№№ 448—449.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Ф. Кагана.

XXXVIII-го Семестра №№ 4—5-й.

ОДЕССА.
Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1907.

ВЫШЛИ ВЪ СВѢТЪ СЛѢДУЮЩІЯ ИЗДАНІЯ:

1 и 2. **Г. АБРАГАМЪ**, проф. **СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ**, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*.

Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность Теплота—Числовыя таблицы.

Учен. Ком. М. Н. Пр. допущено въ учен. библ. средн. учебн. заведеній, учит. семинарій и гор. по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ безп. нар. читальни и библіотеки.

XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнитизмъ.

LXXV+434 стр. Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. **С. АРРЕНІУСЪ**, проф. **ФИЗИКА НЕБА.** Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.

VIII+250 стр. Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.

Учен. Ком. М. Н. П. допущено въ учен., старш. возр., библ. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библ. и читальни.

4. **УСПѢХИ ФИЗИКИ**, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики". Содержаніе: *Винеръ*, Расширеніе нашихъ чувствъ—*Пильчиковъ*. Радій и его лучи—*Дебіернъ*, Радій и радіоактивность—*Рихарцъ*, Электрическія волны—*Слаби*, Телеграфированіе безъ проводовъ—*Шмидтъ*, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).

IV+144 стр. Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Изд. 2-е. Цѣна 75 коп

Учен. Ком. М. Н. П. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библ. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библ. и читальни.

5 **Ф. АУЭРБАХЪ**, проф. **ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ.** Общедоступное изложеніе основаній ученія объ *энергіи и энтропіи*. Переводъ съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ *Ш. Э. Гильома*, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.

VIII+56 стр. Изд. 2-е. Цѣна 40 к.

Учен. Ком. М. Н. П. первое изданіе допущено въ учен., старш. возр., библ. средн. учебн. заведеній, а равно и въ безпл. нар. библ. и читальни.

6. **С. НЬЮКОМЪ**, проф. **АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ**. Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*.

XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рис. и 1 таблицей. Цѣна 1 р 50 к.

Учен. Ком. М. Н. П. допущено въ учен., старш. возр, библ. средн. учебн. заведеній, а равно и съ безпл. нар. библ. и читальни.

7. **Г. ВЕБЕРЪ** и **І. ВЕЛЬШТЕЙНЪ**. **ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры,** обраб. проф. *Веберомъ*. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *В. Ф. Кагана*. Книга I, **Основанія ариѳметики**, гл. I—X. Книга II. **Алгебра**, гл. XI—XIX. Книга III. **Анализъ**. гл. XX—XXVIII 650 стр. **Цѣна 3 р. 50 к.**

Выпусками: вып. I, стр. 256, ц. **1 р. 50 к.**, вып. II окончаніе, ц. **2 р.**

8. **Дж. ПЕРРИ**, проф. **ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ.** Публичная лекція. Переводъ съ англійскаго. VII+96 стр. съ 63 рисунками. **Цѣна 60 к.**

Учен. Ком. М. Н. Пр. признана заслуживающей вниманія при пополненіи учен. библ. средн. учебн. заведеній.

9. **Р. ДЕДЕКИНДЪ**, проф. **НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ИРРАЦІОНАЛЬНЫЯ ЧИСЛА.** Переводъ Приватъ-доцента *С. Шатуновскаго* съ приложеніемъ его статьи **Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ**. 40 стр. **Цѣна 40 к.**

учебн.Учен. Ком. М. Н. Пр. признана залуживающей вниманія при пополненіи учен. библ. средн.. учебн. заведеній..

10. **К. ШЕЙДЪ**, проф. **ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ для юношества** Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета *Е. С. Ельчанинова*. 192 стр. съ 79 рисунками. **Цѣна 1 р. 20 к.**

11. **Э. ВИХЕРТЪ**, проф. **ВВЕДЕНІЕ ВЪ ГЕОДЕЗІЮ**. Лекціи для преподавателей средн. учебн. заведеній. Переводъ съ нѣмецкаго.

80 стр. съ 41 рис. Цѣна 35 к.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩАТЬСЯ: КНИГОИЗДАТЕЛЬСТВО „МАТЕЗИСЪ"

Одесса, Типографія М. Шпенцера, Новосельская 66.

XXXVIII Сем. №№ 4—5.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной Математики.

№№ 448—449.

Температура и давленіе въ болѣе высокихъ слояхъ атмосферы.

Профессора А. В. Клоссовскаго.

*(Окончаніе *).*

Аномальныя отклоненія.

Абсолютныя аномальныя отклоненія. Многіе выводы, изложенные въ предшествующихъ главахъ, получены методомъ среднихъ чиселъ. Вникнемъ глубже въ сущность этого метода и дадимъ себѣ отчетъ въ томъ, какъ слѣдуетъ смотрѣть на среднія числа и на различныя ихъ комбинаціи. Наглядности ради, обратимся къ частному примѣру. Выше были напечатаны среднія мѣсячныя и годовыя температуры, вычисленныя на основаніи 30-лѣтнихъ наблюденій (1866—1895) въ Одессѣ. Общая средняя температура года равна 10°.1. Но, разсматривая послѣдній вертикальный столбецъ, мы замѣчаемъ, что *въ отдѣльные годы* средняя температура значительно уклонялась отъ 10°.1. Только два года (1868 и 1879) имѣли среднюю годовую температуру, равную 10°.1. Въ остальные же годы температура колебалась отъ 8°.7 до 11°.3, т. е. въ предѣлахъ 2°.6. Еще болѣе значительныя колебанія замѣчаемъ въ среднихъ январскихъ температурахъ (отъ —10°.1 до 3°2). Въ

*) См. №№ 446-447 „Вѣстника".

двухъ послѣднихъ строчкахъ той же таблицы даны тѣ *крайнія* числа, въ предѣлахъ которыхъ колебались среднія мѣсячныя температуры въ Одессѣ за 30 лѣтъ; въ таблицѣ же на стран. 627 приведены *величины* этихъ отклоненій для каждаго года отдѣльно. Изъ этихъ таблицъ видно, что среднія мѣсячныя температуры колебались въ Одессѣ, за 30 лѣтъ, въ слѣдующихъ предѣлахъ:

январь . . .	$14^0.3$	іюль	$5^0.0$
февраль . .	11.4	августъ . . .	6.1
мартъ . . .	10.0	сентябрь . . .	7.0
апрѣль . . .	6.6	октябрь . . .	9.0
май	8.1	ноябрь . . .	10.2
іюнь . . .	6.6	декабрь . . .	14.8

годъ . . . . $2^0.6$.

Числа эти показываютъ, что предѣлы колебаній мѣсячныхъ среднихъ гораздо больше, чѣмъ годовыхъ.

Еще болѣе значительные размахи совершаютъ, отъ одного года къ другому, *суточныя* среднія.

Такимъ образомъ, среднія числа представляютъ собою нѣкоторыя *фиктивныя* величины; но эти фиктивныя величины, тѣмъ не менѣе, тѣсно связаны съ *дѣйствительнымъ* ходомъ явленій. Каждое среднее число можно разсматривать, какъ положеніе равновѣсія, около котораго дѣйствительное явленіе совершаетъ колебанія въ ту и другую сторону съ нѣкоторой перемѣнной амплитудой.

Отклоненія дѣйствительныхъ величинъ явленія отъ общаго ихъ средняго будемъ называть *аномальными* отклоненіями. Очевидно, что для характеристики климатическаго режима извѣстной мѣстности недостаточно имѣть *среднія* числа; необходимо знать еще аномальныя отклоненія, т. е. предѣлы, въ которыхъ эти среднія совершаютъ свои колебанія. Можно безъ значительной погрѣшности допустить, что крайнія положительныя и отрицательныя отклоненія одинаково вѣроятны; при такомъ допущеніи, средняя январская температура въ Одессѣ ($-3^0.2$) совершаетъ, въ отдѣльные годы, свой размахъ въ предѣлахъ отъ $-3^0.2-$ $-7^0.1=-10^0.3$ до $-3^0.2+7^0.1=3^09$ (дѣйствительные предѣлы въ теченіе 30 лѣтъ $-10^0.1$ и $4^0.2$). Отсюда ясно, что для полноты климатической характеристики необходимо къ средней величинѣ присоединять еще величину указанныхъ полуколебаній. На этомъ основанiи среднiя мѣсячныя температуры въ Одессѣ выразятся слѣдующими числами:

январь . . .	—3°.2±7°.1	iюль . . .	23°.1±2°.5
февраль . . .	—2.4± 5.7	августъ . .	22.0± 3.0
мартъ . . .	2.2± 5.0	сентябрь . .	17.1± 3.5
апрѣль . . .	8.9± 3.3	октябрь . .	11.4± 4.5
май	16.0± 4.0	ноябрь . .	5.2± 5.1
iюнь	20.6± 3.3	декабрь . .	0.3± 7.4

годъ . . . . 10°.1±1°.3.

Каждое изъ этихъ полуколебанiй назовемъ *абсолютнымъ* аномальнымъ отклоненiемъ. Ясно, что для полученiя болѣе точнаго абсолютнаго отклоненiя необходимо имѣть возможно болѣе продолжительный рядъ наблюденiй. Величина же абсолютнаго аномальнаго отклоненiя служитъ характеристикой большей или меньшей устойчивости климатическаго режима извѣстной мѣстности.

Среднiя аномальныя отклоненiя. Рядомъ съ абсолютнымъ аномальнымъ отклоненiемъ вводятъ также понятiе о *среднемъ* аномальномъ отклоненiи. Среднее аномальное отклоненiе получится, если мы вычислимъ отклоненiя отдѣльныхъ годовыхъ температуръ отъ общаго средняго и найдемъ среднее полученныхъ разностей (независимо отъ знака). Среднее аномальное отклоненiе года въ Одессѣ, опредѣленное по этому методу, равно ±0°.64, т. е. средняя температура отдѣльнаго года въ Одессѣ можетъ, среднимъ числомъ, отличаться отъ многолѣтней на величину, равную ±0°.64. Среднее аномальное отклоненiе года для большого числа пунктовъ Россiи найдено Вильдомъ; имъ же сдѣлана попытка построенiя картъ изометаболей (кривыя равныхъ среднихъ отклоненiй). Изъ таблицъ Вильда видно, что годовое аномальное отклоненiе меньше вблизи морей и въ болѣе южныхъ странахъ; годовое отклоненiе, близкое къ ±0°.64, имѣютъ кромѣ Одессы, слѣдующiе пункты: Гаммерфестъ (±0°.61), Варде (±0°.60), Упсала (±0°.68), Киль (±0°.68), Берлинъ (±0°.65), Базель (±0°.60). Въ Мадридѣ и Лиссабонѣ годовыя отклоненiя равны соотвѣтственно ±0°.27 и ±0°.20, т. е. средней температурѣ года въ этихъ двухъ пунктахъ свойственна извѣстная характеристика, сравнительно мало измѣняющаяся при переходѣ отъ одного года къ другому. Максимумъ годовыхъ отклоненiй (±1°.0) находится въ сѣверной части западной и средней Сибири, а также надъ Бѣлымъ моремъ и сѣверной Финляндiей. Точно такъ же можно опредѣлить среднiя аномальныя отклоненiя среднихъ мѣсячныхъ. Эти отклоненiя въ Одессѣ, на основаніи 30-лѣтнихъ наблюденій (1866—1895 гг.), слѣдующія:

январь	$\pm 2^{0}.44$	іюль	$\pm 1^{0}.09$
февраль	$\pm$ 2.50	августъ	$\pm$ 1.08
мартъ	$\pm$ 1.83	сентябрь . . .	$\pm$ 1.52
апрѣль	$\pm$ 1.09	октябрь	$\pm$ 1.62
май	$\pm$ 1.10	ноябрь	$\pm$ 1.98
іюнь	$\pm$ 1.20	декабрь	$\pm$ 2.52

Въ ходѣ средняго мѣсячнаго отклоненія замѣтенъ годовой періодъ; наибольшей величины оно достигаетъ въ декабрѣ ($\pm 2^{0}.52$), а наименьшей—въ августѣ ($\pm 1^{0}.08$); слѣдовательно, въ декабрѣ менѣе всего можемъ разсчитывать на извѣстныя температурныя условія, опредѣляемыя средними числами. Изъ таблицъ Вильда видно, что въ Европѣ, вообще, максимумъ аномальныхъ отклоненій падаетъ на декабрь-февраль, минимумъ—на май-октябрь; наиболѣе постоянный въ разсматриваемомъ смыслѣ мѣсяцъ на берегахъ Балтійскаго моря, въ Англіи и средней Германіи—сентябрь; въ Швейцаріи и Франціи—октябрь; въ сѣверо-восточной Россіи и южной части западной Сибири—августъ; въ средней Россіи и средней Сибири, на Уралѣ и по сѣвернымъ берегамъ Чернаго моря—іюль, а въ Одессѣ, въ частности,—августъ; въ Польшѣ и въ сосѣднихъ съ ней частяхъ Германіи, Богеміи, средней Австріи—іюнь; въ Крыму—май.

Среднее аномальное отклоненіе даетъ также возможность вычислить *вѣроятную* ошибку найденныхъ нами мѣсячныхъ среднихъ. Извѣстно, что вѣроятная ошибка F вычисляется по формулѣ Гаусса:

$$F=\pm 0.6745\sqrt{\frac{\Sigma\, v^2}{n(n-1)}},$$

гдѣ Σv^2—сумма квадратовъ отклоненій, а n—число періодовъ, изъ которыхъ опредѣлены среднія. Фехнеръ показалъ, что формулу эту можно приближенно замѣнить другою:

$$F=1.1955\frac{\Sigma\, v}{n\sqrt{2n-1}}. \tag{1}$$

Но $\frac{\Sigma v}{n}$ есть не что иное, какъ среднее аномальное отклоненіе, которое мы обозначимъ черезъ V: слѣдовательно,

$$F=1.1955\frac{V}{\sqrt{2n-1}}. \tag{2}$$

По этой формулѣ найдены нами *вѣроятныя* погрѣшности мѣсячныхъ среднихъ въ Одессѣ:

январь	$\pm 0^{\circ}.40$	іюль	$\pm 0^{\circ}.18$
февраль	$\pm$ 0.40	августъ	$\pm$ 0.18
мартъ	$\pm$ 0.30	сентябрь . . .	$\pm$ 0.25
апрѣль	$\pm$ 0.18	октябрь . . .	$\pm$ 0.27
май	$\pm$ 0.19	ноябрь	$\pm$ 0.33
іюнь	$\pm$ 0.20	декабрь	$\pm$ 0.41

годъ . . . $\pm 0^{\circ}.10$.

