

№ 620.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Привать-доцента В. Ф. КАГАНА.

Второй серіи

II-го семестра № 8.



ОДЕССА

Типографія „Техникъ“ — Екатерининская, 58.

1914.

<http://voiem.ru>

ВОКРУГЪ СВѢТА

Кромѣ 50 №№ журнала подписчики получаютъ:

по I абонементу:

36 книгъ полного собранія романовъ, повѣстей, драмъ, избранныхъ историческихъ сочиненій и стихотвореній

ВИКТОРА ГЮГО

съ критико-биографическимъ очеркомъ.

Въ 1915 году исполняется XX-лѣтіе со дня смерти этого гениальнаго писателя и поэта, въ произведеніяхъ котораго отразилась вся жизнь Франціи, ея исторія и національный духъ французскаго народа.

Содержаніе 36 книгъ:

РОМАНЫ И ПОВѢСТИ:

Соборъ Парижской Богоматери.—Отверженные.—Труженики моря.—Человѣкъ, который смѣется.—Девяносто третій годъ.—Ганъ Исландецъ.—Бюгъ Жаргаль.—Послѣдній день приговореннаго.—Клодь Гё.

ДРАМАТИЧЕСКІЯ ПРОИЗВЕДЕНІЯ:

Эми Робсартъ.—Кромвель.—Торквемада.—Маріонъ де-Лормъ.—Король забавляется.—Лукреція Борджія.—Марія Тюдоръ.—Рюи Блазъ.—Бургграфы.—Эрнани.—Анджело.—Эсмеральда.—Близнецы.

ИСТОРИЧЕСКІЯ СОЧИНЕНІЯ:

Исторія одного преступленія (Наполеонъ III и франко-прусская война 1870 г.).—Изъ видѣннаго.

ИЗБРАННЫЯ СТИХОТВОРЕНІЯ ИЗЪ СБОРНИКОВЪ:

Оды и баллады.—Восточные мотивы.—Осенніе листья.—Легенды вѣковъ.—Внутренніе голоса.—Свѣтъ и тѣни.—Пѣсни сумерокъ.—Возмездіа.—Пѣсни улицъ и лѣсовъ.—Созерцанія.—Настроенія.—Роковые годы.—Грозная година. Искусство быть дѣдомъ.—Моя лира.

по II абонементу:

12 книгъ собранія сочиненій американскаго писателя

Брэтъ-Гарта

Разсказы Брэтъ-Гарта посвящены природѣ американскаго дальняго запада, разбойничьимъ и охотничьимъ ПРИКЛЮЧЕНІЯМЪ и калифорнийскимъ золотоискателямъ.

12 роскошно иллюстрирован. сборниковъ
„Міровая война“
въ РАЗСКАЗАХЪ и ИЛЛЮСТРАЦІЯХЪ.

Военные разсказы.—Дневники участниковъ и очевидцевъ.—Описанія выдающихся эпизодовъ и сраженій на сушѣ, битвъ, въ воздухѣ, на водѣ и подъ водой и подвиговъ ея героевъ.

12 КНИГЪ сочиненія
французскаго географа
ЭЛИЗЕ РЕКЛЮ

**„Народы и страны —
Западной Европы“**

въ новомъ переводѣ и съ дополненіями члена географическаго института имени Э. Реклю, въ Брюсселѣ, Н. К. Лебедева.

Богато иллюстрированное изданіе.

Содержаніе 12 книгъ:

I. Франція.—II. Великобританія.—III. Бельгія.—IV. Германія.—V. Австро-Венгрія.—VI. Италія.—VII. Швейцарія.—VIII. Испанія и Португалія.—IX. Греція, Европ. Турція и Болгарія.—X. Румынія.—Сербія.—Черногорія и Албанія.—XI. Голландія и Данія.—XII. Швеція и Норвегія.

по III абонементу:

Кромѣ 50 №№ журнала, всѣ приложенія къ I и II абонем., а именно: **36** книгъ полнаго собр. соч. **ВИКТОРА ГЮГО**, **12** книгъ собр. соч. **БРЭТЪ-ГАРТА**, **12** сборникъ „Міровая Война“ и **12** книгъ соч. **ЭЛИЗЕ РЕКЛЮ**, **Народы и страны Западной Европы**.

Подписная цѣна съ доставкой и пересылкой **7** р.; III абонем.— **12** р.
на годъ: I и II абонем. по

Допускается разсрочка для I и II абон.—3 р. при подп., 2 р. къ 1 апр. и 2 р. къ 1 июля.
подписной платы: для III абонем.—5 р. при подп., 4 р. къ 1 апр. и 3 р. къ 1 июля.

Подписчики I абон., заявившіе при подпискѣ о желаніи получить, кромѣ **36** книгъ сочин. Виктора Гюго, любое изъ трехъ приложеній **10** р. Допускается разсрочка при подпискѣ II абонем. (по своему выбору) уплачиваютъ къ 4 р., къ 1 апр. 3 р., къ 1 июля 3 р.

Контора журнала „ВОКРУГЪ СВѢТА“. Москва, Тверская, домъ № 48.

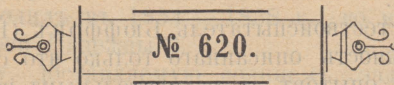
Изданіе Т-ва И. Д. Сытина.

Редакторъ Вл. А. Поповъ.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.



Содержаніе: Утилизациа солнечной энергіи. Г. Аббота. — О соотношеніи между вписанными и центральными углами круга. Н. Извольскаго. — Законъ тройной перемѣстительности въ произведеніи логарифмовъ. Г. Бархова. — Полемика. Отвѣтъ на статью прив.-доц. В. Ф. Кагана, помѣщенную въ № 616 «Вѣстника». В. Шидловскаго. — Библиографія. I. Рецензій. Д. Л. Волковскій. „Дѣтскій міръ въ числахъ“. А. Кулишера. II. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. А. И. Ивановъ, О. І. Кучевскій, А. Н. Николаевъ, И. А. Челюстникъ, И. Ф. Ягвдъ. „Постановка классныхъ опытовъ по физикѣ“. — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Задачи № № 219 — 222 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. № № 162, 171, 175 и 176 (6 сер.). — Объявленія.

Утилизациа солнечной энергіи.

Изъ сочиненія Г. Аббота: „Солнце“.

(Переводъ съ англійскаго).

Въ настоящее время міровая промышленность и обмѣтъ производятся главнымъ образомъ при помощи угля или машинъ съ внутреннимъ сгораніемъ, получающихъ свое топливо отъ продуктовъ разложенія доисторической растительности, въ которыхъ скоплена малая доля солнечной энергіи давно минувшихъ временъ. Современное грандіозное развитіе электрической утилизациа водяной силы тоже зависитъ отъ солнца. Въ самомъ дѣлѣ, подѣ дѣйствіемъ солнечной теплоты вода испаряется изъ океановъ, озеръ, рѣкъ и почвы, переносится внутрь страны и выпадаетъ въ видѣ осадковъ благодаря воздушной циркуляци, которая поддерживается солнечной теплотой, и, наконецъ, стекая внизъ по рѣкѣ, можетъ быть использована для работы. Другой неизсякаемый источникъ водяной силы, которымъ до сихъ поръ пока еще почти не пользуются, представляютъ собой волны океана и волны приливовъ и отливовъ, которыя въ высокой степени тоже зависятъ отъ солнца. Врядъ ли нужно останавливаться на этихъ хорошо извѣстныхъ источникахъ силы: мы перейдемъ къ разсмотрѣнію различныхъ

болѣе непосредственныхъ способовъ, которые были предложены для использованія энергіи солнечныхъ лучей.

Опыты съ зажигательными зеркалами.

Разсказываютъ, что во время осады Сиракузъ въ 214 г. до Р. Хр. знаменитый математикъ Архимедъ сжегъ или обратилъ въ бѣгство римскій флотъ подъ предводительствомъ Марцелла, направивъ на корабли солнечные лучи, собранные съ помощью воздвигнутыхъ на берегу зажигательныхъ зеркалъ. Нѣкоторые считаютъ это недостовернымъ, но такъ или иначе орудія подобнаго рода, повидимому, воскресаютъ въ наши дни.

Французскій естествоиспытатель Бюффонъ (Buffon, 1707 — 1788) испробовалъ возможность описаннаго только что способа. Въ 1747 г. онъ произвелъ рядъ опытовъ съ зажигательнымъ зеркаломъ, построеннымъ изъ 360 плоскихъ стеклянныхъ зеркалъ, размѣромъ каждое въ 16×22 см. Всѣ зеркала были укрѣплены въ одной рамѣ, но каждое могло быть направляемо отдѣльно, такъ что всѣ зеркала могли концентрировать отраженные ими лучи въ одномъ фокусѣ на какомъ-либо желаемомъ разстояніи. Соотвѣтственно съ угловымъ діаметромъ солнца, фокусъ имѣлъ около 44 см. въ діаметрѣ на разстояніи 50 м. и пропорціонально меньшій діаметръ при болѣе короткомъ фокальномъ разстояніи. Этимъ способомъ Бюффону удалось зажечь дрова на разстояніи 68 м. Съ помощью 45 зеркалъ онъ расплавилъ 3 кг. олова въ котлѣ въ разстояніи 6,5 м., а посредствомъ 117 зеркалъ расплавилъ серебро на такомъ же разстояніи. Съ помощью этихъ опытовъ Бюффонъ доказалъ, что приписываемый Архимеду военный подвигъ не представляетъ ничего невозможнаго.

Въ 1755 году дрезденскій механикъ Гёзенъ (Hoesen) началъ строить зеркала съ параболоидальной кривизной. Одно такое зеркало имѣло болѣе 3 м. въ діаметрѣ и было изготовлено столь хорошо, что собирало солнечные лучи въ фокусѣ съ діаметромъ въ 1,3 см. Съ помощью одного зеркала Гёзена съ діаметромъ, въ два раза меньшимъ, Вольфъ (Wolf) возстановлялъ рядъ металлическихъ рудъ, а монеты расплавлялъ почти мгновенно.

Принципъ нагрѣтыхъ ящиковъ.

Швейцарскій естествоиспытатель, Соссюръ (de Saussure 1740 — 1799) изготовилъ пять стеклянныхъ полукубовъ такихъ размѣровъ, чтобы одинъ входилъ внутрь другого и чтобы между ними оставался еще воздушный промежутокъ. Эти сосуды были поставлены вверхъ дномъ на вычерненной доскѣ изъ вещества, не проводящаго теплоты, и между ними, а также въ наружномъ воздухѣ были помѣщены термометры. Самую высокую температуру, въ 87,5 Ц., обнаружилъ термометръ, находившійся между четвертымъ и пятымъ ящиками. Позже Соссюръ производилъ опыты съ сосудами, покрытыми стекломъ; боковыя и заднюю стѣнки сосудовъ онъ защищалъ отъ охлажденія, окутывая ихъ непроводящимъ веществомъ. Выставивъ сосудъ

подъ отвѣсные лучи солнца. Соссюръ наблюдалъ въ одномъ случаѣ температуру до 110°C . Въ одномъ опытѣ Соссюръ нагревалъ окружающую среду, поддерживая ея температуру только чуть ниже температуры внутри сосуда; этимъ фактически устраняется потеря теплоты за исключеніемъ лишь той, которая происходитъ спереди. Этимъ способомъ Соссюръ получилъ температуру до 160°C . Эти опыты убѣдили его, что при двухъ или, самое большее, трехъ стеклянныхъ листахъ поверхъ такого горячаго ящика получаютъ лучшіе результаты, чѣмъ при большемъ числѣ листовъ. При помощи подобныхъ приспособленій Соссюръ пытался также варить.

