

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 575.

**Содержаніе:** Термометрія и калориметрія при очень низкихъ температурахъ. *Проф. М. Ламотта.* — Пуанкаре о космогоническихъ гипотезахъ. *П. Бургатти.* — Научная хроника: Фото-электрическій эффектъ въ парахъ. — Отъ директора Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній. — Задачи №№ 66 — 69 (6 сер.). — Рѣшеніе задачъ: №№ 6, 8, 13, 15 и 40 (6 сер.). — Книжки и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

При настоящемъ номерѣ разсылается проспектъ журнала „Природа“.

### Термометрія и калориметрія при очень низкихъ температурахъ.

*Проф. М. Ламотта.*

Благодаря сжиженію газовъ, мы въ настоящее время въ состояніи получить такія низкія температуры, при которыхъ большинство термометрическихъ и калориметрическихъ методовъ въ своемъ обычномъ видѣ не могутъ быть примѣнены. Да и само практическое опредѣленіе температуры не имѣетъ при этомъ вполнѣ строгаго значенія; тѣ же трудности относятся и къ калориметрическимъ опредѣленіямъ, которыя тѣсно связаны съ термометрическими.

Оставимъ на время эти трудности и рассмотримъ сперва примѣняемые для этого методы. Въ нашемъ изложеніи мы будемъ имѣть въ виду главнымъ образомъ работы лабораторіи Королевскаго Института въ Лондонѣ, руководимой профессоромъ Дьюаромъ.

#### I. — Калориметрія.

Токъ воздуха, проходя черезъ летучую жидкость, вызываетъ ее испареніе; вслѣдствіе поглощенія теплоты парообразованія при измѣненіи состоянія температура жидкости понижается. Этимъ воспользовался Дьюаръ для превращенія въ твердое тѣло жидкаго водорода и жидкаго азота: онъ пропускалъ черезъ жидкій водородъ токъ гелія и черезъ жидкій азотъ токъ водорода. Согласно результатамъ Дьюара



температура, которой достигает испаряющаяся жидкость (въ градусахъ абсолютной шкалы), приблизительно равна половинѣ критической температуры (см. прилагаемую таблицу I).

Таблица I. — Температуры испаренія и критическія температуры жидкостей.

	Температура испаренія $T$	Температура кипѣнія	Критическая температура $T_c$	$\frac{T_c}{T}$
Эфиръ . . . . .	(— 34°) 239°	(+ 35°) 308°	(197°) 467°	0,51
Сѣрнистый ангидридъ . . . .	(— 50°) 223°	(— 10°) 263°	(155°) 428°	0,52
Хлористый метиль . . . . .	(— 55°) 218°	(— 24°) 249°	(141°) 414°	0,53
Амміакъ . . . . .	(— 87°) 186°	(— 39°) 234°	(130°) 403°	0,46
Этиленъ . . . . .	(— 132°) 141°	(— 103°) 170°	(10°) 283°	0,50

Отсюда слѣдуетъ, что токъ водорода, проходя черезъ жидкій азотъ, критическая температура котораго равна (— 146°С) 127° абсолютной шкалы, понизитъ температуру его до (— 210°С) 63°; такъ какъ эта послѣдняя ниже температуры таянія азота, то онъ долженъ замерзнуть. Дѣйствительно, подобнымъ путемъ легко удастся получить азотъ въ твердомъ видѣ.

Точно такъ же жидкій водородъ, черезъ который пропускаютъ токъ гелія, долженъ превратиться въ твердое вещество: дѣйствительно, заставляя циркулировать въ змѣевикѣ смѣсь водорода съ гелиемъ, охлаждаемую жидкимъ воздухомъ, испаряющимся въ пустотѣ, удается получить твердый водородъ.

Поэтому жидкій водородъ или воздухъ можно примѣнять, какъ калориметрическія вещества: испаряющіяся при постоянной температурѣ количества этихъ жидкостей могутъ служить мѣрой искомага количества теплоты, которое вызываетъ испареніе.

Рисунокъ 1 представляетъ расположеніе приборовъ въ калориметрѣ съ жидкимъ воздухомъ. Собственно калориметромъ служитъ небольшой сосудъ  $B$  съ двойными стѣнками, между которыми выкачанъ воздухъ, вмѣстимостью въ 25 — 50 куб. см.; онъ находится внутри другого такого же сосуда  $A$ , но большихъ размѣровъ. Вещество, теплоемкость котораго мы желаемъ опредѣлить, заключено въ трубкѣ  $C$ , соединенной съ  $B$  резиновой трубкой  $D$ .

На рисунокѣ справа представлено нѣсколько видоизмѣненное расположеніе прибора, позволяющее вводить вещество въ сосудъ  $B$  послѣдовательными частями. Нагрѣвая или охлаждая  $C$  или  $C'$ , можно опредѣлить теплоемкость вещества между какой либо данной тем-



пературой и температурой кипения жидкости, заключающейся въ калориметрѣ.

На практикѣ сосудъ *A* содержитъ литра два жидкаго воздуха стараго изготвленія, богатаго кислородомъ вслѣдствіе испаренія азота; калориметръ *B* содержитъ ту же самую жидкость, благодаря чему можно поддерживать постоянную температуру во все время измѣренія. Приборъ калибруютъ, вводя въ него извѣстное количество вещества съ большимъ атомнымъ вѣсомъ, напримѣръ, свинца, теплоемкость котораго мало зависитъ отъ температуры.

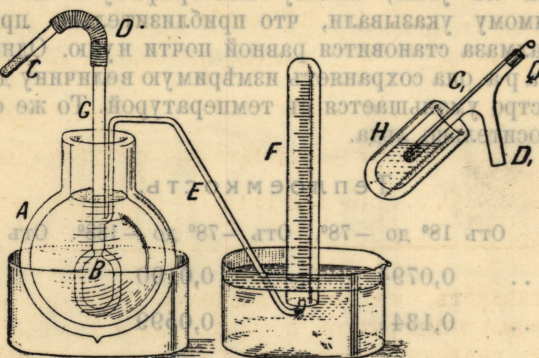


Рис. 1. — Калориметръ съ жидкимъ воздухомъ.

*A* — наружный сосудъ съ жидкимъ воздухомъ; *B* — калориметръ; *C* или *C*<sub>1</sub> — испыдуемое вещество; *D* — резиновая трубка; *E* — трубка для выхода испарившагося жидкаго воздуха; *F* — градуированная трубка. Справа изображено приспособленіе для введенія вещества послѣдовательно частями съ помощью стержня *P*, скользящаго въ пробкѣ *Q*.

Чувствительность калориметра варьируетъ съ природой калориметрической жидкости. Это видно изъ таблицы 2.

Таблица 2. — Свойства калориметрическихъ жидкостей.