Бо́льшую степень вѣроятности имѣютъ, какъ видно, среднія температуры года и лѣтнихъ мѣсяцевъ; вѣроятная ошибка зимнихъ мѣсяцевъ гораздо больше; въ декабрѣ она достигаетъ $\pm 0^{\circ}.41$.

Среднія аномальныя отклоненія даютъ возможность рѣшить еще одинъ, весьма важный, климатологическій вопросъ, а именно, сколько лѣтъ нужно наблюдать въ извѣстномъ пунктѣ, чтобы вѣроятная погрѣшность вычисленныхъ среднихъ уменьшилась до даннаго предѣла (напримѣръ, до $0^{\circ}.1$). Извѣстно, что вѣроятныя ошибки обратно пропорціональны корнямъ квадратнымъ изъ числа лѣтъ, послужившихъ для нахожденія среднихъ; если при n годахъ наблюденій ошибка равна F, а при n' годахъ ошибка равна $0^{\circ}.1$, то

$$\frac{F}{0.1} = \sqrt{\frac{n'}{n}},$$

откуда

$$n' = n.\ 100.\ F^2 \ldots.. \qquad (3)$$

На основаніи предыдущей таблицы 30-лѣтній періодъ достаточенъ въ Одессѣ для полученія средней температуры года съ вѣроятной ошибкой, не превышающей $0^{\circ}.1$. Такія вычисленія произведены Вильдомъ для многихъ станцій Россіи [1]).

Вышеуказанное понятіе объ аномальномъ отклоненіи можетъ быть примѣнено и къ другимъ метеорологическимъ элементамъ. Аномальныя отклоненія давленія достигаютъ наибольшей величины въ зимніе мѣсяцы и падаютъ къ лѣту; они увеличиваются отъ тропическаго пояса къ высшимъ широтамъ. По отношенію къ давленію болѣе устойчивы океаны и менѣе устойчивы континенты (обратно тому, что имѣетъ мѣсто для температуры). Наиболѣе неустойчива въ этомъ отношеніи сѣверо-западная часть Атлантическаго океана (зимою) и полярное море.

Осадки принадлежатъ къ метеорологическимъ факторамъ, которые претерпѣваютъ наибольшія колебанія при переходѣ отъ

---

[1]) Вильдъ. О температурѣ воздуха въ Россійской Имперіи. Спб. 1882, стр. 273.

одного года къ другому.

Особенно велика неустойчивость осадковъ въ южной полосѣ Россiи.

Количество атмосферной влаги въ Одессѣ претерпѣваетъ огромныя колебанiя при переходѣ отъ одного года къ другому. Въ iюнѣ 1886 года выпало 167.0 мм. осадковъ, а въ iюнѣ 1877 года лишь 1.0 мм.; въ сентябрѣ 1875 г. измѣрено было 105.8 мм. влаги, а въ 1892 году засуха продолжалась отъ 24 августа по 7 октября, т. е. 45 дней. Въ столь же широкихъ предѣлахъ колеблется запасъ апрѣльскаго и майскаго орошенiя. Въ 1872 году выпало осадковъ 238.5 мм., а въ 1875 году—625.3 мм., т. е. въ $2^1/_2$ раза больше. Если прибавимъ къ этому, что при засухѣ сильно увеличивается количество испаряющейся воды, то станетъ яснымъ, что по распредѣленiю осадковъ край нашъ находится въ крайне неблагопрiятныхъ условiяхъ; сельскiй хозяинъ не можетъ разсчитывать на опредѣленный, хотя бы умѣренный, запасъ влаги, ежегодно рискуя, что вся растительность погибнетъ отъ засухи.

Законы компенсацiи Дове. Всѣ явленiя въ природѣ совершаются по извѣстнымъ законамъ. Естественно рождается вопросъ, не существуетъ ли какой-нибудь правильности въ распредѣленiи аномальныхъ отклоненiй какъ въ пространствѣ, такъ и во времени? Законность эта дѣйствительно существуетъ и была подмѣчена еще знаменитымъ метеорологомъ Дове. Результаты изысканiй Дове можно высказать въ формѣ двухъ законовъ, которые извѣстны подъ именемъ законовъ компенсацiи.

1. Значительныя положительныя или отрицательныя отклоненiя температуры, замѣченныя въ извѣстный день *въ какомъ-либо пунктѣ* земли, не ограничиваются однимъ этимъ пунктомъ; съ значительной долей вѣроятности можно сказать, что отклоненiя того же знака распространяются на болѣе или менѣе обширную *поверхность* земли.

2. Значительныя аномалiи извѣстнаго характера, замѣченныя *въ одномъ мѣстѣ*, компенсируются отклоненiями противоположнаго знака *въ другомъ районѣ*.

Возьмемъ частный примѣръ. Аномальныя отклоненiя въ Одессѣ между 17 и 19 ноября 1902 года имѣли слѣдующiя значенiя:

	температура въ 7 ч. утра.		
	многолѣтняя средняя	въ 1902 г.	аномальное отклоненiе
17	3°.9	—7°.0	—10°.9
18	4.2	—13.0	— 17.2
19	3.3	— 9.0	— 12.0.

Изъ синоптическихъ картъ Главной Физической Обсерваторiи видно, что область весьма низкихъ температуръ охватила всю Европейскую Россiю и Западную Сибирь; на Уралѣ термометръ упалъ до —38°.

Метеорологическая инерція. Законы эти, конечно, имѣютъ исключительно качественный характеръ и заключаютъ въ себѣ много неопредѣленнаго. Они, напримѣръ, не опредѣляютъ, какъ великъ районъ, который долженъ быть охваченъ отклоненіями, аналогичными по знаку съ отклоненіемъ, замѣченнымъ въ мѣстѣ наблюденія. Точно также законы эти не опредѣляютъ, гдѣ должна находиться область компенсаціи и какъ велика степень компенсаціи. Тѣмъ не менѣе, вопросу объ аномальныхъ отклоненіяхъ было посвящено весьма много работъ съ цѣлью выяснить причины, вносящія извѣстныя пертурбаціи въ нормальный ходъ физической жизни нашей планеты. Между прочимъ, былъ поставленъ такой вопросъ: не существуетъ ли подобной компенсаціи во времени? Не подчиняются ли измѣненія метеорологическихъ явленій *во времени* слѣдующимъ двумъ законамъ, аналогичнымъ законамъ Дове:

1. Значительное, положительное или отрицательное, аномальное отклоненіе, замѣченное въ данномъ пунктѣ *въ извѣстный день,* не ограничивается однимъ только этимъ днемъ; съ большой долей вѣроятности можно сказать, что отклоненіе того же знака распространяется на болѣе или менѣе *длинный рядъ дней.*

2. Значительныя положительныя или отрицательныя отклоненія, замѣченныя *въ одномъ періодѣ,* компенсируются противоположнымъ по знаку отклоненіемъ *въ слѣдующемъ періодѣ времени.*

Многіе допускали, что такая компенсація существуетъ даже въ предѣлахъ одного года, что теплая зима влечетъ за собой холодное лѣто или обратно. Но тщательная разработка наблюденій не подтвердила послѣдняго предположенія. Въ предѣлахъ одного года компенсаціи не существуетъ. Напротивъ того, въ природѣ является всегда стремленіе къ сохраненію разъ установившагося характера погоды. Понятіе о компенсаціи въ теченіе года должно уступить, въ общемъ, понятію о существованіи въ атмосферѣ *метеорологической инерціи.* Köppen вычислилъ вѣроятность перемѣны знака аномаліи температуры

отъ зимы къ веснѣ	0.489	отъ зимы къ лѣту	0.444
„ весны „ лѣту	0.453	„ весны „ осени	0.400
„ лѣта „ осени	0.384	„ лѣта „ зимѣ	0.496
„ осени „ зимѣ	0.445	„ осени „ веснѣ	0.516

Вѣроятность эта во всѣ времена года, за исключеніемъ перехода отъ осени къ веснѣ, либо близка къ половинѣ либо меньше ея. Наибольшее стремленіе къ сохраненію характера температуры замѣтно при переходѣ отъ лѣта къ осени (0.384). Hann нашелъ, что послѣ очень холодной или очень теплой зимы въ 70% слѣдуетъ лѣто, имѣющее отклоненіе того же знака; послѣ очень холоднаго или очень теплаго лѣта, только въ 45% случаевъ удерживается тотъ же характеръ зимы. По вычисленіямъ Hellmann'а въ Берлинѣ,

послѣ очень теплой зимы наиболѣе вѣроятно теплое лѣто,
" " холодной " " " холодное "
" " теплаго лѣта " " холодная зима.

Изслѣдованія Köppen'a. Съ совершенно особой точки зрѣнія разсмотрѣлъ этотъ вопросъ извѣстный метеорологъ Köppen.

Въ живомъ ходѣ явленій постоянно смѣняются дни съ различнымъ характеромъ погоды: сухіе и дождливые, съ положительными и отрицательными отклоненіями температуры, съ высокими и низкими давленіями и т. п. Спрашивается, управляется ли эта смѣна погоды какими-нибудь законами, или она является результатомъ простой случайности, на подобіе выхода бѣлыхъ и черныхъ шаровъ, вынимаемыхъ изъ урны, или выпаденія орла и рѣшетки при игрѣ въ орлянку. Отвѣтъ на этотъ вопросъ находимъ въ замѣчательной работѣ Köppen'a, напечатанной еще въ 1872.

Положимъ, что въ урнѣ перемѣшаны элементы двухъ родовъ a и b (напримѣръ, черные и бѣлые шары). Общее число ихъ равно S. Опредѣлимъ, какъ часто при выниманіи этихъ шаровъ, будетъ встрѣчаться комбинація bab. Число всѣхъ различныхъ комбинацій или періодовъ изъ 3 элементовъ равно $S—2$. Очевидно, что

$S\alpha$—есть число элементовъ вида a,
$S(1—\alpha)$ " " " " b,

гдѣ α представляетъ вѣроятность выхода элемента a на какомъ-либо опредѣленномъ мѣстѣ, напримѣръ, въ серединѣ періода; вѣроятность же, что элементъ b стоитъ на какомъ-либо мѣстѣ, напримѣръ, въ началѣ или въ концѣ періода, равна $(1—\alpha)$; слѣдовательно, вѣроятность комбинаціи bab выразится произведеніемъ отдѣльныхъ вѣроятностей, т. е.

$$(1-\alpha)\alpha(1-\alpha)=\alpha(1-\alpha)^2.$$

Такъ какъ возможное число періодовъ изъ трехъ элементовъ равно $S—2$, то число всѣхъ періодовъ формы bab будетъ:

$$p_1=(S-2)\alpha(1-\alpha)^2.$$

На томъ же основаніи число періодовъ формы $baab$:

$$p_2=(S-3)\alpha^2(1-\alpha)^2;$$

число періодовъ вида $baaab$:

$$p_3=(S-4)\alpha^3(1-\alpha)^2 \qquad \text{и т. д.}$$

Общее число періодовъ:

$$P=p_1+p_2+p_3+...=\alpha(1-\alpha)^2[(S-2)\alpha+(S-3)\alpha^2+(S-4)\alpha^3+...]$$

Если S весьма велико, то можно допустить, что

$$S-2=S-3=S-4=\ldots.=S,$$

а слѣдовательно,

$$P=\alpha S(1-\alpha)^2(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\ldots).$$

Но

$$1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3+\ldots=\frac{1}{1-\alpha}$$

и

$$P=\alpha S(1-\alpha),$$

откуда

$$p_1=P(1-\alpha),$$

$$p_2=p_1\alpha,$$

$$p_3=p_1\alpha^2,$$

и т. д.

Послѣднія уравненія даютъ число различныхъ комбинацій въ предположеніи, что выходъ элементовъ обусловливается простой случайностью. Примѣнимъ эти уравненія къ частному случаю. Въ Брюсселѣ въ теченіе около 18 лѣтъ (6563 дня) отмѣчено 3407 дней съ дождемъ (элементы a) и 3156 дней сухихъ (элементы b). Вѣроятность

$$\alpha=\frac{3407}{6563}=0.5191,$$

$$1-a=0.4809,$$

$$P=1638,$$

$$p_1=787.9,$$

$$p_2=409.0.$$

Въ слѣдующей таблицѣ приведено число различныхъ комбинацій по вычисленію и по наблюденіямъ:

	по вычисленію	по наблюденію
изъ 1 элемент. вида a	787.9	342
„ 2 „ сряду вида a . . .	409.0	202
„ 3 „ „ „ „ . . .	212.3	141
„ 4 „ „ „ „ . . .	110.2	77
„ 5 „ „ „ „ . . .	57.2	52
„ 6 „ „ „ „ . . .	29.0	40
„ 7 „ „ „ „ . . .	15.4	34
„ 8 „ „ „ „ . . .	8.0	36
„ 9 „ „ „ „ . . .	4.2	16
„ 10 „ „ „ „ . . .	2.2	14
„ 11 „ „ „ „ . . .	1.1	15
„ 12 „ „ „ „ . . .	0.6	5

„ 13	„	„	„	„ . . .	0.3	4
„ 14	„	„	„	„ . . .	0.2	4
„ 15	„	„	„	„ . . .	0.1	7
„ 16	„	„	„	„ . . .	0.1	1
„ 17	„	„	„	„ . . .	0.0	1
„ 18	„	„	„	„ . . .	0.0	0
„ 19	„	„	„	„ . . .	0.0	2
всего					**1638.5**	995.

