

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 119.

Х Сем.

5 Мая 1891 г.

№ 11.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Всѣхъ нашихъ подписчиковъ, читателей, сотрудниковъ и корреспондентовъ просимъ принять къ свѣдѣнію, что во время предстоящихъ каникулъ

Редакція, изданіе, книжный и физическій склады

„Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“

переносятся изъ г. КІЕВА въ г. ОДЕССУ.

При этомъ всѣ условія подписки, сотрудничества, выпуска номеровъ, помѣщенія объявленій и пр. остаются пока безъ измѣненій.

Первый номеръ XI-го семестра „Вѣстника“, по общему счету № 121-ый, выйдетъ уже въ Одессѣ 20-го августа.

Подписка на 2-ое полугодіе 1891 г. (XI-ый сем.) открыта

при конторѣ редакціи въ г. Одессѣ и при книжныхъ магазинахъ: Н. Я. Оглоблина—въ С.-Петербургѣ и Кіевѣ, Мамонтова, Глазунова и конт. Печковской—въ Москвѣ; Дубровина—въ Казани, „Новаго Времени“—въ Харьковѣ и пр. Льготная подписка (отъ учащихся: 2 р. вмѣсто 3 р. въ полугодіе) по прежнему черезъ посредничество книжныхъ магазиновъ не принимается. Правами льготы могутъ пользоваться и коллективные подписчики (отдѣльные классы учебныхъ заведеній, курсы, общежитія, учен. квартиры и пр.). Для частныхъ лицъ—какъ и прежде—допускается разсрочка подписной платы по соглашенію.—Полный комплектъ всѣхъ 120-и №№ „Вѣстника“, изданныхъ въ Кіевѣ, новымъ подписчикамъ продается съ уступкой за 18 рублей съ перес. Каждый семестръ отдѣльно (сброш. въ книгу)—по 2 р. 50 к. (для учащихся—по 2 р.) съ перес.

Вслѣдствіе недостаточнаго развитія въ г. Одессѣ типографскаго дѣла, внѣшній видъ „Вѣстника“ вѣроятно измѣнится и—на первыхъ порахъ, быть можетъ—окажется менѣ изящнымъ, чѣмъ въ настоящее время; но, подобно тому какъ это было и въ Кіевѣ въ началѣ изданія,

мы вторично постараемся и въ этомъ отношеніи достигнуть возможныхъ улучшеній. Что же касается содержанія „Вѣстника“, его программы, направленія и пр., то, конечно, въ общемъ никакихъ перемѣнъ не предвидится, такъ какъ составъ редакціи и сотрудниковъ въ сущности не мѣняется; въ частности-же будетъ расширенъ отдѣлъ ученическій, въ виду того что въ послѣднее время число льготныхъ и коллективныхъ подписчиковъ значительно увеличилось, и отдѣлы извлеченій изъ другихъ специальныхъ журналовъ и библиографическій; за то статьи слѣшкомъ спеціальныя по содержанію будутъ или подвергаться большому сокращенію, или издаваться даже въ видѣ отдѣльныхъ приложений. Протоколы засѣданій ученыхъ обществъ и рефераты сообщений, въ особенности касающихся элементарной математики и физики, будутъ по прежнему печататься, чтобы дать читателямъ возможность слѣдить за ходомъ развитія физико-матем. наукъ въ Россіи.

Сношенія, въ которыя мы вошли для упроченія и урегулированія изданія, приобрѣвшаго въ теченіе 5 лѣтъ солидную репутацію и приносящаго—какъ мы въ этомъ убѣждены—свою долю пользы, позволяютъ намъ надѣяться, что впредь намъ легче будетъ удовлетворить тѣмъ основательнымъ требованіямъ нашихъ читателей, которые до сихъ поръ нерѣдко выходили за предѣлы возможнаго для насъ. Ради этого мы и переносимъ изданіе въ Одессу, гдѣ оно—какъ надѣемся—установится окончательно. Вмѣстѣ съ тѣмъ мы намѣрены значительно расширить издательскую дѣятельность*) и книжный складъ, въ которомъ, кромѣ собственныхъ изданій, желаемъ сконцентрировать вообще научныя и учебныя книги, пользующіяся въ настоящее время наибольшою популярностію, а также тѣ изъ иностранныхъ сочиненій, которыя заслуживаютъ наибольшаго вниманія. По мѣрѣ накопленія, каталоги будутъ печататься и разсылаются всѣмъ подписчикамъ „Вѣстника“ бесплатно.

Всю корреспонденцію по дѣламъ редакціи, книжнаго склада, или личную на имя редактора-издателя Эразма Корнеліевича Шпачинскаго, просимъ направлять впредь по адресу:

г. Одесса, въ редакцію „Вѣстника Оп. Физики и Эл. Математики“.

Лица, желающія принять на себя трудъ *постояннаго* сотрудничества въ журналѣ по какому либо спеціальному отдѣлу, приглашаются заявить лично или письменно о своихъ условіяхъ касательно гонорара, выписки нужныхъ для такого сотрудничества журналовъ и пр.

Авторы статей специальныхъ болѣе значительнаго объема, желающіе чтобы таковыя были изданы въ видѣ особыхъ брошюръ и разосланы читателямъ „Вѣстника“ какъ бесплатное приложение, благоволятъ вмѣстѣ съ присылкой такихъ статей сообщать какую часть расходовъ они принимаютъ на себя.