	Температура кипѣнія.	Удельный объемъ жид- кости въ куб. см. при тем- пературѣ кипѣнія.	Скрытая теплота па- рообразова- нія въ гр. калорійхъ.	Объемъ газа въ куб. см. при 0° и 760 мм. давленія, соот- вѣствующій одной гр.-тепл.
Сѣрнистый ангидридъ	(+ 10°) 283°	0,7	97,0	3,6
Угольный ангидридъ	(— 78°) 195°	0,65	142,4	3,6
Этиленъ	(— 103°) 170°	1,7	119,0	7,0
Кислородъ	(— 182°,5) 90°,5	0,9	53,0	13,2
Азотъ	(— 195°,6) 77°,4	1,3	50,0	15,9
Водородъ	(— 252°,5) 20°,5	14,3	125,0	88,9



Такимъ образомъ, кислородъ приблизительно въ два раза чувствительнѣе этилена, водородъ — отъ пяти до шести разъ чувствительнѣе кислорода.

На практикѣ удобно пользоваться сжиженнымъ воздухомъ, потому что въ этомъ случаѣ не приходится опасаться смѣшенія съ газами атмосферы. Если же мы желаемъ употребить водородъ, то необходимо воспрепятствовать доступу воздуха въ приборъ, который тогда долженъ быть видоизмѣненъ, какъ показано на рис. 2.

Самые интересные изъ полученныхъ по этому методу результатовъ относятся къ углю, алмазу или графиту и ко льду. Прежние опыты повидимому указывали, что приблизительно при  $(-90^{\circ})$   $183^{\circ}$  теплоемкость алмаза становится равной почти нулю. Однако, по наблюденіямъ Дьюара она сохраняетъ измѣримую величину до  $(-220^{\circ})$   $53^{\circ}$ , хотя очень быстро уменьшается съ температурой. То же самое слѣдуетъ сказать и относительно льда.

### Теплоемкость.

	Отъ $18^{\circ}$ до $-78^{\circ}$ .	Отъ $-78^{\circ}$ до $-188^{\circ}$ .	Отъ $-188^{\circ}$ до $-252^{\circ}$
Алмазъ . . . . .	0,0794	0,0190	0,0043
Графитъ . . . . .	0,1341	0,0599	0,0133
Ледъ . . . . .	0,463	0,285	0,146

Судя по этимъ даннымъ, молекулярныя колебанія повидимому ослабываютъ тѣмъ больше, чѣмъ температура ближе къ абсолютному нулю, и при абсолютномъ нулѣ несомнѣнно прекращаются совсѣмъ.

При этой температурѣ металлы имѣютъ свою максимальную электропроводность, а неметаллическія вещества и электролиты — свою минимальную электропроводность.

„Мы получимъ отдаленное представленіе о перемѣнахъ, вызванныхъ охлажденіемъ, если вообразимъ, что молекулы металла имѣютъ видъ трубокъ съ широкими краями, которые скользятъ другъ по другу, такъ что жидкость, протекая черезъ рядъ этихъ трубокъ, сложенныхъ концами, встрѣчаетъ въ своемъ передвиженіи большія или меньшія препятствія вслѣдствіе колебаній смежныхъ концовъ трубокъ. По мѣрѣ пониженія температуры края все болѣе приближаются другъ къ другу до полного совпаденія. Тогда проводимость достигаетъ своего максимума, такъ какъ она зависитъ лишь отъ поперечнаго сѣченія трубокъ и тренія, и не уменьшается колебаніями трубокъ“.

### II. — Термометрія.

Термометры съ платиновымъ сопротивленіемъ оказали большія услуги при измѣреніи низкихъ температуръ, но при очень низкихъ температурахъ ими уже нельзя пользоваться, такъ какъ чувствительность ихъ чрезвычайно понижается: при очень низкихъ температурахъ коэффициентъ измѣненія сопротивленія платины сильно уменьшается.



Но газовые термометры при постоянномъ объемѣ позволяютъ доводить измѣренія почти до температуры кипѣнія газа, какъ при пользованіи простымъ газомъ, напримѣръ, гелиемъ, кислородомъ, водородомъ, такъ и при примѣненіи сложнаго газа, напримѣръ, угольнаго ангидрида. Достаточно, чтобы начальное давление газа было ниже атмосфернаго.

Определенная такимъ путемъ средняя величина температуры кипѣнія кислорода равна ( $-182^{\circ},5$  C.)  $90^{\circ},5$  абсолютной шкалы, а водорода ( $-252^{\circ},5$ )  $20^{\circ},5$  абсолютной шкалы. Для кислорода эта средняя величина согласуется съ средней величиной результатовъ измѣреній Врублевскаго, Ольшевскаго и др.

Температура плавленія водорода, измѣренная гелиевымъ термометромъ, равна  $15^{\circ}$  абсолютной шкалы.

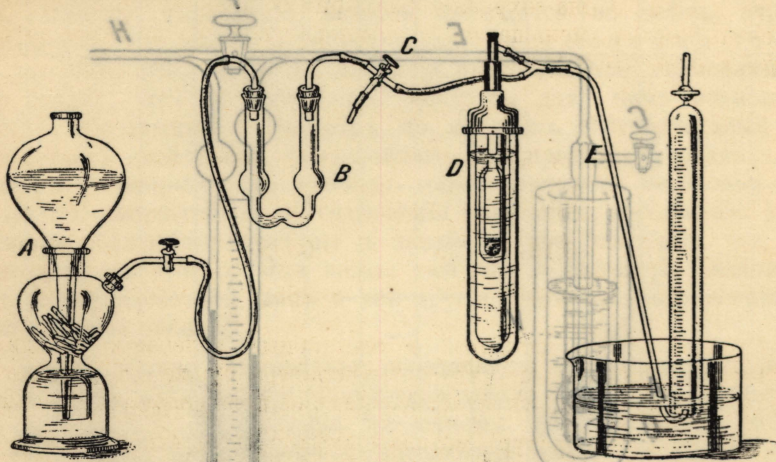


Рис. 2. — Калориметръ съ жидкимъ водородомъ.

A — генераторъ водорода для наполненія прибора; B — сушильникъ; C — кранъ съ тремя отверстіями; D — калориметръ; E — трубка для выхода водорода, испарившагося въ калориметръ.

Сравненіе большого числа термометровъ, основанныхъ на измѣненіи сопротивленія, привело къ заключенію, что при низкихъ температурахъ ихъ показанія сильно отличаются другъ отъ друга, и что вблизи температуры кипѣнія водорода съ помощью приборовъ этого рода невозможно получить сколько-нибудь точныхъ результатовъ. Отношеніе сопротивленія при этой температурѣ къ сопротивленію при  $0^{\circ}$  выражается слѣдующими дробями: для мѣди  $\frac{1}{105}$ , для золота  $\frac{1}{30}$ , для платины отъ  $\frac{1}{35}$  до  $\frac{1}{17}$  и для серебра  $\frac{1}{24}$ .

Сопротивленіе металла безъ примѣси повидимому постоянно убываетъ съ пониженіемъ температуры и въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ стремится къ определенному асимптотическому предѣлу. Наилучшія измѣренія даютъ золото и серебро.



Было бы чрезвычайно интересно подвергнуть такому же изучению металл, очищенный съ помощью всѣхъ средствъ, какими располагаетъ химія; но такой трудъ былъ бы не изъ легкихъ.