Сэръ Джонъ Гершель (Herschel) описываетъ слѣдующіе опыты, которые онъ производилъ въ 1834 — 1838 г., во время своего пребыванія на мысѣ Доброй Надежды*).

„Когда теплоту, доставляемую солнцемъ, задерживали и не давали ей уходить, скопляя ее такимъ образомъ въ одномъ мѣстѣ, то получалась очень высокая температура. Такъ, напримѣръ, въ небольшомъ вычерненномъ изнутри ящикѣ изъ краснаго дерева, который былъ покрытъ оконнымъ стекломъ подходящаго размѣра, но безъ замазки, и выставленъ просто подъ отвѣсные лучи солнца, термометръ, помѣщенный внутри, показывалъ 23 ноября 1837 г. 149°F ., 24 ноября 146° , 150° , 152° и т. д. Когда ящикъ былъ снаружи обложенъ кругомъ кучей песка для защиты отъ соприкосновенія съ холоднымъ воздухомъ, то температура поднялась 3 декабря 1837 г. до 177° . Тотъ же самый ящикъ съ заключеннымъ внутри его термометромъ былъ установленъ подъ наружной деревянной рамой, съ боковъ хорошо засыпанной пескомъ, и защищенъ оконнымъ стекломъ (помимо внутренняго стекла ящика); температура достигла 3 декабря 1837 г. въ 1 часъ. 30 мин. пополудни $207,0^{\circ}$; въ 1 часъ 50 мин. она поднялась до $217,5^{\circ}$, а въ 2 часа 44 мин. до 218° ; и это не смотря на то, что на мѣстѣ экспозиціи все время дулъ не переставая легкій вѣтеръ. Далѣе, 5 декабря при такихъ же условіяхъ экспозиціи наблюдалась температура 224° въ 0 час. 19 мин., 230° въ 0 час. 29 мин., 239° въ 1 часъ 15 мин., 248° въ 1 часъ 57 мин., и $240,5^{\circ}$ въ 2 часа 57 мин. Такъ какъ эти температуры значительно выше точки кипѣнія воды, то можно было произвести нѣсколько интересныхъ опытовъ, подвергая описаннымъ способомъ дѣйствию солнечныхъ лучей яйца, фрукты, мясо и т. п. (21 декабря 1837 г. и далѣе): всѣ эти продукты послѣ кратковременной экспозиціи оказались вполне сваренными; яйца сварились вкрутую и у центра сдѣлались разсыпчатыми; одинъ разъ такимъ образомъ было приготовлено весьма вкусное блюдо изъ мяса и овощей, которое участвующіе въ опытѣ тутъ же съѣли съ большимъ удовольствіемъ. Если поставить одинъ внутри другого большее число сосудовъ, изготовленныхъ изъ вычерненной изнутри мѣди, изолировать ихъ другъ отъ друга угольными подставками, окружить наружный сосудъ ватой и зарыть въ сухой песокъ, то этимъ способомъ, я не сомнѣва-

*) „Results of Astronomical Observations... at the Cape of Good Hope“ etc, by Sir John F. W. Herschel, Bart, published 1847. Appendix C.

юсъ, легко можно будетъ безъ помощи чечевицъ достигнуть температуры, близкой къ горѣнію“.

Мушо, Пифрѣ и Эриксонъ.

Величайшимъ пионеромъ въ области утилизаціи солнечной теплоты былъ Августъ Мушо (Mouchot) въ французскомъ городѣ Турѣ. Онъ началъ свои опыты еще до 1860 года и продолжалъ ихъ около двадцати лѣтъ при содѣйствіи французскаго правительства. Мушо строилъ солнечные кухни, а позже въ Алжирѣ поставилъ большіе солнечные насосы. Въ 1860 г. Мушо выпустилъ книгу подъ названіемъ: „Солнечная теплота и ея примѣненія въ промышленности“ („La Chaleur Solaire et ses Applications Industrielles“). Второе изданіе этой книги вышло въ 1879 г., Мушо излагаетъ въ этой книгѣ исторію вопроса, описываетъ различныя примѣненія солнечной теплоты и даетъ обзоръ своихъ собственныхъ работъ; сюда вошли также иллюстрированныя описанія его большихъ солнечныхъ машинъ и отчетъ о командировкѣ въ Алжиръ, куда Мушо былъ посланъ правительствомъ для того, чтобы поставить въ пустынныхъ мѣстностяхъ солнечные насосы.

Солнечные нагреватели такой же въ общемъ формы, какъ аппаратъ Мушо, т. е. съ коническимъ или параболаидальнымъ рефлекторомъ и оправленнымъ въ стекло трубчатымъ кипятивникомъ, были построены также по рисункамъ Пифра (Pifre). Одинъ такой нагреватель, соединенный съ паровой машиной и печатнымъ станкомъ, былъ выставленъ въ 1882 г. въ Парижѣ, въ Тюльерійскомъ саду; съ помощью солнечной энергіи печатался въ большомъ количествѣ экземплярровъ „Солнечный журналъ“ („Soleil Journal“).

Въ Америкѣ капитанъ Джонъ Эриксонъ (Ericsson), изобрѣтатель знаменитаго судна типа „Мониторъ“, построилъ въ 1868—1886 гг. различныя солнечныя машины. Онъ собиралъ лучи въ трубѣ съ помощью цилиндрическаго зеркала съ параболическимъ свѣщеніемъ. Въ Нью-Йоркѣ, въ Американскомъ институтѣ „Fairs“ въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ была выставлена машина въ двѣ съ половиною лошадиной силы, приводившаяся въ движеніе однимъ изъ солнечныхъ нагревателей Эриксона.

Солнечныя машины Иніаса.

На рис. 1 изображена солнечная машина А. Г. Иніаса (Eneas, патенты въ Соединенныхъ Штатахъ отъ 26 марта 1901 г.). Одинъ изъ его солнечныхъ генераторовъ работалъ въ качествѣ водяного насоса нѣкоторое время на фермѣ Cawston Ostrich въ Калифорніи, а другіе — въ Аризонѣ. Зеркала машины составляютъ грани изъ посеребреннаго стекла, помѣщенныя внутри полого усѣченного конуса; боковыя стороны этихъ граней наклонены къ оси подъ угломъ въ 45°. Диаметръ большого основанія долженъ имѣть тридцать два фута; утверждаютъ, что такая длина является наиболѣе предпочтительной, но въ дѣйствительности этотъ диаметръ въ нѣсколькихъ случаяхъ имѣлъ въ длину тридцать шесть футовъ.

Безусловно выгоднымъ считается оставлять нижній конецъ зеркала открытымъ, такъ этимъ значительно уменьшается давленіе вѣтра, а теряемая часть конуса не имѣетъ большого значенія для собиранія теплоты. Установка, указанная въ первомъ патентѣ, не ориентирована ни по экваторіальному кругу, ни по высотѣ и азимуту; но во второмъ патентѣ машина уже усовершенствована въ этомъ отношеніи и обладаетъ экваторіальной установкой. Брезентовый покровъ защищаетъ инструментъ отъ дождя. Интересна по своей формѣ конструкція кипятильника, изображенная на рис. 2. Солнечные лучи собираются въ фокусѣ въ трубѣ F , а сверху и снизу отъ фокальной области находятся расширенныя части f^1 и f^2 . Верхнее расширеніе представляетъ собой барабанъ для пара и воды, а нижнее расширеніе служитъ осадочной камерой для извлеченія постороннихъ веществъ изъ воды. Двумя concentрическими мѣдными трубками f и f^8 оба расширенія соединяются такъ, что вода опускается въ трубкѣ f , а въ

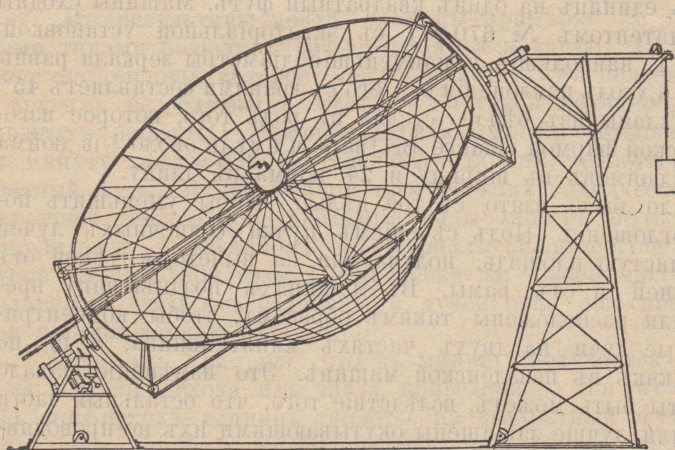


Рис. 1.

Солнечная машина Иніаса.

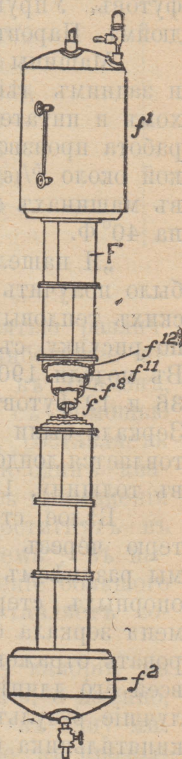


Рис. 2.

Кипятильникъ въ машинѣ Иніаса.

трубкѣ f^8 поднимается; эта послѣдняя, конечно, болѣе нагрѣта. Трубка f^8 окружена одной или нѣсколькими стеклянными трубками f^1 , f^{12} , которыя служатъ для того, чтобы замедлять уходъ теплоты, когда впускаютъ солнечные лучи.

Г. Иніасъ любезно сообщилъ мнѣ слѣдующія детали конструкціи своихъ машинъ и степень ихъ производительности на практикѣ.

„14 февраля 1901 г. Пазадена въ Калифорніи. Отъ 11 час. 30 мин. до 12 час. 30 мин. Поперечное сѣченіе падающаго пучка солнечныхъ лучей равно 642 квадратнымъ футамъ. Температура воздуха 61° по Фаренгейту. Упругость пара 145—151 фунтовъ на квадратный дюймъ. Сгущено паровъ 123 фунта“.

3 октября 1903 г., Меза въ Аризонѣ. Поперечное сѣченіе падающаго пучка солнечныхъ лучей равно 700 квадратнымъ футамъ. Температура воздуха 74° Ф. Средняя упругость пара 141 фунтъ на квадратный дюймъ. Паровъ сгущено въ одинъ часъ 133 фунта.

„9 октября 1904 г.; Вилькоксъ въ Аризонѣ. Отъ 11 час. утра до полудня. Поперечное сѣченіе солнечнаго пучка 700 квадратныхъ футовъ. Упругость пара 148 — 156 фунтовъ на одинъ квадратный дюймъ. Паровъ сгущено 144,5 фунта.

Машины примѣнялись сложнаго морского типа съ переднимъ и заднимъ дѣйствіемъ, снабженныя прямымъ сообщеніемъ съ воздухомъ и питательнымъ насосомъ. Размѣры машины $2\frac{3}{4}'' \times 6'' \times 4\frac{1}{4}''$; работа производилась при 460 — 520 оборотахъ въ минуту съ отсѣчкой около $\frac{5}{16}$ и вакуумомъ отъ $25''$ до $26''$. Примѣнявшійся паръ въ машинахъ позднѣйшаго времени былъ перегрѣтъ приблизительно на 40° Ф.