*) Выходъ съ печати книги: „Историческій очеркъ развитія элементарной Геометріи“ былъ задержанъ вслѣдствіе хлопотъ, вызванныхъ предстоящимъ перенесеніемъ редакціи въ другой городъ. Тѣмъ не менѣе она будетъ выпущена еще въ Кіевѣ и разослана какъ всѣмъ заказчикамъ, такъ и тѣмъ учебнымъ заведеніямъ (выписывающимъ „Вѣстникъ“ не менѣе чѣмъ въ 2-хъ экземплярахъ), которымъ она обѣщана какъ бесплатная премія.

ОПЫТЫ ГЕРЦА.

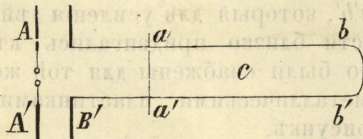
(Окончаніе)*).

Механическое дѣйствіе электрическихъ волнъ.

Намъ остается сказать еще нѣсколько словъ о механическомъ дѣйствіи электрическихъ волнъ, изслѣдованію котораго посвящена послѣдняя работа Герца**).

Для этой цѣли былъ взятъ первичный проводникъ изъ двухъ пластинокъ въ 40 см. въ поперечникъ съ двумя стержнями, между концами которыхъ былъ оставленъ прорывъ. Вторичный проводникъ состоялъ изъ двухъ такихъ же пластинокъ, поставленныхъ на разстояніи 10 см. отъ первыхъ; отъ каждой изъ нихъ шла проволока длиною въ 6,8 м.; концы этихъ проволокъ были соединены между собою; разстояніе между проволоками было около 30 см. Фиг. 44 представляетъ схематическое

Фиг. 44.



расположеніе обоихъ проводниковъ: AA' — первичный, $Bbb'B'$ вторичный проводникъ. На нѣкоторомъ разстояніи отъ BB' , которое можно было по желанію измѣнять, было устроено вторичное соединеніе между проволоками помощью мостика aa' . Прорывъ первичнаго проводника былъ длиною только 2 мм., и для возбужденія колебаній была взята небольшая катушка Румкорфа.

При такомъ расположеніи прибора и при разстояніи aa' отъ BB' въ 1,2 м. въ $abb'a'$, получались весьма быстрыя колебанія, соответствовавшія половинѣ длины стоячей волны. Эти колебанія, какъ показали раньше***) Lecher, возбуждались благодаря резонансу между ними и первичными колебаніями, имѣвшими мѣсто въ воздухѣ между AA' съ одной стороны и $Baa'B'$ съ другой. Перемѣщеніе мостика aa' уменьшаетъ время одного и одновременно увеличиваетъ время другого колебанія.

Описанная схема, говоритъ авторъ, имѣетъ слѣдующія выгоды: сила, которую мы имѣемъ въ виду изслѣдовать, весьма мала, поэтому проводникъ, подвергаемый ея дѣйствію, долженъ быть защищенъ отъ постороннихъ электрическихъ вліяній. При нашей схемѣ это вполне возможно, такъ какъ проволоки ab , $a'b'$, къ которымъ мы должны приближать пробное тѣло, представляютъ замкнутую систему. Окружая $abb'a'$ проволоочною сѣткой, соединенной съ узлами колебаній въ aa' и bb' , мы вполне достигаемъ названной цѣли, не нарушая колебаній въ $abb'a'$.

Во вторыхъ, проводникъ, подвергавшійся при ниже описанныхъ опытахъ дѣйствію электрической силы, не представлялъ электрическаго резонатора, который самъ отзывался бы, такъ сказать, на соответствующія ему колебанія. Поэтому необходимо было для полученія срав-

*) См. „Вѣстникъ“, №№ 112, 117 и 118.

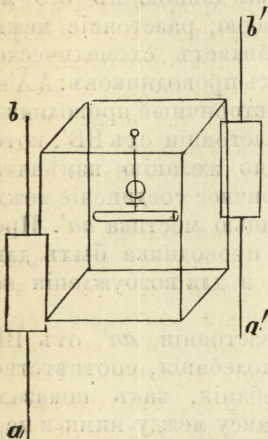
**) Wied. Ann. B. 42, стр. 407, 1891 г.

***) Wied. Ann. B. 41. стр. 850, 1890 г.

нимыхъ между собою результатовъ, имѣть по возможности чистое колебаніе опредѣленной длины волны. При выше описанной схемѣ значительной силы достигало только колебаніе съ наибольшей длиной волны, узлы котораго были въ aa' и bb' , такъ какъ только это колебаніе усиливалось первичнымъ колебаніемъ, благодаря консонансу между ними. Наконецъ колебаніе между aa' и bb' достаточно не зависитъ отъ того, натянута ли проволока прямолинейно или какъ нибудь изогнута, что даетъ возможность направлять ихъ въ желаемомъ смыслѣ.

Для наблюденія механическаго дѣйствія электрической силы Герцъ приготовилъ цилиндрическую трубочку изъ сусальнаго золота, въ 5,5 см. длины и 0,7 см. въ діаметрѣ. Эта трубка была подвѣшена на коконовой нити къ крышкѣ стекляннаго ящика, какъ показано на рисунокѣ (фиг. 45).

Фиг. 45.



На той же нити былъ укрѣпленъ маленькій магнитъ, дававшій трубочкѣ опредѣленное положеніе равновѣсія, и зеркало, позволявшее при поворачиваніи трубочки отсчитывать уголъ поворота.

