Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 113.

X Сем. 25 Февраля 1891 г. № 5.

СИНТЕЗЪ и АНАЛИЗЪ ВЪ МАТЕМАТИКѢ.

(*Продолженіе*) *).

11. Итакъ мы видѣли, что какъ при синтетическомъ разсужденіи, которое обозначаемъ рядомъ

$$(M) \to (N) \to (O) \to \ldots\ldots \to (Z) \to (Y) \to (X) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\sigma)^{**})$$

*) См. „Вѣстникъ" №№ 109 и 110.

**) Синтетическій рядъ (σ) есть не что иное, какъ тотъ видъ *силлогизма*, который называютъ въ Логикѣ „*соритомъ*" (syllogismus acervatus), или *сложнымъ неполнымъ* (потому что вторыя посылки вездѣ въ немъ пропущены). Каждая пара смежныхъ предложеній этого ряда, напр. (M)→(N) представляетъ *простой неполный силлогизмъ*, или такъ называемую *энтимему*, въ которой (M) есть одна посылка, вторая посылка (A) пропущена, какъ общеизвѣстная, и (N) есть умозаключеніе или логическое слѣдствіе.

Упомянувъ о терминахъ, употребляемыхъ въ Логикѣ, я не могу не предостеречь читателей, что въ этой наукѣ термины *синтезъ* и *анализъ* установлены не достаточно опредѣленно и означаютъ не всегда одно и то-же, даже въ одной и той-же книгѣ, что вызываетъ непозволительную путаницу понятій. Такъ напр. въ „Элементарной Логикѣ" Г. Струве, принятой въ нашихъ учебныхъ заведеніяхъ какъ *одобренное* руководство, въ § 10 слову *анализъ* придано значеніе *разбора*, разложенія на составныя части (т. е. такое, какое этотъ терминъ имѣетъ напр. въ химіи). Далѣе въ § 17 разъясняется, что *сужденіе* наз. *аналитическимъ*, когда оно образовано *разборомъ* (анализомъ) самого содержанія предмета, и оно наз. *синтетическимъ*, когда образовано путемъ *сравненія* съ содержаніемъ другихъ предметовъ. Значитъ *анализъ* есть *разложеніе*, а *синтезъ—сравненіе*. Для иллюстраціи приведенъ примѣръ: „треугольникъ есть фигура, ограниченная тремя сторонами—это сужденіе аналити-„ческое, такъ какъ приведенные признаки треугольника извлечены изъ него самого, „изъ *разбора* его (а почему не изъ сравненія съ другими фигурами?). Сужденіе-же: „сумма угловъ треугольника равна двумъ прямымъ угламъ—образовано способомъ „*синтетическимъ*, т. е. извлечено не изъ разбора самой суммы угловъ, а изъ срав-„ненія этой суммы съ самостоятельнымъ понятіемъ о прямомъ углѣ". Отсюда учащійся будетъ вправѣ сдѣлать такой выводъ: всякое геометрическое *опредѣленіе*—есть *анализъ*, а всякая геом. теорема—есть *синтезъ*. Далѣе, въ § 36, учебникъ г. Струве говоритъ слѣдующее: „*Дедуктивный* методъ можетъ быть названъ *синтети-*

такъ и при аналитическомъ, которое было у насъ обозначено рядомъ обратнымъ

$$(X)\leftarrow(Y)\leftarrow(Z)\leftarrow\ldots\ldots\leftarrow(O)\leftarrow(N)\leftarrow(M).\quad .\ .\ .\ .\ (\alpha)$$

можетъ представиться только по три случая, а именно:

синтезъ:		*анализъ:*
[*c*, I] . . .	когда (X) истинно потому, что (M) истинно . . .	[*a*, I]
[*c*, II]	когда (X) ложно потому, что (M) ложно	[*a*, II]
[*c*, III]	когда (X) истинно, хотя (M) ложно	[*a*, III].

Въ случаяхъ: [*c*, I] и [*a*, I] обратимость или необратимость смежныхъ предложенiй рядовъ (σ) и (α) не имѣетъ существеннаго значенiя, ибо (X), будучи слѣдствiемъ (M), *не можетъ быть ложнымъ* коль скоро (M) истинно, независимо отъ того будетъ ли и (M) слѣдствiемъ (X)-а, или нѣтъ.—Оба эти первые случая синтеза и анализа наиболѣе употребительны въ математикѣ, и потому въ слѣдующихъ §§ разсмотримъ ихъ подробнѣе.

Случаи: [*c*, II] и [*a*, II] имѣютъ мѣсто лишь при условiи обратимости всѣхъ паръ смежныхъ предложенiй рядовъ (σ) и (α); при этомъ

„*ческимъ* потому что переходъ отъ *общаго* къ *частному* требуетъ *сочетанiя* новыхъ „элементовъ съ даннымъ общимъ положенiемъ и подведенiя оныхъ подъ его содер„жанiе (см. § 17). *Индуктивный* методъ можетъ быть названъ *аналитическимъ*, по„тому что переходъ отъ *частнаго* къ *общему* требуетъ прежде всего подробнаго „*разбора* частныхъ элементовъ (см. § 17)“. Послѣ этой неудачной попытки сохранить за терминами *синтезъ* и *анализъ* ихъ прежнее значенiе, г. Струве на той же страницѣ (136) говоритъ: „Слѣдуетъ замѣтить, что иногда и *дедуктивный* методъ „называютъ *аналитическимъ*, а *индуктивный*, наоборотъ, *синтетическимъ*, при „чемъ указываютъ на то, что *дедукцiя* основывается на *разборѣ*, *разложенiи*, *ана„лизѣ* общихъ понятiй и положенiй (напр. математическiй анализъ); между тѣмъ „какъ *индукцiя* требуетъ всегда *сочетанiя*, *сложенiя*, *синтеза* многихъ частныхъ „случаевъ, чтобы изъ нихъ извлечь общее положенiе“.—Признаюсь, я бы очень удивился, если бы у того, кто изучаетъ логику по книжкѣ г. Струве и дошелъ уже до стр. 136-ой, составилось хоть какое нибудь понятiе о синтезѣ и анализѣ.—Страсть говорить о томъ, чего авторъ, очевидно, самъ не понимаетъ, обнаруживается и на слѣдующей 137-ой стр. въ такомъ разъяснительномъ примѣрѣ: „1. Въ *дедуктивныхъ* „ученiяхъ геометрiи о прямыхъ линiяхъ, объ углахъ, о фигурахъ и т. д. проявляется „какъ *синтезъ* такъ и *анализъ*. *Синтезъ* заключается въ изложенiи общихъ *аксiомъ* „и *опредѣленiй*“, (а опредѣленiе треугольника, данное въ § 17?) „равно въ раскрытiи „связи, существующей между разными *частными* положенiями и общими *аксiомами;* „*анализъ* же обнаруживается при *разложенiи* общаго содержанiя аксiомъ на подчи„ненныя положенiя“. (!) Во второмъ примѣрѣ та-же шаткость терминовъ: „2. *Индук„тивное* ученiе физики объ электричествѣ пользуется *анализомъ* при изслѣдованiи „разнородныхъ явленiй электричества; *синтезъ* же обнаруживается какъ при *срав„ненiи* этихъ явленiй между собою, такъ и при образованiи общихъ положенiй или „*законовъ*“. И пр. пр.

условіи, слѣдовательно, наши ряды (σ) и (α) должны быть представлены схематически такъ:

$$(M)\rightleftarrows(N)\rightleftarrows(O)\rightleftarrows\cdots\cdots\rightleftarrows(Z)\rightleftarrows(Y)\rightleftarrows(X)\ .\ .\ .\ (\sigma')$$

$$(X)\leftrightarrows(Y)\leftrightarrows(Z)\leftrightarrows\cdots\cdots(O)\leftrightarrows(N)\leftrightarrows(M).\ .\ .\ .\ (\alpha')$$

гдѣ двойными стрѣлками изображена обратимость предложеній. Ниже будедъ разъяснено, что при такомъ условіи между синтетическимъ рядомъ (σ') и аналитическимъ рядомъ (α') нѣтъ уже такого существеннаго различія, какое существуетъ между (σ) и (α).—Оба вторые случая синтеза и анализа примѣнимы при доказательствахъ, основанныхъ на такъ называемомъ reductio ad absurdum.