„Я нашелъ, что наибольшее количество теплоты, какое можно было получить во время опытовъ, составляло въ минуту 3,71 британскихъ тепловыхъ единицъ на одинъ квадратный футъ. Машины сходны по рисунку съ патентомъ № 670 917 съ экваторіальной установкой. Въ модели 1904 г. наибольшій и наименьшій діаметры зеркала равны 36 и 19 футовъ, а уголъ наклоненія оси его съ гранями составляетъ 45° . Зеркала были сдѣланы изъ бѣлаго стекла въ родѣ того, которое изготавляется лондонскою фирмою Chance Brothers, и имѣли около $\frac{1}{16}$ дюйма въ толщину, 18 дюймовъ въ ширину и 24 дюйма въ длину.

Бѣлое стекло было взято съ той цѣлью, чтобы уменьшить потерю черезъ поглощеніе. Подъ сѣченіемъ пучка солнечныхъ лучей мы разумѣемъ чистую площадь, получаемая за вычетомъ тѣней отъ опорныхъ стержней и отъ рамы. Въ машинахъ позднѣйшаго времени зеркала были расположены такимъ образомъ, чтобы концентрировать отраженные лучи на двухъ частяхъ кипятильника, а не по всей его длинѣ, какъ въ пазаденской машинѣ. Это измѣненіе давало лучшіе результаты быть можетъ, вслѣдствіе того, что остальные части кипятильника были лучше защищены окутывающими ихъ не-проводниками вмѣсто стекляннхъ трубокъ). Полная стоимость всей машины вмѣстѣ съ паровикомъ и насосомъ равна 2160 долларовъ.

„Средній оборотъ за день въ Вилькоксъ представленъ на слѣдующей таблицѣ, относящейся къ 14 октября 1904 года“ (табл. см. стр. 183).

„Вакуумъ 23. Воды накачано 146 780 галлоновъ. Полное сжатіе составляетъ 39,4 фута“.

Это даетъ въ среднемъ $2\frac{1}{3}$ лошадиной силы за каждыи день. Посредствомъ данныхъ, которыя мы приведемъ ниже, можно рассчитать, что этотъ результатъ означаетъ преобразование приблизительно четырехъ процентовъ инсоляціи, получаемою зеркаломъ, въ механическую работу. Лучшія паровыя машины превращаютъ въ механическую работу отъ двѣнадцати до пятнадцати процентовъ теплоты горѣнія затраченнаго угля, но, вѣроятно, не въ столь малыхъ установкахъ, какъ описанная. Результатъ зависитъ, конечно, отъ коэффиціента полезнаго дѣйствія взятой паровой машины, а также и отъ кипятильника.

Часы. Начальный момент инсоляции 7 часов утра	Упругость пара въ английскихъ фунтахъ	Дюймы водомѣра
8	120	14
9	125	18
10	136	21
11	140	26 $\frac{1}{2}$
12	152	30 +
1 по полудни	146	30 +
2	141	30 +
3	126	28
4	83	23
5	51	10

Иниасъ говоритъ далѣе:

„Въ результаты моихъ опытовъ примѣрно съ девятью различными типами большихъ рефлекторовъ я полагаю: 1) Наибольшее количество теплоты, которое можно получить въ полдень въ Аризонѣ, и другихъ безоблачныхъ мѣстахъ на такой же широтѣ съ помощью сходныхъ зеркалъ, усовершенствованныхъ въ деталяхъ, составляетъ въ минуту около 390 британскихъ единицъ теплоты на одинъ квадратный футъ. 2) Дальѣйшій прогрессъ въ техническомъ примѣненіи солнечной теплоты для добыванія силы можетъ быть достигнутъ въ направленіи, намѣченномъ въ журналѣ „Engineering News“, въ выпускѣ 13 мая 1909 года. Практически же говоря, получение большого количества силы отъ солнечныхъ лучей пока еще представляетъ собой неразрѣшенную задачу“.

Если мы примемъ, что въ минуту получается 14 калорій на 1 кв. см., то, исходя изъ числа, приведеннаго Иниасомъ, а именно, 371 английскихъ единицъ теплоты на квадратный футъ въ одну минуту, какъ „наибольшее количество теплоты, получаемое въ продолженіе опытовъ“, мы найдемъ, что около семидесяти двухъ процентовъ солнечнаго излученія превращалось въ теплоту пара. Вычисленный Иниасомъ возможный максимумъ (390 английскихъ единицъ теплоты) соответствуетъ семидесяти шести процентамъ. Такой результатъ, конечно, весьма удовлетворителенъ. Записанная наибольшая упругость пара соответствуетъ температурѣ около 185° Ц.

Свойства стекла.

Примѣненіе одной или нѣсколькихъ стеклянныхъ покрывекъ въ качествѣ вспомогательной части къ кипятивнику въ солнечной машинѣ Иниаса совершенно сходно съ примѣненіемъ стекла въ опытахъ Соссюра, Гершеля, Мушо, а также съ обычнымъ примѣненіемъ его у садовниковъ надъ парниковыми грядами. Стекло очень хорошо пропускаетъ излученіе, отъ длины волны 0,37 μ въ ультра-

фиолетовой части спектра до длины $2,5 \mu$ въ инфра-красной. Между этими предѣлами заключено почти все солнечное излученіе. Если на пути пучка солнечныхъ лучей помѣстить одну только тонкую стеклянную пластинку, то напряженность лучей уменьшится примѣрно на 15 процентовъ. Это уменьшеніе вызывается, главнымъ образомъ, отраженіемъ. Максимальная напряженность лучей, испускаемыхъ наружными стѣнками кипятильника, — температуру его считаемъ равной 500° по абсолютной стоградусной шкалѣ, — соответствуетъ длинѣ волны около 6μ ; стекло задерживаетъ ихъ почти цѣликомъ, не давая имъ уйти непосредственно въ видѣ излученія. Значительная часть испытываетъ „металлическое отраженіе“ отъ стекла обратно въ трубку кипятильника, а остающаяся часть, поглощаемая въ самомъ стеклѣ, стремится повысить температуру его и воздушнаго пространства и такимъ образомъ уменьшить конвекцію теплоты отъ кипятильника къ стеклу. Сверхъ того, стекло защищаетъ также кипятильникъ отъ вѣтра и отрѣзываетъ всякую возможность непосредственной конвекції теплоты въ наружный воздухъ; это имѣетъ столь же важное значеніе, какъ устраненіе излученія въ наружное пространство. Такимъ образомъ, благодаря стеклу, значительно увеличивается полезное дѣйствіе аппарата, такъ какъ весьма повышается температура кипятильника. Ниже мы покажемъ свизь между температурой и возможной термодинамической производительностью машины.

Выше я передалъ уже интересный рассказъ сэра Джона Гершеля о томъ, какъ онъ сварилъ обѣдъ подъ стекломъ съ помощью солнечной теплоты. С. П. Ланглей (S. P. Langley) очень заинтересовался этимъ рассказомъ; онъ построилъ по тому же принципу нѣсколько „нагрѣтыхъ ящиковъ“ и описалъ одинъ изъ нихъ. Этотъ аппаратъ состоялъ изъ двухъ круглыхъ и неглубокихъ деревянныхъ ящиковъ, помѣщенныхъ концентрически одинъ внутри другого и покрытыхъ оба плотной пристающей стеклянной пластинкой; наружный имѣлъ въ діаметрѣ 60 см., а внутренний — 50 см. Кромѣ того, ящики были защищены слоемъ перьевъ толщиной около 10 см. со всѣхъ сторонъ и сзади наружнаго ящика. Во внутреннемъ ящикѣ вблизи дна находился вычерненный металлическій листъ, и немного выше его былъ подвѣшенъ вычерненный термометръ. Весь аппаратъ былъ установленъ экваторіально и по направленію къ солнцу. Въ опытѣ 4 ноября 1897 г. въ Вашингтонѣ при трехъ стеклянныхъ пластинкахъ термометръ достигалъ 118°Ц. , тогда какъ температура наружнаго воздуха была 16°Ц.

Возникаетъ вопросъ, нельзя ли достигнуть такимъ же образомъ значительно болѣе высокихъ температуръ безъ помощи концентрирующихъ теплоту зеркалъ или чечевицъ? При болѣе совершенномъ устройствѣ прибора описаннымъ способомъ удастся, пожалуй, достигнуть даже температуры въ 200°Ц. Предѣльная температура достигается, когда всгупающая въ аппаратъ солнечная теплота уравнивается потерей теплоты вслѣдствіе теплопроводности черезъ стекла и черезъ изолирующее вещество сверху. Потеря уменьшается съ возрастаніемъ толщины изолирующаго вещества, съ увеличеніемъ площади „нагрѣтаго ящика“ и числа стеклянныхъ пластинокъ. Но, къ несчастью, съ увеличеніемъ числа стеклянныхъ пластинокъ уменьшается количество

солнечнаго излученія, достигающаго внутренней камеры, такъ что наилучшіе результаты получаются, какъ нашель Соссюръ, при двухъ или трехъ стеклахъ. Авторъ получилъ нижеслѣдующіе результаты, вводя въ пучокъ солнечныхъ лучей подъ прямымъ угломъ или подъ угломъ въ 45° указанныя различныя комбинаціи пластинокъ обыкновеннаго стекла, употребляемаго для фотографическихъ пластинокъ 8×10 , толщиною отъ 1,5 до 2,0 мм. и пластинки толщиною въ 8 — 10 мм., идущія на крышки для инструментовъ.

Процентъ излученія, пропускаемый стеклянными пластинками.

	Подъ прямымъ угломъ				45°			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Число пластинокъ								
Тонкія стекла	86,5	74,5	63,5	53,3	85,0	71,8	60,0	49,0
Толстыя стекла	79	64	50	39				

Солнечные нагреватели и резервуары.

Патентъ Соед. Штат. за № 230 323 отъ 20 іюля 1880 г. былъ данъ гг. Молера (Molera) и Цебриану (Sebrian), которые предложили не примѣнять дорогихъ и сложныхъ оптическихъ приспособленій для концентрированія солнечной теплоты по способу Мушо, Эриксона и другихъ и обходиться даже безъ механическихъ приспособленій, съ помощью которыхъ устье нагревателя выставляютъ по направленію къ солнцу. Молера и Цебрианъ примѣняютъ горизонтальный кипятильникъ, состоящій либо изъ большого числа вычерненныхъ трубокъ, помѣщенныхъ рядомъ одна за другой, либо изъ пары пластинокъ, между которыми заключенъ тонкій слой жидкости: въ томъ и въ другомъ случаѣ кипятильникъ сообщается съ соотвѣтствующей машиной, предназначенной для работы при низкихъ температурахъ. Эти изобрѣтатели не упоминаютъ о стеклянной покрышкѣ для своего кипятилника, но несомнѣнно, что примѣненіе таковой въ высокой степени увеличило бы полезное дѣйствіе ихъ аппарата.

Въ южной Калифорніи и несомнѣнно также въ нѣкоторыхъ другихъ мѣстахъ часто примѣняется слѣдующій способъ полученія горячей воды: на крышѣ зданія установленъ рядъ водяныхъ чановъ, которые покрыты сзади непроводящимъ веществомъ, а сверху — стеклянной крышкой, и сообщаются съ водопроводной трубой, идущей къ ваннѣ. При такомъ устройствѣ получаются обыкновенно значительныя количества воды, настолько горячей, что въ нее нельзя опустить руку, и устраняется непріятная необходимость отопленія въ жаркую погоду.