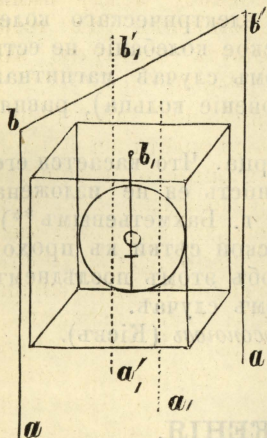
Ящикъ съ заключенными въ немъ трубочкой, магнитомъ и зеркаломъ помѣщался между проволоками ab и $a'b'$, которые для усиленія дѣйствія по возможности близко придвигались къ ящику и кромѣ того были снабжены для той же цѣли маленькими металлическими пластинками, какъ показано на рисунокѣ.

Оказалось, что при существованіи колебаній въ проволокахъ трубочка уклонялась отъ положенія равновѣсія, стремясь расположиться по направленію дѣйствія электрической силы. Герцъ наблюдалъ измѣненіе величины дѣйствія силы въ зависимости отъ измѣненія положенія прибора между припухlostью волны c , (фиг. 44) и узломъ bb' . Онъ приводитъ рядъ чиселъ, выражающихъ отклоненіе трубочки отъ положенія равновѣсія и уменьшающихся по мѣрѣ перемѣщенія ея отъ c къ bb' . Разсмотрѣніе измѣненій этихъ чиселъ приводитъ къ заключенію, что законъ электрическихъ колебаній, обуславливающихъ отклоненіе трубочки, отступаетъ отъ простаго закона $\text{Sinus}'\text{овъ}$.

Для наблюденія механическаго дѣйствія магнитной силы было употреблено кольцо въ 65 мм. въ діаметрѣ, изъ алюминіевой проволоки въ 2 мм. толщины. Это кольцо съ магнитомъ и зеркаломъ было подвѣшено на коконовой нити къ крышкѣ прежняго стекляннаго ящика, какъ показано на рисунокѣ (фиг. 46). Что будетъ происходить съ кольцомъ, когда въ проволокахъ ab и $a'b'$ будутъ имѣть мѣсто электрическія колебанія? Положимъ, что мы не знаемъ о существованіи магнитной силы; тогда части кольца, соотвѣтствующія концамъ горизонтальнаго діаметра его, будутъ играть такую же роль, какъ въ предыдущемъ случаѣ концы трубочки. Поэтому мы должны ожидать, что подѣ влияніемъ колебаній въ ab и $a'b'$ кольцо будетъ отклоняться отъ положенія равновѣсія, стремясь стать такъ, чтобы направленіе горизонтальнаго діаметра совпало съ линіей, соединяющей противолежащія части проволокъ ab и $a'b'$, т. е. такъ,

какъ будто бы части кольца, соответствующія концамъ горизонтальнаго діаметра, притягивались ближайшими частями проволокъ. Кромѣ того наибольшаго уклоненія кольца отъ положенія равновѣсія мы должны при нашемъ допущеніи ожидать въ положеніи c (фиг. 44), наименьшаго въ узлахъ aa' или bb' .

Фиг. 46.



На опытѣ оказалось однако явленіе обратное предположенному нами при допущеніи, что о существованіи магнитной силы мы пока не знаемъ. Именно, при помѣщеніи прибора около узла bb' кольцо уклонилось отъ положенія равновѣсія на величину такого же порядка, какъ въ предыдущемъ опытѣ трубочка при помѣщеніи ея въ припухлости колебаній c ; кромѣ того уклоненіе имѣло обратный характеръ—кольцо стремилось стать такъ, чтобы горизонтальный діаметръ принялъ направление параллельное направлению проволокъ ab и $a'b'$, т. е., имѣло мѣсто отталкиваніе частей, соответствовавшимъ концамъ горизонтальнаго діаметра, отъ близъ лежащихъ частей проволокъ.

Изъ этого опыта непосредственно вытекаетъ заключеніе, что на ряду съ электрическимъ колебаніемъ существуетъ еще другое колебаніе, узлы котораго соответствуютъ припухlostямъ перваго и наоборотъ; что это колебаніе проявляется въ определенномъ измѣненіи состоянія окружающей среды и что характеристическое направленіе этого колебанія нормально къ таковому же электрическаго колебанія. Принимая теперь во вниманіе то, что мы знаемъ о магнитной силѣ тока, приходимъ къ заключенію, что колебаніе, о которомъ идетъ рѣчь, есть колебаніе магнитной силы. При весьма быстрыхъ измѣненіяхъ направленія магнитной силы въ кольцѣ имѣютъ мѣсто наведенные токи, обратные токомъ $abb'a$, благодаря чему мы и наблюдаемъ выше описанное отталкиваніе, т. е. стремленіе плоскости кольца стать нормально къ плоскости $abb'a$.