Дьюаръ воспользовался свойствами угля для построения газоваго термометра, который имѣетъ, между прочимъ, то преимущество, что чувствительность его повышается съ пониженіемъ температуры. Шаровидный сосудъ *A* (рис. 3) содержитъ уголь, насыщенный воздухомъ, водородомъ или гелиемъ подъ надлежащимъ давленіемъ. Въ *V* находится жидкій воздухъ или водородъ; пространство между *A* и *D* наполнено парами жидкости сосуда *V*. Бросая на сосудъ *A* слабый пучокъ лучей, мы замѣчаемъ чувствительное пониженіе манометра.

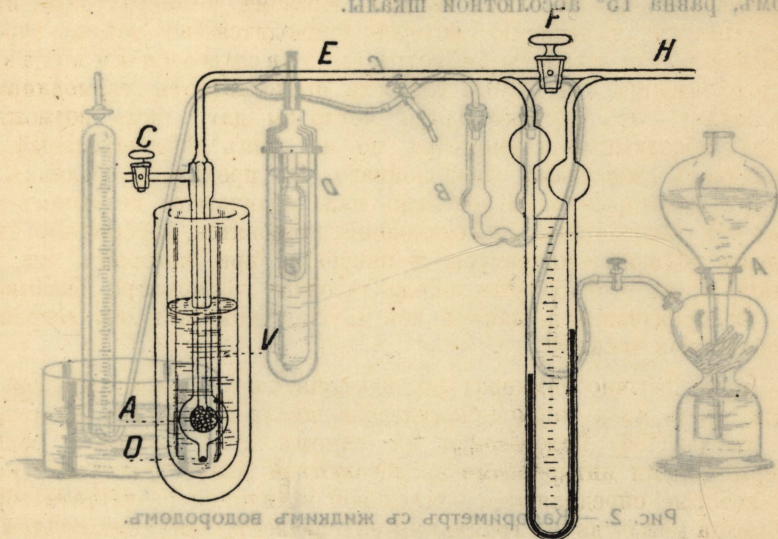


Рис. 3 — Газовый термометръ Дьюара.

*A* — шаровидный сосудъ съ углемъ, насыщеннымъ газомъ; *V* — жидкій водородъ или воздухъ; *E* — трубка, черезъ которую давленіе испарившагося газа сообщается манометру; *C* и *F* — краны.

Теплота, испускаемая радіемъ, можетъ быть измѣрена съ помощью калориметра съ жидкимъ кислородомъ или водородомъ.

Экранъ изъ свѣрнаго цинка, подобный экрану синтарископа Крукса, перестаетъ сверкать подъ дѣйствіемъ радіа, если онъ охлажденъ до температуры жидкаго воздуха. Если же мы охладимъ радій, помѣщая его такъ же, какъ и экранъ, въ пустоту, то сверканія будутъ столь же интенсивны, какъ и при обыкновенной температурѣ. Это лишній разъ доказываетъ, что фосфоресцирующія вещества теряютъ это свойство при очень низкихъ температурахъ, и что радій есть совершенно исключительное вещество.



### III. — Замѣчанія о вычисленіи температуры.

Температуры, приведенныя нами въ предыдущемъ изложеніи, мы выражали въ системѣ, которая не совсѣмъ правильно называется абсолютной.

Единственное теоретическое опредѣленіе температуры, которымъ мы обладаемъ, не зависящее отъ термометрическаго вещества, есть термодинамическое опредѣленіе. Какъ извѣстно, въ этой шкалѣ температурный интервалъ опредѣляется результатомъ обратимаго цикла превращеній, происходящаго между двумя температурами, ограничивающими данный интервалъ. На практикѣ невозможно измѣрять непосредственно опредѣленный такимъ образомъ температурный интервалъ. Простое вычисленіе, которое приводится во всѣхъ курсахъ, показываетъ, что шкала термометра съ совершеннымъ газомъ при постоянномъ объемѣ въ точности представляетъ термодинамическую шкалу. Это обстоятельство могло бы дать намъ возможность получить абсолютный термометръ, но ни одинъ дѣйствительный газъ не обладаетъ свойствами совершеннаго. Въ предѣлахъ среднихъ температуръ нѣкоторые газы довольно мало отличаются по своимъ свойствамъ отъ совершенныхъ, но отклоненія становятся, несомнѣнно, значительными вблизи температуры и давленія, при которыхъ эти газы сжижаются; въ этой области шкала газоваго термометра оказывается столь же произвольной, какъ и всѣ другія, такъ какъ она несоразнима съ абсолютной шкалой.

Далѣе, обычно температуры обозначаютъ въ арифметической прогрессіи, тогда какъ термодинамическая шкала пользуется геометрической прогрессіей. Естественно на самомъ дѣлѣ называть равными температурными интервалами въ абсолютной шкалѣ два такихъ интервала, которые опредѣляются одинаковой величиной результата обратимаго цикла между двумя границами интерваловъ. Замѣтимъ по этому поводу, что часто встрѣчающееся въ учебникахъ утвержденіе, что невозможно сложить двѣ температуры, не совсѣмъ точно. Это вѣрно въ томъ смыслѣ, что сумма двухъ чиселъ, посредствомъ которыхъ мы выражаемъ двѣ температуры, представляетъ температуру, которая не находится въ точномъ соотношеніи съ двумя другими. Но мы вполне можемъ представить себѣ сложеніе двухъ температурныхъ интерваловъ, имѣющихъ общую границу, промежуточную между двумя крайними границами. Такое сложеніе соотвѣтствуетъ соединенію двухъ тепловыхъ машинъ, когда холодъ одной является теплотой другой. Это физическое соединеніе двухъ интерваловъ выражается, однако, не алгебраическимъ сложеніемъ, а умноженіемъ чиселъ или сложеніемъ логарифмовъ, какъ въ случаѣ акустическихъ интерваловъ.

Если общая граница двухъ интерваловъ не есть промежуточная, то достаточно предположить, что одна машина работаетъ въ направленіи, противоположномъ другой.

Изъ указанной нами разницы въ обозначеніи температуръ слѣдуетъ, что градусъ стоградусной шкалы имѣетъ термодинамическое значеніе,



которое мѣняется въ зависимости отъ самой температуры. Если обозначимъ черезъ  $T$  абсолютную температуру по стогоградусной шкалѣ, то эта величина будетъ равна

$$\frac{T+1}{T} = 1 + \frac{1}{T};$$

съ уменьшеніемъ температуры  $T$  оно возрастаетъ, и при томъ чрезвычайно быстро.

Итакъ, температура ассимптотически стремится къ абсолютному нулю. Такимъ же образомъ, если числа ариметическаго ряда температуръ отнесены къ очень низкимъ температурамъ, то термодинамическіе интервалы остаются величинами одного и того же порядка. Одинъ и тотъ же интервалъ соотвѣтствуетъ промежутку между температурой плавленія и температурой кипѣнія водорода (отъ  $15^{\circ}$  до  $20^{\circ}$  абсолютной шкалы) и промежутку между температурами плавленія и кипѣнія воды ( $273^{\circ}$  и  $373^{\circ}$ ). Между температурами кипѣнія гелія и водорода термодинамическій интервалъ больше, чѣмъ между температурами кипѣнія воды и цинка.

