изъ центра, радиусомъ $\frac{a}{3}$.

Н. Нейцъ (Самара); Н. С. (Одесса).

№ 77 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$x^x + y^y = 2x + y. \quad (1)$$

Представимъ данное уравненіе въ видѣ:

$$(x^x - 2x) + (y^y - y) = 0,$$

или

$$(1) \quad x(x^{x-1} - 2) + y(y^{y-1} - 1) = 0.$$

При $x > 2$ имѣемъ, что $x - 1 > 0$ и $x - 1 > 1$, а потому $x^{x-1} > 2^{x-1} > 2^1$, т. е. $x^{x-1} > 2$; слѣдовательно, при $x > 2$ справедливо неравенство

$$(2) \quad x(x^{x-1} - 2) > 0.$$

При $y > 1$ имѣемъ, что $y - 1 > 0$, а потому $y^{y-1} > 1^{y-1} = 1$, т. е. $y^{y-1} > 1$; значитъ, при $y > 1$ справедливо неравенство

$$(3) \quad y(y^{y-1} - 1) > 0.$$

Изъ неравенствъ (2) и (3), складывая ихъ, мы заключаемъ, что при $x > 2$ и $y > 1$ лѣвая часть уравненія (1) положительна и поэтому отлична отъ нуля. Итакъ, при существованіи цѣлыхъ положительныхъ рѣшеній данного уравненія x должно равняться 1 или 2, а $y = 1$. Испытывая значенія $x = 1$, $y = 1$, находимъ, что они не удовлетворяютъ данному уравненію; значенія же $x = 2$, $y = 1$ удовлетворяютъ ему; значитъ $x = 2$, $y = 1$ есть единственное рѣшеніе данного уравненія въ числахъ цѣлыхъ и положительныхъ.

А. Сердобинскій (Чита); Н. С. (Одесса).

ОТДѢЛЪ II.

Задачи на изслѣдованіе хода и свойствъ функцій.

№ 5. Изучить измѣненія отношенія суммы трехъ послѣдовательныхъ членовъ геометрической прогрессіи къ суммѣ двухъ крайнихъ изъ этихъ трехъ членовъ при измѣненіи знаменателя x прогрессіи отъ $-\infty$ до $+\infty$. При какихъ значеніяхъ x это отношеніе достигаетъ maximum'a или minimum'a? Вычислить этотъ maximum или minimum.

Обозначивъ первый изъ трехъ послѣдовательныхъ членовъ геометрической прогрессіи черезъ a и называя разсматриваемое отношеніе черезъ y , получимъ:

$$y = (a + ax + ax^2) : (a + ax^2),$$

или

$$y = a(1 + x + x^2) : a(1 + x^2).$$

При $a = 0$ это отношеніе не имѣетъ никакого опредѣленнаго численнаго значенія. Если же $a \neq 0$, какъ мы и предположимъ въ дальнѣйшемъ изслѣдованіи, то, сокращая на a , имѣемъ: $y = \frac{1 + x + x^2}{1 + x^2}$, или же

$$(1) \quad y = 1 + \frac{x}{1 + x^2}.$$

Итакъ, разсматриваемое отношеніе y есть функція отъ x . Находя по обычнымъ правиламъ производную y' по x , получимъ при любомъ x :

$$y' = \frac{(1 + x^2) \cdot 1 - x \cdot 2x}{(1 + x^2)^2},$$

или

$$y' = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}.$$

Такъ какъ знаменатель $(1+x^2)^2$ положителенъ при любомъ x , а числитель $1-x^2$ положителенъ при $|x| < 1$, т. е. внутри промежутка отъ (-1) до 1 , и отрицателенъ внѣ этого промежутка, то и производная y' разсматриваемой функціи положительно въ промежутке отъ (-1) до 1 и отрицательно внѣ этого промежутка. Кромѣ того, функція y , имѣя производную при любомъ значеніи x , непрерывна при любомъ x . Такимъ образомъ, внутри промежутка отъ $-\infty$ до (-1) производная функціи y отрицательна, такъ что функція y въ этомъ промежуткѣ при возрастаніи x убываетъ; внутри промежутка отъ (-1) до 1 производная y' положительна, а потому функція y въ этомъ промежуткѣ возрастаетъ. Затѣмъ для $x > 1$, т. е. внутри промежутка отъ 1 до $+\infty$, производная y' снова отрицательна, а потому въ этомъ промежуткѣ съ возрастаніемъ x функція y снова убываетъ. Итакъ, при $x = -1$ разсматриваемое отношеніе достигаетъ minimum'a, равнаго [см. (1)] $\frac{1}{2}$, а при $x = 1$ оно достигаетъ maximum'a, равнаго $\frac{3}{2}$. Кромѣ того, предѣлъ y при $x = -\infty$, а также при $x = +\infty$ равенъ 1 , при чемъ при $x < 0$ имѣемъ $y < 1$, а при $x > 0$ находимъ, что $y > 1$. Въ самомъ дѣлѣ, при $x < 0$ имѣемъ, что $x = -|x|$, а потому, при $x < 0$ получимъ, что $y = 1 - \frac{|x|}{1+x^2}$, а потому $y < 1$; при $x > 0$ имѣемъ:

$$y = 1 + \frac{|x|}{1+x^2}, \quad \text{т. е. } y > 1.$$

Кромѣ того, при любомъ x , отличномъ отъ нуля, находимъ:

$$\left| \frac{x}{1+x^2} \right| = \left| \frac{\frac{1}{x}}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \right| < \left| \frac{1}{x} \right|,$$