При перемѣщеніи ящика съ кольцомъ отъ bb' по направленію къ c (фиг. 44), наблюдалось быстрое уменьшеніе отклоненія кольца отъ положенія равновѣсія; въ нѣкоторой точкѣ отклоненіе было нуль и затѣмъ, по мѣрѣ приближенія къ c , возрастало, но въ другую сторону—отталкиваніе кольца проводниками переходило въ притяженіе. Это явленіе очевидно объясняется совмѣстнымъ дѣйствіемъ электрической и магнитной силъ—первая преобладаетъ въ c , вторая въ bb' ; въ нѣкоторой промежуточной точкѣ онѣ компенсируютъ другъ друга. Справедливость этого воззрѣнія явствуетъ изъ наблюденій отклоненія кольца, при уничтоженіи вліянія электрической силы. Для этой цѣли Герцъ употребилъ двѣ проволоки, по 20 см. длины каждая, которыя были расположены симметрично къ ab и $a'b'$ по отношенію къ положенію равновѣсія кольца. На чертежѣ эти проволоки изображены пунктиромъ; $a_1 b_1$ была соединена съ ab , а $a_1' b_1'$ съ $a'b'$. При такихъ условіяхъ дѣйствіе электрической силы на кольцо было совсѣмъ уничтожено, а дѣйствіе магнитной только ослаблено. Перемѣщая теперь ящикъ съ кольцомъ отъ bb' къ c , мы должны ожидать minimum'a откло-

ненія не въ промежуточной между c и bb' точкѣ, а въ c . Дѣйствительно, переходя отъ bb' къ c , Герцъ замѣчалъ постепенное ослабленіе отклоненія, при чемъ послѣднее достигало minimum'a (около 4-хъ дѣленій по скалѣ), въ точкѣ c .

Существованіе отклоненія въ c , припухлости электрическаго колебанія, еще разъ указываетъ на то, что электрическое колебаніе не есть чистое колебаніе по закону Sinus'овъ, ибо въ такомъ случаѣ магнитная сила въ его припухлости (а слѣдовательно и отклоненіе кольца), равнялась бы нулю.

Этимъ мы и закончимъ изложеніе опытовъ Герца. Что касается его работы „О лучахъ электрической силы“ *), то сущность ея не изложена нами здѣсь, такъ какъ это сдѣлано уже раньше г. Бахметьевымъ **), хотя онъ и не говоритъ объ отношеніи металлической сѣтки къ проходящимъ черезъ нее электрическимъ волнамъ. Но объ этомъ послѣднемъ обстоятельствѣ мы надѣемся поговорить при другомъ случаѣ.

И. Косоноговъ (Кіевъ).

О ПРЕДѢЛѢ ОДНОГО ВЫРАЖЕНІЯ.

Новыми программами для реальныхъ училищъ въ курсѣ дополнительнаго класса по Алгебрѣ введена между прочимъ и статья о способѣ предѣловъ; приложение же этого способа рекомендовано для вывода формулъ объемовъ треугольной пирамиды и шара. Какъ извѣстно, окончательное рѣшеніе этихъ двухъ вопросовъ сводится къ нахожденію предѣла выраженія

$$\frac{n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 2^2 + 1^2}{n^3}$$

Объяснимъ это вкратцѣ. Пусть b и h означаютъ соотвѣтственно площадь основанія и высоту треугольной пирамиды. Построивши по извѣстному способу входящія въ данную пирамиду и выходящія изъ нея треугольныя призмы съ высотой $\frac{h}{n}$ каждая, мы, послѣ извѣстныхъ преобразованій, будемъ имѣть два неравенства

$$V > \frac{(n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 2^2 + 1^2}{n^3} bh$$

для призмъ входящихъ и

$$V < \frac{n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 2^2 + 1^2}{n^3} bh$$

для призмъ выходящихъ, при чемъ V —объемъ пирамиды.

*) Wied. An. B. 13, s. 769, 1889.

**) Вѣст. Оп. Ф. и Эл. Мат. № 68, стр. 153, сем. VI.

Отсюда видно, что V заключено между двумя переменными величинами, разность которых равна $\frac{1}{n}bh$, и такъ какъ при n бесконечно большомъ эта разность бесконечно мала, то, значитъ, разность между V и каждой изъ переменныхъ еще менѣе; а въ силу того, что V постоянное, оно будетъ служить предѣломъ этихъ двухъ переменныхъ величинъ. Такимъ образомъ

$$V = \lim \left[\frac{n^2 + (n-1)^2 + \dots + 1^2}{n^3} \right] bh.$$

При опредѣленіи предѣла выраженія стоящаго въ скобкахъ, будетъ держаться слѣдующаго приема*).

Составимъ равенство

$$(p+1)^3 - p^3 = 3p^2 + 3p + 1;$$

изъ него слѣдуетъ, что

$$(p+1)^3 - p^3 > 3p^2.$$

Составимъ другое равенство

$$p^3 - (p-1)^3 = 3p^2 - (3p-1);$$

изъ него слѣдуетъ, что для всякаго $p > 1/3$ будемъ имѣть

$$p^3 - (p-1)^3 < 3p^2.$$

Слѣдовательно

$$(p+1)^3 - p^3 > 3p^2 > p^3 - (p-1)^3.$$

Полагая здѣсь послѣдовательно

$$p = 1, 2, 3, \dots, n,$$

получимъ слѣдующій рядъ неравенствъ:

$$2^3 - 1^3 > 3 \cdot 1^2 > 1^3$$

$$3^3 - 2^3 > 3 \cdot 2^2 > 2^3 - 1^3$$

$$4^3 - 3^3 > 3 \cdot 3^2 > 3^3 - 2^3$$

$$\dots \dots \dots$$

$$n^3 - (n-1)^3 > 3 \cdot (n-1)^2 > (n-1)^3 - (n-2)^3$$

$$(n+1)^3 - n^3 > 3 \cdot n^2 > n^3 - (n-1)^3.$$

*) Заимствованнаго изъ „Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie der Maasses“, Schlömilch.