Случаи: [*c*, III] и [*a*, III], имѣющіе мѣсто только при томъ условіи, когда ряды (σ) или (α) вообще необратимы, очевидно не примѣнимы въ математическихъ изслѣдованіяхъ, и при ихъ допущеніи могутъ вовлечь въ ошибки. Ими пользуются при такъ называемыхъ „математическихъ софизмахъ“.

12. Все, что мы говорили выше (см. § 5) о преимуществахъ синтеза, какъ метода *учебнаго*, относится именно къ *первому случаю синтеза* [*c*, I], при которомъ въ послѣдовательномъ ряду умозаключеній

$$(M)\rightarrow(N)\rightarrow(O)\rightarrow\ldots\ldots\ldots\rightarrow(Y)\rightarrow(X)\ .\ .\ .\ .\ .\ (\sigma)$$

переходъ совершается всякій разъ отъ „истиннаго“ къ его „истинному“ логическому слѣдствію, на основаніи различныхъ побочныхъ истинъ (A), (A′)......, которыя мы вводимъ въ цѣпь разсужденія по своему усмотрѣнію. Такъ какъ при заданномъ (M) выборъ побочныхъ истинъ (A), (A′)..... вполнѣ зависитъ отъ насъ, то отсюда понятно въ какой мѣрѣ всякій синтетическій выводъ становится *субъективнымъ* *). Изъ одного и того-же (M) мы можемъ, слѣдовательно, прійти къ одному и тому же (X) различными путями, смотря по тому, будемъ ли мы пользоваться тѣми либо другими побочными истинами. Большая или меньшая *удобопонятность* нашего синтетическаго вывода для другихъ, его *краткость*, *простота*, *изящество* и пр. зависятъ, стало быть, не только отъ выбора исходнаго предложенія (M), но и отъ подбора тѣхъ побочныхъ истинъ

---

*) Эта субъективность построенія синтетическаго ряда умозаключеній (σ) напоминаетъ зависимость формы нѣкоторой кривой

$$f(x,\ a)=y$$

отъ ея *параметра a*; какъ здѣсь значеніе *y*-а обусловливается не только значеніемъ *x*-а, но и параметра *a*, такъ и въ силлогизмѣ

$$\left.\begin{matrix}(M)\\(A)\end{matrix}\right\}\rightarrow(N)$$

выводъ (N) зависитъ не только отъ даннаго предложенія (M), но и отъ тѣхъ вспомогательныхъ истинъ (A), какія намъ захотѣлось принять за вторую посылку.

(A), (A')....., которыми характеризуется весь составляемый нами рядъ (σ).—Смотря на синтезъ съ такой точки зрѣнія, видимъ, что его примѣненіе требуетъ не только *знанія*, но и *искусства*.—Элементарные образцы этого *искусства синтеза*, въ примѣненіи къ математикѣ, предлагаются въ учебныхъ курсахъ въ формѣ *доказательствъ*, которыя потому и полезно для изучающаго усвоить.

Доказать синтетически истинность нѣкотораго предложенія (X)—это значитъ построить рядъ (σ), начинающійся нѣкоторымъ очевиднымъ, или ранѣе доказаннымъ, предложеніемъ (M) и заканчивающійся предложеніемъ (X), при чемъ необходимо, чтобы *всѣ явно или неявно входящія въ этотъ рядъ побочныя предложенія* (A), (A')..... *были безусловно истинны*. При несоблюденіи этого условія истинность предложенія (X) не можетъ, очевидно, считаться доказанной *).

Доказать синтетически истинность нѣкоторой *теоремы*: „если есть (M), то есть и (X)“—это значитъ пополнить пробѣлъ между (M) и (X), начиная съ (M), недостающими для удопонятности смежными предложеніями (N), (O)......(Y), при чемъ всѣ вводимыя въ рядъ побочныя предложенія должны быть безусловно истинны.

Не привожу примѣровъ построенія ряда (σ) для разсматриваемаго перваго случая синтеза [*c*, I], ибо читатель найдетъ ихъ во множествѣ въ любомъ учебникѣ геометріи.

Замѣчу еще—хотя это само собою очевидно—что примѣненіе синтеза въ первомъ случаѣ [*c*, I] *не требуетъ никакой повѣрки* или—лучше сказать—*не допускаетъ* никакой повѣрки, ибо синтезъ именно и предста-

---

*) При несоблюденіи этого условія, нѣтъ и синтеза. Это замѣчаніе я считаю существеннымъ для разъясненія различія между *методомъ дедуктивнымъ* и *методомъ синтетическимъ*, которые многими считаются за тождественные. Всякій *синтезъ* есть дѣйствительно *дедукція* въ буквальномъ значеніи этого послѣдняго термина, но далеко не всякій выводъ, который мы привыкли называть *дедуктивнымъ*, можно назвать *синтетическимъ* въ томъ смыслѣ, въ какомъ этотъ послѣдній терминъ употребляется въ математикѣ. Избѣжать смѣшенія этихъ понятій вовсе не трудно, если помнить, что *дедукціею* называется *всякій* выводъ логическаго слѣдствія (N) изъ двухъ посылокъ (M) и (A), независимо отъ того, каковы эти посылки сами по себѣ; *синтезомъ* же—называемъ такой *только* выводъ логическаго слѣдствія (N) изъ заданнаго (M), при которомъ, какъ второю посылкою, пользуемся произвольно выбраннымъ, но безусловно истиннымъ предложеніемъ (A), напр. *аксіомой* или ранѣе доказанной *теоремой*. Въ наукахъ естественныхъ, напр., мы часто пользуемся *дедукціей* для вывода слѣдствія (N) изъ нѣкотораго факта (M), при чемъ роль второй посылки (A) играетъ не аксіома, или теорема, а то либо другое *допущеніе* (гипотеза), которое можетъ быть только *вѣроятно* истиннымъ, но не *безусловно* истиннымъ; по этой причинѣ и выводъ (N) въ такой же мѣрѣ подлежитъ сомнѣнію и потому *требуетъ опытной повѣрки*. Наоборотъ—въ математикѣ, пользуясь дедукціею, мы *никогда* не вводимъ не безусловно истинныхъ побочныхъ предложеній (A), и потому нашъ выводъ, который для отличія называемъ *синтетическимъ*, можетъ быть только безусловно истиннымъ и не нуждается, стало быть, въ повѣркѣ путемъ опыта.—Короче: *дедуктивнымъ методомъ мы предсказываемъ то, что можетъ быть*, *синтетическимъ-же—доказываемъ то, что должно быть.*

вляетъ тотъ единственный процессъ мышленія, *который мы условились считать правильнымъ*. Поэтому мы можемъ только другіе процессы повѣрять синтезомъ, а не наоборотъ.