Поэтому трудности, которыя приходится преодолѣть, чтобы спуститься на нѣсколько градусовъ ниже въ области низкихъ температуръ, быстро возрастаютъ. Имѣемъ ли мы шансы достигнуть абсолютнаго нуля? Чтобы быть въ состояніи отвѣтить на этотъ вопросъ, мы должны сперва знать, что слѣдуетъ понимать подъ абсолютнымъ нулемъ. Но въ настоящее время мы не имѣемъ никакого точнаго представленія о томъ физическомъ состояніи, которому мы даемъ это названіе.

Единственное рациональное пониманіе абсолютнаго нуля заключается въ томъ, чтобы разсматривать его, какъ точку, въ которой всѣ термометры согласовались бы другъ съ другомъ, и въ которой сходились бы всѣ термометрическія кривыя, построенныя по надлежащей шкалѣ; или, съ другой стороны, это точка, въ которой средняя температура системы, единственная, измѣряемая нами, была бы равна температурѣ каждой молекулы. Этотъ пунктъ еще представляетъ много трудностей.

Какъ бы то ни было, мы не будемъ отрицать интереса и важности сдѣланныхъ завоеваній и не откажемъ въ нашей признательности всѣмъ изслѣдователямъ, открывшимъ намъ своими теоретическими или опытными работами область, въ которую мы раньше едва дерзали заглядывать.



## Пуанкаре о космогонических Гипотезах.

### II. Бургантти.

Отъ Лапласа до Фай (Faÿ) великая проблема развитія солнечной системы мало изучалась. Въ знаменитой гипотезѣ Лапласа одни видѣли до казанную истину, другіе — прекрасную и гениальную мечту. Но послѣ успѣховъ астрономіи и небесной механики въ теченіе послѣднихъ лѣтъ многіе ученые снова подвергли этотъ вопросъ обсужденію, съ тѣмъ, чтобы дать космогоніи прочную научную основу.

Соединивъ въ одной книгѣ всѣ гипотезы и всѣ теоріи, которыя были предложены по этому поводу, и обсудивъ ихъ съ той ясностью и тѣмъ научнымъ остроуміемъ, которыя такъ свойственны ему, Пуанкаре совершилъ прекрасную и полезную работу.

Мы изложимъ здѣсь болѣе подробно содержаніе главъ, относящихся къ развитію солнечной системы, и нѣсколько короче коснемся другихъ, трактующихъ болѣе общіе или болѣе частные вопросы.

Гипотеза Лапласа, которой Пуанкаре все еще явно сочувствуетъ, подвергнута тщательному анализу во второй и третьей главахъ книги; первая посвящена теоріи Канта. Прежде всего, слѣдуя здѣсь анализу Роша (Roche), онъ обсуждаетъ поверхности уровня въ туманности Лапласа, рассматривая эту послѣднюю, какъ состоящую изъ центральнаго ядра, окруженнаго мощной атмосферой, масса которой чрезвычайно мала по сравненію съ ядромъ. Онъ находитъ, что свободная поверхность атмосферы должна была представлять поверхность, образованную вращеніемъ кривой, имѣющей двѣ двойныя точки на оси вращенія, а слѣдовательно — поверхность съ экваторомъ въ видѣ остраго ребра. Когда, благодаря сокращенію, угловая скорость увеличивалась и поверхности уровня — а въ частности и свободная поверхность атмосферы — сокращались, то слой вещества, оставагося въ излишкѣ, стекалъ отъ полюсовъ къ экватору, скоплялся тамъ вдоль ребра и, благодаря дѣйствію центральной силы, отрывался въ видѣ тонкихъ колецъ. Слѣдовательно, образованіе колецъ, какъ его представлялъ себѣ Лапласъ, вполнѣ возможно; но Пуанкаре доказываетъ нѣсколькими способами (воспроизводя, между прочимъ, анализъ Фуше (Fouché), что оно возможно только при предположеніи сильно сократившагося ядра, и онъ очень хорошо вскрываетъ тѣ термическія причины, которыя должны были дѣйствовать для того, чтобы произвести прерывный рядъ колецъ, слѣдующихъ одно за другимъ черезъ продолжительныя промежутки времени, и разстоянія которыхъ должны были возрастать, по извѣстному закону Бюде, въ арифметической прогрессіи.

Лапласъ представлялъ себѣ, что туманность и кольца находились въ равномерномъ вращательномъ движеніи, и треніе, по его мнѣнію, было достаточной причиной для объясненія равномерности. Пуанкаре задаетъ вопросъ, дѣйствительно ли треніе достаточно для того, чтобы произвести этотъ эффектъ. Вдохновляясь прекрасными изслѣдованіями Гельмгольца относительно циркуляціи земной атмосферы, онъ приходитъ къ выводу, что это возможно, но что дѣйствіе, оказываемое треніемъ, отличается чрезвычайною медленностью. Этотъ фактъ еще не таковъ, чтобы значительно ослабить теорію Лапласа;



Пуанкаре, во всякомъ случаѣ, изслѣдуетъ тѣ результаты, къ которымъ приводитъ предположеніе неравнобѣрнаго вращенія, и находитъ, что въ этомъ случаѣ кольца не образовались бы; отсюда онъ дѣлаетъ выводъ, что равнобѣрное вращеніе есть существенная предпосылка въ теоріи Лапласа.

Гипотеза Лапласа побѣдоносно выдерживаетъ эту математическую критику: въ ней, дѣйствительно, заключаются тѣ условія, которыя необходимы для появленія предполагаемыхъ явленій. Но тѣмъ не менѣе все еще остается очень серьезная трудность, а именно, нужно допустить, что въ развитіи солнечной системы природа дѣйствительно обнаружила ту чрезвычайную правильность, которую постулируетъ теорія Лапласа. Впрочемъ, изслѣдованіе Пуанкаре имѣетъ значеніе только въ предположеніи, что солнечная туманность по своей природѣ сравнима съ жидкостью; но очень многіе астрономы именно съ этимъ и несогласны.

Какъ бы то ни было, но, допустивши, что кольцо образовалось, Пуанкаре переходитъ къ изслѣдованію его устойчивости. Изложивши въ его основныхъ чертахъ изслѣдованіе Максвелла (Maxwell) относительно устойчивости колецъ Сатурна, согласно которому эти кольца не могутъ быть ни твердыми ни жидкими, но состоятъ изъ независимыхъ другъ отъ друга небольшихъ тѣлъ, авторъ показываетъ, что жидкія кольца Лапласа, въ принципѣ устойчивыя, стали неустойчивыми благодаря охлажденію и внутреннему тренію ихъ слоевъ. Они раздѣлились поэтому на многочисленныя массы, обращающіяся по орбитамъ, очень обличеннымъ одна съ другой. Благодаря различію въ угловыхъ скоростяхъ эти массы сталкивались другъ съ другомъ и сливались въ одну планетную массу. Но это не больше, чѣмъ простая догадка.