Изъ сравненія 2-го и 3-го столбцовъ видно, что въ дѣйствительности число короткихъ періодовъ *bab*, *baab*,...меньше, чѣмъ это слѣдуетъ по теоріи вѣроятностей въ предположеніи случайной группировки явленій; для группъ болѣе длиннаго періода имѣетъ мѣсто обратное соотношеніе. Общее число различныхъ періодовъ по вычисленію равно 1638.5, а по наблюденіямъ—995. Другими словами, въ природѣ существуетъ стремленіе къ сохраненію разъ установившагося характера погоды (метеорологическая инерція).

Можно еще другимъ способомъ изслѣдовать поставленный нами вопросъ, а именно, вычислить вѣроятность выхода элемента *b* послѣ появленія элемента *a*; другими словами, опредѣлить вѣроятность *перемѣны* погоды (т. е. ея измѣнчивость). Обозначимъ эту измѣнчивость буквой U; она равна

$$U=\frac{2P}{S};$$

но

$$P=\alpha S(1-\alpha),$$

слѣдовательно,

$$V=2\alpha(1-\alpha).$$

Для прежняго примѣра:

$$V=0.499.$$

Но въ дѣйствительности

$$2P=1995;\ S=6563$$

$$\text{и}\qquad V=0.304,$$

т. е. вѣроятность перемѣны по наблюденіямъ гораздо меньше, чѣмъ по теоріи вѣроятностей. Можно также опредѣлить среднюю длину періода

$$\mathrm{L}=\frac{S}{2P}=\frac{1}{V},$$

т. е. средняя длина періода есть величина, обратная измѣнчивости.

Напримѣръ, для Брюсселя:

		температура	дождливые дни
V	по вычисленію	0.498	0.499
	по наблюденіямъ	0.194	0.304
L	по вычисленію	2.01	2.00
	по наблюденіямъ	5.16	3.29.

Можно, наконецъ, вычислить вѣроятность перемѣны послѣ одного, двухъ и болѣе дней одинаковаго характера. Пусть

p_r—число періодовъ изъ r дней одинаковаго характера,
q_r— „ „ „ болѣе чѣмъ r дней одинаковаго характера;

p_r+q_r будетъ число періодовъ, изъ которыхъ каждый содержитъ въ себѣ не менѣе r дней одинаковаго характера. Вѣроятность перемѣны послѣ r дней одинаковаго характера

$$\beta=\frac{p_r}{p_r+q_r}.$$

Для Брюсселя вѣроятность перемѣны погоды послѣ 1, 2, 3, .. дней одинаковаго характера выразится слѣдующими числами:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10-14
Брюссель, темп.	0.251	242	216	206	165	169	148	142	161	139
„ дождь	366	319	302	258	266	244	255	304	211	194
Дерптъ, ясно	501	471	342	377	312	333	273	500	500	400
„ дождь	459	396	412	376	388	323	370	345	474	247.

Изъ этой таблицы видно, что вѣроятность перемѣны погоды убываетъ съ длиною періода. Послѣ 10 дней дождя вѣроятность перемѣны равна 0.194 или 0.2, т. е. изъ 10 случаевъ только въ двухъ можно ожидать слѣдующаго сухого дня.

Eisenlohr вычислилъ вѣроятность того, что ближайшій мѣсяцъ [1]) будетъ имѣть отклоненіе текущаго для 12 береговыхъ станцій (рядъ A) и 16 континентальныхъ (рядъ B):

	I—II,	II—III,	III—IV,	IV—V,	V—VI,	VI—VII,
(A)	0.447	390	326	438	413	378
(B)	431	377	397	471	444	357

	VII—VIII,	VIII—VIV,	IX—X,	X—XI,	XI—XII,	XII—I.
(A)	360	366	383	460	443	441
(B)	340	407	445	466	408	419.

Изъ таблички этой видно, что при переходѣ отъ марта

[1]) Мѣсяцы обозначены римскими цифрами.

къ апрѣлю и отъ іюля къ августу можно держать 2 противъ 1, что если текущій мѣсяцъ холодный или теплый, то и непосредственно слѣдующій будетъ имѣть тотъ же характеръ.

Но если компенсація не имѣетъ мѣста въ предѣлахъ одного года, то не обнаруживается ли она въ теченіе болѣе длиннаго періода времени? Другими словами, не смѣняется ли *рядъ* годовъ извѣстнаго метеорологическаго характера *рядомъ* годовъ, имѣющихъ противоположныя свойства? Но тутъ естественный переходъ къ вопросу, которымъ ученые во всѣ времена занимались съ особой любовью, вопросу о *многолѣтней періодичности* въ явленіяхъ физической жизни нашей планеты. Къ разсмотрѣнію этого вопроса мы возвратимся въ другомъ мѣстѣ этой книги.

Жидкіе кристаллы и теоріи жизни.

Проф О. Лемана.

Переводъ съ нѣмецкаго

Физика и химія представляютъ интересъ для врача въ томъ отношеніи, что онѣ доставляютъ ему драгоцѣнную помощь въ видѣ инструментовъ и медикаментовъ; но если въ теченіе уже 78-ми лѣтъ представители точныхъ наукъ засѣдаютъ вмѣстѣ съ біологами и медиками, то причина этого лежитъ болѣе глубоко; она кроется въ той идеѣ, что вещество и силы, дѣйствующія въ органической природѣ, въ основѣ сходны съ тѣми, которыми занимаются также физики и химики: ихъ свойства, ихъ способы дѣйствія подчинены совершенно тѣмъ же законамъ, что и въ неорганическомъ мірѣ.

Однако, не смотря на всѣ изслѣдованія, жизнь и по сей день является тою же загадкой, какой была и раньше. По обыкновенному воззрѣнію—Геккель (Haeckel) называетъ его дуалистическимъ — каждое живое существо, въ частности человѣкъ, состоитъ изъ двухъ факторовъ—изъ тѣла и души. Однако, если мы захотимъ присвоить душу каждому живому существу, то мы встрѣчаемъ здѣсь своеобразныя затрудненія. Мы выгребли лопатой въ саду дождевого червя и при рытьѣ случайно разрѣзали его на двое. Какая половина содержитъ душу? Или душа раздѣлилась? Обѣ половины ползаютъ и вылечиваются, становясь вновь нормальными червями. Или срѣзаемъ мы вѣтку ивы и сажаемъ ее въ землю. Она со временемъ выростаетъ въ дерево.

Отдѣлили ли мы часть души дерева, когда отрѣзали отростокъ, или она выросла потомъ вмѣстѣ съ молодымъ деревомъ, откуда? Или еще срываемъ съ дерева близкое къ созрѣванію яблоко — повидимому, мертвое вещество; — но въ погребѣ оно дозрѣваетъ; оно должно, значитъ, содержать еще жизнь. Конечно, оно, очень несовершенное живое существо; въ концѣ концовъ, наступаетъ гніеніе, оно распадается — говоримъ мы кратко — на атомы. А эти послѣдніе, мертвы ли они или обладаютъ еще жизнью, какъ сорванное съ дерева яблоко? Праздный вопросъ, скажетъ кто-либо; кто знаетъ, существуютъ ли вообще атомы; вѣдь никто ихъ не видѣлъ! И хотя это справедливо, однако, безъ атомовъ мы не можемъ обойтись; мы вынуждены ими пользоваться для пониманія явленій въ природѣ. Ребенокъ съ удивленіемъ наблюдаетъ работу кузнеца. Онъ старается ее понять. Когда онъ пойметъ ее полностью? Тогда, когда будетъ въ состояніи, по крайней мѣрѣ, мысленно, стать на мѣсто кузнеца и при помощи мускульной силы своей руки придать желѣзу требуемую форму. Совершенно то же самое происходитъ у насъ съ явленіями въ природѣ. Мы можемъ сказать, что поняли ихъ, только тогда, когда получили возможность разсматривать эти явленія, какъ дѣйствія силъ, на подобіе нашей мускульной силы, силъ, исходящихъ отъ существъ такихъ же недѣлимыхъ, какъ и наше собственное я, отъ индивидуумовъ, именно, отъ атомовъ.

Въ отдаленной древности, когда человѣкъ еще не зналъ атомовъ, онъ населялъ весь міръ невидимыми духами, которые и должны были быть причиной явленій; въ природѣ — солнцу, морю, вѣтру, каждой рѣкѣ, каждому источнику, каждому дереву присваивалось божество, невидимое существо съ такой же свободной волей, какъ у человѣка. Однако, съ теченіемъ времени наблюденіе все настойчивѣе приводило къ сознанію, что не все въ природѣ произвольно, что существуютъ точные законы природы, и духи съежились, наконецъ, въ атомы, такъ же мало пользующіеся своею волею, какъ и мошка, которая вслѣдствіе непреодолимаго влеченія подлетаетъ къ свѣтящемуся пламени и въ немъ сгораетъ.

Итакъ, атомы являются, собственно говоря, отображеніемъ нашего собственнаго я; но это нисколько не мѣшаетъ тому, чтобы они тѣлесно существовали; и даже тотъ, кто вовсе не претендуетъ на пониманіе явленій природы, все же вынужденъ гипотетически принять ихъ существованіе, ибо есть множество явленій въ природѣ, для описанія которыхъ, безъ атомовъ, окажется совершенно недостаточно нашего запаса словъ, и мы вынуждены будемъ изобрѣтать безъ конца все новыя и новыя слова.

Но если мы будемъ только говорить, что явленія въ природѣ протекаютъ такъ, какъ будто тѣла состоятъ изъ атомовъ, то мы свободны дать волю своей фантазіи и представить себѣ въ этихъ крошечныхъ невидимыхъ духахъ родъ живыхъ существъ самаго низшаго порядка. Правда, послѣднія изслѣдованія относительно прохожденія черезъ матерію лучей Ленара, Рёнтгена и Беккереля позволяютъ думать, что атомы химиковъ еще далеко не самыя мельчайшія частицы, что они сами, повидимому, состоятъ изъ еще меньшихъ первичныхъ частицъ (Urteilchen), отстоящихъ другъ отъ друга на относительно большихъ разстояніяхъ, что въ этихъ частицахъ даже совершаются очень быстрыя движенія, обусловливающія выдѣленіе большого количества свободной энергіи при распаденіи атомовъ радія; — въ такомъ случаѣ самыми элементарными живыми существами будутъ именно эти непостижимо малыя, послѣднія составныя части атомовъ.

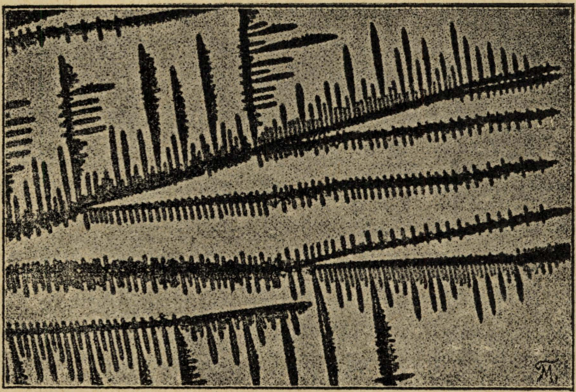
Мнѣ возразятъ, вѣдь нельзя же этимъ первичнымъ частицамъ приписать ни одного изъ свойствъ, характеризующихъ жизнь, и прежде всего саморегулированія жизненныхъ функцій. Однако, если вспомнимъ о листѣ, упавшемъ съ дерева, который еще нѣкоторое время живетъ, а потомъ уже засыхаетъ, или о лягушечной ножкѣ Гальвани —мертвой, и все-таки оживающей подъ вліяніемъ электрическаго тока, или о вырѣзанномъ сердцѣ, которое долго еще пульсируетъ при пропусканіи соленой воды, то здѣсь мы, конечно, найдемъ также несовершенное саморегулированіе; далѣе, если вспомнимъ о четырехтысячелѣтнемъ сѣмени въ египетской царской могилѣ, которое способно еще всходить, о другомъ сѣмени, способномъ еще прорастать, побывавъ въ жидкомъ воздухѣ при—200^0, то можетъ показаться, что отсутствіе жизненныхъ функцій еще не находится въ прямомъ противорѣчіи съ самымъ понятіемъ о жизни, ибо существуетъ также скрытая жизнь. Почему такой жизнью не могутъ обладать также первичныя частицы? Мы дошли, такимъ образомъ, до монистическаго пониманія жизни Геккеля: всякая матерія живетъ, болѣе высшія существа суть только соединенія низшихъ подобно тому, какъ народъ, государство есть соединеніе многихъ индивидуумовъ, обязанное своею болѣе высокой способностью къ дѣятельности совмѣстному дѣйствію этихъ членовъ. Смерть есть только отдѣленіе членовъ другъ отъ друга, а не отдѣленіе души отъ тѣла.

Но въ то время, какъ образованіе обществъ въ жизни людей не представляетъ особеннаго затрудненія, сліяніе простыхъ индивидуумовъ въ комплексъ въ природѣ никогда не наблюдается (случаи такъ называемаго симбіоза, какъ соединенія водорослей и грибовъ, мы исключаемъ); а кажущееся соединеніе атомовъ въ бактеріи—такъ называемое „самозарожденіе" или „generatio spontanea"—окончательно отвергнуто послѣ широкихъ изслѣдованій медицинской науки въ области стерилизаціи. При этомъ нельзя даже сказать, чтобы атомы не имѣли стремленія къ сліянію другъ съ другомъ; наоборотъ, планомѣрное соединеніе атомовъ происходитъ очень часто, но получается при этомъ не живое существо, а кристаллъ.

Или, можетъ быть, кристаллъ можно принять за живое существо? Допустила же фантазія поэта во второй части Фауста возможность получить при помощи кристаллизаціи даже болѣе высокое живое существо „Homunculus". Геккель въ различныхъ мѣстахъ своихъ сочиненій (Generelle Morphologie, 1866, Lebenswunder, 1904) дѣйствительно высказалъ мнѣніе, что между кристаллами и самыми низшими живыми существами имѣется близкое родство; а что здѣсь дѣйствительно существуетъ множество аналогій, такъ это особенно видно тому, кто изучаетъ кристаллы не въ минералогическомъ музеѣ, а во время ихъ образованія.