(Окончаніе слѣдуетъ).

О соотношеніи между вписанными и центральными углами круга.

Н. Извольскаго.

Въ наиболѣе распространенныхъ учебникахъ геометріи соотношеніе, указываемое заглавіемъ этой статьи, излагается въ томъ отдѣлѣ курса, который посвящается вопросу объ измѣреніи угловъ. Однако, сущность этого соотношенія (вписанный уголъ равенъ половинѣ центральнаго угла, опирающагося на ту же дугу) является фактомъ чисто геометрическимъ, независимымъ отъ того, какъ именно мы примѣняемъ числа для оцѣнки ими тѣхъ геометрическихъ объектовъ, которые возможно разсматривать, какъ величины. Поэтому целесообразно (и это имѣетъ мѣсто въ нѣкоторыхъ русскихъ и во многихъ иностранныхъ учебникахъ геометріи) излагать указанное соотношеніе раньше, чѣмъ будетъ затронутъ вопросъ объ измѣреніи. Въ настоящей статьѣ я предлагаю способъ выясненія указанного соотношенія, который мнѣ не встрѣчался ни въ одномъ руководствѣ по геометріи и который, быть можетъ, заслуживаетъ, благодаря своей наглядности, предпочтеніе передъ обычнымъ способомъ, основанномъ на теоремѣ о вѣтшнемъ углѣ треугольника.

Кромѣ того, замѣчу, что здѣсь, какъ и во всемъ курсѣ геометріи, я стремлюсь придать изложенію форму изысканія рѣшенія тѣхъ вопросовъ, какіе почему либо возникаютъ при построеніи тѣхъ или другихъ геометрическихъ объектовъ, и отказываюсь (за очень рѣдкими исключеніями) отъ обычной формы изложенія, состоящей въ томъ, что сперва объявляется теорема и затѣмъ доказывается.

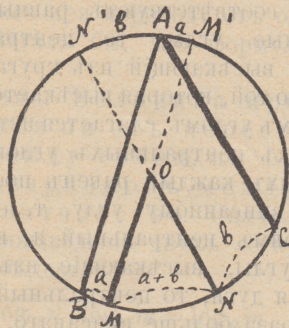
Исходнымъ пунктомъ является знаніе: равные центральные углы выскѣаютъ изъ круга*) равныя дуги, а также: если дуги, выскѣаемыя изъ круга двумя центральными углами равны, то и эти углы равны.

Послѣ этого возможно поставить вопросъ: не будетъ ли какого либо соотношенія между дугами, выскѣаемыми изъ круга двумя равными углами, изъ которыхъ одинъ тоже центральный, а другой вписанный.

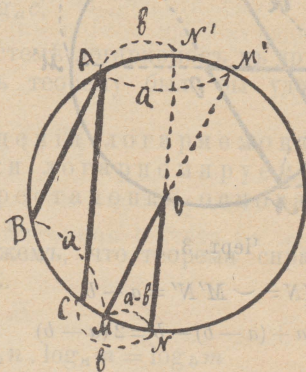
Построимъ сначала какой-либо вписанный $\angle BAC$; разсмотримъ 3 случая: 1) центръ O лежитъ внутри угла, 2) центръ O лежитъ внѣ угла, 3) предѣльный случай, когда одна изъ сторонъ вписаннаго угла обращается въ касательную къ кругу (уголъ, составленный хордою и касательною), — тотъ случай, когда центръ круга O лежитъ на одной изъ сторонъ вписаннаго угла, можно не подвергать отдельному разсмотрѣнію, такъ какъ его можно разсматривать, какъ частный случай 1-го или 2-го изъ разсматриваемыхъ. Затѣмъ для каждаго изъ раз-

*) Я употребляю термины „кругъ“ и „окружность“ какъ синонимы. (1)

смаатриваемыхъ случаевъ построимъ центральный $\angle MON$, равный построенному вписанному $\angle BAC$. Такъ какъ равные центральные углы высѣкаютъ изъ круга равныя дуги, то мы можемъ построить этотъ центральный уголъ такъ, какъ найдемъ удобнѣе. Удобно построить его такъ, чтобы его стороны были параллельны сторонамъ построеннаго вписаннаго угла. Вотъ чертежи для каждаго изъ разсматриваемыхъ случаевъ.



Черт. 1.



Черт. 2.

$$\smile MN = \smile M'N' = a + b$$

$$\smile BC = a + (a + b) + b = 2(a + b).$$

$$\smile MN = \smile M'N' = a - b$$

$$\smile BC = a + (a - b) - b = 2(a - b)$$

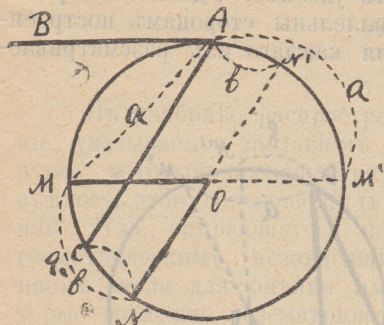
Подъ каждымъ чертежомъ имѣются надписи, которыя уже достаточны для того, чтобы прочесть отвѣтъ на поставленный вопросъ. Пояснимъ, однако, эти надписи.

Продолжимъ стороны центральнаго угла MON . Тогда получимъ двѣ пары параллельныхъ хордъ. Зная, что параллельныя хорды (одна изъ нихъ можетъ обратиться въ касательную) высѣкаютъ изъ круга равныя хорды, мы получаемъ, что 1) $\smile BM = \smile AM'$ (для 3-го случая: $\smile AM = \smile AM'$), обозначимъ каждую изъ нихъ черезъ a и 2) $\smile NC = \smile N'A$, — обозначимъ каждую изъ нихъ черезъ b . Тогда мы видимъ для 1-го случая, что центральный $\angle N'OM'$ высѣкаетъ дугу $= a + b$; такъ какъ $\angle MON = \angle N'OM'$ (вертикальный), то и $\smile MN = a + b$. Теперь мы видимъ, что дуга $BMNC$, высѣкаемая вписаннымъ угломъ BAC равна $a + (a + b) + b = 2(a + b)$. Для 2-го и 3-го случаевъ находимъ, что центральный уголъ $M'ON'$ высѣкаетъ дугу $M'N' = a - b$, а поэтому и $\smile MN = a - b$. Далѣе видимъ, что для 2-го случая $\smile BC = \smile BM + \smile MN + \smile NC = a + (a - b) - b = 2(a - b)$ и для 3-го случая $\smile AC = \smile AM + \smile MN + \smile NC = a + (a - b) - b = 2(a - b)$.

Результатъ предыдущихъ изысканій можно выразить въ такой формѣ: вписанный уголъ всегда высѣкаетъ изъ круга дугу въ 2 раза большую, чѣмъ равный ему центральный уголъ.

Теперь возникаетъ желаніе обратить вопросъ: построимъ два угла, одинъ центральный и другой вписанный такъ, чтобы высѣка-

емыя ими дуги были равны; каково соотношеніе между такими углами? Отвѣтъ на этотъ вопросъ уже не представляетъ затрудненій:



Черт. 3.

$$\sim MN = \sim M'N' = a - b$$

$$\sim AMC = a + (a - b) - b = 2(a - b)$$

построимъ сначала вписанный уголъ; если бы мы построили затѣмъ центральный уголъ, равный этому вписанному, то онъ выскѣ бы изъ круга дугу, въ 2 раза меньшую; такъ какъ равнымъ дугамъ въ кругѣ соответствуютъ равные центральные углы, то центральный уголъ, выскѣющій изъ круга дугу, равную той, которая выскѣается вписаннымъ угломъ, слагается изъ двухъ равныхъ центральныхъ угловъ, изъ которыхъ каждый равенъ построенному вписанному углу, т. е. если построимъ центральный и вписанный углы, выскѣющіе изъ круга равныя дуги, то центральный уголъ въ 2 раза больше вписанаго.

Возможно, если это будетъ признано нужнымъ, показать совершенно такимъ же приѣмомъ, что 1) если вершина угла расположена гдѣ-либо внутри круга, то сумма дугъ, выскѣаемыхъ изъ круга сторонами этого угла и ихъ продолженіями, постоянна для равныхъ угловъ, гдѣ бы внутри круга ихъ вершина ни была расположена, а именно, она въ 2 раза больше дуги, выскѣаемой равнымъ центральнымъ угломъ, и 2) если вершина угла расположена внѣ круга, а стороны его пересѣкаютъ кругъ или его касаются, то разность дугъ, заключенныхъ между сторонами этого угла, постоянна для равныхъ угловъ, гдѣ бы внѣ круга ихъ вершина ни была расположена, а именно, она въ 2 раза больше дуги, выскѣаемой равнымъ центральнымъ угломъ. Чертежи, гдѣ $OM \parallel AB$ и $ON \parallel AC$, поясняютъ это безъ словъ.

Законъ тройной перемѣстительности въ произведеніи логарифмовъ

Г. Бархова

Признавая необходимымъ согласованіе преподаванія математики въ школахъ съ успѣхами, достигнутыми за послѣднія десятилѣтія этою наукою въ области основъ ея, я составилъ подробный систематическій курсъ алгебры, который издается Думновымъ въ Москвѣ и уже напечатанъ. Производя эту работу, я дѣлъ семь тому назадъ замѣтить теорему, которой мнѣ не пришлось и потомъ встрѣтить ни въ нашей,

ни въ иностранной литературѣ, несмотря на то, что она доказывается чрезвычайно легко. Полагая, что и читатели этого журнала найдутъ теорему эту достаточно интересною, я позволяю себѣ познакомить ихъ съ нею.

Предлагаемое мною здѣсь доказательство теоремы проще, чѣмъ то, которое мною дано въ моей книгѣ, и основывается на предложеніи:

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c,$$

примѣняемомъ при переходѣ отъ одной системѣ логарифмовъ къ другой.

Я полагалъ бы, что формулировать теорему было бы удобнѣе всего такъ:

Теорема. Величина произведенія логарифмовъ не измѣняется ни отъ перестановки логарифмируемыхъ чиселъ между собою, ни отъ перестановки оснований этихъ логарифмовъ между собою.

Доказательство. Сначала докажемъ, что теорема справедлива для произведенія двухъ логарифмовъ.

Изъ тождествъ:

$$\log_a n \cdot \log_n m = \log_a m \quad \text{и} \quad \log_b n \cdot \log_n m = \log_b m$$

слѣдуютъ тождества:

$$\log_n m = \frac{\log_a m}{\log_a n} \quad \text{и} \quad \log_n m = \frac{\log_b m}{\log_b n},$$

такъ что оказывается:

$$\frac{\log_a m}{\log_a n} = \frac{\log_b m}{\log_b n}.$$

Отсюда же слѣдуютъ тождества:

$$\log_a m \cdot \log_b n = \log_a n \cdot \log_b m = \log_b m \cdot \log_a n,$$

изъ которыхъ явствуетъ справедливость утверждаемой истины для того случая, когда сомножителей два.