Какимъ образомъ случилось, что образовавшаяся такимъ образомъ планетная масса стала вращаться въ прямомъ направленіи? Извѣстно, что объясненіе, данное этому факту Лапласомъ, недостаточно. Опираясь на теорію Дарвина, Пуанкаре предлагаетъ другое объясненіе. Предположимъ, что встрѣчаются двѣ массы, принадлежащія одному кольцу. Та масса, которая движется по меньшей орбитѣ, нагонитъ другую, и, слѣдовательно, вращеніе всей массы будетъ сначала обратнымъ. Но солнечное притяженіе придастъ этой массѣ вытянутую форму, такъ что ея большая ось будетъ всегда обращена къ солнцу; въ результатѣ произойдутъ большіе приливы, и обусловленное ими треніе сдѣлаетъ періодъ вращенія равнымъ періоду обращенія. Начиная съ этого момента, движеніе становится прямымъ, и постоянное охлажденіе будетъ все больше увеличивать скорость вращенія.

Пуанкаре изслѣдуетъ, наконецъ, образованіе спутниковъ. Но Лапласу спутники должны были образоваться изъ планетныхъ туманностей такъ же, какъ эти послѣднія образовались изъ солнечной туманности. Но Пуанкаре вполне правильно замѣчаетъ, что условія, при которыхъ произошли эти два явленія, не были тождественны. Планетныя туманности деформировались дѣйствіемъ солнца, между тѣмъ какъ солнечная туманность, не подверженная дѣйствію внѣшнихъ силъ, могла сохранять свою форму относительнаго равновѣсія. Дѣйствіе солнца произвело приливы, которые сдѣлали періодъ вращенія равнымъ періоду обращенія. Въ этихъ условіяхъ никакія кольца не могли отдѣлиться отъ планетныхъ туманностей. Если мы вспомнимъ, что теперь у нѣкоторыхъ спутниковъ, а, можетъ быть, и у всѣхъ періодъ вращенія вполне



точно равенъ періоду обращенія, то мы увидимъ, что предыдущее замѣчаніе могло бы объяснить отсутствіе спутниковъ второго порядка (спутники спутниковъ) и, можетъ быть, также отсутствіе спутниковъ у Меркурія и, вѣроятно, у Венеры (если бы было доказано, что Венера всегда обращена къ солнцу одной и той же стороною). Но справедливость требуетъ замѣтить, что отсутствіе спутниковъ одинаково хорошо объясняется и другими теоріями. Какъ бы то ни было, но, чтобы основательно изслѣдовать вопросъ о спутникахъ, Пуанкаре (слѣдуя отчасти анализу Роша) рассматриваетъ двѣ гипотезы: 1) что планетныя туманности (въ то время, когда періодъ вращенія былъ равенъ періоду обращенія) были однородны, и 2) что онѣ имѣли уже въ это время сильно сгущенное ядро. По первой гипотезѣ, если принять въ расчетъ взаимное притяженіе частицъ, солнечное притяженіе и вращеніе, фигура равновѣсія туманности была бы эллипсоидомъ; по второй гипотезѣ туманность имѣла бы удлинненную форму и заканчивалась бы заостреніемъ (двѣ коническихъ вершины). Въ этомъ послѣднемъ случаѣ и только въ немъ одно вещество мало по малу отдѣлялось бы на вершинахъ во время сокращенія туманности, но не въ формѣ колецъ, какъ въ случаѣ солнечной туманности, а въ видѣ небольшихъ сферъ. Образование спутниковъ произошло бы въ этомъ случаѣ отъ соединенія этихъ небольшихъ сферическихъ массъ, послѣдовательно выдѣленныхъ планетной туманностью.

Очевидно, что такой взглядъ на образованіе спутниковъ мало убѣдителенъ и совершенно не объясняетъ тѣхъ различій и значительныхъ особенностей, которыя представляютъ отдѣльные спутники; мнѣ кажется поэтому, что эта критика наноситъ гипотезѣ Лапласа смертельный ударъ. Пуанкаре этого взгляда не раздѣляетъ, хотя онъ и признаетъ, что въ солнечной системѣ есть извѣстные факты, которымъ гипотеза Лапласа не даетъ никакого объясненія. Въ предисловіи къ своей книгѣ, которое, собственно говоря, является скорѣе заключеніемъ, онъ говоритъ: «Несмотря на всѣ возраженія, какія выдвигались противъ нея (гипотезы Лапласа), несмотря на всѣ позднѣйшія открытія астрономовъ, которыя сильно удивили бы Лапласа, она все еще удерживаетъ свое мѣсто и лучше всѣхъ другихъ объясняетъ многіе факты. . . . Время отъ времени въ старомъ зданіи появлялись трещины, но онѣ быстро задылавались, и зданіе не разрушалось».

Въ главѣ VI авторъ излагаетъ и обсуждаетъ гипотезу Фан. Фанъ былъ приведенъ къ необходимости видоизмѣнить гипотезу Лапласа тѣмъ фактомъ, что она не объясняетъ образованія системъ Урана и Нептуна, имѣющихъ обратное движеніе; и онъ полагалъ, что съ заполненіемъ этого пробѣла, не оставалось уже ни одного серьезнаго возраженія.

Солнечная туманность, выдѣлившись изъ всемірнаго хаоса, была сначала однородной и сферической и обладала медленнымъ вихревымъ движеніемъ. Всѣ частицы, обладавшія определенной скоростью въ главной плоскости вращенія, распредѣлялись подъ дѣйствіемъ тяготѣнія въ плоскія кольца, вращающіяся вокругъ центра. Другія частицы, имѣвшія большую или меньшую скорость, расположились по эллипсамъ, концентрическимъ съ кольцами. Тѣ матеріалы, которые обращались по очень эксцентричнымъ эллипсамъ, проходя вблизи отъ центра, гдѣ происходило сгущеніе, собирались въ одно центральное ядро, которому они и сообщали извѣстную скорость вращенія. До образованія центральнаго ядра тяготѣніе внутри туманности измѣнялось прямо пропорціонально



разстоянію отъ центра; когда образованіе его было уже закончено, тяготѣніе измѣнялось по закону Ньютона, а въ промежуточный періодъ времени по закону, представленному слѣдующимъ выраженіемъ:

$$Ar + \frac{B}{r^2} \quad (A \text{ и } B \text{ — переменныя, зависяція отъ времени}).$$

Кольца, образовавшіяся въ первый періодъ, когда тяготѣніе выражалось членомъ  $Ar$ , дали начало планетамъ съ прямымъ вращеніемъ; напротивъ, изъ тѣхъ, которыя возникали позже, образовались планеты съ обратнымъ движеніемъ. Въ такомъ случаѣ Уранъ и Нептунъ должны быть моложе остальныхъ планетъ, и всѣ планеты — старше солнца. Пуанкаре вполне справедливо замѣчаетъ, что трудно допустить гипотезу о большемъ возрастѣ земли по сравненію съ солнцемъ, такъ какъ въ такомъ случаѣ изученіе извѣстныхъ ископаемыхъ и термодинамическія теоріи относительно солнца привели бы къ выводу, что жизнь развилась на землѣ, прежде чѣмъ надъ нею заблестѣло солнце. Первоначально планеты двигались по круговой орбитѣ. Пуанкаре спрашиваетъ, могла ли эта форма сохраниться, несмотря на то, что тяготѣніе, по Фаи, измѣнялось съ временемъ. Вычисленіе дастъ утвердительный отвѣтъ.