13. Все что было выше сказано (§ 5) о преимуществахъ анализа, какъ метода *ученыхъ* изслѣдованій, относится главнымъ образомъ къ *первому случаю анализа* [a, I], при которомъ въ послѣдовательномъ ряду обратныхъ умозаключеній

$$(X) \leftarrow (Y) \leftarrow (Z) \leftarrow \ldots\ldots\ldots \leftarrow (O) \leftarrow (N) \leftarrow (M) \quad . \ . \ . \ . \ (\alpha)$$

переходъ совершается всякій разъ отъ заданнаго слѣдствія къ его логически возможной причинѣ и доводитъ насъ до заключительнаго предложенія (M), котораго „истинность" не подлежитъ для насъ сомнѣнію. Элементъ субъективный при построеніи ряда (α) по заданному (X) гораздо значительнѣе, чѣмъ при синтезѣ, ибо на каждой ступени анализа переходъ отъ слѣдствія къ возможной его причинѣ, на основаніи побочныхъ истинъ (A), можетъ быть совершенъ безчисленнымъ почти множествомъ способовъ, при чемъ такой переходъ, напр.

$$(X) \leftarrow \left\{ \begin{array}{l} (Y) \\ (A) \end{array} \right.$$

отъ (X) къ (Y), вслѣдствіе произвольности (A), несравненно труднѣе обратнаго перехода; трудность эта заключается не въ томъ, конечно, чтобы по заданному (X) выбрать *какое нибудь* (A) и по немъ найти соотвѣтственное (Y), но въ томъ, чтобы выбрать *такое* именно (A), при которомъ найденное (Y) приблизило бы насъ по возможности къ отыскиваемому заключенію (M).—Для примѣра достаточно будетъ напомнить читателю, какъ упрощаются многіе алгебраическіе вопросы *удачною* замѣною перемѣнныхъ, какъ нерѣдко при неудачной замѣнѣ мы не приближаемся, а удаляемся отъ рѣшенія даннаго вопроса и пр. Слѣдовательно тотъ методъ, который мы назвали (во избѣжаніе сбивчивости) *восходящимъ анализомъ* по преимуществу требуетъ *искусства*. Элементарные образцы этого *искусства анализа* въ примѣненіи къ математикѣ предлагаются въ учебныхъ курсахъ обыкновенно въ формѣ *задачъ* и ихъ *рѣшеній*, которыхъ потому и полезно для изучающаго передѣлать возможно больше. Ниже мы разсмотримъ подробнѣе приложеніе анализа къ рѣшенію задачъ.

Доказать аналитически истинность нѣкотораго заданнаго предложенія (X)—это значитъ построить регрессивный рядъ (α), начинающійся этимъ предложеніемъ (X) и оканчивающійся нѣкоторымъ „истиннымъ" предложеніемъ (M), при чемъ *всѣ явно или неявно входящія въ этотъ рядъ побочныя предложенія* (A), (A')...... *должны быть безусловно истинны*. При несоблюденіи этого условія истинность предложенія (X) не можетъ, очевидно, считаться доказанной *).

Доказать аналитически нѣкоторую теорему: „если есть (M), то

*) При несоблюденіи этого условія нѣтъ и анализа, а есть только ошибочное разсужденіе.

есть и (X)"—это значитъ пополнить пробѣлъ между (X) и (M), начиная съ (X), недостающими для удобопонятности смежными предложеніями (Y), (Z)......(O), (N), при чемъ всѣ вводимыя въ рядъ побочныя предложенія должны быть безусловно истинны *).

Первый случай анализа [*a*, I]—какъ было разъяснено выше—*не требуетъ повѣрки*, но допускаетъ ея возможность путемъ перваго случая синтеза [*c*, I] **).

---

*) Замѣтимъ, что если въ теоремѣ: „если есть (M), то есть и (X)" предложенія (M) и (X) на столько близки, что причинная связь между ними очевидна для насъ *всѣхъ*, и мы не можемъ вставить между ними никакихъ промежуточныхъ предложеній (N).... (Y), смежность съ которыми была бы *еще болѣе очевидною*, то теорема не поддается доказательству ни синтетическому, ни аналитическому, и принимается нами какъ аксіома. Напр. „если прямыя AB, CD и EF лежатъ въ одной плоскости и AB перпендикулярна къ EF, а CD наклонна къ EF—(M), то прямыя AB и CD при достаточномъ продолженіи пересѣкаются—(X)". Между этими предложеніями (M) и (X) мы не можемъ вставить никакого третьяго (N), логическая связь котораго съ данными была бы болѣе для насъ очевидна, чѣмъ выраженное этой теоремой свойство плоскости, и *не основывалась бы на принятіи этого-же свойства плоскости за несомнѣнное*. Потому Эвклидъ и принялъ эту теорему за аксіому, и всѣ позднѣйшія попытки *доказать* ее не привили ни къ чему, ибо нельзя-же въ самомъ дѣлѣ, *доказать*, что „плоскость есть то, что мы условились называть плоскостью".

**) Многіе смѣшиваютъ *аналитическій методъ* съ *индуктивнымъ методомъ* на томъ основаніи, что въ обоихъ случаяхъ процессъ мышленія идетъ въ направленіи прямо противоположномъ дедукціи, т. е. отъ слѣдствія къ причинѣ. Но нельзя забывать, что въ *анализѣ* этотъ переходъ приводитъ насъ только къ *логически возможной причинѣ*, на основаніи безусловно истиннаго (A), а *индукціею* называемъ тотъ процессъ, который примѣняемъ въ попыткахъ отысканія *фактически возможной причины* нѣкотораго факта (X), на основаніи факта (A). Индуктивный выводъ (Y) изъ фактовъ (X) и (A) дѣлается, какъ и въ анализѣ, по схемѣ

$$(X) \leftarrow \begin{cases} (Y) \\ (A) \end{cases}$$

и на этой начальной ступени существенной разницы между обоими методами нѣтъ, ибо причина (Y), фактически возможная, должна быть и логически возможною; но при дальнѣйшемъ ходѣ уже обнаруживается вся рѣзкость различія анализа отъ индукціи. А именно, найдя путемъ анализа (Y), какъ логическую причину (X)-а, мы поступаемъ съ (Y) точно такъ-же какъ прежде съ (X)-омъ и находимъ новую логически возможную его причину (Z) по схемѣ

$$(Y) \leftarrow \begin{cases} (Z) \\ (A') \end{cases}$$

потомъ по найденному (Z) ищемъ опять новой его логической причины и т. д. пока не дойдемъ до той послѣдней причины (M), которая сама по себѣ для насъ *очевидно истинна*. Совсѣмъ не то въ индукціи: здѣсь мы въ громадномъ большинствѣ случаевъ доходимъ быстро до такой возможной причины (T), дальнѣйшее доказательство существованія которой уже для насъ невозможно путемъ анализа, и невозможно

14. Первый случай анализа [a, I] самъ по себѣ еще допускаетъ слѣдующіе два частные случая:

[a, I, 1]—когда всѣ пары предложеній ряда (α) обратимы,

и [a, I, 2]—когда нѣкоторыя пары предложеній ряда (α) необратимы.

Первый изъ нихъ заслуживаетъ вниманія въ особенности, такъ какъ онъ то и преобладаетъ въ математическихъ изысканіяхъ.—Не трудно видѣть, что при условіи обратимости *всѣхъ* паръ смежныхъ предложеній ряда (α), весь этотъ рядъ дѣлается обратимымъ, т. е. переходитъ въ рядъ (α')

$$(X)\rightleftarrows(Y)\rightleftarrows\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\rightleftarrows(N)\rightleftarrows(M)\quad .\;.\;.\;.\;.\;(\alpha')$$

именно потому, что намъ недостаетъ уже знанія тѣхъ аксіомъ (A), на основаніи которыхъ мы могли бы идти дальше по схемѣ

$$(T)\leftarrow\left\{\begin{array}{l}(S)\\(A)\end{array}\right.$$

и по найденному (T) опредѣлить (S). Дойдя до такого пункта, мы по необходимости должны остановиться на послѣдней найденной причинѣ (T), которой поэтому и даемъ названіе *гипотезы*, т. е. такого предложенія, котораго *логическая возможность* нами доказана, но *фактическая истинность*—на всегда остается сомнительною. Итакъ *индукціей* слѣдуетъ называть тотъ *случай анализа*, въ которомъ, по недостатку знаній фактическихъ аксіомъ мірозданія, редуктивный методъ умозаключенія не можетъ быть доведенъ нами до конца; останавливаясь на гипотезѣ, *идукція даетъ намъ только возможное объясненіе того что есть*, *анализъ-же,* доводя свои выводы до очевидности—*даетъ намъ теорію того что есть*.