Складывая эти неравенства, будемъ имѣть, по сокращеніи,

$$(n+1)^3 - 1^3 > (3(1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2) > n^3,$$

а по раздѣленіи послѣднихъ неравенствъ на $3n^3$, можемъ написать

$$\frac{1}{3} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^3 - \frac{1}{n^3} \right] > \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3} > \frac{1}{3},$$

Такъ какъ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^3 - \frac{1}{n^3} \right] = \frac{1}{3},$$

то при

$$n = \infty$$

значить и предѣлъ переменнѣй

$$\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3},$$

которая меньше предшествующей переменнѣй, также равенъ $\frac{1}{3}$.

В. Захаровъ (Камышинъ).

ЗАМѢТКА О РѢШЕНІИ ЗАДАЧЪ

на вычисленіе времени.

При общепринятомъ способѣ рѣшенія задачъ на вычисленіе времени неизбѣжна одна ошибка, на которую, впрочемъ, не указываютъ нигдѣ въ учебникахъ. Я возьму задачу, приведенную въ распространенномъ учебникѣ ариметики Малинина и Буренина при объясненіи способа рѣшенія задачъ на время.

Нѣкто родился 19 мая 1828 года, а умеръ 2 марта 1861 г.; сколько времени онъ жилъ? Оказывается, что жилъ онъ 32 г. и 287 дней. Но допустимъ, что онъ родился годомъ позже т. е. 19 мая 1829 г. (замѣтимъ, что годъ отъ 19 мая 1828 г. до 19 мая 1829 г. содержитъ 365 дней); оказывается, что тогда онъ проживетъ 31 г. 288 дней. Если допустимъ, что онъ умеръ годомъ позже, чѣмъ дано въ задачѣ, т. е. не 2 марта 1861 г., а 2 марта 1862 г. (опять таки онъ проживетъ лишній простой въ 365 дней годъ), общепринятое вычисленіе тогда даетъ, что онъ проживетъ 33 г. 286 дней.

Чтобы обнаружить, что послѣднія двѣ задачи рѣшены невѣрно и что ошибка является необходимымъ слѣдствіемъ общепринятаго способа рѣшенія задачъ на время, я разсмотрю сначала упрощенные примѣры. Если мы находимъ промежутокъ времени меньшій одного года, то ошибки никогда произойти не можетъ, такъ напр. если мы находить время про-

текшее отъ 14 апр. до 14 марта слѣдующаго года, если оба года будутъ простые, или первый високосный, то промежутокъ будетъ **334** дня, если же второй будетъ високосный, то **335** дней. Я напишу рѣшеніе одного подобнаго примѣра, отыскиваю напр. промежутокъ времени отъ 14 апр. 1884 г. до 14 марта 1885 г.

$$1884 \text{ г. } 72 + 366 = 438 \text{ дн.}$$

$$1883 \quad 104 \quad "$$

$$334$$

Здѣсь лишній день февраля високоснаго 1884 года внѣ искомаго промежутка времени; въ вычисленіи онъ присчитанъ, какъ въ уменьшаемомъ, такъ и въ вычитаемомъ и потому, какъ и слѣдуетъ, не вліяетъ на величину искомаго промежутка. Будемъ теперь искать промежутокъ времени между тѣми же числами тѣхъ же мѣсяцевъ, но такъ, чтобы промежутокъ былъ годомъ больше, т. е. напр. отъ 14 апр. 1884 г. до 14 марта 1886 г. Очевидно, что отъ 14 апр. 1884 г. до 14 апр. 1885 г. пройдетъ годъ и затѣмъ отъ 14 апр. 1885 г. до 14 марта 1886 г. по предыдущему 334 дня, всего 1 г. 334 дня. Между тѣмъ расположимъ обычное вычисленіе

$$1885 \text{ г. } 72 + 365 = 437 \text{ дн.}$$

$$1883 \text{ г. } 104 \quad "$$

$$1 \text{ г. } 333 \text{ дня.}$$

Совершенно ясно отчего произошла несомѣнная ошибка: въ вычитаемомъ мы присчитали лишній день февраля 1884 года (день не входящій въ искомый промежутокъ), тогда какъ въ уменьшаемомъ его не присчитали, занявъ 1885-й годъ, вмѣсто 1884-го и такимъ образомъ получили въ остаткѣ 1 г., содержащій 366 дней, между тѣмъ какъ мы видѣли что этотъ годъ отъ 14 апр. 1884 г. до 14 апр. 1885 г. содержитъ 365 дней.

Когда промежутокъ больше 3 лѣтъ, такъ что съ високоснымъ годомъ приходится считаться и въ начальномъ и въ конечномъ событіи, то такое присчитываніе и учитываніе дня возможно и въ уменьшаемомъ и въ вычитаемомъ. Это мы видѣли въ первой задачѣ, гдѣ уменьшая и увеличивая промежутокъ времени на 1 простой годъ, мы получали кромѣ этой убавки и прибавки еще измѣненіе числа дней, между тѣмъ какъ это число должно оставаться неизмѣннымъ. Чтобы сдѣлать еще болѣе очевиднымъ, что это такъ, я напишу рѣшеніе всѣхъ 3 измѣненій первой задачи, отсчитывая сначала полные протекшіе года и затѣмъ остальное время.

1) отъ 19 мая 1828 г. до 2 марта 1861 г.

" 19 " " 19 мая 1860 г. 32 г.

" 19 " 1860 г. " 2 марта 1861 г. 287 дней.