Уже способность кристалловъ рости есть одна изъ такихъ аналогій; при этомъ мы часто наблюдаемъ у нихъ такія формы, которыя живо напоминаютъ формы организмовъ, между тѣмъ, какъ аморфныя тѣла (смола, стекло и т. д.) рости не могутъ. Если мы, напр., заставимъ нашатырь выкристаллизовываться изъ охлаждаемаго воднаго раствора подъ микроскопомъ, то получимъ скелеты, похожіе на ели (фиг. 1), красота которыхъ побудила М. Ф. Ледермюллера (Martin Frobenius Ledermüller) помѣстить ихъ въ своемъ сочиненіи, вышедшемъ въ 1763 году „Mikroskopische Gemüts-und Augenergötzungen“ *).

Обломки кристалловъ нафтіоновокислаго натрія, нагрѣтые въ водномъ растворѣ до неполнаго растворенія такъ, чтобы оставался небольшой закруглившійся осадокъ, при охлажденіи вновь разростаются какъ бы въ таблички съ



Фиг. 1.

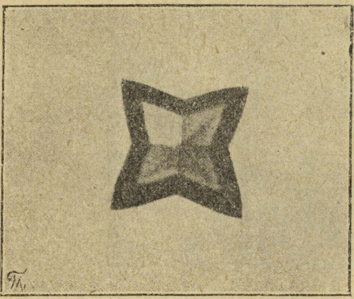
острыми ребрами; такимъ образомъ, кристалламъ принадлежитъ также способностъ къ регенераціи, къ вылечиванію поврежденій. Всякій обломокъ какъ бы малъ онъ ни былъ, дѣйствуетъ, какъ зародышъ кристаллизаціи, подобно зародышу организма. Если же мы нагрѣемъ растворъ до исчезновенія всѣхъ такихъ зародышей кристалловъ, больше не выдѣляется, и растворъ становится пересыщеннымъ. Правда, пересыщеніе не должно быть произведено слишкомъ далеко, иначе зародыши все-таки выдѣлятся сами собой, и въ этомъ заключается одно изъ существенныхъ отличій кристалловъ отъ живыхъ существъ.

При этомъ мы можемъ сдѣлать удивительное наблюденіе; кристаллы пожираютъ другъ друга такъ же, какъ это могутъ дѣлать живыя существа. Въ самомъ дѣлѣ, изъ сильно переохлажденнаго раствора того же вещества получаются сначала кристаллы совершенно иной формаціи въ видѣ большихъ пластинокъ, особенно отчетливо выступающіе между скрещенными николями. Но вскорѣ затѣмъ то тамъ, то здѣсь появляются обыкновенные кристаллы и въ самое короткое

*) „Развлеченія для ума и глаза при помощи микроскопа“.

время пожираютъ (вслѣдствіе своей меньшей растворимости) кругомъ всѣ пластинки, полученныя раньше.

Кристаллъ можетъ также принять въ себя и постороннее вещество. Если мы, напр., прибавимъ хлористаго желѣза съ одной стороны сосуда съ вышеупомянутымъ препаратомъ нашатыря, то растворъ окрасится въ красновато-желтый цвѣтъ; въ этотъ же цвѣтъ и даже значительно темнѣе окрасятся въ томъ мѣстѣ и кристаллы; всасываніемъ они втягиваютъ въ себя красящее вещество, но благодаря этому ростъ кристалловъ, какъ это можно видѣть изъ редукціи елочныхъ формъ въ четырехлепестные цвѣтка (фиг. 2), значительно нарушается—наступаетъ родъ отравленія. Еще удивительнѣе наступаетъ такое разстройство у кристалловъ меконовой кислоты (сами по себѣ они безцвѣтны), растущихъ въ растворѣ, окрашенномъ анилинвіолетомъ. Чѣмъ темнѣе окрашиваются кристаллы, тѣмъ сильнѣе происходитъ пожираніе и при томъ въ такой мѣрѣ, что получаются сначала фигуры, схожія съ ледяными узорами и, наконецъ, совершено безформенныя (фиг. 3).



Фиг. 2.

Часто (напр. у бензоина съ колофоніемъ) результатомъ подобнаго разстройства бываетъ образованіе радіально-волокнистыхъ шарообразныхъ фигуръ (сферокристаллы, фиг. 4), которыя даютъ великолѣпную картину, особенно въ поляризованномъ свѣтѣ, напримѣръ, кристаллы уксуснокислаго холестерила.

Если, такимъ образомъ, между кристаллами и организмами, какъ показано, и существуютъ нѣкоторыя аналогіи, то, съ другой стороны, между ними можно констатировать также и существенное различіе. Прежде всего, живыя существа представляютъ собой мягкія тѣла, иногда даже почти жидкія, на подобіе бѣлка; между тѣмъ кристаллы считались типичными твердыми тѣлами, а о возможности существованія жидкихъ кристалловъ совершенно не думали до самаго послѣдняго времени. Различіе казалось столь же глубокимъ, какъ между коллоидами и кристаллоидами, которые принято до нѣкоторой степени считать діаметрально противоположными формами матеріи. Что не можетъ существовать жидкихъ кристалловъ, объ этомъ, повидимому, учила теорія. Въ газообразномъ состояніи частицы движутся прямолинейно, подобно горошинамъ, встряхиваемымъ въ коробкѣ; въ жидкомъ же состояніи онѣ ползаютъ безъ всякаго порядка другъ черезъ друга, какъ черви; при аморфномъ застываніи ползаніе прекращается, но частицы остаются нераспредѣленными, безъ всякаго порядка; если же имѣетъ мѣсто кристаллизація, то частицы распредѣляются въ строго опредѣленныя системы точекъ, въ такъ называемыя про-

Фиг. 3.

странственныя рамки или сѣтки, и изотропная структура переходитъ въ анизотропную.

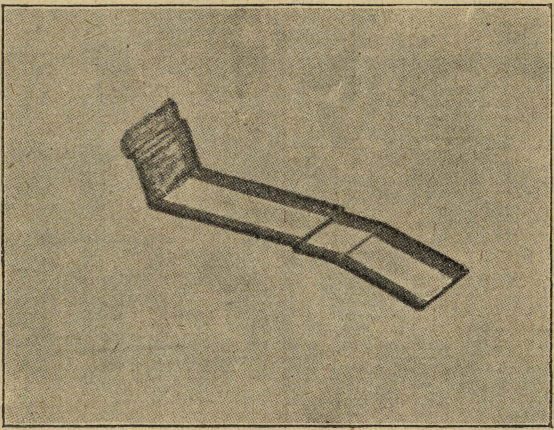
При этомъ способъ соединенія молекулъ (сѣтчатая структура, отсутствіе рамокъ или сѣтокъ при аморфномъ застываніи) обусловливаетъ свойства соотвѣтствующей модификаціи, которая поэтому разсматривается, какъ новое аггрегаціонное состояніе вещества, подобное жидкому или газообразному состоянію, а не какъ новое вещество.

Поэтому-то и не можетъ быть жидкаго кристалла, такого, напримѣръ, какъ капля воды или масла; не можетъ онъ течь даже подъ дѣйствіемъ внѣшняго давленія, ибо всякое непрерывное отодвиганіе частицъ другъ отъ друга произвело бы измѣненіе сѣтки, въ которую распредѣлились молекулы, а въ связи съ этимъ произошло бы и измѣненіе свойствъ кристалла. Пусть, напримѣръ, подъ тяжестью удара молота или подъ давленіемъ кузнечнаго пресса течетъ желѣзо; правильное распредѣленіе молекулъ нарушается, первоначально кристаллическое желѣзо превращается въ аморфное съ существенно измѣнившимися свойствами. Хотя молекулы и сохраняютъ тенденцію къ правильному распредѣленію,

Фиг. 4.

но онѣ не могутъ слѣдовать ей, потому что внутреннее треніе ихъ, которое при ковкѣ тоже необходимо преодолѣть, препятствуетъ всякому перемѣщенію молекулъ. Только въ теченіе долгаго времени подъ вліяніемъ продолжительныхъ сотрясеній, способныхъ преодолѣть внутреннее треніе, возможно возвращеніе къ прежнему состоянію; желѣзо снова кристаллизуется, само по себѣ мѣняя при этомъ свойства (для техника въ нежелательномъ направленіи).

При извѣстныхъ обстоятельствахъ случается, что одна система точекъ, опредѣляющая форму кристалла, переходитъ въ другую; иногда это сопровождается измѣненіемъ внѣшней формы, какъ у кристалловъ протокатеховой кислоты (фиг. 5), при чемъ значительное измѣненіе ихъ свойствъ выступаетъ особенно явственно. Желтая іодная ртуть становится при давленіи или растрескиваніи красной, переходитъ въ полиморфную модификацію съ совершенно иными свойствами. Далѣе, на бурой застывшей сѣрѣ послѣ охлажденія до обыкновенной температуры получаются желтыя пятна, которыя медленно расширяются, пока всѣ массы не превратятся въ диморфную желтую модификацію. Уже медленность, съ которой происходитъ молекулярное преобразованіе, указываетъ на то, что при переходѣ однихъ сѣтокъ въ другія также необходимо преодолѣть внутреннее треніе. Далѣе, какъ желтую, такъ и бурую модификацію можно нагрѣть до плавленія, и превра-



Фиг. 5.

щеніе не наступитъ; для этого потребовалась бы механическая сила, которая могла бы насильно произвести измѣненіе сѣтокъ, вопреки дѣйствію внутренняго тренія.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Атомныя измѣненія въ радіоактивныхъ тѣлахъ. 1)

Проф. А. Риги.

*(Продолженіе *).*

Этимъ не исчерпываются превращенія радія, извѣстныя въ настоящее время. Г-жа Кюри нашла, что тѣла, подвергавшіяся продолжительному дѣйствію эманаціи радія, пріобрѣтаютъ наведенную радіоактивность, которая, хотя и слабая, можетъ существовать мѣсяцы и годы. Отсюда является необходимость предположить, что радій-C даетъ, въ качествѣ продукта превращенія, не неактивное вещество, а

*) См. №№ 446—447 „Вѣстника“.

вещество со слабою радіоактивностью. При помощи тѣхъ же методовъ, которыми Рётгерфордъ открылъ существованіе радія-A, -B и -C, ему удалось найти, что радій-C превращается въ радій-D, послѣдній—въ радій-E, который, въ свою очередь, даетъ радій-F, и что радій-D не испускаетъ никакихъ лучей, радій-E испускаетъ лучи β и γ, а радій-F испускаетъ только α-лучи. Величины T для этихъ трехъ продуктовъ составляютъ: 40 лѣтъ, 6 сутокъ и 143 сутокъ. Мы имѣемъ здѣсь дѣло, слѣдовательно, со слабою радіоактивностью и съ чрезвычайно медленными превращеніями. Насколько до сихъ поръ извѣстно, радій-F даетъ продуктъ, не проявляющій замѣтной радіоактивности.

Эти выводы получили подтвержденіе благодаря тому, что удалось химическимъ или физическимъ путемъ выдѣлить каждый изъ радіоактивныхъ продуктовъ. Такъ, вводя сѣрную кислоту въ стеклянную трубку, въ которой въ теченіе мѣсяца находилась эманація 30 миллиграммовъ бромистаго радія, получали радіоактивный растворъ. Пластинки висмута, погруженныя на нѣсколько часовъ въ эту жидкость, становились радіоактивными, испуская только α-лучи, и давали T, равное въ точности 143 суткамъ. Такимъ образомъ былъ выдѣленъ продуктъ радій-F.

Въ настоящее время можно считать установленнымъ, что полоній, или радіотеллуръ, представляетъ собою не что иное, какъ тотъ же радій-F, и что такъ называемый радіосвинецъ состоитъ изъ смѣси трехъ медленно превращающихся продуктовъ: радія-D, -E и -F. Такъ какъ урановая смоляная руда содержитъ въ себѣ радій, то понятно, что тамъ должны находиться и послѣдовательные продукты его превращенія, и такъ какъ они отличаются другъ отъ друга по своимъ химическимъ свойствамъ, то соотвѣтственные спеціальные процессы могли выдѣлить изъ этого минерала радій-F, или полоній, равно какъ и радіосвинецъ.

Заслуживаетъ особаго вниманія радій-D, не испускающій лучей. Этотъ продуктъ нельзя было бы назвать, въ точномъ смыслѣ слова, радіоактивнымъ, хотя часть его атомовъ непрерывно превращается въ другое вещество. Еслибы можно было выдѣлить радій-D въ ощутимомъ количествѣ, то онъ вначалѣ не проявлялъ бы никакихъ активныхъ свойствъ, но впослѣдствіи пріобрѣлъ бы ихъ, благодаря накопленію продуктовъ E и F. Но еслибы и эти продукты не обладали радіоактивностью, то мы вообще никогда не могли бы установить здѣсь постояннаго атомнаго превращенія, а просто послѣ чрезвычайно долгаго періода получили бы новый продуктъ съ иными физическими и химическими свойствами. Отсюда ясно, что и другія тѣла, которыя считаются постоянными, могутъ медленно превращаться совершенно незамѣтно для насъ.

Нѣкоторыя новѣйшія изслѣдованія свойствъ α-лучей и въ особенности ихъ поглощенія различными тѣлами дали довольно замѣчательные результаты и привели къ новому методу обнаруженія извѣстныхъ атомныхъ превращеній, когда они сопровождаются испусканіемъ этихъ лучей.

