

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и Элементарной Математики.



№ 619.



Содержание: Законъ природы въ небесной эволюціи. *Т. Си.* (Окончаніе).

— О перемѣстительности при возвышеніи въ степень. *Я. Шатуновскаго.* — Вопросы школьнаго преподаванія физики. Рефератъ лекцій проф. *П. Фолькманна.* — Библиографія. II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. *А. Р. Кулишера.* — Учебникъ геометріи. Курсъ подготовительный. *А. Кулишера.* — Задачи. № № 215 — 218 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. № № 161 и 172 (6 сер.). — Объясненія.

Законъ природы въ небесной эволюціи.

Т. Си.

(Перев. съ англійскаго).

(Окончаніе *).

VII. Свѣтъ туманностей происходитъ, главнымъ образомъ, отъ свѣченія при низкой температурѣ, какъ въ электрическихъ разрядахъ черезъ сильно разрѣженную среду.

Какъ поддерживается это свѣченіе, пока еще неизвѣстно, но оно, повидимому, происходитъ отъ электрическихъ разрядовъ, подобныхъ разряду въ Гейслеровской трубкѣ при высокой степени разрѣженія; при этомъ энергія развивается отчасти благодаря столкновеніямъ массъ, отчасти же заимствуется изъ молекулярной и атомной энергіи вещества. Отъ столкновеній между малыми массами развивается достаточ-

*) См. „Вѣстникъ“, № 618.

ное количество энергій, чтобы вызвать сильныя искры и частичное плавленіе, благодаря чему скрытыя молекулярныя силы проявляются наружу; и такъ какъ освобожденныя такимъ образомъ частицы не могутъ быть удержаны слабыми силами тяготѣнія столь малыхъ массъ, то свѣтящіяся частицы разсѣиваются по всей массѣ туманности. Она испускаетъ, такимъ образомъ, свѣтъ водорода, небуліи и другихъ свободныхъ элементовъ, открываемыхъ спектроскопомъ; но большая часть элементовъ въ туманности, повидимому, не свѣтится и ничѣмъ не обнаруживаютъ своего присутствія.

Подъ влияніемъ традиціоннаго мнѣнія, господствовавшего со временъ Лапласа, раньше предполагали, что матерія въ своемъ первоначальномъ состояніи имѣла высокую температуру. Позже признали, что температура туманностей не только не высока, а, напротивъ, вѣроятно, близка къ абсолютному нулю, за исключеніемъ плотныхъ ядеръ, въ которыхъ образуются звѣзды. Колебанія немногихъ свѣтящихся элементовъ не даютъ, слѣдовательно, никакихъ указаній о числѣ наличныхъ несвѣтящихся элементовъ. Показанія спектроскопа открываютъ намъ, слѣдовательно, лишь малую часть исторіи строенія туманности, и взгляды, которыхъ долгое время придерживались астрофизики, были ложны и повлекли за собой безконечную цѣпь недоразумѣній.

Температура туманностей не можетъ быть высока по слѣдующимъ причинамъ.

1. Если бы онѣ имѣли высокую температуру, то, благодаря своей разрѣженности и прозрачности, онѣ потеряли бы всю свою теплоту черезъ излученіе, и спустя очень немногое дней ихъ раскаленное состояніе прекратилось бы.

2. Туманности, такимъ образомъ, скоро стали бы невидимыми, если только свѣтъ ихъ не возобновляется благодаря какому-либо непрерывному процессу.

3. Единственный свѣтовой эффектъ, возможный при высокой степени разрѣженія и низкой температурѣ, это — свѣченіе, которымъ сопровождается электрической разрядъ въ Гейслеровыхъ трубкахъ и подобныхъ имъ вакуумахъ.

4. Изслѣдованія сэра Дж. Дж. Томсона и другихъ относительно электрическаго разряда черезъ газы и новѣйшія изслѣдованія радиоактивныхъ явленій указываютъ, что главной причиной свѣченія туманностей являются электрическіе заряды.

5. Но такъ какъ туманности путемъ ряда незамѣтныхъ переходовъ превращаются въ звѣзды, то очевидно, что въ ядрахъ или центрахъ сгущенія развивается много теплоты, и что дѣйствительно небулярныя условія преобладаютъ, главнымъ образомъ, въ наружныхъ частяхъ такихъ массъ.

6. Когда пыль, извергаемая изъ звѣздъ для образованія туманностей, съ теченіемъ времени вся охлаждается, она переходитъ границы звѣздной короны и вступаетъ въ пространство съ температурой абсолютнаго нуля; нагрѣется вновь она можетъ лишь путемъ сгущенія подъ дѣйствіемъ сильнаго столкновенія, если имѣется газовая оболочка, которая можетъ удерживать теплоту; нагрѣваніе можетъ имѣть мѣсто, слѣдовательно, только въ ядрѣ туманности. Электрическіе же

разряды могут происходить во всѣхъ частяхъ туманности и безъ замѣтнаго поднятія температуры выше абсолютнаго нуля.

Мы приходимъ такимъ образомъ къ слѣдующему заключенію: подобно тому, какъ шаровидныя скопленія захватываютъ звѣзды, втягиваютъ ихъ и распределяютъ въ послѣдовательные однородные слои, но съ плотностью, возрастающей по направленію къ центру, точно такъ туманности образуются и распределяются въ видѣ послѣдовательнаго ряда оболочекъ равномерной яркости, возрастающей, однако, по направлению къ центру, благодаря накопленію пыли, извергаемой изъ центра. Эта пыль имѣетъ низкую температуру звездъ, кромѣ ядеръ туманностей, сходящихся въ звѣзды.

VIII. Современная теорія захвата въ звѣздной эволюціи представляетъ собой развитіе взглядовъ Гершеля.

Такъ какъ современная теорія захвата въ развитіи звѣздныхъ системъ является слѣдствіемъ работъ Гершеля, расширенныхъ авторомъ этихъ строкъ, то естественно будетъ рассмотреть теперь идеи Гершеля объ отношеніяхъ между различными типами небесныхъ тѣлъ.

Особенный интересъ представляютъ для насъ два мемуара Гершеля, въ которыхъ онъ даетъ аллегорическое описаніе своего метода интерпретаціи принципа непрерывности въ примѣненіи къ совершающимся въ природѣ творческимъ процессамъ. Приведемъ двѣ замѣчательныя выдержки изъ этихъ мемуаровъ.

1. „Этотъ методъ разсмотрѣнія небесъ проливаетъ на нихъ, по видимому, свѣтъ новаго рода. Небеса представляются намъ теперь въ видѣ роскошнаго сада, содержащаго чрезвычайно разнообразныя растенія на различныхъ цвѣтущихъ грядкахъ. По крайней мѣрѣ одно изъ преимуществъ этого метода даетъ намъ несомнѣнно: благодаря ему рамки нашего опыта безмѣрно расширяются во времени. Въ самомъ дѣлѣ, если продолжать сравненіе, заимствованное мною изъ царства растеній, то развѣ не все равно жить рядъ лѣтъ, чтобы видѣть сперва, какъ сѣмя прорастаетъ, потомъ, какъ растеніе расцвѣтаетъ, затѣмъ покрывается листьями, даетъ плоды, потомъ вянетъ, сохнетъ, умираетъ, — или же имѣть предъ собою одновременно огромное множество образчиковъ, представляющихъ всевозможныя стадіи, черезъ которыя проходитъ растеніе въ теченіе своей жизни?“ („Phil. Trans.“, 1789, стр. 226).

2. „Когда я производилъ эти изысканія, я былъ въ положеніи натуралиста, рассматривающаго различные виды животныхъ и насекомыхъ, наиболѣе совершенныхъ до низшихъ ступеней жизни: дойдя до царства растеній, онъ съ трудомъ можетъ показать намъ точную границу между животными и растеніями, и у него можетъ даже возникнуть подозрѣніе, что между ними нѣтъ существеннаго отличія. Но если стоять лишь ему, опомниться и сравнить, на примѣръ, какого-либо представителя человѣческой породы съ деревомъ, какъ все это сомнѣ-

нія относительно этого вопроса сейчас же исчезают. Точно таким же образом мы через ряд незамѣтных ступеней переходимъ отъ грубаго скопленія звѣздъ, какъ Плеяды, Ясли, Млечный Путь, скопленіе въ созвѣздіи Рака, туманность въ Геркулесѣ, пока мы не дойдемъ до такого объекта, какъ туманность въ Орионѣ; здѣсь мы еще склонны удержать старое представленіе о чрезвычайно удаленныхъ звѣздахъ, весьма сжатыхъ, и этимъ объяснить замѣчательный видъ туманности. Чтобы поставить насъ на правильный путь, требуется, повидимому, объектъ съ большими отличіями. Для того, чтобы достигнуть полной ясности, астроному недостаетъ того, что имѣетъ натуралистъ, который видитъ передъ собою совершенное животное и совершенное растение. Упомянутый выше объектъ и есть то явленіе, котораго не доставало для этой плѣи. Посмотрите, напримѣръ, на 19-ую кучу моего 6-го класса (N. G. C. 5897), и затѣмъ бросьте взглядъ на темную звѣзду (N. G. C. 1614), и результатъ будетъ столь же рѣшительный, какъ у натуралиста, о которомъ я говорилъ. Наше заключеніе будетъ, — я рѣшаюсь это утверждать, — что туманность вокругъ звѣзды не имѣетъ звѣздной природы“ („Philos. Trans.“, 1791, стр. 72-3).