Но этого еще недостаточно. Такъ какъ солнце еще только образовывалось, въ то время какъ планеты уже существовали, то, слѣдовательно, притягивающая центральная масса увеличивалась съ временемъ. Какое вліяніе могло оказать это увеличеніе на движеніе планетъ? Оно должно было уменьшить орбиты, не затрагивая ихъ почти круговой формы. Отсюда вытекаетъ, что планеты должны были образоваться на чрезвычайно большихъ разстояніяхъ отъ солнца. Пуанкаре вычисляетъ, что, напримѣръ, для Меркурія разстояніе, которое первоначально отдѣляло его отъ солнца, должно было быть не меньше нынѣшняго разстоянія Сатурна отъ солнца, предполагая, что солнечная туманность простиралась только до Нептуна. И это еще самое умѣренное предположеніе.

Въ общемъ, вполне признавая остроуміе гипотезы Фаи, Пуанкаре считаетъ ее менѣе способной объяснить всю совокупность явленій, наблюдающихся въ нашей солнечной системѣ, чѣмъ гипотезу Лапласа.

Глава V посвящена рассмотрѣнію гипотезы, предложенной полковникомъ Дю-Лигондесомъ (Du-Ligondès) въ его книгѣ: «Механическое образованіе міра» («Formation mécanique du monde»). По Дю-Лигондесу солнечная система не была первоначально однородной сферической туманностью, по своимъ свойствамъ аналогичной жидкостямъ, вращающейся вокругъ оси или одаренной вихревымъ движеніемъ; это было, скорѣе, скопленіе прерывной матеріи, частицы которой двигались по всѣмъ направленіямъ подъ дѣйствіемъ ньютоновскихъ силъ, не подчиняясь никакому специальному закону; «единственнымъ закономъ былъ законъ большихъ чиселъ», прибавляетъ Пуанкаре. Какимъ же образомъ изъ такого безпорядка возникло то гармоничное цѣлое, которому мы удивляемся теперь? Очень просто, отвѣчаетъ Дю-Лигондесъ: благодаря сгущеніямъ, произведеннымъ безчисленными столкновеніями частицъ.

Прежде всего, замѣчаетъ Пуанкаре, гипотеза Дю-Лигондеса не находится въ противорѣчій, подобно гипотезѣ Канта, съ принципомъ площадей, такъ какъ при случайномъ распредѣленіи скоростей частицъ было бы невѣроятно, чтобы результирующій моментъ количествъ движенія былъ равенъ нулю.



Отсюда вытекает, что должно было существовать преобладание вращения въ нѣкоторомъ опредѣленномъ направленіи и, слѣдовательно, преобладание частицъ, обращающихся въ этомъ направленіи, т. е. въ центральной плоскости, перпендикулярной къ оси вращения, и въ плоскостяхъ, параллельныхъ центральной. Чрезвычайно частыя столкновения должны были породить четыре основныхъ явленія: 1) сгущеніе туманности вокругъ центра, такъ какъ двѣ сливающіяся частицы теряютъ свою скорость и падаютъ по направленію къ центру; 2) сжатіе туманности, такъ какъ столкновения становятся болѣе часты въ меридіональныхъ плоскостяхъ, чѣмъ въ экваторіальной плоскости, имѣющей наибольшій моментъ, и въ плоскостяхъ, параллельныхъ ей, гдѣ движеніе уже нѣсколько ориентировано; 3) округленіе орбиты, такъ какъ частыя столкновения ведутъ къ такимъ же результатамъ, какъ и сопротивленіе среды; 4) другія сгущенія въ болѣе плотныхъ частяхъ туманности, изъ которыхъ впоследствии образовались планеты и спутники.

Для того, чтобы изслѣдовать этотъ вопросъ съ полной точностью, Пуанкаре производитъ подробное сравненіе кинетической теоріи газовъ и теорій Дю-Лигондеса, вскрывая существующія между ними сходства и различія. Онъ показываетъ, что на ряду съ столкновениями слѣдуетъ разсматривать также и полу-столкновения (сближеніе частицъ безъ дѣйствительнаго столкновения), которые, конечно, были гораздо болѣе многочисленны; и онъ доказываетъ, что если бы дѣйствіе послѣднихъ преобладало надъ дѣйствіемъ первыхъ, то явленія сгущенія и сжатія не имѣли бы мѣста.

Для того, чтобы объяснить прямыя и обратныя вращенія, Дю-Лигондесъ принимаетъ гипотезу Фаи. Въ общемъ объясненіи Дю-Лигондеса мало удовлетворяютъ Пуанкаре; и мы прибавимъ отъ себя, что вообще трудно понять, какимъ образомъ изъ первичнаго безпорядка могло произойти удивительно координированное цѣлое и произойти только благодаря столкновениямъ (силы тяготѣнія дѣйствовали равнымъ образомъ и въ періодъ хаоса). Идея хаоса ускользаетъ отъ всякаго научнаго анализа.

Механическое развитіе солнечной системы находитъ себѣ гораздо лучшее объясненіе въ теоріи американскаго астронома Си (See): «Космогоническая теорія захвата» («The capture theory of cosmical evolution»); Пуанкаре — именно въ шестой главѣ своей книги — излагаетъ и обоснуждаетъ лишь нѣкоторые пункты этой теоріи.

Если планеты теперь не встрѣчаютъ никакого сопротивленія своему движенію, то онѣ, навѣрное, должны были встрѣчать его прежде, когда вещество было еще болѣею частью разбѣяно въ пространствѣ, занятомъ солнечной системой. Въ чемъ состояло дѣйствіе, производимое присутствіемъ сопротивляющейся среды? Лапласъ впервые показалъ, что сопротивляющаяся среда, распределенная такъ, что ея плотность возрастаетъ къ центру сгущенія, уменьшаетъ и закругляетъ орбиты. Слѣдовательно, гипотеза Си очень хорошо объясняетъ одно изъ самыхъ важныхъ и самыхъ удивительныхъ явленій въ солнечной системѣ.

Пуанкаре приводитъ, равнымъ образомъ, объясненіе Си относительно спутниковъ, имѣющихъ обратное движеніе. Изслѣдованіе частныхъ случаевъ проблемы трехъ тѣлъ вскрываетъ существованіе орбитъ, имѣющихъ форму восьмерки; двигаясь по такой орбитѣ, небольшая масса обращается въ прямомъ направленіи



вокругъ солнца и въ обратномъ направленіи вокругъ планеты. Сопротивляющаяся среда, уменьшая орбиты, заставляетъ небольшую массу войти въ сферу дѣйствія планеты, гдѣ она и остается захваченной въ качествѣ спутника, сохраняя попрежнему свое обратное движеніе.