Основываясь на этомъ простѣйшемъ случаѣ, не трудно убѣдиться, что доказываемая теорема справедлива для произведенія произвольнаго количества логарифмовъ. Такъ,

$$\log_a m \cdot \log_b n \cdot \log_c p = \log_b m \cdot \log_a n \cdot \log_c p = \log_b m \cdot \log_a p \cdot \log_c n =$$

и т. д.

*) Намъ кажется еще проще такое доказательство. Пусть

$$x = \lg_a m, \quad y = \lg_b n, \quad x' = \lg_b m, \quad y' = \lg_a n.$$

Тогда

$$m = a^x, \quad n = b^y, \quad m = b^{x'}, \quad n = a^{y'}, \quad \text{такъ что} \quad a^x = b^{x'}, \quad b^y = a^{y'}.$$

Возвышая обѣ части перваго равенства въ степень y , а обѣ части втораго въ степень x' , получимъ

$$a^{xy} = b^{x'y}, \quad b^{x'y} = a^{x'y'}.$$

Слѣдовательно, $a^{xy} = a^{x'y'}$ и $xy = x'y'$.

Ред.

Примѣръ примѣненія теоремы:

$$\log_{25} 243 \cdot \log_{81} 8 \cdot \log_{16} 125 = \log_{25} 125 \cdot \log_{81} 243 \cdot \log_{16} 8 = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{45}{32}.$$

Назвавъ сообщаемую теорему „закономъ тройной перемѣстимости въ произведеніи логарифмовъ“, я, конечно, имѣлъ въ виду, что произведеніе логарифмовъ не измѣняется ни отъ перестановки между собою сомножителей, ни отъ перестановки основаній логарифмовъ, ни отъ перестановки логарифмируемыхъ чиселъ.

ПОЛЕМИКА.

По поводу разбора моего доказательства теоремы Лагранжа.
Отвѣтъ на статью прив.-доц. В. Ф. Кагана, помѣщенную въ № 616 „Вѣстника“.

В. Шидловскаго.

Въ № 616 „Вѣстника“ помѣщенъ разборъ предложеннаго мною доказательства теоремы Лагранжа. Выясненіе довольно тонкаго свойства погрѣшности въ моемъ доказательствѣ, сдѣланное почтеннымъ редакторомъ „Вѣстника“, прив.-доц. В. Ф. Каганомъ, безъ сомнѣнія, послужило къ освѣщенію вопроса, и должно быть интересно не для одного меня. Разборъ ошибочности доказательства теоремы значительно расширяетъ кругозоръ; исторія математики даетъ примѣры, какъ иногда въ доказательствахъ, считавшихся раньше убѣдительными и строгими, съ теченіемъ времени находили ошибки, неточности и нестрогости, и доказательства исправлялись или видоизмѣнялись: дѣлались строгими. Въ курсѣ „Дифференціального исчисленія“ французскаго математика академика и профессора Бертрана (Bertran), опубликованнаго въ 1864 г., оказалось невѣрнымъ разсужденіе, излагавшееся на лекціяхъ выдающихся профессоровъ. Разсужденіе относилось къ вопросу о нахожденіи maximum'a и minimum'a функций двухъ и нѣсколькихъ переменныхъ. Итальянскій математикъ Пеано (Peano) показалъ невѣрность разсужденія Бертрана на простомъ примѣрѣ (по отношенію къ функциямъ двухъ переменныхъ).

Предлагая свое доказательство теоремы Лагранжа для помѣщенія въ журналѣ „Вѣстникъ Опытной Физики“, я говорилъ, что сущность этого доказательства встрѣчается у Дюгамеля (Duhamel) и въ курсѣ Дзіобека (Dziobek), я только привелъ изложеніе доказательства въ нѣсколько иной формѣ. Въ душѣ я сознавалъ, что есть какая то тонкаго свойства погрѣшность, и при томъ трудно устранимая въ моемъ доказательствѣ и что эта трудность происходитъ отъ введенія суммы съ безконечно большимъ числомъ безконечно малыхъ, каковая сумма, какъ извѣстно, можетъ быть числомъ безконечно малымъ, конечнымъ и даже безконечно большимъ; а также меня брало сомнѣніе относительно заключенія о средней арифметической n значеній производной $f'(x_0)$, $f'(x_1)$, ..., $f'(x_{n-1})$ и n значеній $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-1}$, при n безконечно большомъ; но я рѣшился помѣстить мое доказательство теоремы Лагранжа, дабы подвергнуть его критикѣ, и весьма благодаренъ всѣмъ лицамъ, удѣлившимъ

вниманіе моему доказательству; въ особенности, считаю цѣннымъ указаніа и разъясненія приватъ-доцентовъ В. Ф. Кагана и Д. А. Крыжановскаго.

Совершенно правильно замѣтилъ В. Ф. Каганъ, что для моего доказательства не важно, что $\sum \varepsilon$ бесконечно мало, а важно то, что $\frac{\sum \varepsilon}{n}$ бесконечно мало. Относительно $\sum \varepsilon$ по недосмотру я не правильно выразился „есть бесконечно малая“, слѣдовало сказать: „можетъ быть бесконечно малая“, ибо изъ началъ анализа бесконечно малыхъ извѣстно, что при бесконечно большомъ числѣ слагаемыхъ $\sum \varepsilon$ можетъ быть бесконечно малой, конечной и даже бесконечно большой.

Разбирая мое доказательство, прив.-доц. В. Ф. Каганъ обращаетъ вниманіе, какъ я доказывалъ, что всѣ ε стремятся къ нулю, и разъясняетъ, что пред. $\frac{f(x_1+h)-f(x_1)}{h}$ нельзя разсматривать какъ $f'(x_1)$, ибо x_1 мѣняется вмѣстѣ съ h , и затѣмъ приводитъ доказательство того, что $\frac{f(x_1+h)-f(x_1)}{h} - f'(x_1)$ при h , стремящемся къ нулю, есть бесконечно малая величина; а также и вообще: $\frac{f(x_p+h)-f(x_p)}{h} - f'(x_p)$ бесконечно малая величина, гдѣ p индексъ, отъ n независимый. Изъ этого слѣдуетъ, что

$$\text{пред. } \frac{f(x_p+h)-f(x_p)}{h} = \text{пред. } f'(x_p), \text{ но не } f'(x_p).$$

Со всѣмъ этимъ нельзя не согласиться, это совершенно вѣрно. Дюгамель же въ сочиненіи: „Основанія исчисленія бесконечно малыхъ“ см. переводъ Севастьянова стр. 78-ая считаетъ предѣлы $\frac{k_1}{h}$, $\frac{k_2}{h}$ и т. д. за различные значенія, принимаемыя производными, когда x переходитъ отъ x_0 къ X , при чемъ k_1 , k_2 , k_3 , ... суть приращенія $f(x)$, соотвѣтствующія приращеніямъ h , $2h$, ..., nh переменнаго x .

Весьма цѣнно указаніе В. Ф. Кагана на то, что если величины $\varepsilon_0(n)$, $\varepsilon_1(n)$, ..., $\varepsilon_n(n)$ стремятся къ нулю равномерно, то тогда и средняя арифметическая любой группы этихъ величинъ стремится къ нулю съ безграничнымъ возрастаніемъ аргумента n . Такимъ образомъ, дѣло приводится къ весьма сложной задачѣ, къ доказательству, что всѣ ε стремятся къ нулю равномерно; подобнаго рода доказательство, по словамъ В. Ф. Кагана, само требуетъ теоремы Лагранжа.

Въ заключеніе не могу не высказать, почему я считаю обычное, основанное на примѣненіи теоремы Ролля аналитическое доказательство теоремы Лагранжа искусственнымъ.

Обычный ходъ доказательства теоремы Лагранжа состоитъ въ томъ, что обозначаютъ дробь $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ черезъ A и пишутъ равенство:

$$(b-a)A = f(b) - f(a) \quad \text{или} \quad f(b) - bA = f(a) - aA,$$

затѣмъ берутъ функцію $\varphi(x) = f(x) - Ax$ и т. д., примѣняютъ теорему Ролля, и получаютъ желательный результатъ.

Съ педагогической точки зрѣнія нельзя не признать такой выводъ формулы искусственнымъ. Ученику должно казаться страннымъ, что берется какая то функція $\varphi(x) = f(x) - Ax$, точно съ неба упавшая, и у нихъ появляется боязнь, какъ бы, Боже сохрани, не забыть этой формулы, а то, чего доброго, онъ не докажетъ теоремы Лагранжа.

Теорему Лагранжа всего лучше начинающимъ доказывать, примѣняя геометрическую точку зрѣнія: такъ, напримѣръ, прекрасно разсмотрѣть этотъ вопросъ въ изложеніи „Началь Анализа“ М. Попруженко.

БИБЛЮГРАФІЯ.

1. Рецензіи.

1) Д. Л. Волковскій. *Руководство къ „Дѣтскому міру въ числахъ“*. Часть I. Первый годъ обученія. Съ рисунками. Стр. VII + 576. Ц. 1 р. 50 к. Изд. т-ва И. Д. Сытина. М. 1914. 2) Д. Л. Волковскій. *Дѣтскій міръ въ числахъ*. Для перваго года обученія. Стр. 80. Ц. 20 к. М. 1913. 3) Д. Л. Волковскій. *Дѣтскій міръ въ числахъ*. Для втораго года обученія. Стр. 72. Ц. 20 к. М. 1915.

Въ введеніи (стр. 1—88) къ первой изъ разбираемыхъ книгъ авторъ разсматриваетъ такіе вопросы, какъ возникновеніе понятія о числѣ, пользованіе числовыми фигурами и картинами, примѣненіе пословицъ, поговорокъ и загадокъ; далѣе здѣсь же говорится о совмѣстномъ изложеніи сложенія и вычитанія, о томъ, какъ предлагать дѣтямъ задачи и какъ рѣшать ихъ, о свойствѣ перемѣстительности при сложеніи, о бѣгломъ счетѣ, о мѣрахъ, о раздробленіи и превращеніи. Изъ этого краткаго перечисленія видно, что авторъ, какъ о томъ онъ упоминаетъ въ предисловіи, нѣсколько расширилъ содержаніе своей книги по сравненію съ тѣмъ, что можно было бы отъ нея требовать, если бы она являлась лишь практическимъ пособіемъ для учителя, ведущаго классныя занятія по задачкамъ, которые обозначены у насъ въ заголовкѣхъ подъ №№ 2 и 3. Это предисловіе является сопоставленіемъ мнѣнія ряда методологовъ (русскихъ и иностранныхъ) и авторовъ статей соотвѣтственнаго характера — сопоставленіемъ, носящимъ по преимуществу примиряющій характеръ, а также отбрасывающимъ крайности въ практическомъ осуществленіи того или другаго взгляда. Авторъ выясняетъ, напримѣръ, въ очень спокойномъ и объективномъ тонѣ, къ чему могутъ привести крайнее увлеченіе рисованіемъ на урокахъ ариметики, не отрицая, однако, пользы этого метода. Далѣе, въ расположеніи матеріала, онъ, слѣдуя въ извѣстной мѣрѣ многимъ составителямъ задачникъ американской школы, стоитъ за то, чтобы въ предѣлахъ „перваго десятка изучать каждое число“, не боясь того, что это пахнетъ „грубеизмомъ“. Но дѣлаетъ это онъ, взявъ отъ Грубе лишь общую идею и расходясь съ послѣднимъ въ подробностяхъ разработки сказанной идеи. Онъ всюду подчеркиваетъ, что не гонится за тѣмъ, чтобы изученіе каждой ступени было непременно легко: одна только легкость, какъ таковая, не можетъ служить достаточной мѣрой при одѣвкѣ того или другаго расположенія и изученія матеріала“ (стр. 35). Не поклонникъ онъ и интересности сложенія, интересности во чтобы то ни стало, ибо это стремленіе нѣкоторыхъ преподавателей способствуетъ развитію, главнымъ образомъ, „пассивнаго вниманія“: согласно этому ученію, предметъ овладѣваетъ ребенкомъ, а не ребенокъ предметомъ. По глубокому же убѣжденію автора, „педагогическая истина заключается въ томъ, чтобы отдавать должное и пассивному и активному вниманію“. Самъ авторъ, однако, постарался придать своимъ книжкамъ для дѣтей ту степень занимательности и внѣшняго изящества (хорошо испол-