Выводы индукціи, т. е. гипотезы, требуетъ повѣрки путемъ обратнаго т. е. *дедуктивнаго метода* т. е. путемъ вывода изъ нихъ слѣдствій, которыя повѣряются опытомъ или наблюденіемъ. Повѣрить гипотезу *синтетическимъ методомъ*—невозможно, ибо—какъ уже неоднократно было сказано—къ „истинному" выводу путемъ синтеза можно прійти какъ изъ „истиннаго" (см. случай [c, I]), такъ и изъ ложнаго (см. случай [c, III]). Слѣдовательно *гипотеза не подлежитъ доказательству*, *а только оправданію* для каждаго частнаго случая порознь.

Въ учебникѣ Логики г. Струве, между прочимъ, сказано (стр. 141) что хотя „математика по преимуществу *дедуктивна*, но тѣмъ не менѣе она нуждается очень „часто въ *индукціи*". Это совершенно невѣрно: математика очень часто нуждается въ *анализѣ*, а въ *индукціи* она перестала нуждаться уже въ древности. Въ самомъ началѣ своего развитія, дѣйствительно, математика не обошлась безъ индуктивнаго метода; нѣкоторыя зависимости напр. чисто геометрическія были установлены на основаніи *догадокъ*, *гипотезъ*, которыя оправдывались путемъ наблюденій фактовъ или путемъ опыта (т. е. чертежа). Нѣкоторыя изъ такихъ догадокъ были вѣрны, нѣкоторыя—оказались впослѣдствіи ошибочны. (Напр. площади четыреугольниковъ неправильныхъ, треугольниковъ и трапецій древніе Египтяне вычисляли по ошибочнымъ формуламъ, но эти формулы считались достаточными (а можетъ быть и истинными) потому что въ практическомъ отношеніи ошибки были ничтожны. Въ Индіи даже въ VI в. по Р. Х. одинъ изъ лучшихъ математиковъ (Аріабгатта) пользовался неправильными формулами для объема шара ($r^3\sqrt{\pi^3}$) и тетраэдра (площ. осн. на $1/2$ высоты), установленными очевидно путемъ *аналогій* (т. е. индуктивно) и не легко поддающимися опытной повѣркѣ).

и что аналитическій процессъ его построенія значительно упрощается и облегчается. Дѣйствительно, если не только (X) есть слѣдствіе (Y), это послѣднее есть слѣдствіе (Z) и т. д., но и на оборотъ—(Y) есть слѣдствіе (X)-а, (Z) есть слѣдствіе (Y)-а и т. д., то, не обращая вниманія на верхнія стрѣлки ряда (α'), а принимая во вниманіе лишь нижнія, имѣемъ рядъ

$$(X) \rightarrow (Y) \rightarrow (Z) \rightarrow \ldots\ldots\ldots \rightarrow (N) \rightarrow (M) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha'')$$

который по существу не отличается отъ синтетическаго ряда (σ), такъ какъ въ немъ переходъ совершается всякій разъ отъ причины къ слѣдствію. Все различіе ряда (α'') отъ (σ) заключается лишь въ томъ, что при синтезѣ исходимъ отъ *извѣстнаго* и *даннаго* (M), а здѣсь, при этомъ частномъ случаѣ анализа, исходнымъ предложеніемъ служитъ *неизвѣстное* но *заданное* (X).

Для отличія, будемъ называть разсматриваемый здѣсь частный случай анализа [a, I, 1] *нисходящимъ анализомъ*, а второй общій случай [a, I, 2], имѣющій мѣсто при необратимости всѣхъ предложеній—*восходящимъ анализомъ*.

Все что до сихъ поръ говорилось объ анализѣ вообще относилось къ *восходящему* анализу, т. е. къ общему случаю необратимости ряда (α).

Вслѣдствіе того что *нисходящій анализъ*, т. е. построеніе ряда (α'') несравненно легче *восходящаго*, т. е. построенія ряда (α), онъ и употреблялся и употребляется понынѣ въ математикѣ почти исключительно, что и служитъ причиною смѣшенія понятій о синтезѣ и анализѣ. Весьма многіе понимаютъ подъ анализомъ вообще именно этотъ только частный его случай [a, I, 1], при которомъ, какъ мы видѣли, процессъ мышленія остается синтетическимъ *), при чемъ упускается изъ виду, что пользоваться этимъ нисходящимъ анализомъ можно только при условіи обратимости всѣхъ предложеній.

15. Первымъ виновникомъ такого неправильнаго пониманія значенія анализа въ математикѣ слѣдуетъ, конечно, признать Эвклида, который далъ слѣдующее опредѣленіе въ своихъ „Началахъ" (см. Книга XIII замѣчаніе послѣ 1-го предл.). „Предложеніе доказывается *аналитически*, если „искомое принять за извѣстное и на основаніи выведенныхъ отсюда „слѣдствій получаютъ извѣстныя истины. Напротивъ, предложеніе доказано *синтетически*, если съ помощью извѣстныхъ истинъ доходятъ до „искомой" **). Отсюда, а также изъ приведенныхъ тамъ-же примѣровъ аналитическаго доказательства теоремъ, ясно, что Эвклидъ понималъ подъ анализомъ тотъ только нисходящій ходъ разсужденія, который изображенъ нами схемою (α''), а полное игнорированіе условія обратимости—которое впрочемъ какъ Эвклидомъ такъ и другими геометрами того времени соблюдалось, такъ сказать, безсознательно—заставляетъ предполагать, что общій случай восходящаго анализа, изображенный схемою (α), былъ тогда еще неизвѣстенъ.

*) Въ такомъ смыслѣ опредѣленъ *анализъ* напр. акад. *Буняковскимъ* въ его „Лексиконѣ чистой и прикладной математики".

**) См. „Начала Евклида съ пояснительнымъ введеніемъ и толкованіями". М. Е. Ващенко-Захарченко. Кіевъ, 1880 г. стр. 538.

Позже Паппусъ (въ концѣ IV в. по Р. Х.) въ книгѣ VII-ой „Математическихъ Коллекцій“ далъ уже правильное опредѣленіе метода аналитическаго, но, къ сожалѣнію, сбивчивое, ибо оно начинается опять таки какъ и у Эвклида, а именно онъ называетъ анализомъ „тотъ путь, „который исходитъ отъ искомаго, принятаго какъ бы за извѣстное, и „приводитъ, посредствомъ извлекаемыхъ изъ него слѣдствій, къ тому, „что дѣйствительно извѣстно“. До сихъ поръ, какъ видимъ, это тотъ-же частный случай анализа (α''), но тутъ-же далѣе Паппусъ говоритъ: „Въ „анализѣ, предположивъ выполненнымъ то, что требуется выполнить, „ищемъ нѣчто другое, изъ котораго оно вытекаетъ, затѣмъ ищемъ нѣчто „третье, изъ котораго вытекаетъ второе и т. д. до тѣхъ поръ пока, „идя по такому возвратному пути, не прійдемъ къ тому, что намъ „извѣстно, или что причислено къ принципамъ. И этотъ способъ мы „называемъ *анализомъ* (т. е. разрѣшеніемъ resolutio), желая этимъ обо- „значить *рѣшеніе въ обратномъ порядкѣ* (inversa solutio)“ *). Въ этихъ словахъ содержится вполнѣ точное опредѣленіе анализа какъ восходящаго ряда умозаключеній (α), и остается только пожалѣть, что этими словами Паппусъ не ограничился, такъ какъ далѣе онъ опять впадаетъ въ прежнюю ошибку.

16. Различіе между *нисходящимъ* анализомъ и *восходящимъ* весьма существенно, и его необходимо усвоить вполнѣ.—Когда, исходя отъ заданнаго (X), желаемъ построить восходящій аналитическій рядъ (α), то—какъ было уже не разъ сказано—нѣтъ надобности забститься о томъ, обратимы или нѣтъ вводимыя въ этотъ рядъ предложенія, ибо истинностью заключительнаго предложенія (M) истинность заданнаго (X) доказывается несомнѣнно въ обоихъ случаяхъ. Когда-же, исходя отъ заданнаго (X), желаемъ построить нисходящій аналитическій рядъ (α''), то такъ какъ этотъ рядъ существуетъ только при существованіи абсолютно обратимаго ряда (α'), мы не вправѣ сдѣлать ни одной ступени, не провѣривъ тотчасъ-же ея обратимости; если она удовлетворяется—можемъ идти дальше, если же нѣтъ—то надо или начать съизнова, или—если попытки всякій разъ оказываются неудачными—и вовсе отказаться отъ построенія ряда (α'').