2) отъ 19 мая 1829 г. до 2 марта 1861 г.	
" 19 " " " 19 мая 1860 г.	31 г.
" 19 " 1860 г. " 2 марта 1861 г.	287 дней.
3) отъ 19 мая 1828 г. до 2 марта 1862 г.	
" 19 " " " 19 мая 1861 г.	33 г.
" 19 " 1861 г. " 2 марта 1862 г.	287 дней.

Видимъ, что вездѣ получается 287 дней.

Здѣсь я рассмотрѣлъ задачи одного типа: отыскиваніе промежутка времени. Ясно, что эта же ошибка явится и въ задачахъ на отыскиваніе времени начальнаго, или конечнаго событія. Способъ рѣшенія задачъ на время отсчитываніемъ сначала полныхъ протекшихъ лѣтъ былъ впервые указанъ П. В. Преображенскимъ. Примѣняя этотъ способъ на практикѣ я замѣтилъ указанныя неизбѣжныя ошибки въ общепринятомъ способѣ рѣшенія задачъ на время.

С. Острейко (Москва).

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 9-ое очер. засѣданіе 8-го апрѣля. Были сдѣланы сообщенія:

- 1) *С. И. Чирьевъ*: „О капиллярномъ электрометрѣ“.
- 2) *В. П. Ермаковъ*: „Методы рѣшенія геометрическихъ задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“ *).
- 3) *В. И. Юскевичъ-Красковский* демонстрировалъ пишущую машину „Бостонъ“.
- 4) *Г. Н. Флоринскій*: „Расширеніе дѣйствій, какъ результатъ введенія новыхъ чиселъ“.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 10-ое очер. засѣданіе 15-го апрѣля. Сообщенія:

- 1) *В. П. Ермаковъ*: „Методы рѣшенія геом. задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“. (Продолженіе).
- 2) *В. И. Заіончевскій*: „О калориметрическихъ измѣреніяхъ Дитеричи“.
- 3) *Н. Н. Шиллеръ*: „О сохраненіе количества движенія и центрѣ инерціи“.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 11-ое очер. засѣданіе 29-го апрѣля. Сообщенія:

- 1) *В. П. Ермаковъ*: „Методы рѣшенія геом. задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“ (Продолженіе).
- 2) *И. И. Чирьевъ* отъ имени *И. И. Александрова* (изъ Тамбова): „Разысканіе условій равенства и подобія фигуръ съ помощью задачъ на построеніе“ **).
- 3) *О. О. Косоноговъ*: „Опыты Герца“ (окончаніе).

В. П. Ермаковъ прочелъ протоколъ засѣданія собиравшейся подъ его предсѣдательствомъ коммиссіи по вопросу о публичныхъ лекціяхъ.

*) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникъ“ въ видѣ отдѣльной статьи въ №№ будущаго XI-го семестра.

**) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникъ“.

Київское Физ.-Мат. Общество 12-ое очер. засідання (спеціальное) 6-го мая. Сообщенія:

- 1) *В. П. Ермаковъ*: „О варіаціи простого интеграла“.
- 2) *Б. Я. Букрєвъ*: „О конформномъ изображеніи“.

Київское Физ.-Мат. Общество 13-ое очер. засідання (и послѣднее въ тек. учебномъ году) 13-го мая. Сообщенія:

- 1) *Р. Н. Савельевъ*: „Объ актинометрическихъ наблюденіяхъ, производимыхъ имъ въ г. Києвъ“. Въ виду того, что результаты этихъ наблюденій уже опубликованы *), референтъ вкратцѣ познакомилъ присутствующихъ съ выбраннымъ имъ методомъ и описалъ подробно какъ прежде употребляемый имъ актинометръ Крива (спиртовой, съ ртутнымъ указателемъ), такъ и нынѣ установленный термоэлектрической самопишущій аппаратъ, дающій непрерывныя фотографическія записи.
- 2) *Г. Н. Флоринскій* показалъ элементарный выводъ основныхъ свойствъ эллипса.
- 3) *Н. Н. Шиллеръ*: „О сохраненіи эвергін“.
- 4) *Н. Ф. Хруцкий*: „О сохраненіи энергін“.

Э. К. Шпачинскій заявилъ, что выбываетъ изъ состава Распорядительнаго Комитета вслѣдствіе переезда на жительство въ г. Одессу, куда во время каникулъ переносится и изданіе „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики“, и высказалъ надежду, что Київское Физ.-Мат. Общество захочетъ поручить кому нибудь изъ своихъ членовъ составленіе протоколовъ своихъ будущихъ засіданій и своевременную присылку таковыхъ, а также и рефератовъ, для помѣщенія на стр. „Вѣстника“.

Вышедшіе въ видѣ отдѣльной книги „Отчеты и протоколы Физико-Математическаго Общества при Импер. Унив. Св. Владиміра за 1890 г. съ приложеніями“ **) были розданы присутствующимъ членамъ; отсутствующимъ и иногороднимъ „Отчеты“ разосланы по почтѣ.

III.

Засіданіе Мат. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. матем. и физики (послѣднее въ тек. учебномъ году) 12-го апрѣля.