По причинѣ своей гораздо болѣе значительной массы α-лучи пронизываютъ различныя тѣла не такъ, какъ β-лучи: тогда какъ пучекъ послѣднихъ, входя въ тѣло, распространяется въ немъ по всѣмъ направленіямъ, пучекъ α-лучей дольше сохраняетъ свое приблизительно прямолинейное направленіе. Во всякомъ случаѣ поглощеніе α-лучей гораздо значительнѣе, нежели поглощеніе β-лучей, такъ что дальше извѣстнаго разстоянія дѣйствіе первыхъ исчезаетъ. Это разстояніе составляетъ нѣсколько сантиметровъ для газа при обыкновенномъ давленіи и измѣняется для даннаго газа почти пропорціонально давленію. Максимальная толщина различныхъ тѣлъ, которую α-лучи должны пройти, чтобы уже не обнаруживаться, тѣмъ меньше, чѣмъ больше плотность самихъ тѣлъ, такъ что при твердыхъ тѣлахъ достаточно самыхъ малыхъ толщинъ, чтобы совершенно остановить потокъ частицъ. Эти факты обыкновенно характеризуются, какъ поглощеніе α-лучей различными тѣлами. Но сущность этихъ явленій заключается просто въ потерѣ скорости частицами α при ихъ столкновеніяхъ съ молекулами поглощающихъ тѣлъ. Такое уменьшеніе скорости доказано недавними опытами Беккереля, который ставилъ на пути α-лучей тонкую алюминіевую пластинку. Какъ происходитъ такое уменьшеніе скорости, обнаруживается особенно ясно, когда мы имѣемъ дѣло съ прохожденіемъ α-лучей сквозь газы. Въ самомъ дѣлѣ, энергія, необходимая для іонизаціи молекулъ газа, очевидно, получается отъ энергіи движенія частицъ α, такъ что каждой іонизуемой молекулѣ соотвѣтствуетъ рѣзкое уменьшеніе скорости послѣднихъ. Для краткости мы будемъ называть *дальностью полета* ту толщу даннаго тѣла, за которой дѣйствіе α-лучей уже совершенно исчезаетъ; очевидно, что эта дальность полета будетъ неодинакова для различныхъ радіоактивныхъ тѣлъ, если скорости испускаемыхъ ими частицъ α различны. Замѣтимъ, что здѣсь идетъ рѣчь вообще объ эффектахъ α-лучей, а не о какомъ-нибудь особомъ видѣ ихъ дѣйствія,— слѣдовательно, одинаково объ іонизаціи, фосфоресценціи и фотографическомъ дѣйствіи: всѣ эти явленія сразу прекращаются дальше извѣстнаго разстоянія отъ радіоактивнаго тѣла. Чтобы измѣрить эту дальность полета частицъ α въ воздухѣ, достаточно воспользоваться какимъ-либо однимъ изъ указанныхъ дѣйствій. Наиболѣе удобный способъ, въ особенности для простыхъ демонстративныхъ опытовъ, заключается въ приближеніи къ радіоактивному тѣлу фосфоресцирующаго экрана изъ сѣрнокислаго цинка, какъ въ спинтарископѣ. Какъ только экранъ приближается на такое разстояніе, что α-лучи могутъ достигнуть его, онъ тотчасъ же начинаетъ свѣтиться.

Можно было бы, казалось, предположить, что когда частицы α перестаютъ производить обычные эффекты, ихъ скорость становится крайней незначительной. Но это не такъ, ибо эта минимальная скорость составляетъ приблизительно, двѣ пятыхъ той скорости, съ которою испускаетъ тѣ же лучи радій-C, т. е. тотъ изъ продуктовъ радія, который сообщаетъ лучамъ болѣе значительную скорость. Можетъ показаться страннымъ, что, обладая скоростью въ нѣсколько тысячъ километровъ въ секунду, частицы α не проявляютъ себя никакими дѣйствіями; но надобно полагать, что, сталкиваясь съ молекулами, онѣ постепенно все болѣе отклоняются отъ первоначальнаго направленія по мѣрѣ того, какъ уменьщается ихъ скорость, и, въ концѣ концовъ, разсѣеваются по всѣмъ нанравленіямъ, какъ это происходитъ въ болѣе значительной степени съ β-лучами. Но отчего бы ни зависѣло это обстоятельство, оно приводитъ къ важному выводу, что тѣла, принимаемыя за иеактивныя, могутъ обладать радіоактивностью, которую мы не въ состояніи констатировать, если испускаемые ими α-лучи имѣютъ скоростъ, меньшую указанной выше.

Важные опыты надъ дальностью полета α-лучей были произведены Брагомъ и Клеманомъ, которые пользовались, главнымъ образомъ, электрическимъ способомъ. Ихъ аппаратъ состоялъ изъ наэлектризованной металлической пластинки, соединенной съ электрометромъ, и металлической сѣтки, расположенной въ нѣсколькихъ миллиметрахъ отъ нея и соединенной съ землею. Оба эти проводника могутъ устанавливаться ближе или дальше отъ радіоактивнаго тѣла; α-лучи послѣдняго образуютъ, благодаря соотвѣтственнымъ металлическимъ діафрагмамъ, прямолинейный пучекъ, который, при не слишкомъ большомъ разстояніи отъ измѣрительнаго аппарата, іонизуетъ воздухъ, заключенный между пластинкой и сѣткой.

По мѣрѣ приближенія измѣрительнаго аппарата къ радіоактивному тѣлу дѣйствіе α-лучей вначалѣ возрастаетъ до извѣстнаго максимума. Это первоначальное возрастаніе объясняется тѣмъ, что толщиной радіоактивнаго слоя невозможно совершенно пренебрегать. Въ самомъ дѣлѣ, α-лучи, идущіе изъ внѣшней поверхности слоя, имѣютъ въ воздухѣ всю свою дальность полета, тогда какъ лучи, исходящіе изъ внутреннихъ частей этого слоя, теряютъ часть своей скорости еще до выхода изъ него и ихъ дальность полета должна быть меньше. При дальнѣйшемъ приближеніи измѣрительнаго аппарата къ радіоактивному тѣлу замѣчается ослабленіе дѣйствія, откуда слѣдуетъ, что іонизація, производимая частицами α, достигаетъ своего максимума тогда, когда эти частицы имѣютъ извѣстную опредѣленную скорость, и уменьшается, если ихъ скорость больше.

Это замѣчательное явленіе свойственно, впрочемъ, и β-лучамъ. Такъ, Дюракъ нашелъ, что въ воздухѣ подъ давленіемъ въ 1 *мм* электроны, составляющіе катодные лучи и обладающіе скоростью въ 50 тысячъ километровъ, іонизуютъ, въ среднемъ, одну молекулу газа на протяженіи каждыхъ 5 сантиметровъ, тогда какъ электроны, выброшенные радіемъ и одаренные скоростью, въ три слишкомъ раза большею, іонизуютъ одну молекулу лишь на протяженіи 10 сантиметровъ.

Насколько извѣстно автору, до сихъ поръ еще не дано удовлетворительнаго объясненія этого факта, который, повидимому, противорѣчитъ всякимъ ожиданіямъ, такъ какъ теоретически можно было бы думать, что іонизація газа должна быть тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше скорость движущихся частицъ, столкновенія съ которыми и производятъ самую іонизацію. Кажется, однако, что надлежащее объясненіе можетъ быть почерпнуто изъ слѣдующихъ соображеній.

Весьма вѣроятно, что движущіяся частицы очень рѣдко приходили бы въ столкновеніе съ молекулами газа, еслибы послѣднія не отклоняли ихъ отъ ихъ прямолинейнаго пути. Прослѣдимъ, для примѣра, ходъ одной частицы α. Когда эта частица приблизится къ молекулѣ газа на достаточное разстояніе, на частицу начнетъ дѣйствовать электрическая сила, а именно, равнодѣйствующая двухъ силъ, исходящихъ изъ отдѣльныхъ электроновъ обѣихъ составныхъ частей молекулы газа. Эта равнодѣйствующая мало отличается отъ нуля, пока взятая частица достаточно далека отъ молекулы. Она, въ зависимости отъ относительнаго положенія молекулы и частицы, можетъ имѣть любое направленіе; но въ тѣхъ случаяхъ, когда это направленіе приближаетъ частицу къ молекулѣ, равновѣсіе послѣдней можетъ настолько нарушиться, что она распадется на іоны. Само собою разумѣется, что отклоненіе частицы будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше скорость ея движенія. Поэтому, хотя частицы, обладающія небольшою скоростью, могутъ не обладать достаточною энергіей, чтобы іонизовать газъ, частицы, движущіяся съ наибольшими скоростями, хотя и имѣютъ эту энергію въ избыткѣ, также дадутъ небольшую іонизацію вслѣдствіе того, что ихъ труднѣе отклонить отъ ихъ пути. Теперь становится понятнымъ, почему среднія величины этихъ скоростей даютъ максимальную іонизацію.

Отвлекаясь отъ тѣхъ результатовъ, которые получаются въ описанномъ опытѣ на небольшихъ разстояніяхъ, предположимъ, что радіоактивный слой, какъ бы тонокъ онъ ни былъ, состоитъ изъ смѣси различныхъ радіоактивныхъ продуктовъ, которые испускаютъ α-лучи съ разными скоростями. Легко понять, что при постепенномъ приближеніи измѣрительнаго аппарата именно и получатся результаты, отвѣчающіе этому положенію вещей. Въ самомъ дѣлѣ, прежде всего на извѣстномъ разстояніи, соотвѣтствующемъ дальности полета наиболѣе быстрыхъ частицъ, обнаружится дѣйствіе лишь этихъ лучей; къ послѣднему присоединится дѣйствіе и другихъ менѣе быстрыхъ частицъ лишь тогда, когда разстояніе сдѣлается равнымъ ихъ дальности полета. Такимъ образомъ, взаимоотношеніе послѣдовательныхъ измѣреній даетъ поучительный критерій природы изучаемаго радіоактивнаго тѣла.

Дальность полета α-лучей въ воздухѣ при атмосферномъ давленіи является извѣстнымъ характернымъ признакомъ каждаго радіоактивнаго вещества, испускающаго эти лучи, такъ что она сама по себѣ служитъ достаточнымъ признакомъ для различенія двухъ веществъ, когда другія ихъ свойства одинаковы. Различные изслѣдователи тщательно измѣрили ее для разныхъ тѣлъ.

Для резюмированія существующихъ свѣдѣній относительно всѣхъ радіоактивныхъ тѣлъ и ихъ послѣдовательныхъ превращеній можетъ служить таблица на слѣдующей страницѣ.

Первый столбецъ этой таблицы заключаетъ въ себѣ названія радіоактивныхъ продуктовъ, распредѣленныхъ на четыре извѣстныхъ до настоящаго времени группы, а именно: урана, торія, актинія и радія. Въ каждой группѣ первое вещество превращается въ непосредственно за нимъ слѣдующее, это въ слѣдующее дальше и такъ далѣе. Во второмъ столбцѣ указано время T, необходимое для того, чтобы половина соотвѣтственнаго вещества превратилась въ слѣдующее за нимъ. Если вмѣсто T мы пожелали бы опредѣлить константу радіоактивности или превращенія λ, то нужно было бы раздѣлить число $0 \cdot 69314719$ на величину T, выраженную въ секундахъ, какъ это было указано въ другомъ мѣстѣ. Третій столбецъ указываетъ, какіе лучи испускаетъ каждое радіоактивное вещество при своемъ превращеніи въ послѣдующее. Наконецъ, въ четвертомъ столбцѣ дана въ сантиметрахъ опредѣленная выше дальность полета α-лучей въ воздухѣ при атмосферномъ давленіи.

Въ поясненіе и подтвержденіе нѣкоторыхъ данныхъ, помѣщенныхъ въ этой таблицѣ, необходимы слѣдующія замѣчанія. Еще недавно полагали, что уранъ-X испускаетъ только β- и γ-лучи; но, какъ уже было упомянуто, Муръ и Шмидтъ показали, что онъ испускаетъ также и α-лучи. Дѣло въ томъ, что, измѣряя паденіе активности Ур-X какъ въ отношеніи α-лучей, такъ и въ отношеній β-лучей, эти физики нашли, что активность падаетъ на половину въ теченіе (приблизительно) 22 сутокъ. То обстоятельство, что T оказывается равнымъ 22 суткамъ также и для α-лучей, исключаетъ возможность ихъ происхожденія отъ слѣдовъ урана, оставшихся въ Ур-X.

Величины дальности полета частицъ α взяты изъ опредѣленій Гана для продуктовъ торія и актинія, какъ и величина T для радіоактинія. Для урана и радія дальность полета

Радіоактивныя вещества	*T*	Лучи	Дальность полета лучей α
Уранъ	—	α	3·5
Уранъ-*X*	22 сутокъ	$\alpha, \beta, \gamma,$	—
?	—	—	—
Торій	—	?	—
Радіоторій . . .	—	α	3·9
Торій-*X*	4 сутокъ	α	5·7
Эманація торія . .	54 секунды	α	5·5
Торій-*A*	10·6 часовъ	—	—
Торій-*B*	1 часъ	α	5
Торій-*C*	нѣсколько секундъ	$\alpha, \beta, \gamma,$	8·6
?	—	—	—
Актиній	—	—	—
Радіоактиній . . .	около 20 сутокъ	α	4·8
Актиній-*X*	10·2 сутокъ	α	6·55
Эманація актинія .	3·9 секунды	α	5·8
Актиній-*A*	36 минутъ	—	—
Актиній-*B*	3 минуты	$\alpha, \beta, \gamma,$	5·5
?	—	—	—
Радій	около 1300 лѣтъ	α	3·5
Эманація радія . .	3·8 сутокъ	α	4·23
Радій-*A*	3 минуты	α	4·83
Радій-*B*	26 минутъ	β (медленные), γ	—
Радій-*C*	19 минутъ	$\alpha, \beta, \gamma,$	7·06
Радій-*D*	около 40 лѣтъ	—	—
Радій-*E*	6 сутокъ	β, γ	—
Радій-*F*	143 сутокъ	α	3·86
?	—	—	—

взята изъ результатовъ Брагга и Клемана, за исключеніемъ лишь радія-*F*, проницающая способность котораго опредѣлена Левинымъ. Наконецъ, новѣйшія изслѣдованія Мейера и Швейдлера показали, что радій-*E* состоитъ изъ двухъ отдѣльныхъ продуктовъ, причемъ для одного изъ нихъ T составляетъ отъ 6 до 6·5 сутокъ, а для другого 4·8 сутокъ.