Благодаря тому обстоятельству, что громадное большинство смежныхъ предложеній, вводимыхъ въ наши обыкновенныя математическія разсужденія, обратимы, примѣніе нисходящаго анализа весьма широко, и, напротивъ того, къ построенію восходящаго ряда мы прибѣгаемъ лишь весьма рѣдко, такъ какъ это гораздо затруднительнѣе. И хотя, по заданному неизвѣстному (X) нельзя напередъ знать, будетъ ли отыскиваемое нами его слѣдствіе (Y) составлять съ нимъ обратимую пару или нѣтъ, т. е. хотя нельзя поручиться, что отыскиваемое нами (Y) какъ слѣдствіе (X)-а можетъ быть принято также и какъ причина (X)-а, тѣмъ не менѣе этотъ пріемъ отыскиванія (Y) въ большинствѣ случаевъ проще обратнаго; ибо при нѣкоторомъ терпѣніи удается обыкновенно, исходя

*) См. *Duhamel*: „Des méthodes dans les sciences de raisonnement“ I, ch. X, XI. Изъ этихъ словъ Эвклида и Паппуса становится очевиднымъ, что древне-греческіе геометры вовсе не употребляли термина *анализъ* въ смытлѣ *разложенія* на составныя части, а лишь въ смыслѣ *разрѣшенія* въ порядкѣ обратномъ общепринятому.

отъ (X), найти между его возможными слѣдствіями (Y_1), (Y_2), (Y_3)...... хоть одно такое, изъ котораго въ свою очередь само (X) вытекало бы какъ слѣдствіе. Найдя такое (Y), ищемъ далѣе между его возможными слѣдствіями (Z_1), (Z_2)...... хоть одно такое, изъ котораго само (Y) вытекало бы какъ слѣдствіе и т. д. Иногда это и утомительно, и трудно, но еще труднѣе бываетъ сразу по заданному (X) найти удачно то (Y), изъ котораго (X) вытекаетъ какъ слѣдствіе. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ мы по необходимости должны прибѣгать къ *догадкамъ* и всякій разъ провѣрять таковыя.

Примѣръ. Докажемъ методомъ нисходящаго анализа ту-же Пиѳагорову теорему, которую раньше (въ § 4) мы доказали восходящимъ анализомъ.

Пусть задано доказать справедливость равенства

$$AB^2+BC^2=AC^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (X)$$

для треугольника ABC, гдѣ $\angle B$ есть прямой. Однимъ изъ слѣдствій этого равенства есть слѣдующее

$$AB^2=AC^2-BC^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (Y)$$

изъ котораго въ свою очередь (X) вытекаетъ какъ слѣдствіе. Изъ (Y) находимъ

$$AB^2=(AC+BC)(AC-BC) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (Z)$$

(на основаніи аксіомы „разность квадратовъ=и пр.“). Обратимость (Z) съ (Y)-мъ тоже очевидна. Далѣе, опишемъ изъ C какъ изъ центра кругъ радіусомъ=BC и пусть онъ пересѣчетъ гипотенузу въ точкѣ E, а ея продолженіе—въ точкѣ F. Тогда:

$$\left.\begin{array}{l} AC+BC=AC+CF=AF \\ AC-BC=AC-CE=AE \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (A)$$

На основаніи истинъ (A) имѣемъ, какъ слѣдствіе (Z):

$$AB^2=AF.AE \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (P)$$

при чемъ обратимость (P) и (Z) тоже не подлежитъ сомнѣнію. Находимъ слѣдствіе изъ (P) (на основаніи изв. истины о произв. членовъ геом. проп.)

$$AF:AB=AB:AE \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (O)$$

и видимъ, что (P) и (O) обратимы тоже. Соединивъ точки E и F съ вершиною прямого угла B, видимъ, что получились треугольники ABE и ABF, имѣющіе общій уголъ A. Вслѣдствіе этого и на основаніи изв. теоремы о подобіи $\triangle$-овъ находимъ изъ (O) какъ слѣдствіе

$$\triangle ABE \sim \triangle ABF \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (N)$$

которое обратимо съ (O). Отсюда, на основаніи истины: „въ подобныхъ треугольникахъ соотв. углы равны“ находимъ какъ слѣдствіе (N)

$$\angle ABE=\angle AFB. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (M)$$

Предложенія (M) и (N) обратимы (на основаніи аксіомы: $\angle A = \angle A$). Но по построенію AB есть касательная, а BE—хорда круга C, слѣдовательно

число угл. град. угла $ABE = \frac{1}{2}$ числа дуг. град. дуги BE . . . (A′)

точно также, такъ какъ AF и BF суть сѣкущія того-же круга

число угл. гр. угла $AFB = \frac{1}{2}$ числа дуг. гр. дуги BE. . (A″)

а потому на основаніи истинъ (A′) и (A″) имѣемъ изъ (M) какъ слѣдствіе

$$\tfrac{1}{2}\smile BE = \tfrac{1}{2}\smile BE \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (L)$$

что *очевидно* истинно. А такъ какъ и послѣдняя пара (M) и (L) обратима, то обратимымъ будетъ и весь рядъ

$$(X) \rightarrow (Y) \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow (M) \rightarrow (L) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\alpha'')$$

и можетъ быть поэтому представленъ и такъ

$$(X) \leftarrow (Y) \leftarrow \ldots\ldots \leftarrow (M) \leftarrow (L) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\alpha)$$

А такъ какъ предложеніе (L) очевидно истинно, то и заданное предложеніе (X), вытекающее изъ него какъ логическое слѣдствіе, не можетъ тоже не быть истиннымъ. *Ш.*

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Отд. Физики и Химіи Варшавскаго Общ. Естеств. *) въ 1889 г. (1-омъ году своего существованія **) имѣло 7 очередныхъ засѣданій, въ которыхъ было сдѣланы сообщенія:

Н. Я. Сонинымъ: 1) Объ остаточныхъ членахъ формулъ Эйлера и Стирлинга, 2) Объ остаткѣ формулы Стирлинга, 3) Объ одной формулѣ приведенія кратныхъ интеграловъ, 4) О прерывной функціи $[x]$ и ея примѣненіяхъ (часть 1-ая), 5) Объ ассимптотическихъ функціяхъ, 6) Замѣтка по поводу статьи Ц. Руссьяна: „Къ вопросу о вѣроятности случайныхъ ошибокъ", 7) О такъ называемомъ физическомъ законѣ Фанъ-деръ-Ваальса и его видоизмѣненіяхъ, 8) О представленіи логариѳма и Эйлерова постояннаго опредѣленными интегралами, 9) О примѣненіи уравненія виріала къ кинетической теоріи газовъ;

А. Л. Потылицынымъ: 1) О нѣкоторыхъ свойствахъ хлорнонатровой соли и о пересыщенныхъ растворахъ, 2) О хлорноватостронціевой соли и о скоростяхъ разложенія ея при нагрѣваніи;

---

*) Вслѣдствіе запоздалой присылки въ редакцію протоколовъ засѣданій въ 1890 и 1890 гг., помѣщаемъ теперь только краткій отчетъ о дѣятельности Отдѣленія за истекшія два года.