- 1) *Н. Θ. Милятинскій* высказалъ свои соображенія относительно преподаванія „ученія о волнообразномъ движеніи“ въ курсѣ элементарной физики и демонстрировалъ устроенный имъ для этой цѣли приборъ.
- 2) *И. М. Зейлигеръ* показалъ простой выводъ формулы для $\sin(a+b)$, основанный на опредѣленіи тригонометрическихъ величинъ какъ отношеній сторонъ прям. треугольника.
- 3) *Э. К. Шпачинскій* (присутствовавшій въ засіданіи въ качествѣ гостя) изложилъ параллель между методами синтеза и анализа въ математикѣ съ одной стороны и методами дедукціи и индукціи въ естествознаніи съ другой.

По причинѣ отсутствія г. предсѣдателя отдѣленія, чтеніе отчета за истекшій учебный годъ отложено до перваго засіданія послѣ каникулъ.

Э. К. Шпачинскій заявилъ о перенесеніи имъ изданія и редакціи „Вѣстника Оп. Физики и Эл. Математики“ изъ г. Києва въ г. Одессу и предложилъ Мат. Отд.

*) См. „Метеоролог. Вѣстникъ“.

**) „Приложенія“ состоятъ изъ тѣхъ рефератовъ сообщеній, авторы которыхъ пожелали прислать ихъ для напечатанія.

Нов. Общ. Ест. пользоваться впредь въ болѣе широкихъ размѣрахъ чѣмъ до сихъ поръ страницами „Вѣстника“ для печатанія протоколовъ своихъ засѣданій и рефератовъ сообщеній.

III.

ЗАДАЧИ.

№ 213. Въ данной окружности дана хорда АВ, которой соотвѣтствуетъ вписанный уголъ α° . Въѣ окружности взята точка С такъ, что площадь треугольника АВС равна $CT^2 \cdot \sin \alpha$, гдѣ СТ есть касательная изъ этой точки къ окружности. Найти геометрическое мѣсто точки С. Разсмотрѣть частный случай когда $\alpha = 90^\circ$.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 214. Не прибѣгая къ рѣшенію кубическаго уравненія, опредѣлить три послѣдовательныя цѣлыя числа, коихъ произведеніе равно 4896.

III.

№ 215. Дана полуокружность діаметра АВ и къ ней въ точкѣ А проведена касательная АС. Изъ нѣкоторой точки М полуокружности опущенъ перпендикуляръ МD на эту касательную и она соединена съ другимъ концомъ діаметра В. Опредѣлить точку М такъ, чтобы сумма $2MD + 3MB$ была наибольшая.

Г. Каменскій (Пермь).

№ 216. Доказать теорему: если три діагонали октаэдра пересѣкаются въ одной точкѣ, то объемъ его равняется шестой части объема параллелепипеда, три ребра котораго соотвѣтственно равны тремъ діагоналямъ октаэдра, а углы между ребрами равны угламъ между діагоналями.

П. Свѣшниковъ (Троицкь).

№ 217 Дана точка О и прямая MN. На прямой взяты три точки А, В, С. Около треугольниковъ АОВ, ВОС, СОА описаны окружности. Кромѣ того черезъ точку О преведены еще три окружности касательныя къ прямой MN: одна въ точкѣ А, другая—въ В, третья—въ С. Доказать, что произведеніе діаметровъ трехъ первыхъ окружностей равно произведенію діаметровъ трехъ остальныхъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкь).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 31 (2-ой серіи). Опредѣлить коэффициенты p и q такъ, чтобы трехчленъ

$$x^2 + px + q$$

не переставалъ возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $x = -h$ до $x = +h$, и чтобы въ то же время этотъ трехчленъ для

всѣхъ значеній x отъ $-h$ до $+h$ наименьше уклонялся отъ нуля (т. е. чтобы наибольшая абсолютная величина его была возможно малою).

Если трехчленъ

$$x^2 + px + q \dots \dots \dots (1)$$

не перестаетъ возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $x = -h$ до $x = +h$, то при этомъ онъ измѣняется очевидно только отъ

$$h^2 - ph + q \dots \dots \dots (2)$$

до

$$h^2 + ph + q \dots \dots \dots (3)$$

То изъ выраженій (2) и (3), котораго абсолютная величина больше, и представить наибольшее отклоненіе трехчлена (1) отъ нуля въ предѣлахъ измѣняемости x отъ $-h$ до $+h$.

Выраженіе (2) и (3) можно представить въ такомъ видѣ:

$$(h^2 + q) - ph \dots \dots \dots (4)$$

и

$$(h^2 + q) + ph \dots \dots \dots (5)$$

Если $h^2 + q \neq 0$, то абсолютная величина одного изъ выраженій (4) или (5) будетъ больше абсолютной величины выраженія ph ; если же $h^2 + q = 0$, то абсолютная величина обоихъ выраженій (4) и (5) равна абсолютной величинѣ выраженія ph . Слѣдовательно, чтобы наибольшее отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) было возможно мало, необходимо, чтобы коэффициентъ q удовлетворялъ уравненію

$$h^2 + q = 0 \dots \dots \dots (6)$$

и въ этомъ случаѣ отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) будетъ равно абсолютной величинѣ выраженія ph .