IX. Космогоническія концепціи Гершеля не привлекли къ себѣ вниманія вслѣдствіе большей доступности сочиненій Лапласа.

На ходъ развитія общаго закона космической эволюціи огромное вліяніе оказали, по моему убѣжденію, глубокомысленныя и остроумныя изслѣдованія сэра Вильяма Гершеля, напечатанныя въ „Philosophical Transactions“ въ 1785, 1789, 1791, 1802, 1811, 1814, 1817 и 1818 годы. Эти работы, которыя имѣли для меня чрезвычайно важное значеніе, когда я разрабатывалъ планъ второго тома „Изслѣдованій объ эволюціи звѣздной системы“ въ 1909 г., въ теченіе вѣка оставались похороненными на страницахъ мало и рѣдко читаемаго журнала Королевскаго Общества, и современные астрономы изучали ихъ такъ мало, что нельзя было найти хотя бы одного, который былъ бы знакомъ съ работами Гершеля.

Невниманіе къ космогонической теоріи Гершеля было вызвано двумя неблагоприятными обстоятельствами:

1. Съ 1796 года всѣми была принята небулярная гипотеза въ той правдоподобной, но тѣмъ не менѣе ложной формулировкѣ, которую далъ ей Лапласъ. Благодаря странной ошибкѣ сужденія, Лапласъ заслуженно пользовавшемуся величайшимъ авторитетомъ въ небесной механикѣ, приписали такой же авторитетъ и въ космогоніи, тогда какъ на самомъ дѣлѣ вычисленіемъ можно было бы съ самаго начала опровергнуть теорію Лапласа.

2. Сочиненія Гершеля были незнакомы современнымъ изслѣдователямъ, которые почти всѣ приняли теорію Лапласа, несмотря на то, что послѣдняя была на самомъ дѣлѣ опровергнута при помощи критерія Бабинета (Babinet) въ 1861 г.

Центръ тяжести въ теоріи Лапласа заключался въ неправильной ссылкѣ на кольца Сатурна, на круглую форму орбитъ планетъ и

спутниковъ и на ихъ движеніе въ одномъ и томъ же направленіи вблизи неизмѣнной плоскости системы. Все это, безъ сомнѣнія, доказывало, что систему привела въ движеніе одна и та же механическая причина. Но доводы Ньютона относительно фигуръ равновѣсія вращающихся массъ, подобныхъ землѣ, Лапласъ распространилъ на очень сплюснутыя фигуры, полагая, что этимъ путемъ можетъ быть вызвано отдѣленіе колецъ; такимъ образомъ Лапласъ вступилъ на ложный путь, такъ какъ онъ упустилъ изъ виду то обстоятельство, что въ природѣ нѣтъ силъ, которыя могли бы вызвать столь быстрое вращеніе.

Итакъ, судьба космогоніи издавна была связана съ разрывомъ фигуръ равновѣсія вращающихся жидкихъ массъ, и установленная такимъ образомъ обманчивая связь долгое время вводила въ заблужденіе величайшихъ представителей математической физики прошлаго столѣтія: сэра Джона Гершеля, Роша (Roche), Гельмгольца, лорда Кельвина, Дарвина, Ньюкома (Newcomb) и Пуанкаре; послѣдній, правда, успѣлъ еще въ 1911 г. въ своихъ „Лекціяхъ“ (Leçons) исправить нѣкоторыя свои прежнія идеи.

Между всеми представителями математической физики середины XIX-го вѣка только Бабинѣ избѣжалъ ошибки. И хотя его цѣнный критерій несомнѣнно опровергалъ Лапласову теорію отдѣленія, онъ, однако, остался незамѣченнымъ и не далъ никакого толчка къ созданію новой теоріи, пока, наконецъ, авторъ настоящей статьи въ 1908 г. не объяснилъ круглую форму орбитъ вѣковымъ дѣйствіемъ сопротивляющейся среды.

Вслѣдствіе этихъ неблагоприятныхъ обстоятельствъ весьма здравыя и плодотворныя космогоническія воззрѣнія Гершеля оставались въ полномъ пренебреженіи больше ста лѣтъ. Современный изслѣдователь можетъ найти у Гершеля зародыши общаго закона космической эволюціи, — особенно въ его ученіи о „сгущающей силѣ“ (clustering power), стягивающей и организующей симметрическія фигуры туманностей звѣздныхъ массъ, которыя первоначально были удалены одна отъ другой на большое разстояніе. Однако, дальше этого весьма несовершеннаго очерка космогоніи Гершель не пошелъ. Онъ ничего не сдѣлалъ для выясненія круглой формы орбитъ или другихъ характерныхъ особенностей движеній солнечной системы. И такъ какъ, съ другой стороны, Лапласъ далъ логическое объясненіе этихъ движеній, то ученіе его одержало верхъ, несмотря на ошибочныя предположенія.

Новѣйшая теорія захвата представляетъ собой такимъ образомъ, большою шагъ впередъ сравнительно съ простымъ наброскомъ Гершеля. Я долженъ, однако, заявить, что этотъ несравненный астрономъ былъ для меня самымъ надежнымъ руководителемъ во многихъ моихъ трудахъ, и я, не колеблясь, отвѣлъ бы ему первое мѣсто между всеми прежними изслѣдователями въ области космогоніи. Всякій, кто прочтетъ его статьи, несомнѣнно согласится со мною, что Гершель по праву долженъ занять мѣсто на пьедесталѣ, освободившееся послѣ ниспроверженія авторитета Лапласа въ вопросѣ о развитіи небесъ.

Х. Новѣйшее движеніе въ пользу изданія собранія сочиненій Гершеля.

Прежде чѣмъ закончить настоящій очеркъ, я считаю желательнымъ упомянуть о тѣхъ обстоятельствахъ, которые вызвали недавнее движеніе въ пользу изданія сочиненій Гершеля Королевскимъ Обществомъ и Королевскимъ Астрономическимъ Обществомъ въ Лондонѣ. Весною 1909 года, когда я готовилъ къ печати второй томъ „Исслѣдованій объ эволюціи звѣздныхъ системъ“, мнѣ пришлось изучить статьи сэра Вильяма Гершеля, въ „Philosophical Transactions“ 1781—1818 г.; проникнутый огромнымъ значеніемъ этихъ забытыхъ работъ, я разослалъ нѣсколькимъ научнымъ англійскимъ журналамъ и Совѣту Королевскаго Астрономическаго Общества доклады, о необходимости необходимости издать вновь труды Гершеля. Сэръ Вильямъ Гюггинсъ (Huggins) въ то время очень интересовался успѣхами въ космогоніи. Вскорѣ послѣ того, какъ Гюггинсъ прочиталъ мое воззваніе о необходимости привлечь вниманіе и, если возможно, поднять въ Королевскомъ Обществѣ движеніе въ пользу новаго изданія этихъ безцѣнныхъ работъ, онъ объявилъ (20 января 1910 г.) объ избраніи соединенной Комиссіи Королевскаго Общества и Королевскаго Астрономическаго Общества, трудами которой и были изданы въ апрѣлѣ 1912 года научныя статьи сэра Вильяма Гершеля.

Новое изданіе сочиненій Гершеля было сопряжено съ очень большими затрудненіями; это огромное предпріятіе, полное значеніе котораго будетъ оцѣнено обществомъ лишь впоследствии, было подъ силу только такому безкорыстному и самоотверженному мыслителю, какъ покойный сэръ Вильямъ Гюггинсъ. Десятью лѣтъ спустя послѣ своей смерти великій Гершель вновь появляется въ свѣтъ, и теперь со страницъ своихъ трудовъ обращается къ несравненно болѣе многочисленному научному кругу. Къ великому сожалѣнію, сэръ Вильямъ Гюггинсъ прожилъ лишь нѣсколько мѣсяцевъ послѣ того, какъ онъ положилъ начало этому благородному движенію; но справедливость требуетъ, чтобы его имя было навѣки связано съ именемъ столь великаго и хорошаго человѣка, какъ Гершель.

Послѣ всего сказаннаго понятно, что наши потомки будутъ удивляться, какимъ образомъ правильныя космогоническія концепціи Гершеля могли столь долгое время оставаться въ неизвѣстности, въ то время, какъ ошибочная космогонія Лапласа пользовалась всеобщимъ признаніемъ. Если настоящая статья будетъ сколько-нибудь способствовать утвержденію Гершеля въ его правахъ на пьедесталъ, освободившись послѣ ниспроверженія авторитета Лапласа въ вопросахъ о развитіи небесъ, то этимъ будетъ оправдано воззваніе автора въ 1909 г. и вознаграждены благородныя стремленія, руководившія предпріятіемъ Лондонскихъ Королевскихъ обществъ, которымъ открытія Гершеля доставили безсмертную славу.

XI. Краткій перечень главных авторитетовъ въ космогоніи, имѣющій цѣлью облегчить изученіе этой послѣдней.

Если бы какого-нибудь опытнаго изслѣдователя попросили назвать авторитетовъ въ космогоніи, наиболѣе заслуживающихъ вниманія тѣхъ, которые въ настоящее время изучаютъ эту область, онъ далъ бы навѣрное такой отвѣтъ.

1. Между изслѣдователями XVIII-го столѣтія на первомъ мѣстѣ долженъ быть названъ сэръ Вильямъ Гершель, который изучилъ не только происхожденіе различныхъ типовъ туманностей и скопленій, но также и распаденіе Млечнаго Пути подъ продолжительнымъ вліяніемъ концентрирующей силы, каковой онъ считалъ всемірное тяготѣніе, дѣйствующее въ теченіе миллионовъ лѣтъ. Его глубокія и остроумныя работы, относящіяся къ 1785, 1789, 1791, 1802, 1811, 1814, 1817 и 1818 годамъ, всегда будутъ заслуживать вниманія мыслителей, такъ какъ въ нихъ намѣчено въ грандіозномъ масштабѣ ученіе о звѣздной агрегации, и при томъ для всѣхъ типовъ небесныхъ тѣлъ. Больше того, если обратиться его безподобную аргументацію для центральныхъ силъ, то современный изслѣдователь получитъ бесспорное доказательство, что въ природѣ дѣйствуютъ отталкивательныя силы, производящія первоначальное разсѣяніе вещества, конденсація котораго описана Гершелемъ. Такимъ образомъ, работы Гершеля даютъ лучшее доказательство дѣйствующихъ въ природѣ всемірныхъ силъ отталкиванія, на что я указалъ въ письмѣ къ покойному Пуанкаре въ концѣ іюля 1911 года.