ненные снимки съ картинъ и диаграммъ), при которой эти пособія, будучи достаточно привлекательными, не погрѣшали противъ тѣхъ требованій, которыя выше указаны, какъ правильныя. Переходя ко второй части (глава 1. Числа отъ 1 до 10, стр. 89—345), можно сказать, основной части книги (хотя весьма и весьма значительна цѣнность тѣхъ сопоставленій, которыя сдѣланы въ первой части), отмѣтимъ, что при воспріятіи учащими новаго числа составитель руководства пользуется, числовыми фигурами (на классныхъ счетахъ), привлекаетъ къ участию зрѣніе, слухъ, мускульное чувство (напримѣръ стр. 110), работаетъ съ дѣтьми по одной изъ книгъ для учащихся, разбирая различные вопросы, связанные съ помѣщенной тамъ картиной, пользуется такими примѣрами (воспріятіе числа 4), какъ времена года, стороны свѣта, сравниваетъ число съ предыдущими числами, переходитъ къ письменнымъ упражненіямъ, къ рисованію числовой фигуры и несложныхъ рисунковъ, въ данномъ случаѣ, основанныхъ на знакомствѣ съ четырехугольникомъ.

При изученіи дѣйствій надъ каждымъ изъ разбираемыхъ чиселъ, рекомендуется продѣлать слѣдующій рядъ упражненій (возьмемъ, для примѣра, то, что относится къ числу 5: четыре и одинъ $(4+1)$, одинъ и четыре $(1+4)$, связь упражненій $(4+1)$ и $(1+4)$, пять безъ одного $(5-1)$; связь упражненій $(4+1)$ и $(5-1)$, пять безъ четырехъ $(5-4)$, связь упражненій $(5-1)$ и $(5-4)$ три и два $(3+2)$, два и три $(2+3)$, ..., $(5-2)$ и $(5-3)$ и т. д. Мы не исчерпали здѣсь всѣхъ вопросовъ, подлежащихъ разсмотрѣнію, по мысли автора и согласныхъ съ нимъ методологовъ). Слѣдуетъ оговориться, что работа эта проводится на числовыхъ фигурахъ, на воображаемыхъ предметахъ, на отвѣченныхъ числахъ, самостоятельныхъ работахъ учащихся, картинкахъ, задачахъ, пальцахъ, кубикахъ и т. д. При всей кропотливости рекомендуемой работы она можетъ быть проведена такъ, что она не будетъ тягостной, а лишь полезной для учащихся. Другой вопросъ, слѣдуетъ ли съ такой (или даже нѣсколько меньшей) подробностью разработать всѣ девять чиселъ 1-го десятка. Отвѣтъ на это врядъ ли будетъ утвердительнымъ. Но надо быть признательнымъ автору за напоминаніе дѣломъ (мы разумѣемъ его книгу) кругамъ учителей и лицъ, подготовляющихъ преподавателей, что при первоначальномъ обученіи счету необходимо много работать по продуманному плану, а не довольствоваться тѣмъ, что учащіеся справляются съ многими вопросами въ предѣлахъ перваго десятка. Съ изученіемъ такихъ чиселъ какъ 3, 7, 8 и т. п. связано изученіе мѣръ (сажени, аршина, фута, четверти, четверика, гарнца); дѣти попутно знакомятся съ монетами, почтовыми марками. Въ этой же главѣ, начиная со стр. 283, снова рассматривается вопросъ объ основныхъ дѣйствіяхъ на этотъ разъ не только о сложеніи и вычитаніи, какъ на предшествующихъ страницахъ, но и объ умноженіи и дѣленіи. Умноженію предшествуетъ счетъ равными группами, съ дѣленіемъ на 2, на 3 и т. д. связано изученіе дробей, нахожденіе части цѣлаго. Во 2-ой главѣ—десятиці первой сотни; въ 3-ей главѣ—числа отъ 1 до 20 и, наконецъ, въ IV-ой главѣ числа отъ 1 до 100. Всюду мы находимъ, кромѣ общихъ методическихъ указаній, рядъ соображеній по поводу того или другого пониманія дѣленія, по поводу того или другого термина или приѣма написанія. Всюду удѣлено вниманіе устному счету, примѣненію наглядныхъ пособій, измѣреніямъ, есть также указанія относительно оцѣнки на глазъ. На стр. 391—396 приведены (для учителя) формулы типовъ задачъ на всѣ 4 дѣйствія, съ соответствующими упражненіями для учащихся. Задачи эти на 2 и на 3 дѣйствія.

Что касается книжекъ, которыя даются на руки дѣтямъ, то онѣ содержатъ разносторонній матеріалъ для изученія чиселъ въ той послѣдовательности, какая была отмѣчена нами при разсмотрѣніи «Руководства». Снимки съ картинъ чрезвычайно изящны. Нѣсколько хуже диаграммы, какими авторъ пользуется при изученіи дробей (книжка для перваго года обученія, напримѣръ, стр. 64, 1, 2, 3, 4 и т. д. или книжка для втораго года, стр. 24, стр. 35 и др.). Правда, надо отмѣтить, что авторъ въ одномъ изъ мѣстъ руководства предлагаетъ учителю начертить эти диаграммы въ крупномъ масштабѣ.

Подводя итогъ впечатлѣніямъ отъ 3-хъ рассматриваемыхъ книгъ, мы можемъ сказать, что первое изъ этихъ пособій можетъ по праву занять мѣсто.

въ библиотекъ учителя, книжки же для учащихся будутъ полезнымъ пособіемъ въ классныхъ занятіяхъ въ начальной школѣ. Перейдемъ къ недочетамъ «Руководства». Во первыхъ, во многихъ мѣстахъ оно страдаетъ нѣкоторой однотонностью (взять хотя бы разработку перваго десятка); во вторыхъ, совершенно справедливо выдѣляю, какъ нѣкоторую сложную счетную единицу (стр. 346), авторъ останавливается на половинѣ пути и не развиваетъ этой идеи въ примѣненіи къ дробямъ и мѣрамъ; въ третьихъ, безъ особой необходимости названо безсмысленнымъ распространіе понятія объ умноженіи на такое дѣйствіе, какъ 4×1 ; въ четвертыхъ, рассматривая такъ называемое „дѣленіе съ точки зрѣнія содержанія“ (стр. 305) и излагая различныя точки зрѣнія по этому вопросу, предлагаетъ не вносить новаго въ этотъ важный вопросъ. Что касается до діаграммъ въ книжкахъ для учащихся то, помимо ихъ малыхъ размѣровъ, недостаткомъ ихъ является то, что онѣ не выполнены въ распространенныхъ единицахъ, квадратныхъ сантиметрахъ, квадратныхъ дюймахъ (слѣдовало бы приложить одну таблицу, по которой учащіе могли бы согнуть и вырѣзать изъ бумаги ту или иную діаграмму. Неудачными слѣдуетъ признать также изображенія мѣръ вѣса (рисунки здѣсь надо дать въ натуральную величину) и мѣръ сыпучихъ тѣлъ. Одного соблюденія соотношеній въ чертежѣ недостаточно. Но указанные недочеты замѣтно не понижаютъ достоинства этихъ трехъ добросовѣстно выполненныхъ и во многихъ частяхъ весьма интересныхъ работъ автора.

А. Кулишеръ.

II. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакция сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

А. И. Ивановъ, О. І. Кучевскій, А. Н. Николаевъ, И. А. Челюстинъ, И. Ф. Ягвдъ. *Постановка классныхъ опытовъ по физикѣ*. Часть II. Рига, 1914. II. 75 к. (Книжный складъ у А. Вальтера, Я. Рапа и К^о въ Ригѣ).

Сообщеніе о 1-ой части было напечатано въ № 604 «Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики».

Содержаніе первой части: Жидкости, газы, частичныя силы, волнообразное движеніе, звукъ, теплота.

Содержаніе 2-ой части: Свѣтъ электричество.

<http://vofem.ru>

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) двѣхъ переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 219 (6 сер.). Доказать неравенство

$$\frac{(1-a^n)(1-a^{n+1})}{n-1} \geq \sqrt[n]{(1+a)(1+a+a^2)(1+a+a^2+a^3)\dots(1+a+a^2+\dots+a^{n-1})}$$

$$na^{\frac{n-1}{2}}(1-a)(1-a^2)$$

гдѣ a — любое не отрицательное число и n — любое цѣлое положительное число. Въ какомъ случаѣ возможенъ знакъ равенства въ предложенной для доказательства формулѣ? Какъ истолковать неравенство при $a=1$?

Л. Закутинскій (Черкассы).

№ 220 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$\frac{x^5}{y^5} = \frac{31x^2 - 112}{31y^2 - 112}.$$

В. Яницкій (Острогъ Волынской губ.).

№ 221 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x - 2\sqrt{x\sqrt{x-1}+2} = 0.$$

В. Тюнинъ (Самара).

№ 222 (6 сер.). Найти общій видъ полинома, произведеніе котораго на $x^2 - 1$ содержитъ лишь два члена.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 162 (6 сер.). Найти сумму n членовъ ряда

$$1 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 3^2 + \dots + (2m-1)m^2 + \dots$$

Каждый членъ даннаго ряда можно получить изъ общаго члена $(2m-1)m^2$, полагая $m=1, 2, 3 \dots n$. Но $(2m-1)m^2=2m^3-m^2$. Слѣдовательно

$$1 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + (2n-1)n^2 = (2 \cdot 1^3 - 1^2) + (2 \cdot 2^3 - 2^2) + (2 \cdot 3^3 - 3^2) + \dots \\ \dots + (2 \cdot n^3 - n^2) = 2(1^3 + 2^3 + \dots + n^3) - (1^2 + 2^2 + \dots + n^2).$$

Но извѣстно, что

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Поэтому

$$1 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 3^3 + \dots + (2n-1)n^2 = \frac{2n^2(n+1)^2}{4} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \\ = \frac{n(n+1)(3n^2+n-1)}{6}.$$

Н. Михальскій (Екатеринославъ); *Е. Назаревскій* (Саратовъ); *В. Кованько* (ст. Струнино); *С. Дрождинъ* (Валта); *П. Безчеревныхъ* (Благовѣщенскъ); *А. Бутото* (Богодуховъ); *И. Волохинъ* (Ялта); *С. Конюховъ* (Томскъ); *А. Иткинъ* (Петроградъ); *С. Каменецкій* (Серпуховъ); *М. Кимъ* (Никольскъ-Уссурійскій).