На этомъ и заканчивается изложеніе теоріи Си. Мы думаемъ, что въ книгѣ Си содержатся еще и другія точки зрѣнія и предположенія, вполнѣ заслуживающіе обсужденія. Вопросы, разобранные Пуанкаре, сами по себѣ еще недостаточны для того, чтобы дать точное представленіе о широкой и оригинальной теоріи Си.

Седьмая глава посвящена дѣликомъ теоріямъ, развитымъ Дж. Дарвиномъ и собраннымъ теперь во второмъ томѣ его сочиненій. По Дарвину въ развитіи солнечной системы преобладающая роль принадлежала приливамъ. Простое разсужденіе показывасть намъ, что треніе приливовъ, образующихся въ жидкой и обладающей вязкостью массѣ, благодаря притяженію, производимому другимъ тѣломъ, стремится все болѣе и болѣе замедлить вращеніе массы и удалить ее отъ тѣла, производящаго притяженіе. Такимъ именно образомъ въ системѣ земля — луна треніе приливовъ увеличило продолжительность дня и мѣсяца. Слѣдующіе отчасти математическому анализу Дарвина и отчасти классической теоріи океанскихъ приливовъ и пользуясь методомъ измѣненія постоянныхъ, Пуанкаре подвергаетъ этотъ вопросъ тщательному изслѣдованію. И онъ ведетъ это изслѣдованіе, предполагая сначала, что эксцентриситетъ лунной орбиты и наклонъ ея къ плоскости (земного) экватора равны нулю, а затѣмъ придаетъ эксцентриситету и наклону тѣ значенія, которыя они имѣютъ въ дѣйствительности. Онъ приходитъ къ выводу, уже отмѣченному Дарвиномъ, что треніе приливовъ можетъ сообщить орбитамъ извѣстный эксцентриситетъ и наклонъ. Но нужно принять во вниманіе еще и вѣковое охлажденіе земли, которое стремится укоротить продолжительность дня. Вычисленіе показывасть, что дѣйствіе внутреннихъ приливовъ беретъ верхъ надъ вѣковымъ охлажденіемъ, и потому продолжительность дня увеличивается.

Какъ луна дѣйствуетъ на землю, совершенно такъ же въ отдаленномъ прошломъ земля должна была въ свою очередь производить на лунѣ приливы, способные уменьшить скорость вращенія этой послѣдней. Если мы вспомнимъ, что дѣйствіе земли на луну должно было быть въ 32 000 разъ больше, чѣмъ дѣйствіе луны на землю, то намъ не покажется удивительнымъ, что оно могло въ концѣ концовъ остановить вращеніе луны относительно земли.

Пуанкаре разсматриваетъ, наконецъ, теоріи Дарвина относительно происхожденія нашего спутника. Теорія эта основана на изслѣдованіяхъ Дарвина и самого Пуанкаре относительно формъ равновѣсія вращающихся жидкихъ массъ.

Жидкая масса принимаетъ прежде всего форму эллипсоида Маклорена (Mac-Laurin). Затѣмъ, охлаждаясь, она теряетъ форму вращенія и медленно превращается въ эллипсоидъ Якоби (Jakobi), который въ свою очередь, въ нѣкоторый опредѣленный моментъ становится неустойчивымъ. Начиная съ этого момента масса теряетъ свою эллипсоидальную форму и становится похожей на перетянутую грушу. Перетяжка можетъ уменьшиться до разрыва. Въ этомъ случаѣ вся масса распадется на двѣ неравныя части. Луна могла про-



изойти изъ земли такимъ именно образомъ. Впослѣдствіи треніе приливовъ привело луну къ ея нынѣшнему состоянію, какъ мы говорили объ этомъ выше.

Двойныя звѣзды тоже могли возникнуть такимъ образомъ; но планеты не могли произойти изъ солнца, такъ какъ ихъ массы чрезвычайно малы по сравненію съ массой солнца.

Въ восьмой главѣ Пуанкаре разсматриваетъ основную проблему небесной термодинамики, а именно происхожденіе солнечной теплоты. Слѣдуя вычисленіямъ и разсужденіямъ лорда Кельвина (Kelvin), онъ обсуждаетъ послѣдовательно химическую гипотезу, метеорную гипотезу Майера (Mayer) и механическую теорію Гельмгольца (Helmholtz), принятую и развитую самимъ лордомъ Кельвиномъ. Эта послѣдняя теорія приводитъ къ заключенію, что возрастъ солнца, какъ лучеиспускающаго тѣла, не можетъ значительно превышать 50 милліоновъ лѣтъ. Пуанкаре разсматриваетъ затѣмъ удѣльную теплоемкость солнца и показываетъ, что при высокихъ давленіяхъ она можетъ достигнуть значительной величины; но если образованіе тепла происходитъ на счетъ энергіи тяготѣнія, то оно всегда остается ограниченными числами, данными Гельмгольцемъ. По мнѣнію геологовъ періодъ въ 50 милліоновъ лѣтъ слишкомъ малъ. Возрастъ земли, вычисленный лордомъ Кельвиномъ, приблизительно вдвое больше. Какъ согласить всѣ эти выводы? Пуанкаре, изслѣдовавши новые методы, предложенные Рудзкимъ (Rudzki), Жоли (Joly) и другими, и принимая во вниманіе, что открытіе радиоактивныхъ веществъ проливаетъ новый свѣтъ на вопросъ, приходитъ къ заключенію: «Одинъ фактъ, неизвѣстный Гельмгольцу, достаточенъ, чтобы его разсужденія потеряли доказательную силу; несомнѣнно, есть еще много другихъ источниковъ или запасовъ энергіи, которыхъ мы такъ же не подозреваемъ, какъ Гельмголецъ не подозревалъ радія».

Другія частныя космогоническія проблемы разсматриваются въ главахъ IX, X и XI; авторъ особенно останавливается на извѣстной теоріи Аррениуса (Arrhenius), основанной на давленіи свѣта.

Спеціальная глава, двѣнадцатая, посвящена Млечному Пути; Пуанкаре, приравнивая Млечный Путь къ газообразной массѣ, примѣняетъ къ нему кинетическую теорію газовъ. Подобно тому, какъ въ находящейся въ равновѣсіи газообразной массѣ давленіе и температура возрастаютъ отъ периферіи къ центру, точно такъ же и въ Млечномъ Пути собственныя скорости звѣздъ должны быть больше въ центральной области, гдѣ находится и наша солнечная система, чѣмъ въ периферическихъ областяхъ. Основывая на этомъ свои вычисленія, Пуанкаре приходитъ, предполагая, что Млечный Путь имѣетъ сферическую форму, къ числу звѣздъ того же порядка величины, что и число, выведенное изъ наблюденій. При другихъ предположеніяхъ, болѣе отвечающихъ дѣйствительности, приходимъ къ числу все того же порядка величины. Но тутъ есть одно затрудненіе. По принципамъ кинетической теоріи газовъ собственныя движенія звѣздъ должно бы быть распределены чисто случайно. Наблюденія же, напротивъ, привели Кантейна (Kantén) къ заключенію, что существуютъ два звѣздныхъ потока, и каждый изъ нихъ цѣликомъ имѣетъ определенное поступательное движеніе: отсюда можно сдѣлать выводъ, что Млечный Путь не достигъ еще того состоянія статическаго равновѣсія, при которомъ только и можно сравнивать его съ газообразной массой.