2. Космогоническія работы Канта содержатъ интересныя идеи, и то же самое слѣдуетъ сказать также и о произведеніяхъ Лапласа; но произведенія этихъ обоихъ мыслителей имѣютъ только историческій интерес и значеніе. Данное Лапласомъ объясненіе космогоническихъ явленій, ложно въ своей основѣ и долгое время препятствовало рожденію правильныхъ представленій; какъ извѣстно, столь же существенныя возраженія вызываетъ и ученіе Канта. Эти пионеры безъ сомнѣнія сильно опередили свой вѣкъ, но правильнаго рѣшенія совершенно новыхъ проблемъ отъ нихъ и нельзя было ожидать.

3. Судьбу Лапласа раздѣляютъ, конечно, и тѣ ученые, которые являются его послѣдователями какъ, напримѣръ, Рошъ, Фэй (Faye), Лигондъ (Ligondes) и др., и даже гораздо болѣе выдающіеся изслѣдователи-математики: сэръ Джонъ Гершель, Гельмгольцъ, Кельвинъ, Дарвинъ, Ньюкомъ и Пуанкаре; этотъ послѣдній, впрочемъ, въ своихъ „Лекціяхъ о космогоническихъ гипотезахъ“ („Leçons sur les hypothèses cosmogoniques“, Paris 1911) отчасти измѣнилъ свои прежніе взгляды.

4. Заслуживаетъ вниманія слѣдующее обстоятельство. Рядъ космогоническихъ изслѣдованій Дарвина, въ особенности, о разрывѣ фигуръ равновѣсія вращающихся массъ жидкости, основанъ на тѣхъ же ложныхъ предпосылкахъ, благодаря которымъ падаетъ теорія Лапласа, и потому не имѣетъ особеннаго значенія въ вопросѣ о возникновеніи системъ, но за то эти изслѣдованія предста-

являют цѣнность для нашихъ будущихъ теорій объ уничтоженіи системъ. Дѣйствительно, эти изслѣдованія, какъ правильно замѣтили, относятся скорѣе къ космолетріи (*κόσμος* — міръ, *ἀλῆθρος* — гибель), чѣмъ къ космогоніи. Самъ по себѣ трудъ Дарвина, какъ хорошо извѣстно, отличается глубиной и надолго, вѣроятно, останется образцовымъ; но въ слѣдствіе слабости своихъ предпосылокъ онъ примѣнимъ не къ возникновенію, а лишь къ гибели звѣздныхъ системъ. Съ этой послѣдней точки зрѣнія изысканія Дарвина должны быть признаны однимъ изъ наиболѣе важныхъ трудовъ въ настоящемъ столѣтіи.

5. Обзоръ космогоническихъ теорій, который Пуанкаре далъ въ своихъ „Лекціяхъ“ 1911 г., всегда будетъ представлять особенный, такъ сказать, патетическій интересъ, какъ одинъ изъ предсмертныхъ трудовъ этого знаменитаго геометра. Работы автора настоящей статьи дошли до Пуанкаре, когда тотъ фактически уже окончилъ свои „Лекціи“, и потому онъ могъ разсмотрѣть ихъ лишь въ специальныхъ главахъ. Замѣчено, что „Лекціямъ“ недостаетъ единства концепціи, но тѣмъ не менѣе онѣ именно по этой причинѣ заслуживаютъ вниманія, какъ типичный образецъ перехода отъ старой къ новой научной космогоніи.

6. Въ заключеніе я долженъ сказать, что, насколько мнѣ извѣстно, не существуетъ другого изложенія этой новой науки, кромѣ того, которое дано мною во второмъ томѣ моихъ „Исслѣдованій“ (Researches, 1910). Въ слѣдствіе коренной перемѣны точки зрѣнія, естественно, что въ такомъ трудѣ неизбежны существенные недостатки въ деталяхъ. Такъ, напримѣръ, разработка вопроса о глубинѣ Млечнаго Пути и теоріи шаровидныхъ скопленій была послѣ того значительно улучшена въ двухъ статьяхъ, напечатанныхъ въ „Proceedings of the American Philosophical Society“, 1912, № № 203 и 204.

XII. Звѣздныя системы предохраняются отъ разрушительной силы тяжести дѣйствіемъ „метательныхъ“ силъ.

Разсматривая вопросъ, что предохраняетъ звѣзды въ звѣздныхъ системахъ отъ „стремительнаго паденія къ ихъ центрамъ притяженія“, Перше ль прибавляетъ, что онъ не исключаетъ силъ вѣрженія, и что „существованіе этихъ силъ служитъ препятствіемъ для кажущейся разрушительной силы притяженія и защищаетъ отъ ней всѣ звѣзды, принадлежащія къ скопленію, если не на всегда, то, по крайней мѣрѣ, на миллионы вѣковъ“ (Philosophical Transactions, 1785, стр. 217, 266). Это — чрезвычайно важный факторъ для сохраненія звѣздныхъ системъ всякаго рода; онъ заслуживаетъ того, чтобы на немъ остановить свое вниманіе.

Принятое въ настоящее время объясненіе силъ вѣрженія (подобныхъ тѣмъ, которыя обусловливаютъ вращеніе планеты), основано на томъ, что звѣзды первоначально разбиваютъ пыль, которая неизбежно собирается въ туманность несимметричной формы; эта туманность постепенно осѣдаетъ и округляется, порождая такимъ образомъ вихревое движеніе вокругъ своего центра, который становится

солнцемъ, тогда какъ у вращающихся вокругъ него уцѣлвшихъ планетъ, орбиты уменьшаются въ размѣрѣ и округляются, принимая подъ дѣйствіемъ сопротивленія среды почти правильную форму окружности. Это ученіе является огромнымъ успѣхомъ въ нашихъ теоріяхъ небесной механики и вытекаетъ изъ твердо установленныхъ законовъ движенія, благодаря чему совершенно исчезаетъ традиціонное затрудненіе въ механической теоріи вселенной; мы видимъ, что обращенія звѣздъ являются необходимымъ слѣдствіемъ и доказательствомъ соединеннаго дѣйствія въ природѣ силъ притяженія и отталкиванія.

Принятія здѣсь воззрѣнія являются, по существу, развитіемъ теорій Гершеля и основаны на концентрирующей силѣ, неизбежно вытекающей изъ вѣкового дѣйствія всемірнаго тяготѣнія. Естественно поэтому, что онѣ въ одинаковой мѣрѣ примѣнимы къ звѣзднымъ системамъ всѣхъ типовъ, начиная отъ низшихъ, представленныхъ маленькими спутниками солнечной системы, и кончая высшими, какъ великолѣпнѣйшія звѣздныя туманности Млечнаго Пути. Это свойство всеобщности служить для насъ залогомъ вѣрности основного закона небесной эволюціи, и только оно дѣлаетъ возможнымъ развитіе космогоніи, какъ новой науки звѣздъ, примѣнимой всюду, безъ исключеній, ко всей звѣздной вселенной.

О перемѣстительности при возвышеніи въ степень.

(8)

Я. Шатуновскаго.

Числа 4 и 2 удовлетворяютъ равенству

$$4^2 = 2^4.$$

На вопросъ, имѣются ли еще неравныя между собою цѣлыя числа, удовлетворяющія равенству

$$a^b = b^a, \quad (1)$$

приходится отвѣтить отрицательно. Перемѣстительность, играющая такую большую роль при сложении и умноженіи, имѣетъ такимъ образомъ при возвышеніи въ степень мѣсто только для двухъ неравныхъ между собою цѣлыхъ чиселъ. Это одинъ изъ элементарныхъ примѣровъ, когда нѣкоторымъ свойствомъ обладаютъ только немногія числа и онъ поэтому представляетъ нѣкоторый интересъ. Предлагаю слѣдующее элементарное изслѣдованіе этого равенства.

Пусть

$$a = mp \quad \text{и} \quad b = mq, \quad (2)$$

гдѣ m общій наибольшій дѣлитель чиселъ a и b и, слѣдовательно, p и q числа взаимно простыя. Числа p и q не могутъ одновременно равняться единицѣ, такъ какъ a и b , согласно равенствамъ (2), не

будутъ въ этомъ случаѣ различны. Поэтому намъ приходится рассмотреть только два случая, а именно: 1) когда числа p и q оба отличны отъ единицы и 2) когда одно изъ этихъ чиселъ, скажемъ q , равно единицѣ.

1-ый случай. Числа p и q оба отличны отъ единицы. Этотъ случай достаточно рассмотреть при $p > q$. Равенство (1) принимаетъ въ этомъ случаѣ видъ:

$$(mp)^{mq} = (mq)^{mp}.$$

Слѣдовательно, принимая во вниманіе лишь арифметическія значенія,

$$(mp)^q = (mq)^p \quad \text{или} \quad m^p p^q = m^q q^p$$

а потому и

$$p^q = m^{p-q} q^p.$$

Отсюда слѣдуетъ, что q^p есть дѣлитель p^q , а поэтому и q также будетъ дѣлителемъ p^q , но для этого по крайней мѣрѣ простые множители q должны входить въ p , а это числа взаимно простые. Для a и b , удовлетворяющихъ равенствамъ (2) при p и q отличныхъ отъ единицы, равенство (1) такимъ образомъ невозможно.