Различныя вещества, въ которыя послѣдовательно превращаются эти четыре радіоактивныхъ тѣла, обладаютъ, какъ это мы уже отчасти видѣли, такими физическими и химическими свойствами, которыя однѣ позволили бы вполнѣ различить ихъ, еслибы они и безъ того не различались природою испускаемыхъ лучей, величиною константы превращенія или дальностью полета α-лучей. Методъ отдѣленія урана-X и торія-X отъ соотвѣтственныхъ первичныхъ элементовъ—урана и торія,—самъ по себѣ указываетъ на ихъ различныя химическія свойства. Къ этому можно теперь добавить, что торій-A болѣе летучъ, нежели торій-B; что актиній-A и актиній-B могутъ быть отдѣлены одинъ отъ другого путемъ электролиза, и т. д. Что же касается продуктовъ превращенія радія, наиболѣе интересныхъ, то можно отмѣтить, что эманація радія, приходя подъ вліяніемъ электрическихъ зарядовъ въ состояніе свѣченія, испускаетъ свѣтъ, спектръ котораго является, повидимому, характернымъ для самой эманаціи, такъ какъ даетъ, между прочимъ, и такія линіи, которыя не принадлежатъ никакимъ до сихъ поръ извѣстнымъ веществамъ. Одна изъ этихъ линій, повидимому, тожественна съ линіей, наблюдаемой въ спектрѣ молніи. Наблюденіе спектра эманаціи должно дѣлаться очень быстро, такъ какъ онъ быстро измѣняется. Замѣтимъ, наконецъ, что продукты радій-A, радій-C и радій-F (полоній или радіотеллуръ) испаряются приблизительно при 1000°, радій-B—уже при 700°, а радій-E даже при 1000° не теряетъ своего твердаго состоянія.

Каждый изъ четырехъ рядовъ превращеній оканчивается радіоактивнымъ продуктомъ, который превращается въ новое вещество, не обнаруживающее признаковъ радіоактивности, а потому намъ еще неизвѣстное. Кромѣ того, возникаетъ вопросъ, не представляетъ ли и самъ радій продукта превращенія какого-либо другого тѣла. Будущія изслѣдованія, быть можетъ, дадутъ болѣе или менѣе ясный отвѣтъ на это, въ настоящее же время можно лишь сдѣлать нѣкоторыя вѣроятныя предположенія.

(Продолженіе слѣдуетъ).

О четыреугольникахъ.

Дм. Ефремова.

*(Продолженіе *).*

17. **Теорема.** *Сумма квадратовъ противоположныхъ сторонъ вписаннаго ортодіагональнаго чет—ка равна квадрату діаметра описаннаго круга.*

Ибо ясно, что

$$\frac{a}{2}=AK=R\sin\alpha,$$

$$\frac{b}{2}=BM=R\sin\beta,$$

$$\frac{c}{2}=CL=R\sin\gamma=R\cos\alpha,$$

$$\frac{d}{2}=DN=R\sin\delta=R\cos\beta;$$

отсюда

$$a^2+c^2=b^2+d^2=4R^2, \qquad (13)$$

что и требовалось доказать.

18. Подобнымъ же образомъ для діагоналей чет-ка находимъ, что

$$\frac{e}{2}=AP=R\sin(\gamma+\delta)=R\sin[180^0-(\alpha+\beta)]=$$

$$=R\sin(\alpha+\beta)=R\sin(\gamma+\delta)$$

и

$$\frac{f}{2}=BQ=R\sin(\beta+\gamma)=R\sin[90^0-(\alpha-\beta)]=$$

$$=R\cos(\alpha-\beta);$$

поэтому

$$e^2+f^2=4R^2[\sin^2(\alpha+\beta)+\cos^2(\alpha-\beta)]=$$

$$=4R^2(1+\sin2\alpha.\sin2\beta)=4R^2(1+\sin2\gamma.\sin2\delta). \qquad (14)$$

Изъ этого равенства и изъ равенствъ (11), (12) и (13) находимъ, что

$$(a^2+c^2)+4(x^2+z^2)=(b^2+d^2)+4(y^2+u^2)=$$

$$=(e^2+f^2)+4(v^2+w^2)=8R^2.$$

19. **Теорема.** *Сумма квадратовъ медіанъ двухъ противоположныхъ*

*) См. №№ 446—447 „Вѣстника“.

сторонъ вписаннаго ортодiагональнаго чет-ка и его дiагонали равна удвоенному квадрату радiуса описаннаго круга.

Дѣйствительно, такъ какъ медiаны противоположныхъ сторонъ ортодiагональнаго чет-ка равны, т. е.

$$k = l,$$

то изъ прямоугольника KLMN имѣемъ (фиг. 2)

$$k^2 = l^2 = \overline{KM}^2 + \overline{LM}^2 = \frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4} =$$
$$= R^2(1 + \sin 2\alpha . \sin 2\beta) = R^2(1 + \sin 2\gamma . \sin 2\delta).$$

Точно также изъ прямоугольника POQH видимъ, что (12)

$$m^2 = OH^2 = v^2 + w^2 = R^2(1 - \sin 2\alpha \sin 2\beta) =$$
$$= R^2(1 - \sin 2\gamma . \sin 2\delta);$$

поэтому

$$k^2 + m^2 = l^2 + m^2 = 2R^2,$$

что и требовалось доказать.

20. Четыреугольникъ, вершины котораго суть средины сторонъ даннаго чет-ка, наз. *дополнительнымъ* для этого чет-ка *).

Дополнительный чет-къ всегда параллелограммъ; для *ортодiагональнаго* чет-ка онъ обращается въ прямоугольникъ.

Дiагоналями дополнительнаго чет-ка служатъ медiаны противоположныхъ сторонъ даннаго чет-ка.

Стороны дополнительнаго чет-ка равны половинамъ дiагоналей даннаго чет-ка.

Площадь дополнительнаго чет-ка равна половинѣ площади даннаго чет-ка

II.

О высотахъ четыреугольника.

21. *Высотами* произвольнаго чет-ка условимся называть перпендикуляры изъ средины каждой его стороны на сторону противоположную.

Изъ этого опредѣленiя слѣдуетъ, что чет-къ имѣетъ четыре высоты. Каждую изъ этихъ высотъ чет-ка будемъ называть *соотвѣтственной* той сторонѣ его, къ которой она перпендикулярна.

Теорема. *Площадь всякаго чет-ка равна полусуммѣ произведенiй двухъ противоположныхъ сторонъ его на соотвѣтственныя имъ высоты.*

Положимъ, что точки K, L, M, N суть средины сторонъ произвольнаго чет-ка ABCD (фиг. 3).

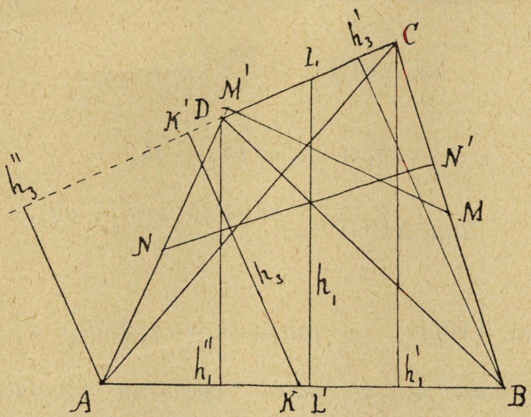
*) Ibid. I, 37.

Обозначимъ высоты этого чет-ка, соотвѣтственныя сторонамъ его

$$AB=a,\ BC=b,\ CD=c,\ DA=d,$$

чрезъ

$$LL'=h_1,\ \ NN'=h_2,\ \ KK'=h_3,\ \ MM'=h_4.$$



Фиг. 3.

Требуется доказать, что

$$\text{пл. } ABCD = \frac{ah_1 + ch_3}{2}.$$

Обозначивъ перпендикуляры изъ C и D на AB и изъ A и B на CD чрезъ h'_1 и h''_1, h'_3 и h''_3, замѣтимъ, что

$$\text{пл. } ABC = \frac{ah'_1}{2},\ \ \text{пл. } ABD = \frac{ah_1''}{2},$$

$$\text{пл. } CBD = \frac{ch'_3}{2} \text{ и пл. } CAD = \frac{ch''_3}{2};$$

отсюда

$$\text{пл. } ABC + \text{пл. } ABD = \frac{a(h_1' + h_1'')}{2} = ah_1$$

и

$$\text{пл. } CBD + \text{пл. } CAD = \frac{c(h_3' + h_3'')}{2} = ch_3,$$

ибо

$$\frac{h_1' + h_1''}{2} = h_1 \text{ и } \frac{h_3' + h_3''}{2} = h_3.$$

Сложивъ полученное равенство, найдемъ, что

$$(\text{пл. } ABC + \text{пл. } CAD) + (\text{пл. } ABD + \text{пл. } CBD) =$$

$$= 2\,\text{пл. } ABCD = ah_1 + ch_3;$$

слѣдовательно,

$$\text{пл. ABCD} = \frac{ah_1 + ch_3}{2},$$

что и требовалось доказать.

22. Примѣняя доказанную теорему къ сторонамъ чет-ка b и d, получимъ

$$\text{пл. ABCD} = \frac{bh_2 + dh_4}{2};$$

поэтому

$$ah_1 + ch_3 = bh_2 + dh_4$$

и

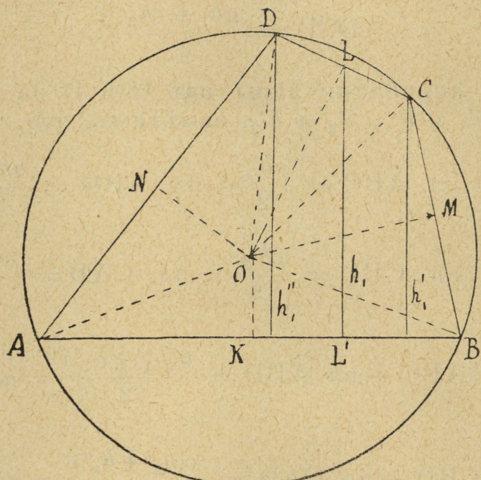
$$2\text{пл. ABCD} = \frac{ah_1 + bh_2 + ch_3 + dh_4}{2}$$

или

$$\text{пл. ABCD} = \frac{1}{4}(ah_1 + bh_2 + ch_3 + dh_4),$$

т. е. *площадь всякаго чет-ка равна среднему ариѳметическому изъ произведенiй каждой стороны его на соотвѣтственную высоту.*

23. Если чет-къ ABCD вписанный, то (фиг. 4) при прежнихъ обозначенiяхъ (15)



Фиг. 4.

$$a = 2R\sin\alpha, \quad b = 2R\sin\beta, \quad c = 2R\sin\gamma, \quad d = 2R\sin\delta,$$

$$h_1' = b\sin(\gamma + \delta) = 2R\sin\beta\sin(\gamma + \delta),$$

$$h_1'' = d\sin(\beta + \gamma) = 2R\sin\delta\sin(\beta + \gamma),$$

слѣдовательно,

$$h_1 = \frac{h_1' + h_1''}{2} = R[\sin\beta\sin(\gamma + \delta) + \sin\delta\sin(\beta + \gamma)]$$

и

$$h_3 = \frac{h_3' + h_3''}{2} = R[\sin\beta\sin(\alpha+\delta) + \sin.\delta\sin(\alpha+\beta)];$$

поэтому

$$\text{пл.}\,ABCD = \frac{ah_1 + ch_3}{2} =$$

$$= R^2[\sin\alpha\sin\beta\sin(\gamma+\delta) + \sin\beta\sin\gamma\sin(\delta+\alpha) + \sin\gamma\sin\delta\sin(\alpha+\beta) +$$

$$+ \sin\delta\sin\alpha\sin(\beta+\gamma)] =$$

$$= 2R^2[\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin\delta + \cos\beta\sin\gamma\sin\delta\sin\alpha +$$

$$+ \cos\gamma\sin\delta\sin\alpha\sin\beta + \cos\delta\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma] =$$

$$= 2R^2[\sin\alpha\sin\beta\sin(\gamma+\delta) + \sin\gamma\sin\delta\sin(\alpha+\beta)].$$

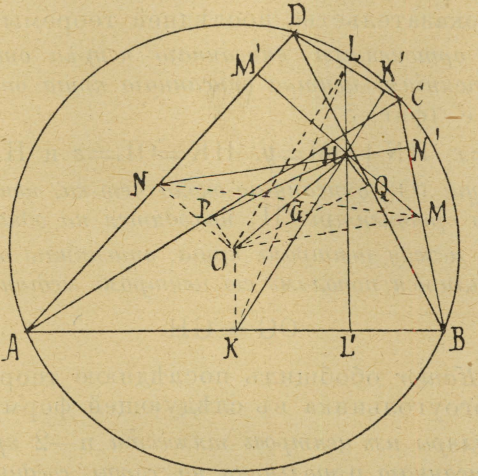
Для вписаннаго ортодіагональнаго чет-ка

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^0;$$

поэтому послѣдняя формула въ этомъ случаѣ принимаетъ видъ

$$\text{пл.}\,ABCD = 2R^2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta).$$

24. **Теорема.** *Высоты вписаннаго чет—ка и перпендикуляры изъ средины каждой его діагонали на другую пересѣкаются въ одной точкѣ.*



Фиг. 5.

Положимъ, что K, L, M, N, P и Q суть средины сторонъ и діагоналей вписаннаго чет—ка ABCD. (фиг 5). Проведя высоты чет-ка KK′ и LL′, соотвѣтственныя его сторонамъ CD и AB, обозначивъ ихъ пересѣченіе чрезъ H и соединивъ центръ круга O съ точками K и L, получимъ параллелограммъ OKHL, діагональ котораго OH проходитъ чрезъ средину KL, т. е. чрезъ центръ медіанъ чет-ка G; поэтому G есть средина OH. Соединимъ H и O съ M и N; такъ какъ въ точкѣ G діагонали MN и OH чет—ка

OMHN дѣлятся пополамъ, то этотъ чет-къ параллелограммъ и потому MN || ON и HN || OM, т. е. MH и NH суть отрѣзки высотъ MM′ и NN′ даннаго чет-ка, соотвѣтственныхъ его сторонамъ AD и BC. Итакъ, высоты чет-ка ABCD пересѣкаются въ одной точкѣ H.