№ 163 (6 сер.) *Рѣшить уравненіе*

$$\sin x - \frac{5 \cos^4 x - 20 \cos^2 x + 16}{\cos^4 x - 12 \cos^2 x + 16} = 0.$$

Представивъ данное уравненіе послѣдовательно въ видѣ

$$\sin x - \frac{5(1 - \sin^2 x)^2 - 20(1 - \sin^2 x) + 16}{(1 - \sin^2 x)^2 - 12(1 - \sin^2 x) + 16} = 0, \quad \sin x - \frac{5 \sin^4 x + 10 \sin^2 x + 1}{\sin^4 x + 10 \sin^2 x + 5} = 0,$$

освобождаемъ его отъ знаменателя. Тогда получимъ

$$\sin^5 x - 5 \sin^4 x + 10 \sin^3 x - 10 \sin^2 x + 5 \sin x - 1 = 0, \text{ или } (\sin x - 1)^5 = 0,$$

откуда

$$\sin x = 1, \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

гдѣ k — произвольное цѣлое число.

Н. Михальскій (Екатеринославъ); *Ю. Воскресенскій* (Казань); *Я. Назаревскій* (Саратовъ); *В. Кованько* (ст. Струнино); *Д. Ханжисевъ* (Армавиръ); *М. Х.* (Тифлисъ); *П. Безчеревныхъ* (Благовѣщенскъ); *А. Ильинъ* (Кіевъ); *А. Бутото* (Богодуховъ); *С. Каменецкій* (Серпуховъ); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское).

№ 171 (6 сер.) *Рѣшить уравненіе*

$$17x^2 - 12x \sqrt{(2x-1)(x+1)} + 4x - 4 = 0.$$

Преобразовываемъ первую часть уравненія слѣдующимъ образомъ:

$$17x^2 - 12x \sqrt{(2x-1)(x+1)} + 4x - 4 = 17x^2 - 6x \sqrt{2^2(2x^2+x-1)} + \\ + 4x - 4 = 17x^2 - 6x \sqrt{8x^2+4x-4} + 4x - 4 = 9x^2 - 6x \sqrt{8x^2+4x-4} + \\ + 8x^2+4x-4 = (3x - \sqrt{8x^2+4x-4})^2.$$

Итакъ, данное уравненіе можно представить въ видѣ $(3x - \sqrt{8x^2 + 4x - 4})^2 = 0$, откуда

$$3x = \sqrt{8x^2 + 4x - 4}, \quad 9x^2 = 8x^2 + 4x - 4, \quad x^2 - 4x + 4 = 0, \quad (x - 2)^2 = 0, \quad x = 2.$$

Провѣряя это рѣшеніе подстановкой, находимъ, что оно дѣйствительно удовлетворяетъ данному уравненію, если подъ радикаломъ второй степени подразумѣвать его арифметическое значеніе.

С. Дроздинъ (Балта); *М. Лукьянова* (Петроградъ); *В. Шидловскій* (г. Шлокъ); *М. Бабинъ* (Могилевъ); *Н. Андреевскій* (ст. Лосиноостровская); *М. Трпезонцевъ* (Нахичевань); *Д. Ханжіевъ* (Армавиръ); *Г. Михневичъ* (Одесса); *П. Безчеревныиъ* (Благовѣщенскій); *П. Воложинъ* (Ялта); *В. Кованько* (ст. Струвино); *Н. Ченгери* (Глуховъ); *А. Иткинъ* (Петроградъ); *А. Кисловъ* (Москва); *Я. Этштейнъ* (Михайловка, Таврич. губ.); *И. Зюзинъ* (с. Архангельское); *Н. Табахъ* (Челябинскъ); *А. Глазуновъ* (Александровъ, Владим. губ.).

№ 175 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

V

$$3x^3\sqrt{3} - 12x^2 + x\sqrt{3} + 6 = 0.$$

Полагая (1) $x = y\sqrt{3}$, представимъ данное уравненіе въ видѣ

$$27y^3 - 36y^2 + 3y + 6 = 0, \text{ или } (2) \quad 9y^3 - 12y^2 + y + 2 = 0.$$

Разлагая лѣвую часть уравненія (2) на множителей, находимъ послѣдовательно, что

$$\begin{aligned} 9y^3 - 12y^2 + y + 2 &= 9y^3 - 3y^2 - 9y^2 - 2y + 3y + 2 = 9y^3 - 3y^2 - 2y - (9y^2 - 3y - 2) = \\ &= (y - 1)(9y^2 - 3y - 2) = (y - 1)(3y - 2)(3y + 1). \end{aligned}$$

Итакъ, уравненіе (2) приводится къ виду $(y - 1)(3y - 2)(3y + 1) = 0$, откуда $y_1 = 1$, $y_2 = \frac{2}{3}$, $y_3 = -\frac{1}{3}$, а потому

$$x_1 = \sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad x_3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

М. Бабинъ (Могилевъ); *П. Воложинъ* (Ялта); *П. Безчеревныиъ* (Благовѣщенскій); *Н. (Тифлисъ); А. Стафійчукъ* (Пужайково, Подольской губ.); *В. Кованько* (ст. Струвино); *М. П. (Тифлисъ); Н. Ченгери* (Глуховъ); *А. Иткинъ* (Петроградъ); *И. Зюзинъ* (с. Тальянино); *А. Кисловъ* (Москва); *Я. Этштейнъ* (Михайловка, Таврической губ.); *А. Ильинъ* (Кіевъ); *Г. Михневичъ* (Одесса).

№ 176 (6 сер.). Найти число, произведеніе всѣхъ дѣлителей котораго равно 5832.

Пусть N — цѣлое положительное число, и пусть

$$(1) \quad 1, b, c, \dots, k, l, N$$

всѣ его дѣлители, расположенные въ возрастающемъ порядкѣ, такъ что первый изъ нихъ равенъ 1, а послѣдній равенъ N . Тогда числа ряда

$$(2) \quad \frac{N}{1}, \frac{N}{b}, \frac{N}{c}, \dots, \frac{N}{k}, \frac{N}{l}, \frac{N}{N}$$

суть также дѣлители числа N , при чемъ рядъ (2) также есть рядъ всѣхъ дѣлителей N , но только этотъ рядъ расположенъ въ убывающемъ порядкѣ: дѣйствительно, числа ряда (2) расположены въ убывающемъ порядкѣ, такъ какъ числа ряда (1) возрастаютъ отъ начала его къ концу, а потому среди ряда (2) нѣтъ равныхъ между собою чиселъ; каждое изъ чиселъ ряда (2) есть дѣлитель числа N , и число чиселъ ряда (2) равно числу чиселъ ряда (1). Поэтому, называя черезъ Δ произведение всѣхъ дѣлителей числа N , находимъ, что

$$(1 \cdot bc \dots k \cdot l \cdot N) \left(\frac{N}{1} \cdot \frac{N}{b} \cdot \frac{N}{c} \dots \frac{N}{k} \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{N}{N} \right) = \Delta^2,$$

или же, называя черезъ m число всѣхъ дѣлителей числа N ,

$$\left(1 \cdot \frac{N}{1} \right) \left(b \cdot \frac{N}{b} \right) \left(c \cdot \frac{N}{c} \right) \dots \left(k \cdot \frac{N}{k} \right) \left(l \cdot \frac{N}{l} \right) \left(N \cdot \frac{N}{N} \right) = N^m = \Delta^2.$$

Итакъ,

$$(3) \quad N^m = \Delta^2.$$

Называя черезъ N искомое число данной задачи и применяя формулу (3), находимъ, что

$$N^m = 5832^2 = (2^3 3^6)^2, \text{ т. е. } (4) \quad N^m = 2^6 3^{12}.$$

Изъ равенства (4) вытекаетъ, что разложение числа N содержитъ лишь простые числа 2 и 3, а потому (5) $N = 2^x 3^y$, гдѣ x и y — цѣлыя положительныя числа, откуда $N^m = 2^{mx} 3^{my}$. Слѣдовательно, [см. (4)] $2^{mx} 3^{my} = 2^6 3^{12}$, откуда

$$(6) \quad mx = 6, \quad my = 12.$$

Изъ равенствъ (6) слѣдуетъ, что m есть общій дѣлитель чиселъ 6 и 12, а потому m есть дѣлитель числа 6, — ихъ общаго наибольшаго дѣлителя; слѣдовательно должно выполняться одно изъ равенствъ (7) $m = 1, 2, 3, 6$. Но, по известной формулѣ, дающей число всѣхъ дѣлителей числа N , [см. (5)] $m = (x+1)(y+1)$, или, послѣ подстановки въ послѣднее равенство значений x и y изъ формулъ (6),

$$m = \left(\frac{6}{m} + 1 \right) \left(\frac{12}{m} + 1 \right).$$

Подставляя въ это уравненіе всѣ вообще возможныя значенія m изъ формулъ (7), убѣждаемся, что оно выполняется лишь при $m = 6$. Поэтому [см. (6)]

$$x = \frac{6}{m} = \frac{6}{6} = 1, \quad y = \frac{12}{6} = 2, \quad \text{откуда [см. (5)] } N = 2 \cdot 3^2 = 18.$$

М. Бабинъ (Могилевъ); П. Воложинъ (Ялта); П. Безчеревныхъ (Благовѣщенскъ); А. Иткинъ (Петроградъ); И. Зюзинъ (с. Татьяино); Е. Мухомовъ (Одесса); А. Кисловъ (Москва); Л. Крееръ (Гомель); Д. Ханжиковъ (Армавиръ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію *).

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Н. А. Извольскій. *Геометрія на плоскости. (Планиметрия).* II изд. „Сотрудники школы“. Москва, 1914. Стр. VI + 293. Ц. 1 р. 20 к.

Его же. *Къ вопросу объ опредѣленіи длины окружностей.* — Докладъ, прочитанный на 2-мъ Всероссійскомъ Сѣздѣ преподавателей математики. Москва, 1914. Стр. 33. Ц. 35 к.

Шохоръ-Троцкий. *Новый арифметическій задачникъ.* Ч. I. Изданіе т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. 84. Ц. 15 к.

Е. И. Игнатьевъ. *Математическая хрестоматія.* Книга 2-ая. „Алгебра и общая арифметика“. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. XII + 512. Ц. 1 р. 80 к.

Д. А. Бемъ, А. А. Волковъ, Р. Э. Струве. *Сборникъ упражненій и задачъ по элементарному курсу алгебры.* Ч. II. Курсъ старшихъ классовъ средн. учебныхъ заведеній. Москва, 1915. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Стр. 427. Ц. 1 р. 15 к.

Е. И. Игнатьевъ и А. В. Цингеръ. *Начальный задачникъ по арифметикѣ.* Ч. I-ая. Стр. 63. Ч. II-ая. Стр. 95. Ч. III-ья. Стр. 99. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва. Цѣна каждой части 20 к.

Ю. К. Лаубергъ. *Фотографическіе рецепты и таблицы.* Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. 292. Ц. 1 р.

І. Штѣклинь. *Арифметическій задачникъ.* Для начальныхъ школъ повыш. типа и средн. учебн. заведеній. Выпускъ VII. Стр. 32. Ц. 15 к. Выпускъ VIII. Стр. 52. Ц. 20 к. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914.

Его же. *Методика арифметики.* Ч. III-ья съ рисунками. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1914. Стр. XII + 528. Ц. 1 р. 60 к.

П. Никульцевъ. *Арифметика.* Курсъ средне-учебныхъ заведеній. Изд. XI т-ва бр. Салаевыхъ. Москва, 1914. Стр. 272. Ц. 70 к.