2-ой случай. Число q равно единицѣ. Въ этомъ случаѣ, согласно равенству (2),

$$b = m, \quad a = bp.$$

Равенство (1) приметъ въ этомъ случаѣ видъ: $(bp)^b = b^{bp}$, откуда

$$bp = b^p, \quad (3)$$

такъ какъ мы опять рассматриваемъ только арифметическія значенія.

Случай $p = 1$ уже исключенъ, потому что тогда $a = b$, случай $b = 1$ также исключается, потому что тогда, какъ показываетъ соотношеніе (1) и $a = 1$. Итакъ, p и b должны удовлетворять неравенствамъ

$$p > 1, \quad \text{и} \quad b > 1;$$

но тогда $b < bp$ и тѣмъ болѣе

$$b < bp(b-1). \quad (4)$$

Сложивъ это неравенство съ равенствомъ (3), получимъ:

$$b(p+1) < bp+1,$$

т.е. отъ увеличенія числа p на единицу равенство (3), а слѣдовательно, и равенство (1) замѣняется неравенствомъ; если же мы имѣемъ неравенство $bp < b^p$, то, сложивъ его съ тѣмъ же неравенствомъ (4), мы тѣмъ болѣе получаемъ:

$$b(p+1) < b^{p+1}.$$

Такимъ образомъ, если равенство (1) удовлетворяется при какомъ либо p , то при всякомъ числѣ, большемъ p , мы вмѣсто равенства (3)

будемъ имѣть неравенство. Покажемъ, что это свойство остается справедливымъ и для b . Дѣйствительно,

$$p < pb. \quad (5)$$

Сложивъ это неравенство съ равенствомъ (3), получимъ:

$$(b+1)p < b^p + pb. \quad (6)$$

Изъ равенства

$$(b+1)^p = b^p + pb^{p-1} + \dots$$

и равенства или неравенства

$$pb \leq pb^{p-1} \quad \text{имѣемъ} \quad b^p + pb < (b+1)^p,$$

а изъ этого неравенства и неравенства (6) слѣдуетъ:

$$(b+1)p < (b+1)^p.$$

Если же мы имѣемъ неравенство

$$bp < b^p,$$

то, сложивъ его съ неравенствомъ (5), мы тѣмъ болѣе придемъ къ тому же результату.

Итакъ, если мы, увеличивая b и p вмѣстѣ или отдѣльно, дойдемъ до пары значеній, удовлетворяющихъ равенству (3), а, слѣдовательно, и тождественному съ нимъ изслѣдуемому равенству (1), то всѣ послѣдующія числа счетнаго ряда этому равенству не удовлетворяютъ, и эта пара чиселъ будетъ единственной; такъ какъ значенія $b=1$ и $p=1$ мы уже исключили, то мы должны начать съ $b=2$ и $p=2$. Эта пара значеній равенству (3) удовлетворяетъ; слѣдовательно, равенству (1) удовлетворяютъ только $b=2$ и $a=4$.

Вопросы школьнаго преподаванія физики.

Рефератъ лекцій проф. П. Фолькманна.

Кенигсбергскій профессоръ П. Фолькманнъ (P. Volkmann), извѣстный своими трудами по теоретической физикѣ и теоріи познанія, въ октябрѣ 1912 г. прочиталъ въ Кенигсбергѣ для учителей четыре лекціи по вопросамъ, относящимся къ школьному преподаванію физики. Въ прошломъ году фирма Тейбнера издала эти лекціи отдѣльной книжкой. Такъ какъ вопросы, затрагиваемые Фолькманномъ, представляютъ несомнѣнный интересъ и для русскихъ читателей, то мы даемъ здѣсь рефератъ этихъ лекцій.

Авторъ ставитъ прежде всего вопросъ, должно ли преподаваніе въ средней школѣ стремиться къ систематизаціи, полнотѣ и законченности, или же лучше вводить учащагося въ науку путемъ ознакомленія его съ отдѣльными, свободно выбранными и наиболѣе важными главами науки. Авторъ высказывается въ пользу второго пути, считая господствующее въ школѣ стремленіе къ законченности препятствіемъ здороваго прогресса. Чрезмѣрная систематизація даетъ перевѣсъ дедукціи, тогда какъ одной изъ задачъ преподаванія физики является развитіе индуктивнаго мышленія. Къ тому же, наши гипотезы, теоріи и системы имѣютъ лишь рабочую цѣнность, являясь лишь переходящимъ орудіемъ въ исторіи развитія науки. Необходимо строго разграничивать теоріи и гипотезы, съ одной стороны, и факты—съ другой. Эта цѣль и, вообще, истинное пониманіе науки достигаются лишь изученіемъ ея исторіи. Конечно, въ средней школѣ необходимо ограничиваться лишь немногими, избранными главами изъ исторіи физики.

Авторъ показываетъ на слѣдующихъ трехъ примѣрахъ, какимъ глубокимъ измѣненіямъ подверглась физика за послѣднія десятилѣтія.

Еще недавно механика считалась не только наилучшимъ введеніемъ въ изученіе физики, но служила фундаментомъ всего знанія физической науки. Механическія аналогіи и модели играли огромную роль при изученіи физики; надъ созданіемъ ихъ трудились корифеи науки, какъ лордъ Кельвинъ, Максвеллъ, Гельмгольцъ и др., стремившіеся объяснить механистически явленія теплоты, оптики, электродинамики. Совѣтъ не то видимъ мы въ настоящее время: основной дисциплиной теперь считается электродинамика, а механику разсматриваютъ лишь, какъ частный случай электродинамики. Въ осуществленіи этой программы особенно велики заслуги Планка (Planck). Но, конечно, строгое систематическое проведеніе такой программы, хотя бы въ университетскомъ преподаваніи, наталкивается на почти непреодолимые трудности, такъ какъ приобретенные вѣками научной работы основныя понятія, опредѣленія и термины представляютъ для насъ слишкомъ большую цѣнность, чтобы мы согласились сразу съ ними разстаться.

Второй примѣръ—атомистика. Въ началѣ XIX вѣка химія еще не дифференцировалась отъ физики, и обѣ эти области часто находились въ однѣхъ и тѣхъ же рукахъ. Поэтому атомистическія представленія, составлявшія основу химіи, оказывали огромное вліяніе и на физику. Но съ теченіемъ времени атомистика удержалась только въ тѣхъ отдѣлахъ физики, которые тѣсно связаны съ химіей, какъ электролизъ или кинетическая теорія газовъ. Во многихъ же случаяхъ для физики оказалось болѣе выгоднымъ представлять себѣ, что вещество непрерывно, что оно сплошь заполняетъ пространство, и класть въ основу своихъ теоретическихъ построеній не молекулы и атомы, но объемные элементы. На этой точкѣ зрѣнія стоялъ, между прочимъ, Кирхгоффъ (Kirchhoff) въ предисловіи къ своей „Механикѣ“ (1876). Дальнѣйшему ослабленію атомистики въ послѣдніе 30 лѣтъ способствовало быстрое развитіе физической химіи. Вспомнимъ о походѣ Оствальда противъ атомистики! Правда, открытіе радиоактивности вновь приковало всѣ взоры къ атомистикѣ, но современные атомы

имѣють мало сходства съ прежними неизмѣнными тѣльцами: являясь носителями большихъ количествъ энергій, они способны къ глубокимъ превращеніямъ.

Третій примѣръ — роль эѳира въ системѣ физики. Эѳиръ, призванный къ существованію волновой теоріей свѣта, таилъ въ себѣ трудно примиримое противорѣчіе: для свободнаго движенія небесныхъ тѣлъ астрономія требуетъ, чтобы плотность эѳира была ничтожна, а съ другой стороны, — эѳиръ, какъ носитель поперечныхъ свѣтовыхъ колебаній, долженъ обладать очень большою упругостью. Упругая теорія свѣта пала, и на смѣну ея возникла электромагнитная теорія свѣта, которая, однако, въ своемъ стремленіи къ систематизаціи, также считала эѳиръ основой физическихъ явленій. Такъ, напримѣръ, журналъ „*Fortschritte der Physik*“ раньше состоялъ изъ двухъ отдѣловъ: „Физики матеріи“ и „Физики эѳира“, и лишь съ 1903 г. второе названіе исключено; это объясняется, вѣроятно, сознаніемъ, что нельзя столь гипотетическому веществу, какъ эѳиръ, удѣлять слишкомъ большую роль въ систематикѣ физическихъ явленій. — Наконецъ, современная теорія относительности показала, что эѳиръ въ качествѣ носителя электромагнитныхъ волнъ приводитъ къ противорѣчіямъ съ опытомъ. Эѳиръ потерялъ свою прежнюю роль основы, и наука теперь удерживаетъ его, главнымъ образомъ, въ цѣляхъ наглядности.

Эти примѣры доказываютъ, по мнѣнію Фолькманна, что при преподаваніи насильственная систематизація можетъ дать учащемуся ложное представленіе о наукѣ, и потому необходимо на первый планъ выдвигать историческое изученіе избранныхъ главъ. Благодаря чрезмерному увлеченію систематизаціей учебный матеріалъ въ нѣкоторыхъ своихъ частяхъ имѣетъ схоластическій характеръ. Сюда относятся, напримѣръ, „общія свойства вещества“, съ которыхъ принято начинать элементарный курсъ физики: непроницаемость, свѣжость, дѣлимость. Фактически въ физикѣ не приходится пользоваться этими понятіями, и они являются лишь пережитками схоластики съ ея пристрастіемъ къ безсодержательнымъ, чисто словеснымъ опредѣленіямъ. Другой примѣръ: преподаватель нерѣдко удѣляетъ довольно много времени объясненію дѣйствія электрофорной машины, что въ сущности является совершенно излишнимъ для пониманія основныхъ явленій и законовъ электричества.