а потому $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{1+x^2} = 0$, такъ какъ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$. Значитъ

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{x}{1+x^2} \right) = 1.$$

Итакъ, въ окончательномъ итогѣ приходимъ къ слѣдующему заключенію: при измѣненіи x отъ $-\infty$ до (-1) , y , оставаясь меньше 1 , убываетъ отъ 1 до $\frac{1}{2}$; при измѣненіи x отъ (-1) до 1 , y возрастаетъ отъ $\frac{1}{2}$ до $\frac{3}{2}$; при дальнѣйшемъ возрастаніи x отъ 1 до $+\infty$, y , оставаясь больше 1 , убываетъ отъ $\frac{3}{2}$ до 1 , приближаясь къ 1 сколь угодно при достаточно большомъ x ; при $x = 0$, y дѣйствительно достигаетъ значенія 1 .

Слѣдуетъ замѣтить, что первая часть рѣшенія, въ которой при возрастаніи x обнаружено возрастаніе функціи y въ промежуткѣ отъ (-1) до 1 и убываніе въ каждомъ изъ промежутковъ $-\infty$ до (-1) и отъ 1 до $+\infty$, можетъ быть получена и безъ помощи дифференціального исчисленія. Въ самомъ дѣлѣ, называя черезъ Δy приращеніе функціи y при переходѣ отъ значенія x къ нѣкоторому значенію $x+h$, имѣемъ:

$$\Delta y = 1 + \frac{x+h}{1+(x+h)^2} - 1 = \frac{x}{1+x^2},$$

или, послѣ надлежащихъ передѣлокъ,

$$(2) \quad \Delta y = \frac{h[1-x(x+h)]}{(1+x^2)[1+(x+h)^2]}.$$

Если числа x и $x+h$ взяты оба въ одномъ изъ промежутковъ отъ $-\infty$ до -1 , отъ -1 до 1 или отъ 1 до $+\infty$ [не исключая и чиселъ (-1) и 1], то въ первомъ промежуткѣ, полагая $h > 0$, имѣемъ: $|x| > 1$, $|x+h| \geq 1$, во второмъ $|x| \leq 1$, $|x+h| < 1$, или $|x| < 1$, $|x+h| \leq 1$, или (когда $x = -1$ и $x+h = 1$) $x(x+h) = -1$, а въ третьемъ $|x| \geq 1$, $|x+h| > 1$; поэтому въ первомъ, во второмъ и въ третьемъ изъ разсматриваемыхъ промежутковъ имѣемъ соответственно: $|x(x+h)| > 1$, $|x(x+h)| < 1$ или $x(x+h) = -1$, $|x(x+h)| > 1$, и, кромѣ того, въ первомъ и третьемъ промежуткахъ x и $x+h$ одного знака. Значитъ, въ первомъ изъ промежутковъ $x(x+h) > 1$, во второмъ $|x(x+h)| < 1$ или $x(x+h) = -1$, а въ третьемъ опять $x(x+h) > 1$. Поэтому въ первомъ, второмъ и третьемъ промежуткѣ имѣемъ соответственно: $1 - x(x+h) < 0$, $1 - x(x+h) > 0$, $1 - x(x+h) < 0$, такъ что [см. (2)], при $h > 0$, въ каждомъ изъ этихъ промежутковъ имѣемъ послѣдовательно: $\Delta y < 0$, $\Delta y > 0$, $\Delta y < 0$, т. е. при возрастаніи x функція y въ первомъ промежуткѣ убываетъ, во второмъ возрастаетъ, а въ третьемъ опять убываетъ.

И. Зюзинъ (с. Архангельское); Н. С. (Одесса).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. Малининъ. *Курсъ физики для женскихъ учебныхъ заведеній.* Изданіе 20-е, пересмотрѣнное А. В. Цингеромъ. Москва, т-во И. Д. Сытина, 1913. Стр. 356. Ц. 1 р. 25 к.

Его же. *Курсъ математической географіи для женскихъ учебныхъ заведеній.* Изданіе 12-е, переработанное и дополненное прив.-доц. Московскаго Университета А. И. Некрасовымъ. Москва, т-во И. Д. Сытина, 1913. Стр. 143. Ц. 80 к.

Н. С. Дрентельнъ. *Физическіе опыты въ начальной школѣ.* Руководство для учащихся, содержащее подробное описаніе приѣмовъ производства простѣйшихъ опытовъ, главнымъ образомъ на самодѣльныхъ приборахъ. Съ 305 рисунками. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1913. Стр. X + 284. Ц. 1 р.

К. Ферберъ. *Арифметика.* Развѣтіе понятія числа. Для студентовъ и преподавателей. Переводъ съ нѣмецкаго Д. А. Бема и Р. Э. Струве, преподавателей математики Московскихъ учебныхъ заведеній. Подъ редакціей А. А. Волкова, руководителя на курсахъ для подготовленія преподавателей средней школы при Московскомъ учебномъ округѣ. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. XIV + 454. Ц. 2 руб.

А. П. Грузинцевъ, проф. *Термодинамика.* Курсъ лекцій. Съ 22 чертежами въ текстѣ. Харьковъ, 1913. Стр. IV + 184. Ц. 1 р. 80 к.

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Герцетъ.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
щется

Обложка
щется