Соединивъ P и Q съ O и H, подобно предыдущему, заключаемъ, что чет-къ OQHP—параллелограммъ, вслѣдствіе чего QH || OP и PH || OQ, т. е. QH и PH соотвѣтственно перпендикулярны къ діагоналямъ даннаго чет-ка AC и BD; слѣдовательно, перпендикуляры изъ средины каждой діагонали даннаго чет-ка на другую пересѣкаются также въ точкѣ H.

25. Точки пересѣченія высотъ вписаннаго чет-ка (H) наз. *ортоцентромъ* вписаннаго чет-ка.

Понятно, что *ортоцентръ вписаннаго ортодіагональнаго чет-ка совпадаетъ съ точкою пересѣченія его діагоналей.* *)

Ибо въ этомъ случаѣ пердендикуляры изъ средины каждой діагонали на другую совпадаютъ по направленію съ самыми діагоналями.

Разстояніе между центромъ круга, описаннаго около ортодіагональнаго чет-ка, и ортоцентромъ этого чет-ка равно медіанѣ его діагоналей.

Ибо при ортодіагональномъ чет-кѣ параллелограммъ OQHP обращается въ прямоугольникъ.

26. Изъ доказательства послѣдней теоремы видно, что

Разстояніе ортоцентра вписаннаго чет-ка отъ срединъ его сторонъ равны розстояніямъ центра описаннаго круга отъ сторонъ противоположныхъ, т. е. (фиг. 5)

$$HL=OK=x,\ HN+OM=y,\ HK=OL=z \text{ и } HM=ON=u.$$

Центръ круга (O), *описаннаго около чет-ка, центръ медіанъ этого чет-ка* (G) *и его ортоцентръ* (H) *находятся на одной прямой.*

Разстояніе между центромъ круга, описаннаго около чет-ка, и его ортоцентромъ дѣлится пополамъ его центромъ медіанъ, т. е.

$$OG=GH.$$

27. *M. S. Kantor* обобщилъ послѣднюю теорему для всякаго вписаннаго многоугольника въ слѣдующей формулѣ: **)

Перпендикуляры изъ центровъ тяжести n—2 *произвольно выбранныхъ вершинъ вписаннаго* n-*угольника на хорды, соединяющія остальныя двѣ вершины его, пересѣкаются въ одной точкѣ.*

При $n=3$ отсюда получается теорема о пересѣченіи высотъ тр-ка въ одной точкѣ.

Доказанная выше теорема о высотахъ вписаннаго чет-ка является частнымъ случаемъ теоремы *Kantor*'а при $n=4$.

(Окончаніе слѣдуетъ).

*) См. „Нов. Геом. тр-ка" Дм. Ефремова, IV, 46.

**) Wiener Sitzungsberichte. 1876; Math. 1906, p. 124.

РЕЦЕНЗІИ.

Г. К. Мерчингъ. *Очеркъ основныхъ законовъ установившагося и неустановившагося электрическаго тока.* Изданіе Института Инженеровъ Путей Сообщенія Императора Александра I. Съ двумя листами чертежей. С.-Петербургъ 1905 г. 71 стран.

Въ концѣ 1905 г. вышла эта маленькая книжка. По причинамъ, которыя легко понять, она въ то безпокойное время прошла мало замѣченною, о чемъ нельзя не пожалѣть въ виду небогатства русской физической литературы сочиненіями по теоріи электромагнитныхъ явленій. Вся книга раздѣлена на пять главъ, въ которыхъ авторъ разсматриваетъ перемѣнное состояніе тока въ цѣпяхъ, обладающихъ самоиндукціей и емкостью, колебательный разрядъ, свойства магнитнаго поля тока, уравненія Максвелла, токи смѣщенія въ діэлектрикахъ и основы электромагнитной теоріи свѣта. Послѣдняя, слишкомъ краткая, дополнительная глава трактуетъ объ электронной теоріи; она, конечно, уже устарѣла. Вся книга написана ясно и просто, читается легко и содержитъ интересные численные примѣры, разъясняющіе истинное значеніе различныхъ формулъ.

О. Хвольсонъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ" и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 907 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$ax^4 + 2bx^3 + 2cx + d = 0$$

при условіи

$$a : b = c : d.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 908 (4 сер.). Даны три окружности, центры которыхъ лежатъ на одной прямой. Провести сѣкущую, опредѣляющую въ данныхъ окружностяхъ три равныя хорды.

И. Александровъ (Москва).

№ 909 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC, зная внутреннюю и внѣшнюю биссектрисы l_i и l_e угла A и разстояніе $OP=n$ центра круга описаннаго отъ стороны BC.

Н. Агрономовъ (Петербургъ).

№ 910 (4 сер.). Доказать, что многочленъ $(a-x^n)^n+x-a$ дѣлится на трехчленъ x^n+x-a при n цѣломъ и положительномъ.

Я. Назаревскій (Харьковъ).

№ 911 (4 сер.). Доказать тожество

$$C_n^m - C_n^{m-1} + C_n^{m-2} - \ldots + (-1)^{m-1} C_n^1 + (-1)^m = C_{n-1}^m,$$

гдѣ C_n^k означаетъ число сочетаній изъ n по k, предполагая, что $n>m$.

Н. С. (Одесса).

№ 912 (4 сер.). Составить возвратное уравненіе четвертой степени такъ, чтобы корни его образовали ариѳметическую прогрессію.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 779 (4 сер.). *Доказать, что число*

$$\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-1$$

дѣлится на $18n-1$, *если* $18n-1$ *есть простое число, которое не дѣлитъ* t, *и если* $\frac{t^2-1}{9}$ *есть число цѣлое.*

Представимъ выраженіе $9^{9n-1}\left[\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-1\right]$ послѣдовательно въ видѣ:

$$9^{9n-1}\left[\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-1\right]=9^{9n-1}\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-9^{9n-1}=$$

$$=(2n.9+t^2-1)^{9n-1}-9^{9n-1}=(18n-1+t^2)^{9n-1}-(t^2)^{9n-1}+(t^2)^{9n-1}-(3^2)^{9n-1}=$$

$$=[(18n-1+t^2)^{9n-1}-(t^2)^{9n-1}]+(t^{18n-2}-1)-(3^{18n-2}-1) \qquad (1).$$

Разность $(18n-1+t^2)^{9n-1}-(t^2)^{9n-1}$ кратна разности $(18n-1+t^2)-t^2=$ $=18n-1$; число t, по условію, не кратно простого числа $18n-1$, а потому, согласно съ теоремой *Fermat*'а, разность $t^{18n-2}-1$ кратна $18n-1$; 3 тоже не кратно простого числа $18n-1$, а потому разность $3^{18n-2}-1$ также кратна $18n-1$. Слѣдовательно, [см. (1)] число

$$9^{9n-1}\left[\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-1\right]$$

кратно $18n-1$, а такъ какъ 9^{9n-1} есть число взаимно простое съ $18n-1$, то и число

$$\left(2n+\frac{t^2-1}{9}\right)^{9n-1}-1$$

кратно $18n-1$.

Н. Агрономовъ (Ревель).

№ 793 (4 сер.). *На дугѣ окружности, описанной около треугольника* ABC, *взята точка* M; *прямая* MA *пересѣкаетъ сторону* BC *треугольника въ точкѣ* A′. *Доказать, что*

$$a.AM.AA' = b^2.BA' + c^2.CA',$$

гдѣ a, b, c—*стороны* BC, CA, AB *треугольника*.

По теоремѣ Птоломея

$$AM.BC = BM.AC + MC.AB, \text{ т. е. } a.AM = b.BM + c.MC \quad (1).$$

Изъ подобія паръ треугольниковъ $MA'B$, $AA'C$ и $MA'C$, $BA'A$ имѣемъ:

$$\frac{BM}{AC} = \frac{BA'}{AA'}, \qquad \frac{MC}{AB} = \frac{CA'}{AA'},$$

откуда

$$BM = \frac{BA'.AC}{AA'} = \frac{кb \cdot BA'}{AA'} \quad (2), \quad MC = \frac{AB.CA'}{AA'} = \frac{C.CA'}{AA'} \quad (3).$$

Подставляя значенія BM и MC изъ равенствъ (2) и 3) въ равенство (1) и помножая обѣ части на AA', получимъ

$$a.AM.AA' = b^2.BA' + c^2 \cdot CA'.$$

В. Пржевальскій (Шуя); *А. П.* (Сосновицы); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 795 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$x-y=2, \; xz-y-t=7, \; xz^2-y-2t=22, \; xz^3-y-3t=57.$$

Изъ второго изъ данныхъ уравненій имѣемъ

$$t = xz - y - 7 \quad (1).$$

Подставляя это значеніе t въ третье и четвертое уравненіе, находимъ послѣ упрощеній:

$$xz^2 + y - 2xz = 8 \quad (2), \qquad xz^3 + 2y - 3xz = 36 \quad (3).$$

Подставляя значеніе y въ равенства (2) и (3) изъ перваго изъ данныхъ уравненій, получимъ:

$$xz^2 + x - 2 - 2xz = 8, \qquad xz^3 + 2x - 4 - 3xz = 36,$$

откуда

$$x(z^2 - 2z + 1) = 10, \qquad x(z^3 - 3z + 2) = 40,$$

или

$$x(z-1)^2 = 10 \quad (4), \qquad x(z-1)^2(z+2) = 40 \quad (5).$$

Изъ равенствъ (4) и (5) видно, что $x \neq o$ $z \neq 1$; поэтому, раздѣляя равенство (5) на (4), получимъ

$$z + 2 = 4, \text{ откуда } z = 2.$$

Затѣмъ, пользуясь уравненіемъ (4), даннымъ равенствомъ $x-y=2$ и равенствомъ (1), находимъ послѣдовательно:

$$x = 10, \qquad y = 8, \qquad t = 5.$$

А. Болтуновъ (Вольскъ); *А. П.* (Сосновицы); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 796 (4 сер.). *Опредѣлить сумму* n *первыхъ членовъ каждаго изъ рядовъ*

$$1,\quad 2.3,\quad 2.4.5,\quad 2.4.6.7,\ \ldots\ldots,\ 2.4.6\ \ldots\ 2(k-1).2k.(2k+1),\ \ldots$$

$$1.2,\quad 1.3.4,\quad 1.3.5.6,\quad 1.3.5.7.8,\ \ldots,\ 1.3.5\ \ldots\ (2k-1).2k,\ \ldots\ldots$$

Замѣчая, что n-й членъ перваго ряда равенъ $2.4.6\ \ldots\ 2(n-1).(2n-1)$, и складывая тожества

$$1=1,$$

$$2.3=2.(4-1)=2.4-2,$$

$$2.4.5=2.4.(6-1)=2.4,6-2.4,$$

$$2.4.6.7=2.4.6.8-2.4.6,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$2.4.6\ \ldots\ 2(n-1).(2n-1)=2.4.6\ \ldots\ 2n-2.4\ \ldots\ 2.(n-1),$$

получимъ:

$$1+2.3+2.4.5+\ \ldots\ +2.4.6\ \ldots\ 2(n-1).(2n-1)=2.4.6\ \ldots\ 2n-1=2^n.n!-1.$$

Точно также, складывая тожества

$$1.2=1.(3-1)=1.3-1,$$

$$1.3.4=1.3.(5-1)=1.3.5-1.3,$$

$$1.3.5.6=1.3.5.7-1.3.5,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$1.3.5\ \ldots\ (2n-1).2n=1.3.5\ \ldots\ (2n-1)(2n+1)-1.3.5\ \ldots\ (2n-1),$$

находимъ

$$1.2+1.3.4+\ \ldots\ +1.3.5\ \ldots\ (2n-1).2n=1.3.5\ \ldots\ (2n-1)(2n+1)-1.$$

Данные ряды можно суммировать также при помощи тожества, предложеннаго для доказательства авторомъ задачи въ № 402 „Вѣстника", задвъ № 680 (4 сер.), рѣшеніе которой напечатано въ № 430 „Вѣстника", полагая въ первомъ случаѣ

$$r=1,\quad a_1=1,\quad a_2=\frac{1}{3},\ \ldots,\quad a_k=\frac{1}{2k-1},\quad \text{а во второмъ } r=1,$$

$$a_1=\frac{1}{2},\ a_2=\frac{1}{4},\ \ldots,\quad a_k=\frac{1}{2k}.$$

Н. Агрономовъ (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь), *Э. Лейнъкъ* (Рига).

№ 797 (4 сер). *Доказать, что число*

$$3\left(5^{2n+1}+3^{4n-5}\right)+2^{3n}\left(2-2^{3n-6}\right)$$

при всякомъ цѣломъ положительномъ значеніи n *кратно* 17.

Представимъ данное выраженіе послѣдовательно въ видѣ:

$$3\left(5^{2n+1}+3^{4n-5}\right)+2^{3n}\left(2-2^{3n-6}\right)=3.5^{2n+1}+3^{4n-4}+2.2^{3n}-2^{6n-6}=$$

$$=3.5.\left(5^2\right)^n+2\left(2^3\right)^n+\left[\left(3^4\right)^{n-1}-\left(2^6\right)^{n-1}\right]=15.25^n+2.8^n+\left(81^{n-1}-64^{n-1}\right)=$$

$$=15.25^n-15.8^n+15.8^n+2.8^n+\left(81^{n-1}-64^{n-1}\right)=$$

$$=15\left(25^n-8^n\right)+17.8^n+\left(81^{n-1}-64^{n-1}\right).$$

При n цѣломъ и положительномъ разность 25^n-8^n кратна разности $25-8=17$; при $n=1$ разность $81^{n-1}-64^{n-1}$ обращается въ нуль, а при $n>1$ и цѣломъ она кратна разности $81-64=17$, а потому при n цѣломъ и положительномъ число $81^{n-1}-64^{n-1}$ всегда кратно 17. Слѣдовательно, все данное выраженіе также кратно 17.