Основное зло преподаванія авторъ видитъ въ ненадлежащемъ отношеніи къ преподаваемой наукѣ, которое выражается въ неправильномъ предпосланіи „интеллектуальныхъ средствъ“ для усвоенія предмета; этотъ корень зла Фолькманнъ называетъ „интеллектуализмомъ“ и противопоставляетъ ему такое изученіе, при которомъ учащійся какъ бы вновь переживаетъ науку.

Для читателя это новое понятіе „интеллектуализмъ“, которому Фолькманнъ не даетъ болѣе конкретнаго опредѣленія, можетъ служить лишь краснорѣчивымъ доказательствомъ того, какъ сильна и неискоренима схоластическая закваска даже у тѣхъ, которые, подобно Фолькманну, ополчаются противъ схоластики. Тѣмъ не менѣе авторъ, повидимому, приписываетъ большое значеніе интеллектуализму и ставитъ ему въ счетъ рядъ грѣховъ. Такъ, борьба Сократа съ

софистами была не что иное, какъ борьба съ интеллектуализмомъ, который претендовалъ на знаніе того, что недоступно нашему познанію. Проявленіемъ интеллектуализма Фолькманнъ считаетъ научный матеріализмъ XIX вѣка и современный монизмъ, который дѣлаетъ нашъ міръ болѣе бѣднымъ, чѣмъ онъ есть на самомъ дѣлѣ. Наконецъ, сюда же относится стремленіе къ причинному объясненію явленій. Въ дѣйствительности же въ физикѣ причинность не играетъ никакой роли. На этой точкѣ зрѣнія, ясно формулированной Кирхгофомъ*), стояли, по мнѣнію Фолькманна, творцы физической науки — Галилей и Ньютонъ.

Далѣе авторъ переходитъ къ другому проявленію интеллектуализма, которое онъ называетъ „математизированіемъ“ физики и которое заключается въ одностороннемъ увлеченіи математической формой въ ущербъ содержанію. Такое увлеченіе Фолькманнъ приписываетъ въ значительной степени вліянію извѣстной мысли Канта, что всякая отрасль естествознанія является дѣйствительной наукой лишь постольку, поскольку она пользуется математикой. Съ другой стороны, извѣстную роль здѣсь играютъ также и нѣкоторыя увлеченія въ преподаваніи самой математики. Такъ, напримѣръ, то количество времени и труда, которое удѣляется геометрическимъ задачамъ на построеніе и, въ частности, задачамъ на треугольники, по мнѣнію Фолькманна, не окупается достигаемымъ успѣхомъ и слишкомъ велико сравнительно съ научнымъ значеніемъ этихъ задачъ. Подобныя упражненія можно сравнить съ шахматной игрой. То же самое относится и къ замысловатымъ тригонометрическимъ задачамъ на спеціальныя случаи треугольниковъ и къ уравненіямъ высшихъ степеней съ нѣсколькими неизвѣстными, — вообще, ко всѣмъ тѣмъ задачамъ, въ которыхъ главную роль играетъ примѣненіе нѣкотораго, чисто и скусственного приѣма. Увлеченія въ этомъ направленіи грозятъ превратить учебныя занятія въ спортъ, доступный лишь малому числу избранныхъ. Въ связи съ подобнаго рода односторонностью находится и „математизированіе“ физики: получается иногда впечатлѣніе, что физика не имѣетъ самостоятельнаго значенія, а является лишь матеріаломъ для примѣненія математики. На испытаніяхъ по физикѣ въ нѣмецкихъ гимназіяхъ иногда предлагаются такія задачи, содержаніе которыхъ не имѣетъ почти никакого отношенія ни къ природѣ ни къ опыту, и которыя въ сущности представляютъ собой лишь математическое упражненіе. Далѣе, въ школѣ удѣляется особенное вниманіе и предпочтеніе тѣмъ отдѣламъ физики, въ которыхъ главную роль играетъ математическая формулировка и вычисленіе, какъ, напримѣръ, въ геометрической оптикѣ. Возьмемъ хотя бы оптику телескопа и микроскопа. Пониманіе относящихся сюда явленій, столь важное для физическаго образованія, отнюдь не можетъ быть достигнуто при помощи тѣхъ, элементарныхъ диоптрическихъ формулъ, которымъ посвящаютъ очень много времени и труда. Нужно также принять во вни-

*) Въ предисловіи къ своей „Механикѣ“ онъ говоритъ, что будетъ лишь описывать „происхожденіе явленія, а не разыскивать ихъ причины“.

маніе, что въ университетѣ преподаваніе физики на первыхъ семестрахъ имѣеть, главнымъ образомъ, экспериментальный характеръ, и что медики, химики, фармацевты и агрономы вовсе не идутъ дальше этой экспериментальной ступени. Мы должны согласиться поэтому, что преобладаніе математической стороны въ школьномъ преподаваніи физики не оправдывается необходимостью. Вспомнимъ также, что величайшій физикъ XIX вѣка Фарадей не пользовался вовсе математическимъ языкомъ.

Авторъ прибавляетъ тутъ же, что онъ самъ, какъ профессоръ теоретической физики, отнюдь не желаетъ умалять значенія математическихъ теорій физики. Напротивъ, онъ убѣжденъ, что знаніе теоретической физики даетъ преподавателю физики возможность углубить свой предметъ и достигнуть большей ясности: поэтому авторъ является сторонникомъ соединенія физики и математики въ рукахъ одного и того же преподавателя. Не нужно только превращать физику изъ естественной науки въ придатокъ къ математикѣ! Какъ использовать теоретическую физику для школьнаго преподаванія, этому лучше всего могутъ научить популярныя произведенія великихъ физиковъ: для этой цѣли авторъ горячо рекомендуетъ чтеніе популярныхъ лекцій и рѣчей Бесселя, Гельмгольца, Томсона, Планка; трудные вопросы теоретической физики излагаются здѣсь безъ помощи математики въ формѣ, доступной для широкой публики.

Въ заключеніе своей второй лекціи авторъ замѣчаетъ, что въ школьномъ преподаваніи, вообще, слишкомъ переоцѣниваются дедуктивные методы, и въ эту же сторону дѣйствуетъ и математика. Поэтому при преподаваніи физики представляется чрезвычайно желательнымъ выдвигать на первый планъ индуктивные пути познанія, имѣющіе столь коренное значеніе для всего естествознанія. Только такимъ способомъ можетъ быть сохранено должное равновѣсіе.

Третья лекція не имѣетъ прямого отношенія къ физикѣ и посвящена вопросамъ о приближенномъ и сокращенномъ вычисленіяхъ и о логарифмическихъ таблицахъ. Въ качествѣ университетскаго преподавателя физики авторъ успѣлъ убѣдиться, что воспитанники среднихъ учебныхъ заведеній не умѣютъ производить вычисленій. Ненормальная постановка преподаванія ариметики начинается уже въ низшихъ классахъ, удѣляющихъ чрезмѣрное вниманіе устному счету съ большими числами. Что касается старшихъ классовъ, то на развитіе искусства числовыхъ выкладокъ рѣшающее вліяніе здѣсь оказали требованія прикладной математики, — главнымъ образомъ, астрономіи, — такъ какъ практическія занятія по физикѣ лишь сравнительно недавно получили право гражданства въ университетѣ. Фолькманнъ считаетъ болѣе правильнымъ, чтобы въ средней школѣ искусство вычисленія развило свои собственные методы и считалось болѣе съ требованіями физики. Основное значеніе въ этомъ искусствѣ имѣетъ степень точности, и въ этомъ отношеніи авторъ раздѣляетъ взглядъ Герца, который въ своей диссертациі (1880) высказывается слѣдующимъ образомъ: „Погрѣшность въ $\frac{1}{100}$ истиннаго значенія образуетъ предѣлъ желательной точности, а погрѣшность въ $\frac{1}{1000}$ истиннаго значенія — предѣлъ возможной точности при опредѣленіи физиче-

ской постоянной". Въ интересахъ педагогическихъ авторъ дополняетъ мысль Герца понятіями нежелательной точности и невозможной точности. Соответственно съ этимъ трехъ—четырехъ десятичныхъ знаковъ вполне достаточно. Школа же, напротивъ, руководствуется понятіемъ какой-то абсолютной, псевдо-математической точности, что приводитъ лишь къ нагроможденію длиннаго ряда ненужныхъ знаковъ. Помимо напрасной затраты труда и времени, учащіеся усваиваютъ еще ложныя представленія о величинахъ. Автору, напримѣръ, не пришлось встрѣтить ни одного абитуріента, — не исключая наиболѣе способныхъ къ математикѣ и физикѣ, — который имѣлъ бы правильное пространственное представленіе о дуговой минутѣ или секундѣ: всѣ они несоразмѣрно переоцѣниваютъ значенія этихъ угловыхъ величинъ. А между тѣмъ реальное представленіе объ этихъ величинахъ могъ бы дать учащимся любой физическій инструментъ съ раздѣленнымъ кругомъ; весьма полезно было бы также демонстраціею способа отсчета угловъ посредствомъ зеркала и трубы.