**) См. „Вѣстникъ" № 65 стр. 104 и № 66 стр. 124.

А. Е. Лагоріо: 1) О нѣкоторыхъ гиперстеновыхъ породахъ Волыни, 2) О новомъ минералогическомъ микроскопѣ (съ демонстраціею прибора), 3) О микрохимической реакціи на доломитъ;

И. Л. Кондаковымъ: 1) О строеніи ангеликоваго спирта, 2) О лекарственной глинѣ Тимофеева, 3) (отъ имени *А. Ю. Буковскаго*) О составѣ нѣкоторыхъ косметическихъ препаратовъ изъ лучшихъ Варшавскихъ парфюмерныхъ магазиновъ, 4) Объ одномъ новомъ β амиленгликолѣ;

Ю. В. Вульфомъ: О методѣ измѣренія плоскихъ угловъ кристалловъ подъ микроскопомъ;

Н. Ѳ. Ментинымъ: О продажномъ хлороформѣ;

Ю. А. Маевскимъ: Объ изобрѣтенномъ имъ планиметрѣ-интеграторѣ (съ демонстраціей прибора);

К. М. Споржинскимъ (студ.): Объ опредѣленіи хлорноватистой кислоты въ растворѣ;

О. А. Морозевичемъ (студ.): 1) О нѣкоторыхъ массивныхъ горныхъ породахъ Волыни, 2) О геологической экскурсіи въ Татры и ихъ окрестности;

П. О. Сомовымъ: Нѣкоторые вопросы о распредѣленіи скоростей въ измѣняемыхъ системахъ;

И. А. Востоковымъ: 1) О приведеніи меридіанныхъ наблюденій прохожденій звѣздъ съ боковыхъ нитей къ средней, 2) О разложеніи пертурбаціонной функціи по степенямъ эксцентриситетовъ;

Е. Е. Вагнеромъ (отъ имени *В. М. Дубиневича*): О пятиатомномъ спиртѣ и непредѣльномъ глицеринѣ изъ діаллилкарбинола;

Б. В. Станкевичемъ: Къ теоріи жидкостей (3 сообщенія);

Трусевичемъ (студ.): Объ опредѣленіи постоянныхъ капиллярности галлоидовъ;

Н. Н. Зининымъ: О приведеніи одного кратнаго интеграла *);

Въ 1890 г. Отдѣленіе Физики и Химіи имѣло одно годичное (публичное) засѣданіе соединенныхъ отдѣленій и общаго собранія Варшавскаго Общества Естествоиспытателей, и 8 очередныхъ.

На годичномъ засѣданіи, происходившемъ 27 апрѣля подъ предсѣдательствомъ г. Попечителя Варш. Уч. Округа А. Л. Апухтина, послѣ вступительной рѣчи вице-предсѣдателя Н. Я. Сонина и прочтенія отчета о дѣятельности Общества секретаремъ А. Л. Потылицынымъ, были произнесены рѣчи: 1) *А. Е. Лагоріо:* Изученіе горообразовательныхъ процессовъ и минералогія (съ демонстраціей таблицъ и изображеній на экранѣ) и 2) *Н. В. Насоновымъ:* Принципъ полезности и происхожденіе видовъ;

Въ очередныхъ засѣданіяхъ Отдѣленія въ 1890 г. были сдѣланы сообщенія:

Б. В. Станкевичемъ: По поводу статьи г. Боля о законѣ молекулярнаго взаимодѣйствія;

А. Л. Потылицынымъ 1) (отъ имени *В. М. Дубиневича*): О дѣйствіи сѣрнистаго водорода на углекислыя соли, 2) О скоростяхъ разложенія хлорновато-кальціевой соли, 3) О скоростяхъ разложенія бромновато-стронціевой соли при нагрѣваніи и о замѣщеніи брома кислородомъ, 4) О полученіи бромновато литіевой соли;

В. М. Дубиневичемъ: 1) Оцѣнка существующихъ методовъ изслѣдованія коровьяго масла, 2) О колориметрическомъ опредѣленіи малыхъ количествъ свинца

*) Извлечено изъ печ. протоколовъ Отдѣленія за 1889 г. №№ 1—7.

въ растворахъ и примѣненіи этого способа къ изслѣдованію Варшавской содовой воды;

О. А. Морозевичемъ: 1) О кристаллахъ первично-третичнаго изодибутиленгликоля, 2) Результаты микроскопическо-химическаго изслѣдованія одного изъ продуктовъ разложенія гранита Кіевской губерніи, 3) Къ геологіи Татръ, 4) Объ андезитѣ изъ окрестностей г. Кросценко въ Галиціи;

Н. Я. Сонинымъ: 1) Объ интегрирующемъ множителѣ дифференціальныхъ уравненій, 2) Объ одномъ опредѣленномъ интегралѣ;

Е. Е. Вагнеромъ: 1) (отъ имени *С. Н. Реформатскаго*): О дѣйствіи смѣси цинка и монохлороуксуснаго эфира на кетоны и альдегиды, 2) Къ вопросу о строеніи терпеновъ, 3) (отъ имени студ. *Жураковскаго*): О гексиленѣ изъ маннита, 4) Замѣтка, относящаяся къ исторіи окисленія непредѣльныхъ соединеній;

А. Е. Лагоріо: 1) Объ искусственномъ воспроизведеніи левцита въ связи съ вопросомъ объ оптическихъ аномаліяхъ, 2) О генитическихъ процессахъ въ изверженныхъ горныхъ породахъ;

С. Н. Реформатскимъ: Къ вопросу о бромированіи предѣльныхъ кислотъ;

Н. Н. Зининымъ: О нѣкоторыхъ кратныхъ интегралахъ;

И. А. Востоковымъ: 1) О преобразованіи одной системы каноническихъ перемѣнныхъ въ другую, 2) О гнутіи трубы меридіаннаго круга Эртеля;

Д. П. Павловымъ (отъ имени студ. *Григоровича*): Къ реакціи хлорангидридовъ кислотъ съ цинкограническими соединеніями;

И. И. Бевадомъ: О третичныхъ нитросоединеніяхъ жирнаго ряда;

В. Э. Эренфейхтомъ: Результаты наблюденій надъ измѣненіемъ широты Варшавы въ 1890 г. *).

Въ текущемъ 1891 году Отд. Физики и Химіи въ двухъ очередныхъ засѣданіяхъ (26 янв. и 23 февр.) выслушало сообщенія:

П. О. Сомова: О линіяхъ, характеризующихъ движеніе коллинеарно измѣняемой системы общаго вида;

И. Л. Кондакова: Къ строенію ангеликовой и тиглиновой кислотъ;

А. Е. Лагоріо: 1) Объ изслѣдованныхъ имъ кристаллахъ различныхъ минераловъ, воспроизведенныхъ искусственно проф. Лембергомъ, 2) О геологическомъ значеніи гранитовъ въ Крыму;

А. Л. Потылицына: 1) О точкахъ плавленія неорганическихъ веществъ, 2) Некрологъ проф. П. П. Алексѣева, 3) О манометрическомъ способѣ опредѣленія точекъ плавленія неорганическихъ веществъ **).

Засѣданіе Мат. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. мат. и физики 29 марта 1891 года.

Ѳ. Н. Шведовъ сдѣлалъ сообщеніе подъ заглавіемъ: „техника ученія о волнообразномъ движеніи", въ которомъ, указавъ важность этого ученія, демонстрировалъ различные приборы, служащіе для уясненія его. Одинъ изъ этихъ приборовъ принадлежитъ Ѳ. Н. Шведову и отличается отъ остальныхъ тѣмъ, что въ немъ колебанія шариковъ передаются отъ одного къ другому вслѣдствіе упругости соединяющей ихъ пружины.

---

*) Извлечено изъ печ. протоколовъ засѣданій Отдѣленія въ 1890 г. № 8 и №№ 1—7.

**) Извлечено изъ печатныхъ протоколовъ №№ 8—9.

К. В. Май указалъ на неудобство того объясненія для нахожденія общаго наибольшаго дѣлителя послѣдовательнымъ дѣленіемъ, которое, болѣе или менѣе точно, воспроизводится въ большинствѣ учебниковъ ариѳметики (напр. въ учебникѣ Малинина) и рекомендовалъ способъ доказательства, который можно найти въ книгѣ Штольца: „Vorlesungen über die allgemeine Arithmetik. Theil. I. 22.

В. В. Преображенскій указалъ модель колебательнаго движенія, происходящаго отъ тренія.

Н. Б. Завадскій сдѣлалъ нѣсколько замѣчаній о доказательствахъ нѣкоторыхъ теоремъ алгебры и геометріи. *И. Слешинскій* (Одесса).