Очевидно, что трехчленъ (1) можно представить въ такомъ видѣ

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4} \dots \dots \dots (7)$$

Такъ какъ выраженіе $q - \frac{p^2}{4}$ не содержитъ x , то чтобы выраженіе (7) не переставало возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$ необходимо, чтобы не переставало возрастать или убывать выраженіе $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2$; но выраженіе $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2$ сохраняетъ

постоянно одинъ и тотъ же знакъ, слѣдовательно необходимо, чтобы не переставала возрастать или убывать абсолютная величина выраженія $x + \frac{p}{2}$, что будетъ, очевидно, въ томъ случаѣ, если для значеній x отъ $-h$ до $+h$ будетъ постоянно

$$x + \frac{p}{2} \geq 0, \text{ откуда } x \geq -\frac{p}{2},$$

или, если

$$x + \frac{p}{2} \leq 0, \text{ то } x \leq -\frac{p}{2},$$

т. е. трехчленъ (1) не будетъ переставать возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$, если для коэффициента p выберемъ такое значеніе, что выраженіе $-\frac{p}{2}$ будетъ не больше наименьшаго или не меньше наибольшаго значенія x , т. е. если p будетъ удовлетворять неравенству

$$-\frac{p}{2} \geq +h, \text{ откуда } p \leq -2h \dots \dots \dots (8)$$

или неравенству

$$-\frac{p}{2} \leq -h, \text{ откуда } p \geq +2h \dots \dots \dots (9)$$

Выше было показано, что наибольшее отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) равно абсолютной величинѣ выраженія ph и, очевидно, будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ меньше абсолютная величина коэффициента p ; но изъ неравенствъ (8) и (9) слѣдуетъ, что абсолютная величина коэффициента p не можетъ быть меньше $2h$, слѣдовательно для коэффициента p возможны только два значенія

$$p = -2h$$

и

$$p = +2h.$$

Кромѣ того изъ уравненія (6) слѣдуетъ, что

$$q = -h^2.$$

Слѣдовательно существуютъ два трехчлена, удовлетворяющіе условіямъ задачи, именно:

$$x^2 - 2hx - h^2 \dots \dots \dots (10)$$

и

$$x^2 + 2hx - h^2 \dots \dots \dots (11)$$

Такъ какъ при возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$ трехчленъ (10) измѣняется отъ $+2h^2$ до $-2h^2$, а трехчленъ (11) отъ $-2h^2$ до $+2h^2$, то при возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$ трехчленъ (10) не перестаетъ убывать, а трехчленъ (11) не перестаетъ возрастать и оба, разумѣется, наименѣе уклоняются отъ нуля.

Учен. Курск. г. (8) В. Х.

№ 58 (2-ой серіи). Исключить q изъ уравненій:

$$a = p(2\cos\varphi - \cos 2\varphi)$$

$$b = p(2\sin\varphi - \sin 2\varphi).$$

Изъ данныхъ уравненій имѣемъ:

$$\frac{a^2 + b^2}{p^2} = 4(1 - \cos\varphi) + 1$$

и

$$\frac{a^2 + b^2 - p^2}{4p^2} = 1 - \cos\varphi \dots \dots \dots (\alpha)$$

Потомъ, изъ перваго уравненія, получимъ

$$\frac{a-p}{2p} = \cos\varphi(1 - \cos\varphi),$$

и, изъ второго,

$$\frac{b}{2p} = \sin\varphi(1 - \cos\varphi).$$

Возвышая въ квадратъ и складывая, имѣемъ:

$$\frac{(a-p)^2 + b^2}{4p^2} = (1 - \cos\varphi)^2 \dots \dots \dots (\beta)$$

Наконецъ изъ (α) и (β) получится

$$a^2 + b^2 - p^2 = 2p\sqrt{(a-p)^2 + b^2},$$

результатъ исключенія q изъ данныхъ уравненій.

А. Гольденбергъ (Спб.), И. Шамаевъ (Новочерк.), И. Вонсикъ (Ворон.); учен.: Курск. р. уч. (6) Л. Е., Кременч. р. уч. (7) Г. Т.

№ 124 (2-ой серіи). Определить x из уравнения

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8.$$

Возвышая обе части данного уравнения в 3-ю степень, по приведении получимъ

$$\sqrt[3]{76^2-x}\left(\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}\right)=120,$$

но

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8.$$

Подставляя въ предыдущее уравнение 8 вмѣсто

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}},$$

получимъ по сокращеніи

$$\sqrt[3]{76^2-x}=15;$$

возвышая обе части въ 3-ю степень, имѣемъ

$$76^2-x=15^3;$$

откуда

$$x=76^2-15^3=2401.$$

Я. Тепляковъ (Радомысль), П. Сатинниковъ и С. Ржанецкинъ (Троицкѣ), Бар. О. Самбурская-Евневичъ, А. Кочанъ, И. Вонсикъ и А. Семеновъ (Воронежъ), А. Охитовичъ (Сиб.), А. П. (Пенза), В. Шидловскій (Полоцкѣ). Ученица Курск. г. В. Россовская. Ученики: Киевской 1-ой г. (6) И. Б., Киевской 2-ой г. (6) И. Б., Киевской 5-ой г. (7) Х. Л., Ворон. к. к. (6) Г. Ш., Гельсингфорской г. (8) Ф. В., Курск. г. (5) П. П. и К. Ш., (6) А. Ш. и Н. П., (7) В. К., Кам.-Под. г. (7) К. К., Симб. к. к. (7) В. Д., Кременч. р. уч. (7) А. Д., Троицк. г. (6) А. М. и А. Г., (7) П. О., Тифл. 2-ой г. (7) М. А., Пермск. р. уч. (6) П. Л., Г. Д. и И. К. Винницк. р. у. (6) Ю. Н.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпагинскій.**

Дозволено цензурою. Киевъ, 12 Юня 1891 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

Обложка
щется

Обложка
щется