Далѣе авторъ переходитъ къ логарифмическимъ таблицамъ. Впервые онѣ вошли въ употребленіе въ астрономіи и въ высшей геодезіи, т. е. въ такихъ областяхъ, гдѣ была уже достигнута высокая степень точности; соответственно съ этимъ первыя таблицы содержали семизначные логарифмы, которые были приняты также школой. Понятно поэтому, что, напримѣръ, бывшій канцлеръ Бюловъ говоритъ: „то былъ прекрасный моментъ моей жизни, когда я по окончаніи выпускнаго экзамена швырнулъ таблицу логарифмовъ въ печь съ сознаніемъ, что я ея уже больше не увижу“. Лишь съ большимъ трудомъ школа лѣтъ тридцать тому назадъ перешла къ пятизначнымъ логарифмамъ, а за послѣднее десятилѣтіе переходитъ къ четырехзначнымъ. А между тѣмъ несомнѣнно, что въ данномъ отношеніи потребности науки не совпадаютъ съ требованіями школы, и послѣдняя должна выработать для себя спеціальныя таблицы. По мнѣнію автора, для школы не столько важно научить вычисленію посредствомъ логарифмовъ, какъ вообще научить пользоваться различными таблицами; логарифмы могутъ быть четырехзначными; зато таблицы должны быть богаче и содержать, по крайней мѣрѣ, также натуральныя тригонометрическія функціи, а не только ихъ логарифмы, какъ принято до сихъ поръ. Однако, вычисленіе посредствомъ таблицъ не должно вытѣснить вычисленія безъ помощи таблицы, и преподаватель долженъ указывать учащимся, въ какихъ случаяхъ непосредственное вычисленіе проще и быстрѣ приводитъ къ цѣли. Авторъ считаетъ полезнымъ, чтобы учащіеся пользовались четырехзначными и трехзначными логарифмами; необходимо, чтобы въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ ученикъ могъ сознательно рѣшать, какими логарифмами цѣлесообразнѣе пользоваться. Исключительное пользованіе логарифмами съ однимъ и тѣмъ же опредѣленнымъ числомъ знаковъ является какъ бы прокрустовымъ ложемъ и не всегда соответствуетъ той степени точности, которая требуется въ томъ или другомъ вопросѣ.

Что касается вычисленій съ сокращенными десятичными дробями, то они полезны не только въ смыслѣ экономіи труда, уменьшая почти наполовину число искомыхъ цифръ, но очень

цѣнны еще и потому, что лучше всего могутъ способствовать уясненію понятія о порядкѣ величины. Очень нерѣдко учащіеся при помощи такого громоздкаго средства, какъ логарифмическія таблицы, вычисляютъ пять и даже больше десятичныхъ знаковъ, и при этомъ, однако, уже первая цифра бываетъ невѣрна; мало того, самый порядокъ величины оказывается иногда въ тысячу, въ миллионъ разъ больше истиннаго! Необходимо поэтому, чтобы задачу на вычисленіе учащійся рѣшалъ въ два приѣма: сперва онъ устанавливаетъ порядокъ величины посредствомъ такъ называемаго приближеннаго вычисленія, которое производится съ одной или двумя значащими цифрами и степенями десяти; лишь послѣ этого опредѣляются числа съ той степенью точностью, которая вытекаетъ изъ требованій задачи. Во многихъ случаяхъ достаточно было бы ограничиться опредѣленіемъ порядка величины.

Въ заключеніе своей лекціи о счетѣ Фолькманнъ замѣчаетъ, что въ этой области средняя школа не можетъ руководиться одною послѣдовательно проведенной точкой зрѣнія, а должна прибѣгнуть къ дифференцировкѣ. Въ младшихъ классахъ приходится считаться съ требованіями обыденной жизни и практическаго счега, какимъ долженъ владѣть, напримѣръ, купецъ, тогда какъ въ старшихъ классахъ на первый планъ должна быть выдвинута чисто научная точка зрѣнія, главнымъ образомъ, въ связи съ требованіями физики.

Свою четвертую лекцію авторъ начинаетъ слѣдующимъ тезисомъ: школьное преподаваніе физики должно находиться въ постоянномъ соприкосновеніи съ основнымъ источникомъ познанія — съ наблюденіемъ и опытомъ. Если университетское преподаваніе физики ставитъ себѣ цѣлью научить студента разрѣшать физическія задачи, то средняя школа отнюдь не должна подражать этому примѣру. На первомъ мѣстѣ здѣсь долженъ стоять опытъ въ буквальный смыслъ непосредственнаго испытыванія, переживанія фактовъ; вмѣсто разсужденій о мнимыхъ причинахъ и вмѣсто математическихъ формулъ и рѣшенія особаго рода задачъ, въ средней школѣ полезнѣе ограничиваться простыми описаніемъ фактовъ.

Особенно благодарный матеріалъ для оживленія уроковъ могутъ дать экскурсіи въ область метеорологіи и исторіи физики. Наблюденіе метеорологическихъ явленій можетъ быть рекомендовано учащимся всѣхъ классовъ, въ которыхъ преподается физика; ничто такъ не способствуетъ развитію наблюдательности и умѣнья видѣть. Такія явленія, какъ радуга, главная и побочная вѣтви (цвѣтныя кольца) вокругъ солнца и луны, ложныя солнца, могутъ быть наблюдаемы каждымъ. Въ младшихъ классахъ придется, конечно, ограничиться упрощеннымъ объясненіемъ этихъ явленій, и лишь въ старшихъ классахъ то же самое явленіе получить болѣе подробное и точное объясненіе. При помощи простыхъ самодѣльныхъ приборовъ, въ родѣ квадранта съ отвѣсомъ, учащіеся могли бы также производить нѣкоторыя измѣренія, — напримѣръ, измѣрить видимый діаметръ луны, высоту свѣ-

тила надъ горизонтомъ. Одно и то же явленіе рекомендуется наблюдать и описать не одинъ разъ, а нѣсколько; описаніе каждый разъ будетъ дополняться новыми, раньше не замѣченными деталями. Подобныя наблюденія въ сильной степени способствуютъ развитію въ учащихся любви къ природѣ — лучший залогъ успѣха въ занятіяхъ физикой!

Весьма полезны и желательны также метеорологическія наблюденія въ тѣсномъ смыслѣ слова, т. е. наблюденія погоды посредствомъ термометра, барометра и гигрометра и при помощи самопишущихъ приборовъ. Метеорологическія карты и телеграммы теперь весьма распространены и доступны; нетрудно познакомить учащихся съ основами предсказанія погоды и приучать ихъ свѣрять предсказанія съ дѣйствительностью. Въ небольшихъ городахъ цѣлесообразно даже поручить учащимся обслуживаніе метеорологической станціи со всеми ея инструментами. Непосредственно переживая разочарованія и радости самостоятельнаго изслѣдованія, хотя бы въ скромныхъ предѣлахъ, учащійся приобретаетъ дѣйствительное знакомство съ наукой и любовь къ ней.

Высокую цѣнность для преподаванія представляютъ избранныя главы изъ исторіи физики. Авторъ имѣетъ въ виду не анекдоты, а воспроизведеніе тѣхъ опытовъ, которые сыграли выдающуюся роль въ исторіи науки, — напримѣръ, опытовъ Галилея съ паденіемъ тѣлъ по наклонной плоскости.

Долженъ ли преподаватель останавливаться на результатахъ новыхъ и даже новѣйшихъ изслѣдованій? На этотъ вопросъ авторъ отвѣчаетъ отрицательно. Когда новому удѣляется слишкомъ много вниманія, въ учащемся можетъ развиваться нездоровая склонность къ новизнѣ и въ связи съ этимъ пренебрежительное отношеніе ко всему старому, къ научному достоянію, которое мы унаслѣдовали вѣками. Къ тому же вопросы, которыми занимается новѣйшее изслѣдованіе, слишкомъ сложны и трудны для средней школы.

Авторъ не совѣтуетъ также увлекаться техническими примѣненіями физики. На такихъ прекрасныхъ примѣрахъ, какъ паровая машина, динамо, телеграфъ и телефонъ, преподаватель выяснитъ, конечно, учащимся взаимоотношенія между физикой и техникой. Но отнюдь не слѣдуетъ выдвигать техническихъ приложений на первый планъ, такъ какъ этимъ умалялась бы самодовлѣющая, чисто научная цѣнность физики.

Вопросъ о практическихъ занятіяхъ по физикѣ въ средней школѣ авторъ считаетъ пока открытымъ, такъ какъ онъ не знаетъ съ увѣренностью, подѣ силу ли учащимся практическія занятія въ той формѣ, какая представляется ему желательной. Авторъ не является сторонникомъ „фронтowych“ упражненій, состоящихъ въ томъ, что весь классъ рѣшаетъ одновременно одну и ту же задачу на цѣломъ рядѣ одинаковыхъ приборовъ. Помимо дороговизны такой системы, требующей большихъ затратъ на покупку множества одинаковыхъ приборовъ, она представляется нежелательной и вслѣдствіе своего гнетущаго однообразія. Гораздо плодотворнѣе система упражненій группами, которыя работаютъ одновременно каждая надъ своей за-

дачей. Такой, методъ, конечно, труднѣе для преподавателя, которому приходится руководить одновременно рѣшеніемъ множества различныхъ задачъ. Ссылаясь на свой опытъ въ качествѣ руководителя подобныхъ лабораторныхъ занятій въ университетѣ, авторъ полагаетъ, что встрѣчающіяся при этомъ затрудненія вполнѣ преодолимы. Онъ и его ассистентъ выработали рядъ задачъ; къ каждой задачѣ былъ приложенъ на отдѣльномъ листѣ бумаги протоколъ съ краткимъ указаніемъ рѣшенія. Послѣ того какъ задача рѣшалась учащимися, въ протоколъ на основаніи опыта вносились дополненія и поправки, и такимъ путемъ редакция протоколовъ постепенно совершенствовалась. Во многихъ случаяхъ учащіеся сами предлагали тѣ или другія измѣненія, и болѣе способнымъ поручалось даже изготовленіе новыхъ протоколовъ. Такая система способствуетъ оживленному плодотворному обмѣну мыслей между практикантами; тѣ, которые уже рѣшили данную задачу, дѣлятся своими соображеніями съ тѣми, которые только приступаютъ къ ней, и въ иныхъ случаяхъ являются такимъ образомъ лучшими учителями, чѣмъ самъ учитель.