Кіевск. Физ.-Мат. Общ. 6-ое оч. засѣданіе 18-го марта. Были сдѣланы сообщенія:

1) *Э. К. Шпачинскій:* „О синтезѣ и анализѣ въ математикѣ“ (продолженіе *).

2) *О. О. Косоноговъ*: Объ опытахъ Герца (продолженіе).

Кіевское Физ.-Мат. Общество 7-ое оч. засѣданіе 25-го марта:

1) *Г. К. Сусловъ*: Демонстрировалъ и разъяснилъ гироскопическіе опыты на новомъ „Стрефоскопѣ Грюэ“ **).

2) *И. И. Чирьевъ* дополнилъ свое сообщеніе, сдѣланное въ 7-мъ прошлогоднемъ засѣданіи, о графическомъ пріемѣ при первоначальномъ ознакомленіи учащихся съ кинематическими понятіями скорости и ускоренія при равномѣрномъ и равноускоренномъ движеніяхъ.

3) *П. И. Матковскій:* „О геометрическомъ изображеніи чиселъ“ (положительныхъ, отрицательныхъ, раціональныхъ, ирраціональныхъ, мнимыхъ и комплексныхъ).

Въ этомъ засѣданіи былъ поднятъ вопросъ объ открытіи Обществомъ публичныхъ лекцій и образована коммисія для его обсужденія.

Кіевск. Физ.-Мат. Общ. 8-ое очер. засѣданіе 1-го апрѣля:

1) *М. Ѳ. Хандриковъ*: „О предстоящемъ (28-го апрѣля) прохожденіи Меркурія черезъ дискъ солнца“. Разъяснивъ какое значеніе имѣютъ наблюденія прохожденія внутреннихъ планетъ черезъ дискъ солнца для опредѣленія величины параллакса солнца, референтъ указалъ, что вслѣдствіе близости Меркурія къ солнцу и трудности опредѣлить точные моменты внѣшнихъ и внутреннихъ касаній, ошибка въ вычисленіи солнечнаго параллакса этимъ способомъ можетъ быть сравнительно велика. Болѣе надежны въ этомъ отношеніи наблюденія надъ прохожденіемъ Венеры и оппозиціями Марса; средняя величина параллакса солнца, выведенная на основаніи этихъ послѣднихъ наблюденій, принимается въ 8″,85.

2) *А. Л. Корольковъ*: „О внесеніи въ элементарный курсъ физики закона сохраненія энергіи“ ***).

3) *О. О. Косоноговъ:* Объ опытахъ Герца (продолженіе ****).

Въ этомъ засѣданіи былъ рѣшенъ закр. баллот. вопросъ о выпискѣ въ библіотеку Общества нѣсколькихъ спеціальныхъ французскихъ и нѣмецкихъ журналовъ. *Ш.*

---

*) См. стр. 81.

**) Элементарная теорія гироскоповъ была изложена въ статьѣ проф. Н. Е. Жуковскаго въ № 43 „Вѣстника“ (см. сем. IV стр. 145), изданной также отдѣльной брошюрой. Настоящее сообщеніе проф. Г. К. Суслова будетъ также помѣщено въ „Вѣстникѣ“ въ видѣ отдѣльной статьи.

***) Будетъ напечатано.

****) Въ этомъ сообщеніи были изложены тѣ опыты Герца, которые были уже описаны въ № 68 „Вѣстника“ (см. сем. VI, стр. 153) въ статьѣ г. Бахметьева: „Лучи электрической силы“.

ЗАДАЧИ.

№ 178. Найти дѣйствительные, цѣлые и положительные корни уравненія

$$10x+y=(x+y)^2.$$

Показать ариѳметическое значеніе этой задачи.

М. Чубинскій (Воронежъ).

№ 179. Показать, что треугольникъ, двумя сторонами котораго служатъ отрѣзки нѣкоторой прямой, раздѣленной въ среднемъ и крайнемъ отношеніи, а третьей—средняя пропорціональная между этими отрѣзками,—есть прямоугольный. *В. Захаровъ* (Воронежъ).

№ 180. Въ сборникѣ ариѳм. задачъ Стеблова (2-ое изд. № 875, стр. 144) помѣщена слѣдующая задача:

„Курьеру приказано было догнать полкъ къ извѣстному сроку, при чемъ было разсчитано, что онъ успѣетъ исполнить это приказаніе если будетъ проѣзжать по 15 верстъ въ часъ. Курьеръ въ первые 6 часовъ по выѣздѣ дѣлалъ по $16^2/_3$ в. въ часъ, а въ остальное время по $15^5/_8$ в. и догналъ полкъ однимъ часомъ ранѣе назначеннаго срока. Сколько часовъ курьеръ былъ въ пути?"

Требуется показать, что задача эта неопредѣленная, и исправить ее.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 181. Даны три концентрическія окружности, коихъ радіусы $r<\rho<R$. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника служитъ хордою средней окружности и касается меньшей окружности, а вершина прямого угла лежитъ на большей окружности. Вычислить катеты треугольника.

Н Николаевъ (Пенза).

№ 182. По данному ребру правильнаго тетраэдра опредѣлить радіусъ шара, поверхность котораго касается всѣхъ реберъ тетраэдра. Найти также отношенія радіуса этого шара къ радіусамъ шаровъ вписаннаго въ тетраэдръ и описаннаго около него.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 183. Доказать теорему: если всѣ ребра четырегранника касательны къ одному шару, то суммы противоположныхъ реберъ равны между собою. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

№ 184. Доказать теорему: если въ кругъ вписанъ треугольникъ ABC и черезъ его вершины проведены касательныя до взаимнаго ихъ пересѣченія въ точкахъ A′, B′, C′, то произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ произвольной точки M окружности на стороны вписаннаго треугольника ABC, равно произвенію перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ той-же точки на стороны описаннаго треугольника A′B′C′.

Обобщить эту теорему для многоугольника.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

Упражненія для учениковъ.

Рѣшить уравненія:

1) $2\log x = -{}^{7}/_{4} + \log\dfrac{x}{2}$. Отв. $x=0$ и $x={}^{1}/_{2}\sqrt[4]{0{,}0000001}$.

2) $x=10\log x$. Отв. $x=10$.

3) $x(1-\log 5)=\log(2^x+x-1)$. Отв $x=1$.

4) $\log(x^2-x-6)-x=\log(x+2)-3$. Отв. $x=\infty$.

5) $\log(11.5^x-25.20^x)=x+\log 25$. Отв. $x=-\dfrac{\log 5}{\log 2}$.

6) $4^{2x+1}+2^{2x+6}=4(8)^{x+1}$. Отв. $x=2$.

7) $2^{3x}-\dfrac{8}{2^{3x}}-6\left(2^x-\dfrac{1}{2^{x-1}}\right)=1$. Отв. $x=1$.

8) $27^x+3^{1+x}+3^{1-x}+27^{-x}={}^{551368}/_{729}$. Отв. $x=2$.

9) $\sqrt[x]{9}-\sqrt[x]{6}=\sqrt[x]{4}$ Отв. $x=\dfrac{\log {}^{3}/_{2}}{\log\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}$.

10) $4^{x^3+8+9x(x+2)}-2^{x^3+9+12x(x+2)}+2^{-(x^3+8)}=0$.

Отв $x_1=-2$; $x_2=\sqrt[3]{\dfrac{\log\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}{\log 2}}$.

З. Архимовичъ (Новозыбковъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 60 (2-й серіи). Въ смежныхъ углахъ, одинъ изъ которыхъ равенъ 36°, вписаны два круга, касающіеся общей стороны угловъ въ одной точкѣ, находящейся на разстояніи a отъ вершины. Опредѣлить радіусы круговъ.

Пусть A есть вершина данныхъ угловъ, а центры большей и меньшей окружности суть O и O_1.