В. Пржевальскій (Шуя); *А. Турчаниновъ* (Одесса). *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 799 (4 сер.). *Построить треугольникъ* ABC *по радіусу* R *круга описаннаго, зная длины* l_i *и* l_e *внутренняго и внѣшняго биссекторовъ угла* A.

Предположимъ, что задача рѣшена. Опишемъ около треугольника ABC кругъ, назовемъ его центръ черезъ O и проведемъ биссекторы $AN=l_i$, $AP=l_e$ и медіану AM треугольника ANP. Такъ какъ $AN\perp AP$, то $AM=MP$ и $\angle PAM=\angle APM$ (1); продолженіе внутренняго биссектора AN встрѣчаетъ дугу BC въ срединѣ ея S, а потому $OS\perp BC$; слѣдовательно, острый уголъ OSA составленъ прямыми, перпендикулярными къ сторонамъ угла APC, откуда вытекаетъ [см. (1)]

$$\angle OAS=\angle OSA=\angle APM=\angle PAM.$$

Отнимая отъ угла OAP по равнымъ угламъ PAM и OAS, получимъ, что $\angle OAM=\angle NAP=\frac{\pi}{2}$. Слѣдовательно, окружность касается AM въ точкѣ A. Отсюда вытекаетъ построеніе: строимъ прямоугольный треугольникъ NAP по катетамъ $AN=l_i$ и $AP=l_e$, проводимъ его медіану AM, возставляемъ изъ A перпендикуляръ $AO=R$ къ AP (такъ, чтобы точки O и N лежали по одну сторону AP) и изъ точки O радіусомъ OA описываемъ окружность; пусть эта окружность пересѣкаетъ NP въ B и C; треугольникъ ABC есть искомый. Слѣдуетъ замѣтить, что, построивъ треугольникъ ANP, мы знаемъ биссекторъ l_i, радіусъ круга описаннаго R и уголъ ANP биссектора $AN=l_i$ къ BC. Такимъ образомъ данная задача можетъ быть также приведена къ задачѣ № 732, условіе и рѣшеніе которой даны въ №№ 413 и 437 „Вѣстника". Наоборотъ, приведенное выше рѣшеніе данной задачи даетъ другое рѣшеніе задачи № 732.

Н. Агрономовъ (Ревель); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *А. П.* (Сосновицы); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 800 (4 сер.). *Точка* M *взята на окружности, описанной около правильнаго треугольника. Доказать, что*

$$\overline{AM}^2+\overline{BM}^2+\overline{CM}^2=6R^2,$$

гдѣ R—*радіусъ окружности.*

Пусть точка M, для большей опредѣленности, лежитъ на дугѣ BC. Изъ треугольника BMC имѣемъ $\overline{BM}^2+\overline{MC}^2-2\,\overline{BM}\cdot\overline{MC}\cos\angle BMC=\overline{BC}^2$, или, вводя обозначенія

$$\overline{AM}=x,\quad \overline{BM}=y,\quad \overline{CM}=z;\quad \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=a=R\sqrt{3}$$

и замѣчая, что $cosBMC=cos(180^0-cos60^0)=-60^0=-\frac{1}{2}$, получимъ:

$$\overline{BC}^2=\overline{BM}^2+\overline{MC}^2-2\overline{BM}\cdot\overline{MC}\cos\angle BMC=y^2+z^2+yz=a^2=3R^2 \quad (1).$$

По теоремѣ Птоломея $\overline{AM}.\overline{BC}=\overline{BM}.\overline{AC}+\overline{AB}.\overline{MC}$, или $x.a=y.a+z.a$, откуда

$$\overline{AM}=x=y+z \qquad (2).$$

Поэтому [см. (1), (2)]

$$\overline{AM}^2+\overline{BM}^2+\overline{CM}^2=(y+z)^2+y^2+z^2=2(y^2+z^2+yz)=6R^2.$$

А. Турчаниновъ (Одесса); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 802 (4 сер.). *Доказать, что число*

$$5^{2n+1}+3^2.2^{n+1}.(1+18^{n-1})-13^n$$

при n *цѣломъ и положительномъ дѣлится на* 46.

Изобразимъ данное выраженіе въ видѣ:

$$5^{2n+1}+3^2.2^{n+1}.(1+18^{n-1})-13^n=5^{2n}.5+3^2.2.2^n+3^2.2.18^{n-1}\cdot 2^n-13^n=$$

$$=5.(25)^n+18.2^n+18^n.2^n-13^n=5.(25)^n-5.2^n+5.2^n+18.2^n+(18.2)^n-13^n=$$

$$=5(25^n-2^n)+23.2^n+(36^n-13^n).$$

Замѣчая, что разности 25^n-2^n и 36^n-13^n кратны числа $25-2=36-13=23$, мы видимъ, что разсматриваемое число кратно 23. Разность $5^{2n+1}-13^n$ нечетныхъ чиселъ есть число четное и число $3^2.2^{n+1}(1+18^{n-1})$ также кратно 2 при n цѣломъ и положительномъ, а потому все разсматриваемое число тоже кратно 2; будучи кратно 2 и 23, оно кратно 46.

А. Турчаниновъ (Одесса); *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 803 (4 сер.). *Данъ выпуклый четыреугольникъ* ABCD, *внутренніе углы котораго, прилежащіе къ сторонѣ* AD, *равны. На продолженіи* AD *въ обѣ стороны отъ* A *и* D *взяты точки* E *и* F *такъ, что* AE.DF=AB.CD. *Найти геометрическое мѣсто точки* M *встрѣчи прямыхъ* BE *и* CF.

По условію $\angle BAD=\angle CDA$, а потому $\angle BAE=\pi-\angle BAD=\pi-\angle CDA=\angle CDF$. Кромѣ того, $AE.DF=AB.CD$, откуда

$$\frac{AE}{CD}=\frac{AB}{DF}.$$

Поэтому треугольники EAB и CDF подобны, $\angle BEA=\angle DCF$, и $\angle EBA=\angle CFD$; слѣдовательно, прямыя EB и CF тоже пересѣкаются въ нѣкоторой точкѣ M, образуя треугольникъ EMF, подобный треугольнику EBA, при чемъ $\angle BMC=\angle BAE$. Итакъ, прямыя BE и CF проходятъ черезъ неподвижныя точки B и C, образуя постоянный уголъ BMC, равный внѣшнему углу четыреугольника $ABCD$ при вершинѣ A. Слѣдовательно, геометрическое мѣсто точки M есть сегментъ, описанный на BC и вмѣщающій уголъ $\alpha=\pi-\angle BAD$ (сегментъ лежитъ по другую сторону BC относительно стороны AD).

А. Турчаниновъ (Одесса); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

Отъ Физическаго Отдѣленія

Русск. Физ.-Хим. Общества при Императорскомъ С.П.Б. Университетѣ.

Физическое отдѣленіе съ 1907 г. издаетъ свой отдѣльный журналъ:

ЖУРНАЛЪ Р. Ф.-Х. О. ФИЗИЧЕСКІЙ ОТДѢЛЪ

Подобно предыдущимъ **тридцати восьми** годамъ XXXIX-ый томъ журнала Физическаго Отдѣленія будетъ состоять изъ двухъ частей:

Первая часть заключаетъ въ себѣ оригинальныя статьи русскихъ физиковъ и протоколы засѣданій Ф. О.

Вторая часть состоитъ изъ обзоровъ, преимущественно по новѣйшимъ вопросамъ физики, рефератовъ, библіографіи и статей, посвященныхъ вопросамъ лабораторной критики.

Первый шагъ преобразованія второй части, разчитываемой для широкихъ круговъ публики, былъ уже сдѣланъ въ Физ. Отдѣлѣ Ж. Р. Ф.-Х. О. за 1906 г. *), Въ этомъ начинаніи Физ. Отдѣленія принимаютъ участіе:

К. К. Баумгартъ, проф. И. И Боргманъ, пр.-доц. Н. А. Булгаковъ, пр.-доц. Б. П. Вейнбергъ, проф. Н. А. Гезехусъ, проф. А. Л. Корольковъ. В. Я. Курбатовъ. В. К. Лебединскій, пр.-доц В. В. Лермантовъ, С. О. Майзель, Д. С. Рождественскій проф. О. Д. Хвольсонъ, А. А. Шапошниковъ, И. С. Щегляевъ и др.

Подписаная цѣна на „Физическій Отдѣлъ" Ж. Р. Ф.-Х. О. (**обѣ части**) **5 руб. въ годъ** съ доставкой и пересылкой.

Въ видахъ большаго распространенія физическихъ знаній Физическое Отдѣленіе постановило открыть съ 1907 г. отдѣльную подписку на **вторую** часть своего журнала, выпускаемую въ свѣтъ подъ названіемъ

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ

„Вопросы Физики" будутъ выходить 10 разъ въ годъ выпусками приблизительно по 2 листа каждый. Подписная цѣна **2 рубля въ годъ** съ доставкой и пересылкой.

Цѣна отдѣльнаго выпуска 30 коп.

Редакторъ ***В. К. Лебединскій.***

Подписка на оба изданія принимается казначеемъ Физическаго Отдѣленія **Аполлономъ Павловичемъ Аѳанасьевымъ.**

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, Университетъ, Физическій Институтъ.

---

*) „Обзоры по Физикѣ за 1906 г." изданы двумя отдѣльными выпусками по 75 коп. каждый.

ГОДЪ XII.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 г.

на ежемѣсячный научно-популярный и педагогическій журналъ

„ЕСТЕСТВОЗНАНІЕ и ГЕОГРАФІЯ".

ГОДЪ XII.

Выходитъ ежемѣсячно, за исключеніемъ двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (іюня—іюля), книжками въ 5—6 печатныхъ листовъ.

Журналъ **ОДОБРЕНЪ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія** для фундаментальныхъ библіотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній и для учительскихъ библіотекъ учительскихъ институтовъ и семинарій и городскихъ училищъ; **Ученымъ Комитетомъ Министерства Земледѣлія и Государственныхъ имуществъ ОДОБРЕНЪ** за всѣ годы существованія и допущенъ на будущее время въ библіотеки подвѣдомственныхъ Министерству учебныхъ заведеній.

Журналъ ставитъ себѣ задачей удовлетворять научному интересу читателей въ области естествознанія и географіи, а также способствовать правильной постановкѣ и разработкѣ вопросовъ по преподаванію естествознанія и географіи. Въ журналѣ имѣются отдѣлы: 1) научно-популярныя статьи по всѣмъ отраслямъ естествознанія и географіи, статьи по вопросамъ преподаванія естествознанія теоретическаго и прикладного (садоводство, пчеловодство и т. под.) и географіи; 2) акваріумъ и терраріумъ; 3) библіографія (обзоръ русской и иностранной литературы по естествознанію и географіи); 4 хроника; 5) смѣсь; 6) вопросы и отвѣты по предметамъ программы.

Весьма желательно установленіе живой связи между лицами стоящими у дѣла преподаванія, и журналъ ставитъ себѣ цѣлью содѣйствовать этому. Редакція проситъ лицъ, завѣдующихъ учебными заведеніями, земскія управы и училищные совѣты высылать въ редакцію отчеты по училищному дѣлу.

Въ журналѣ были помѣщены статьи: И. Я Акинфіева, А. П. Артари, проф. П. И Бахметьева, Л. И. Бородовскаго, проф. А. Ѳ. Брандта, В. В. Богданова, П. Вольногорскаго, Н. Н. Вакуловскаго, проф. С. П. Глазенапа, М. И. Голенкина, проф А. С. Догеля, М. И. Демкова, Л. Н. Елагина, Е. В. Жадовскаго. Б. М. Житкова В. Р. Заленскаго, проф. Н. Ю. Зографа, Н. Ѳ. Золотницкаго, проф. Н. Ѳ. Кащенко, проф. Н. И. Кузнецова, проф. И. А. Каблукова, проф. Н. М. Кулагина, проф. Г. А. Кожевникова, проф. А. Н. Краснова, М. Э. Мендельсона, С. П. Меча, Г. А. Надсона, А. М. Никольскаго, К. Д. Носилова, проф. А. П. Павлова, А. Н. Рождественскаго, проф. В. В. Сапожникова, К. А. Сатунина, К. К. Сентъ-Илера, М. М. Сіязова, В. И. Таліева, проф. К. А. Тимирязева, проф. А. А Тихомирова, П. Р. Фрейберга, проф Н. А. Холодковскаго, проф. В. М. Шимкевича, П. Ю. Шмидта. Э. В. Эриксона и нѣкоторыхъ друг.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: на годъ съ доставкою и пересылкою **4 р. 50** коп., безъ доставки **4 руб.**; на полгода съ пересылкою и доставкою **2 р. 50** коп.; за границу **7** руб. За ту же цѣну можно получать журналъ за 1903, 1904, 1905 г.г.; за остальные годы (1896—1902), по **3 р. 50** к. за каждый годъ съ перес. Выписывающіе всю серію за 10 лѣтъ платятъ **35** р. съ перес. Книжки журнала въ отдѣльной продажѣ стоятъ **75** коп. каждая.

Книжные магазины, доставляющіе подписку, могутъ удерживать за комиссію и пересылку денегъ только **20** коп съ каждаго годоваго полнаго экземпляра.

Подписка въ разсрочку отъ книжныхъ магазиновъ не принимается.

При непосредственномъ обращеніи въ контору допускается разсрочка: для городскихъ и иногороднихъ подписчиковъ съ доставкой—при подпискѣ 2 руб. 50 коп. и къ 1 іюня 2 руб.

Для городскихъ подписчиковъ въ Москвѣ безъ доставки допускается разсрочка по **1** руб. въ мѣсяцъ съ платежомъ—въ началѣ января, въ началѣ марта, въ началѣ мая, и, наконецъ, въ началѣ августа.

Другихъ условій разсрочки не допускается.

КОНТОРА РЕДАКЦІИ: Москва, Донская ул., д. Данилювой, кв. № 4.

Редакторъ-издатель М. П. Варавва.