Практическія занятія обыкновенно въ теченіе ряда недѣль, или мѣсяцевъ посвящаются одному какому-нибудь отдѣлу: механикѣ, теплотѣ, оптикѣ, электричеству; помимо этого ограниченія практическія занятія не должны быть непосредственно связаны съ теоретическими. Но, конечно, преподаватель часто имѣетъ возможность во время практическихъ занятій объяснить или дополнить то, что осталось незатронутымъ на урокахъ, и обратно. При описанной системѣ число задачъ соотвѣтствуетъ числу рабочихъ столовъ; приборы и матеріалы остаются все время на своихъ мѣстахъ, и смѣняются лишь ученики, переходящіе отъ одной задачи къ другой. Каждая задача рѣшается въ два приема. Сперва ученикъ производитъ, такъ сказать, рекогносцировку въ новой для него области; онъ обдумываетъ и взвѣшиваетъ всѣ обстоятельства, стараясь овладѣть всей ситуаціей. Въ этой подготовительной работѣ центръ тяжести всей задачи и залогъ успѣха. Затѣмъ учащійся переходитъ къ плановѣрнымъ дѣйствіямъ и описанію.

Въ видѣ примѣра Фолькманнъ рекомендуетъ задачи такого рода: опредѣленіе ускоренія силы тяжести простыми средствами и, по возможности, по различнымъ методамъ; опредѣленіе механическаго эквивалента теплоты и т. п. Особенное вниманіе должно быть обращено на степень достижимой точности и на степень точности, достигнутой въ дѣйствительности.

Подобныя упражненія полезны, между прочимъ, и въ томъ отношеніи, что даютъ учащимся истинное понятіе о задачѣ, согласное съ дѣйствительностью, съ которой мало общаго имѣютъ большинство ходячихъ фикцій, извѣстныхъ подъ названіемъ задачъ.

Говоря о практическихъ занятіяхъ по физикѣ, авторъ до сихъ поръ имѣлъ въ виду свой опытъ въ высшей школѣ; въ средней же школѣ придется, конечно, ограничиться подборомъ легкихъ задачъ, а болѣе сложныя предлагать только наиболѣе способнымъ учащимся. Не установлено еще, впрочемъ, въ какой мѣрѣ описанная система занятій осуществима въ средней школѣ. Нѣкоторые педагоги относятся къ ней отрицательно, рекомендуя вмѣсто того „фронтонныя“ упражненія.

Что касается автора, то онъ скорее готовъ совѣтъ отказаться отъ практическихъ занятій въ средней школѣ, чѣмъ примириться съ мертвящимъ однообразиемъ фронтальной системы.

Въ заключеніе авторъ замѣчаетъ, что физика, какъ одинъ изъ предметовъ учебной программы, находится въ тѣсной связи со всей школьной программой. Судьба физики въ средней школѣ существенно зависитъ отъ того или иного рѣшенія общихъ вопросовъ; о главныхъ и второстепенныхъ предметахъ, о размѣрахъ программъ, о переобремененіи учащихся и борьбѣ съ этимъ зломъ и т. д. Большое значеніе имѣетъ также общій духъ школы; такъ, напримѣръ, преобладавшее въ прошломъ столѣтіи господство классической филологіи отразилось и на преподаваніи точныхъ наукъ, и одностороннее увлеченіе Евклидомъ врядъ ли соответствуетъ дѣйствительнымъ интересамъ школы.

Въ выборѣ и переработкѣ учебнаго матеріала средняя школа должна пользоваться извѣстной свободой и независимостью, не теряя, однако, тѣснаго и живого соприкосновенія съ постоянно развивающейся наукой и ея требованіями. Ничто такъ не опасно для школы, какъ культивированіе своеобразной школьной науки, которая весьма далека отъ настоящей науки и главную свою цѣль видитъ въ достиженіи внѣшнихъ, чисто показныхъ успѣховъ. Подобнаго рода стремленія, питаемая нецѣлесообразной системой экзаменовъ, влекутъ за собой совершенно ненужное обремененіе учащихся, которое отнюдь не вытекаетъ изъ истинныхъ задачъ преподаванія. Для устраненія этого зла желательно было бы болѣе тѣсное соприкосновеніе средней школы съ высшей, и съ этой цѣлью министерство могло бы организовать общеніе людей науки съ педагогическими совѣтами для обмѣна мыслей по вопросамъ преподаванія.

БИБЛИОГРАФІЯ.

II. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакція сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

А. Р. Кулишеръ. *Учебникъ геометріи. Курсъ подготовительный.* Съ 130 рисунками, 5 таблицами въ краскахъ и тремя приложеніями. Стр. XII + 130. Ц. 90 к. Изданіе книжнаго магазина П. В. Луковникова. П. 1914.

Въ предисловіи авторъ указываетъ на существенныя особенности подготовительнаго курса геометріи, благодаря которымъ послѣдній отличается, съ одной стороны, отъ того, что можно было бы назвать предметными уроками геометріи, съ другой стороны — отъ старыхъ систематическихъ курсовъ, не исключающихъ примѣненія наглядныхъ пособій. Одной изъ такихъ особенностей является построение курса въ томъ направленіи, при которомъ наряду съ выясненіемъ геометрической стороны того міра, въ которомъ ребенокъ живетъ, растетъ и будетъ дѣйствовать, была бы принята въ расчетъ присущая каждому ребенку способность и потребность къ выполнению умозаключеній. Книга предназначена для учащихся: по мѣрѣ разработки въ классѣ той или другой группы представленій, прочитываются соответственные страницы текста. Разсматриваніе рисунковъ и таблицъ въ краскахъ въ связи съ отвѣтами на вопросы, находящіеся въ текстѣ, способствуетъ укрѣпленію свѣдѣній, вынесенныхъ ранѣе изъ обсужденія во время классныхъ занятій, ихъ систематизація, а также является источникомъ новыхъ вопросовъ со стороны учащихся.

Со стороны содержанія данный курсъ обнимаетъ значительную часть тѣхъ плоскихъ и пространственныхъ образовъ, съ которыми придется позже встрѣтиться въ систематическомъ курсѣ и которые во многихъ случаяхъ будутъ привлекать вниманіе ребенка въ окружающей его обстановкѣ. Исходной точкой являются тѣла трехъ измѣреній, рабочей фигурой являются прямоугольникъ, изъ котораго слѣдуетъ рядъ новыхъ плоскихъ и пространственныхъ образовъ. Такъ совокупность прямоугольниковъ имѣющихъ одну и ту же высоту, приводитъ къ возникновенію полосы. Пересѣченіе полосъ является способомъ получения новаго вида четырехугольника-параллелограмма. Склеиваніе діаграммы, составленной изъ полосъ приводитъ къ возникновенію пространственнаго образованія призматической трубы. Пересѣченіе призматической трубы плоскостями, перпендикулярными или наклонными къ ея ребрамъ, является источникомъ полученія новыхъ для учащихся видовъ тѣлъ-призмъ (прямыхъ и наклонныхъ) и т. д. Сообразно съ этимъ ходомъ занятій, достаточное мѣсто удѣлено перпендикулярности и параллельности на плоскости и въ пространствѣ. Основанный на разумной самостоятельности учащихся, курсъ этотъ не предусматриваетъ обилія наглядныхъ пособій и можетъ быть проведенъ при самыхъ незначительныхъ затратахъ со стороны учащихся и школы. Все изученное (курсъ заканчивается вычисленіемъ объемовъ и поверхностей цилиндра, конуса, шара) добыто въ извѣстной мѣрѣ личнымъ трудомъ и наблюдательностью учащихся и можетъ быть ими воспроизведено и примѣнено. Къ концу занятій должны стать близкими учащемуся слѣдующія руководящія идеи: равенство и неравенство (отрѣзковъ, угловъ, площадей, объемовъ, равновеликости, симметрія (а также равенство въ силу симметріи), связь между различными пространственными и плоскостными образами, возможность возникновенія новыхъ формъ, идея расположенія, порядка, текучести геометрическихъ фигуръ, доказуемость тѣхъ заключеній относительно свойствъ пространства, которая раньше были добыты инымъ путемъ, преобразованія по подобію и симметріи, а также приложимость всѣхъ добытыхъ свѣдѣній къ большому кругу явленій повседневной жизни, къ задачамъ строительнаго и инженернаго дѣла, къ измѣреніямъ на мѣстности и вопросамъ изученія природы. Пользованіе такими обобщающими представленіями, какъ пучекъ и связка прямыхъ, которые при повтореніи могутъ служить звеномъ между различными образами, изученіе фигуръ со стороны расположенія, а также многочисленные методическіе приемы наряду съ введеніемъ въ достаточной мѣрѣ эстетическаго элемента, являются также одной изъ особенностей учебника. Въ предисловіи, дополненіяхъ и текстѣ авторъ разсматриваетъ нѣкоторые вопросы такъ, что преподаватель получаетъ достаточныя указанія для проведенія курса, многократно провереннаго авторомъ на дѣлѣ. Книга предназначена для младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній (указано, какъ распределить время, если не вносить измѣненій въ существующіе учебные планы средней школы и принять во вниманіе ту помощь, какую оказываетъ данный курсъ съ его обоб-

шеніемъ и приложеніями преподаванію ариѳметики, алгебры, а также другихъ предметовъ), для начальныхъ и городскихъ 4-классныхъ училищъ, а также для учреждений, подготовляющихъ преподавателей. Не безполезной можетъ оказаться и (уже оказалась) книга при занятіяхъ съ подростками и взрослыми на вечернихъ курсахъ. Пять таблицъ въ краскахъ даютъ представленіе о рабѣ ботахъ учащихся. Изображены на нихъ фигуры въ уменьшенномъ размѣрѣ, напоминаютъ окраской и видомъ выполненные карандашомъ работы учащихся.