Радіусъ меньшей окружности r_1 представляетъ половину стороны правильнаго десятиугольника вписаннаго въ окружность радіуса AO_1, а потому

$$r_1=\frac{AO_1}{4}(\sqrt{5}-1),$$

но

$$AO_1=\sqrt{a^2+r_1{}^2};$$

подставляя вмѣсто AO_1—его значеніе въ предыдущее уравненіе и рѣшая его относительно r_1, найдемъ, что

$$r_1=\frac{a}{5}\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}.$$

Затѣмъ изъ прямоугольнаго треугольника OAO_1 мы имѣемъ

$$\frac{r}{a}=\frac{a}{r_1},$$

гдѣ r радіусъ большей окружности; подставляя сюда

$$\frac{a}{5}\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}$$

вмѣсто r_1, получимъ

$$r=a\sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

Н. Волковъ и *А. Протопоповъ* (Спб.), *А. Шульженко* (Кіевъ), *С. Карновичъ*, *А. Кочанъ* и *И. Вонсикъ* (Воронежъ). Ученики: Кременч. р. уч. (7) *I. Т.*, Курск. г. (5) *К. Щ.*, (7) *Л. Л.* и р. уч. (6) *Л. К.*, Кам.-Под. г. (8) *Я. М.*

№ 73 (2-ой серіи). Показать, что

$$\frac{1}{2\mathrm{Sin}10^\circ}-2\mathrm{Sin}70^\circ=1.$$

Приводя къ одному знаменателю первую часть доказываемаго равенства, будемъ имѣть

$$\frac{1-4\mathrm{Sin}10^\circ.\mathrm{Sin}70^\circ}{2\mathrm{Sin}10^\circ}=1,$$

или

$$\frac{1+2(-2\mathrm{Sin}10^\circ.\mathrm{Sin}70^\circ)}{2\mathrm{Sin}10^\circ}=1,$$

но

$$-2\mathrm{Sin}10^\circ.\mathrm{Sin}70^\circ=\mathrm{Cos}80^\circ-\mathrm{Cos}60^\circ;$$

подставляя это въ предыдущее равенство и замѣчая, что $2\mathrm{Cos}60^\circ=1$, получимъ

$$\frac{2\mathrm{Cos}80^\circ}{2\mathrm{Sin}10^\circ}=1,$$

а это тождество, такъ какъ

$$\mathrm{Cos}80^\circ=\mathrm{Sin}10^\circ,$$

т. е. доказываемое равенство справедливо.

А. Лентовскій и *П. Андреяновъ* (Москва), *А. П.* и *Н. Николаевъ* (Пенза), *Н. Волковъ* и *С. Тисъ* (Спб.), *Я. Ястржембовскій* (Курскъ), *А. Кочанъ* и *И. Вонсикъ* (Воронежъ). Ученики: Черниг. г. (8) *И. Р.* и *П. Л.*, Тифл. 2-ой г. (7) *М. А.*, Кременч. р. уч. (7) *І. Т.*, Троицк. г. (7) *П. Θ.*

№ 92 (2-ой серіи). Въ окружности радіуса R вписанъ четыреугольникъ ABCD, коего сторона AB есть діаметръ. Разстоянія точки пересѣченія діагоналей M отъ вершинъ A и B извѣстны (т. е. $AM=a$, $BM=b$). Опредѣлить стороны и діагонали четыреугольника.

Положимъ $AD=x$, $DC=y$, $CB=z$, $DM=u$, $MC=t$.

Изъ подобія треугольниковъ DCM и ABM имѣемъ

$$\frac{DC}{AB}=\frac{DM}{AM},$$

или

$$\frac{y}{2R}=\frac{u}{a}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Изъ прямоугольныхъ $\triangle$-овъ ADB и ACB находимъ

$$4R^2=(b+u)^2+x^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$4R^2=(a+t)^2+z^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Изъ подобія $\triangle$-овъ ADM и BCM имѣемъ

$$\frac{z}{x}=\frac{b}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$\frac{t}{u}=\frac{b}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Опредѣливъ z изъ уравненія (4) и t изъ уравненія (5), и подставивъ полученныя значенія въ уравненіе (3), будемъ имѣть

$$4R^2a^2=(a^2+bu)^2+b^2x^2.$$

Вычитаемъ это уравненіе изъ уравненія (2), умноженнаго на b^2

$$4R^2(b^2-a^2)=b^2(b+u)^2-(a^2+bu)^2,$$

откуда

$$u=\frac{4R^2-a^2-b^2}{2b},$$

а

$$t=\frac{bu}{a}=\frac{4R^2-a^2-b^2}{2a}.$$

Такимъ образомъ діагонали

$$AC=a+t=\frac{4R^2+a^2-b^2}{2a},$$

$$BD=b+u=\frac{4R^2+b^2-a^2}{2b}.$$

Изъ уравненія (1) найдемъ

$$y=\frac{2Ru}{a}=\frac{R(4R^2-a^2-b^2)}{ab}=CD.$$

Изъ уравненій (2) и (3) опредѣляемъ

$$x=\sqrt{4R^2-(b+u)^2}=\frac{1}{2b}\sqrt{16R^2b^2-(4R^2+b^2-a^2)}=AD$$

$$z=\sqrt{4R^2-(a+t)^2}=\frac{1}{2a}\sqrt{16R^2a^2-(4R^2+a^2-b^2)}=BC.$$

А. П. (Пенза), *П. Андреяновъ, С. Карновичъ* и *А. Лентовскій* (Москва), *Г. Ширинкинъ, Н. Корзунъ, В. Захаровъ, В. Григорьевъ, Н. Вонсикъ* (Воронежъ), *В. Соколовъ* (Кострома), *Е. Пригоровскій* (Кіевъ). Ученики: Донск. к. к. (6) *В. А.* и *А. С.*, Роменск. р. уч. (5) *А. Г.* и *В. Х.*, Воронеж. к. к. (6) *А. С.*, Тифл. 2-ой г. (7) *М. А.*, Кременч. р. уч. (7) *А. Д.* и *М. А.*, Курск. г. (5) *Н. Щ.*

№ 517. Показать, что если

$$X=ax+by+cz$$

$$Y=ay+bz+cx$$

$$Z=az+bx+cy$$

то

$$X^3+Y^3+Z^2-3XYZ=(x^3+y^3+{}^3z-3xyz)(a^3+b^3+c^3-3abc).$$

Складывая данныя равенства почленно, находимъ

$$X+Y+Z=(x+y+z)(a+b+c)\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; (1)$$

Возводя каждое изъ нихъ въ квадратъ и затѣмъ складывая, получимъ

$$X^2+Y^2+Z^2=(x^2+y^2+z^2)(a^2+b^2+c^2)+2(xy+xz+yz)(ab+ac+bc)\ldots(2)$$

Перемноживъ попарно между собою данныя равенства и затѣмъ сложивъ полученныя произведенія, найдемъ

$$XY+XZ+YZ=(x^2+y^2+z^2)(ab+ac+bc)+(xy+xz+yz)(a^2+b^2+c^2)+$$
$$+(xy+yz+xz)(ab+ac+bc).\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; (3)$$

Вычитаемъ (3) и (2)

$$(X^2+Y^2+Z^2)-(XY+XZ+YZ)=$$
$$=[(x^2+y^2+z^2)-(xy+xz+yz)].[(a^2+b^2+c^2)-(ab+ac+bc)]\ldots(4)$$

Перемножая почленно равенства (1) и (4) и принимая во вниманіе тождество

$$[(A^2+B^2+C^2)-(AB+AC+BC)].(A+B+C)=A^3+B^3+C^3-3ABC,$$

получаемъ доказываемое равенство.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), *А. Кочанъ* и *И. Вонсикъ* (Воронежъ), *Я. Эйлеръ* (Спб.). Ученики: Мог.-Под. г. (6) *С. И.*, 2-й Тифл. г. (7) *М. А.*, Короч г. (8) *Г. С.*, Курск. г. (6) *Л. Л.* и (7) *В. Х.*, 5-й Варшав. г. (8) *В. П.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 7 Апрѣля 1891 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
ищется

Обложка
ищется