А. П. Постниковъ. *Курсъ физики съ приложеніемъ основныхъ свѣдѣній по химіи.* Для мужскихъ гимназій и реальныхъ училищъ съ 475 чертежами и таблицею спектровъ. Москва, 1914. Стр. 581. Ц. 2 р. 50 к.

И. Александровъ. *Методы рѣшеній геометрическихъ задачъ на построеніе и сборникъ геометрическихъ задачъ.* Курсъ ср.-учебн. заведеній. Изд. XIV. Москва, 1914. Стр. XII + 176. Ц. 1 р. 25 к.

А. Алмоевъ. *Сборникъ задачъ, предложенныхъ въ 1913 — 14 г. на выпускныхъ экзаменахъ.* Москва, 1914. Стр. 147. Ц. 75 к.

Д. Волковской. *Дѣтскій міръ въ числахъ.* Москва, 1914. Стр. 72. Ц. 20 к.

Г. Шпетъ. *Явленіе и смыслъ.* Феноменологія, какъ основная наука и ея проблемы. Кн-ство „Гермесъ“. Москва, 1914. Стр. 216. Ц. 1 р. 60 к.

Б. Бозанкетъ. *Основанія логики.* Популярныя лекціи. Переводъ подъ ред. Г. Шпета. Кн-ство „Гермесъ“. Москва, 1914. Стр. VI + 173. Ц. 1 р. 10 к.

Программы для самообразованія. (Курсъ высшей школы). Науки математическія и физико-химическія, высшая математика, физика, химія, кристалло-

*) Настоящій списокъ появляется несвоевременно. Это обусловливается тѣмъ, что секретарь редакціи вступилъ въ ряды арміи въ отсутствіи редактора; списки оказались не въ должномъ порядкѣ.

графія, астрономія, физическая географія, метеорологія и климатологія. Москва, 1914. Стр. VIII + 160. Ц. 50 к.

Н. Каменьщиковъ. *Таблицы логарифмовъ съ четырьмя десятичными знаками.* Пособіе для среднихъ учебныхъ заведеній. Изд. т-ва „Просвѣщеніе“. С.-Петербургъ, 1914. Стр. VI + 102. Ц. 90 к.

Его же. *Сокращенный курсъ космографіи.* Учебникъ для средне-учебныхъ заведеній съ 83 рис. Петроградъ, 1914. Ц. 70 к.

В. А. Эрлеманъ. *Введеніе въ гальванизмъ и школьный квадрантный электрометръ.* Петроградъ, 1914. Стр. 23. Ц. 50 к.

Его же. *Электрическое оборудование физич. кабинета при центральномъ переменномъ токъ.* Петроградъ, 1914. Стр. 31. Ц. 50 к.

В. Кондратьевъ. *Систематическій сборникъ алгебраическихъ задачъ.* — Курсъ средне-учебныхъ заведеній. Ч. I-ая. Изд. Башмакова и К^о. Петроградъ, 1914. Стр. 236. Ц. 65 к.

А. А. Чикинъ. *Отражательные телескопы.* (Изготовление рефлекторовъ доступными для любителей средствами). Петроградъ, 1915. Стр. 128. Ц. 1 р. 50 к.

Новыя идеи въ біологіи. Сборникъ № 3. „Смерть и безсмертіе“. Стр. 148. Сборникъ № 4. „Наслѣдственность“. Стр. 149. Сборникъ № 5. „Біохимія“. Стр. 143. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей проф. В. А. Вагнера. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Новыя идеи въ социологіи. Сборникъ № 2. „Социологія и психологія“. Стр. 136. Сборникъ № 3. „Что такое прогрессъ? I“. Стр. 155. Сборникъ № 4. „Генетическая социологія I“. Стр. 136. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей проф. М. М. Ковалевскаго и Е. В. де-Роберто. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Новыя идеи въ астрономіи. Сборникъ № 4. „Распредѣленіе звѣздъ въ пространствѣ и ихъ движеніе“. Стр. 158. Сборникъ № 5. „Кометы, ихъ природа и происхожденіе“. Стр. 156. Сборникъ № 6. „Марсъ и его каналы“. Стр. 146. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей засл. проф. А. А. Иванова. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Новыя идеи въ философіи. Сборникъ № 14. „Этика I“. Стр. 171. Сборникъ № 15. „Бессознательное“. Стр. 144. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей Н. О. Лосскаго и Э. Л. Радлова. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Новыя идеи въ медицинѣ. Сборникъ № 2. „Апафилаксія“. Стр. 133. Сборникъ № 3. „Внутренняя секреція“. Стр. 123. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей проф. А. М. Левина при ближайшемъ участіи проф. Блуменау, Кадьяна, дра Лондона и акад. Павлова. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Естествознаніе въ школѣ. Сборникъ № 4. „Преподаваніе зоологіи“. Стр. 127. Сборникъ № 5. „Обзоръ новѣйшей методической, научно-популярной и учебной литературы по естествознанію“. Стр. 163. Сборникъ № 6. „Общіе вопросы преподаванія естествознанія“. Стр. 139. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ редакціей В. А. Вагнера и В. Е. Райкова. Кн-ство „Образованіе“. СПб., 1914. Ц. каждого сборника 80 к.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено военной цензурой.

Типографія „Техникъ“ — Одесса, Екатерининская, 58.

О ПОДПИСКѢ въ 1915 году

на ежемѣсячный иллюстрирован. журн. для дѣтей средняго возраста

въ годъ
1 р. 50 к.
съ перес.

МІРОКЪ

г. XIV изд.

Подъ редакціей Вл. Попова.

Учен. Комит. при Министерствѣ Народ. Просвѣщенія ДОПУЩЕНЪ
въ ученическія бібліотеки начальныхъ училищъ по ПРЕДВАРИТЕЛЬ-
НОЙ ПОДПИСКѢ.

Кромѣ 12-ти книжекъ журнала, въ видѣ безпл. приложенія будетъ
дана любимая книга дѣтей князя В. Ѳ. ОДОЕВСКАГО—

„Сказки дѣдушки Иринея“,

въ которую войдутъ лучшія его сказки, какъ, напр.: „Городокъ
въ табакеркѣ“, „Серебрянный рубль“, „Бѣдный Гнѣдко“, Червя-
чекъ“ и др.

Контора журнала „МІРОКЪ“: Москва, Тверская, д. № 48.

Вышелъ № 10 (октябрь) журнала

СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ

24-ый годъ изданія.

Содержаніе: Г. Мань: «Вѣрнопожденный» перев. съ рукописи неизданнаго романа, изображающаго разложеніе современной Германіи, Г. Гольдбергъ: «Сѣверный морской путь», Вл. Кранихфельдъ: «Воинствующая Германія и русская журналистика 1870—71 г.г.», І. Ларскій: «Боевыя силы», Н. Рожковъ: «Мировая война 100 лѣтъ тому назадъ и теперь», Ю. Стекловъ: «Война и германская социаль. демократія», А. Финнъ-Енотаевскій: «Причины міровой войны», Б. Филатовичъ: «Подготовка войны», Ник. Іорданскій: «Старое и новое» и др.

Открыта подписка на 1915 годъ.

Подписная цѣна: На годъ—10 руб., на полгода—5 руб., Условія разсрочки: при
подпискѣ—3 р., къ 1 апр.—3 р., къ 1 іюля—3 р., къ 1 сент.—1 р.

Адресъ: Петроградъ, Басковъ пер., 35. Подробный проспектъ высылается
бесплатно.

Редакторъ Ник. Іорданскій

Издательница М. К. Іорданская

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, въ 24 и 32 стр. каждый, подъ редакціей прив.-доц. В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Изъ записной книжки преподавателя. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Библиографія: I. Рецензіи. II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. III. Новости иностранной литературы. Темы для сотрудниковъ. Задачи на премію. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были рекомендованы: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр.—для гимн. мужск. и женск., реальн. уч., прогимн., городск. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ—для дух. семинарій и училищъ.

Въ 1913 г. журналъ былъ признанъ Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. заслуживающимъ вниманія при пополненіи библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенные въ 1913 году.

50-й и 51-й семестры.

Проф. Р. Вудъ. Новѣйшіе опыты съ невидимымъ свѣтомъ. *Г. Дресслеръ.* Учебныя пособія по математикѣ. *Проф. Д. Синцовъ.* XIII-ый Съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей въ Тифлисѣ. *Проф. В. Бьеркнесъ.* Метеорологія, какъ точная наука. *Д-ръ Э. Ленке.* Введеніе въ коллоидную химію. *Н. Извольскій.* Цѣль обученія ариметикѣ. *М. Рудзкій.* Возрастъ земли. *М. Фихтенгольцъ.* Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Къ предстоящему II-му Всероссийскому Съѣзду преподавателей математики. *Прив.-доц. Ю. Рабиновичъ.* О періодическихъ непрерывныхъ дробяхъ. *Т. В. Рихардсъ.* Основныя свойства элементовъ. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Ариѳметическое и алгебраическое дѣленіе. *Проф. Эйштейнъ.* Къ проблемѣ тяготѣнія. *Проф. В. П. Ермаковъ.* Уравненія движенія планеты около солнца. *Проф. О. Д. Хвольсонъ.* Horlog absoluti (Источникъ принципа относительности). *Проф. Н. Умовъ.* Возможный смыслъ теоріи квантъ. *Прив.-доц. И. Ю. Тимченко.* Демокритъ и Архимедъ. *Проф. Д. Синцовъ.* О конкурсныхъ экзаменахъ (къ 25-лѣтію ихъ существованія). *Проф. В. А. Циммерманъ.* О перемѣстительномъ свойствѣ произведенія нѣсколькихъ сомножителей. *Проф. А. Л. Корольковъ.* Графическій приемъ при изученіи системы линзъ. *В. А. Гернетъ.* Капиллярный анализъ. *Прив.-доц. Е. Л. Буницкій.* Къ теоріи maximum'a и minimum'a функций одного переменнаго. *Прив.-доц. Ю. Г. Рабиновичъ.* О наибольшихъ величинахъ въ геометріи. *Прив.-доц. С. О. Шатуновскій.* Къ ученію о радикалахъ. *Ө. Морё.* Куда насъ увлекаетъ наше солнце. *Акад. А. А. Марковъ.* Двухсотлѣтіе закона большихъ чиселъ. *А. Риги.* Природа Х-лучей. *Акад. П. И. Вальденъ.* О вліяніи физики на развитіе химіи. *Проф. В. П. Ермаковъ.* Полиномъ, сохраняющій между данными предѣлами постоянный знакъ и наименѣе уклоняющійся отъ нуля. *П. Флоровъ.* Результаты, проистекающіе изъ сравненія чиселъ съ ихъ натуральными логарифмами. *Проф. Н. Умовъ.* Эволюція физическихъ наукъ и ея идейное значеніе. *Проф. І. К. Кантейнъ.* Строеніе Вселенной. *Проф. М. Плонтъ.* Новые пути физическаго познанія. *И. Александровъ.* Рѣшеніе задачъ однимъ циркулемъ (геометрія Маскерони).

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ: Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы нисшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ непосредственно изъ конторы редакціи, платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Тарифъ для объявленій: за страницу 30 руб.; при печатаніи не менѣ 3 разъ—10% скидки, 6 разъ—20%, 12 разъ—30%.

Журналъ за прошлые годы по 2 руб. 50 коп., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 руб. за семестръ. Отдѣльные номера текушаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 к.

Адр. для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.