А. Кулишеръ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) двѣхъ переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 215 (6. сер.). Доказать неравенство

$$(a_1^m + a_2^m + \dots + a_n^m)(a_1^{n-m} + a_2^{n-m} + \dots + a_n^{n-m}) \geq n^2 a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n,$$

гдѣ a_1, a_2, \dots, a_n — данныя положительныя числа, а m — любое вещественное число.

Л. Закутинскій (Черкассы).

№ 216 (6. сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^2 + 4x\sqrt{x+1} + 8x - 8\sqrt{x+1} + 8 = 0.$$

В. Тюнингъ (Самара).

№ 217 (6. сер.). Построить треугольникъ, зная его основаніе, медиану и биссектрису, проведенныя изъ противоположной вершины.

(Займств.).

№ 218 (6. сер.). Найти общій видъ многочленовъ $f(x)$ четвертой степени, удовлетворяющихъ тождеству

$$f(x) = f(1-x).$$

Рѣшить уравненіе $f(x) = 0$, гдѣ $f(x)$ есть данный многочленъ указаннаго свойства.

(Займств.).

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 161 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$(x+y)(x+y^2)(x+y^3)=135.$$

Данное уравненіе не можетъ имѣть корней, удовлетворяющихъ одновременно неравенствамъ $x > 2$, $y > 2$, такъ какъ въ противномъ случаѣ лѣвая часть была бы не меньше числа $(3+3)(3+3^2)(3+3^3)$, равнаго 2160, а потому не могла бы равняться 135. Итакъ, либо $0 < x \leq 2$, либо $0 < y \leq 2$, при чемъ по условію x и y числа цѣлыя, т. е. или x или y должно принимать при существованіи цѣлыхъ рѣшеній одно изъ двухъ значений 1 или 2. Полагая $x=1$ и подставляя въ выраженіе $(x+y)(x+y^2)(x+y^3)$ послѣдовательно значенія $x=1$, $y=1$; $x=1$, $y=2$ буквъ x и y , находимъ, что $x=1$, $y=2$ есть рѣшеніе данного уравненія въ цѣлыхъ положительныхъ числахъ, а подстановкѣ $x=1$, $y=1$ не даетъ рѣшенія. Если же $x=1$ и $y > 2$, то

$$(1+y)(1+y^2)(1+y^3) > (1+2)(1+2^2)(1+2^3)=135.$$

Поэтому при $x=1$ возможно лишь рѣшеніе $x=1$, $y=2$. При $x=2$, $y=1$ лѣвая часть данного уравненія обращается въ 27, а при $x=2$, $y \geq 2$ находимъ, что

$$(2+y)(2+y^2)(2+y^3) \geq (2+2)(2+2^2)(2+2^3)=240,$$

откуда слѣдуетъ, что предположеніе $x=2$ вовсе не даетъ цѣлыхъ рѣшеній. Предположеніе $y=1$ при x цѣломъ невозможно, такъ какъ при этихъ условіяхъ лѣвая часть данного уравненія обращается въ точный кубъ $(x+1)^3$, а правая не есть точный кубъ. Наконецъ, при $y=2$, $x=1$ опять приходимъ къ полученному выше рѣшенію, а при $x \geq 2$, $y=2$ снова получимъ, что

$$(x+2)(x+2^2)(x+2^3) \geq (2+2)(2+2^2)(2+2^3)=240,$$

откуда вытекаетъ, что предположеніе $y=2$ не даетъ новыхъ рѣшеній. Итакъ, $x=1$, $y=2$ есть единственное рѣшеніе данного уравненія въ цѣлыхъ положительныхъ числахъ.

Е. Снятковъ (Минскъ); С. Конюховъ (Томскъ); М. Софроновъ (Уральскъ); П. Безчеревныхъ (Благовѣщенскъ); И. Зюзинъ (с. Архангельское); А. Ильинъ (Кіевъ); А. Иткинъ (Петроградъ); С. Каменецкій (Серпуховъ); Г. Михневичъ (Одесса).

№ 172 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$\frac{x}{y} = \frac{y^5 - 665}{x^5 - 665}.$$

Освобождая данное уравненіе отъ знаменателей, представляемъ его послѣдовательно въ видѣ

$$(1) \quad x^6 - 665x = y^6 - 665y, \quad x^6 - y^6 = 665(x - y),$$

$$(2) \quad (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = 665(x - y).$$

Уравненіе (2) удовлетворяется любыми равными цѣлыми значеніями x и y ; нельзя лишь положить $x = y = 0$, такъ какъ первоначально предложенное урав-

нение теряет смысл, если $y=0$. Если же $x \neq y$, то, сокращая уравнение (2) на $x-y$, представляем его въ видѣ

$$(3) \quad (x+y)(x^4+x^2y^2+y^4)=665.$$

Изъ этого уравненія видно, что при x и y цѣлыхъ число $x^4+x^2y^2+y^4$ есть положительный дѣлитель числа 665, а потому и сумма $x+y$ есть также положительный дѣлитель числа 665. Слѣдовательно, одно изъ чиселъ x или y положительно, при чемъ все равно, какое именно положительно, въ виду симетріи уравненія (3) относительно x и y ; напริมѣръ, пусть (4) $x > 0$. Такъ какъ $x^4+x^2y^2+y^4$ есть дѣлитель числа 665, то $x^4+x^2y^2+y^4 \leq 665$, а такъ какъ каждое изъ трехъ слагаемыхъ суммы $x^4+x^2y^2+y^4$ не отрицательно, то тѣмъ болѣе $x^4 \leq 665$, $y^4 \leq 665$. Поэтому [см. (4)] $0 < x \leq 5$, $|y| \leq 5$, при чемъ, какъ выше указано, $0 < |y|$ (слѣдуетъ замѣтить, что если бы мы рѣшали уравненіе (3) въ цѣлыхъ числахъ независимо отъ первоначальнаго уравненія, то все равно нельзя положить $y=0$, такъ тогда мы имѣли бы $x^5=665$, а 665 не есть точная пятая степень цѣлага числа). Итакъ $0 < x \leq 5$, $0 < |y| \leq 5$, откуда слѣдуетъ, что для рѣшенія уравненія (3) въ цѣлыхъ числахъ надо провѣрить возможность одного изъ предположеній (5) $x=1, 2, 3, 4, 5$ и (6) $|y|=1, 2, 3, 4, 5$. Казалось бы, что надо испытать всѣ 25 комбинацій предположеній (5) и (6) относительно x и y . Но, въ силу симетріи дѣлителя $x^4+x^2y^2+y^4$ числа 665 относительно x и y и въ силу четности показателей при x и y въ этомъ же выраженіи, достаточно отобрать лишь пары возможныхъ значеній x и $|y|$, при которыхъ выраженіе $x^4+x^2y^2+y^4$ дѣлительно равно одному изъ дѣлителей числа 665, а потомъ уже рѣшить вопросъ о знакахъ при y . Кромѣ того, x и y должны быть числами взаимно простыми, такъ какъ въ противномъ случаѣ числа $x+y$ и $x^4+x^2y^2+y^4$ имѣли бы общаго дѣлителя, большаго единицы, а потому [см. (3)] число 665 дѣлилось бы на квадратъ числа большаго единицы, что невозможно, такъ какъ 665 равно произведенію простыхъ чиселъ 5, 7 и 19. Итакъ, среди комбинацій равенствъ (5) и (6) отпадаютъ пары равныхъ значеній x и $|y|$, кромѣ $x=|y|=1$, а также отпадаютъ комбинаціи $x=2$, $|y|=4$ и $x=4$, $|y|=2$. Остается для x и $|y|$ десять паръ значеній: 1, 1; 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; 2, 3; 2, 5; 3, 4; 3, 5; 4, 5. Подставляя эти пары значеній въ выраженіе $x^4+x^2y^2+y^4$, мы убѣждаемся, что лишь при $x=2$, $|y|=3$ (или $x=3$, $|y|=2$) это выраженіе обращается въ дѣлителя числа 665, равнаго 133, при чемъ $x+y$ [см. (3)] должно равняться 5. Такъ какъ при этихъ единственно возможныхъ пробѣхъ $x+|y|=5=x+y$, то при $x=2, 3$ соответственно $y=3, 2$. Итакъ, равенства $x=y=t$, гдѣ t —любое отличное отъ нуля чѣсло, $x=2$, $y=3$ и $x=3$, $y=2$ даютъ всѣ возможные цѣлыя рѣшенія даннаго уравненія; если бы мы вмѣсто него рѣшали вообще равносильное ему уравненіе (1), то получились бы еще и рѣшеніе $x=y=0$.

В. Шидловскій (г. Шлокъ); А. Ильинъ (Кіевъ); П. Безчеревныхъ (Благовѣщенск.); А. Зюзинъ (с. Татьяино); М. Бабинъ (Могилевъ); А. Стафійчукъ (с. Пужайково).

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернеть.

Дозволено военной цензурой.

Типографія „Техникъ“ — Одесса, Екатерининская, 58.

Обложка
щется

Обложка
щется