Въ послѣдней главѣ заключается изложеніе недавно появившейся теоріи Белло (Belot): «Опытъ вихревой космогоніи» («Essais de cosmogonie tourbillonnaire»). По теоріи Белло, туманность, имѣвшая форму и движеніе вихревой трубки, столкнулась съ другой, аморфной туманностью. Это столкновеніе породило продольное колебаніе вдоль трубки, которое благодаря отраженію произвело стоячую волну съ рядомъ равноотстоящихъ узловъ и вздутій. Изъ первоначальнаго вихря образовалось солнце, изъ вздутій — планеты. Изъ планетныхъ вихрей такимъ же образомъ произошли спутники. Изъ этой гипотезы Белло выводитъ законы для планетныхъ разстояній, угловъ наклона и періодовъ вращенія. Пуанкаре указываетъ, что Белло упустилъ изъ виду одинъ очень важный факторъ, а именно солнечное притяженіе, которое должно было имѣть преобладающее вліяніе съ того момента, какъ начало образованія солнца; поэтому его соображенія кажутся очень фантастическими, и они были бы гораздо ближе къ истинѣ, если бы Белло съ самаго начала принялъ во вниманіе притяженіе солнца. Въ всякомъ случаѣ, Пуанкаре по поводу этой гипотезы говоритъ, что «съ нею полезно познакомиться, такъ какъ со временемъ, быть можетъ, удастся найти въ ней интересныя истины».

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Фото-электрическій эффектъ въ парахъ.** Въ 1887 году Галльваксъ (Hallwachs) установилъ, что всякій проводникъ подъ вліяніемъ ультра-фіолетоваго свѣта теряетъ свой зарядъ, если онъ заряженъ отрицательно, и становится заряженнымъ положительно, если онъ не наэлектризованъ. Позднѣйшія изслѣдованія этого «фотоэлектрическаго эффекта» установили, что онъ заключается въ испусканіи проводникомъ электроновъ подъ вліяніемъ ультра-фіолетовыхъ лучей. Столѣтовымъ при этомъ было показано, что необходимымъ условіемъ для возникновенія фотоэлектрическаго эффекта является поглощеніе свѣта освѣщаемымъ проводникомъ. Далѣе выяснилось, что фото-электрическій эффектъ наблюдается не только въ проводникахъ, но и въ твердыхъ діэлектрикахъ, а также и въ жидкостяхъ.

Вопросъ о фотоэлектрическомъ эффектѣ въ газахъ до настоящаго времени остается не разрѣшеннымъ окончательно. Хотя многіе изслѣдователи наблюдали ионизацію газовъ подъ вліяніемъ ультра-фіолетоваго свѣта, но во всѣхъ случаяхъ она цѣликомъ или отчасти должна была зависѣть отъ фото-электрическаго эффекта на стѣнкахъ сосуда, заключаващаго газъ, на поверхностяхъ металлическихъ электродовъ (вводимыхъ для обнаруженія появляющихся зарядовъ) и на взвѣшенныхъ въ газъ твердыхъ пылинкахъ.

Въ цѣль разрѣшенія этого вопроса въ 1911 году въ лабораторіи проф. Дж. Дж. Томсона (J. J. Thomson) было произведено Гюгсомъ (Hughes) изслѣдованіе фотоэлектрическаго эффекта въ парахъ  $Zn(O_2H_5)_2$ . Такъ какъ цинкъ обладаетъ весьма сильнымъ фотоэлектрическимъ эффектомъ, то можно было предполагать, что соответственные свойства атомовъ цинка сохраняются и въ парахъ указаннаго его химическаго соединенія. Однако, результатъ изслѣдованія оказался отрицательнымъ.



Въ настоящее время опубликованы изслѣдованія въ этомъ направленіи, произведенныя также въ лабораторіи проф. Д. Ж. Томсона нашимъ соотечественникомъ С. В. Сѣрковымъ \*). Кромѣ воздуха, имъ было изслѣдовано большое число различныхъ паровъ — ацетона, бензола, пиридина, йодиста метила, сѣроуглерода, воды, анилина и нитробензола. Во всѣхъ случаяхъ, кромѣ одного, результаты получились отрицательные, не позволяющіе съ увѣренностью предполагать существованіе фотоэлектрическаго эффекта въ самыхъ парахъ. Единственнымъ исключеніемъ явились пары анилина: здѣсь обнаружилось съ несомнѣнностью существованіе фотоэлектрическаго эффекта въ самыхъ парахъ.

Изъ всѣхъ паровъ, изслѣдованныхъ С. В. Сѣрковымъ, лишь пары анилина являются проводникомъ тока въ ихъ естественномъ (не освѣщенномъ) состояніи, конечно, въ весьма незначительной степени. Это обстоятельство позволяетъ предполагать, что наличность фотоэлектрическаго эффекта въ парахъ и газахъ находится въ связи съ ихъ проводимостью. Съ этой точки зрѣнія фотоэлектрическій эффектъ вызываетъ лишь увеличеніе уже существовавшей проводимости. Чрезвычайно интересно, что поглощеніе ультра-фіолетовыхъ лучей не играетъ рѣшающей роли въ вопросѣ о наличности или отсутствіи фотоэлектрическаго эффекта въ парахъ. Пары нитробензола весьма сходны съ парами анилина по величинѣ поглощенія ультра-фіолетовыхъ лучей; однако, въ нихъ фотоэлектрическій эффектъ не обнаружился.

Въ изслѣдованіяхъ С. В. Сѣркова были приняты всѣ мѣры для исключенія возможнаго уменьшенія фотоэлектрическаго эффекта на твердыхъ тѣлахъ, упомянутыхъ выше. Опытнымъ путемъ была выработана оригинальная система электродовъ, дававшая возможность предохранить ихъ какъ отъ непосредственнаго освѣщенія ультра-фіолетовыми лучами, такъ и отъ паденія на нихъ лучей, отраженныхъ отъ стѣнокъ кварцеваго сосуда, заключаващаго въ себѣ эти электроды и наполняющагося изслѣдуемыми веществами. Одинъ электродъ представлялъ собою цилиндръ изъ платиновой жести, снаружѣ и внутри покрытый платиновой чернью. Въ нижней его части было сдѣлано отверстіе около 5 мм. діаметромъ, чрезъ которое проникали внутрь его ультра-фіолетовые лучи. Тамъ, въ сторонѣ отъ отверстія, помѣщался второй электродъ, представлявшій собою платиновую спираль; онъ соединялся съ электрометромъ. При такомъ устройствѣ на послѣдній электродъ совершенно не могли попадать лучи, отраженные отъ кварцевыхъ стѣнокъ сосуда. Отраженіе же отъ поверхности, покрытой платиновой чернью, было менѣе опасно въ виду гранулярнаго строенія ея, обусловливающаго диффузное отраженіе. Фотоэлектрическій эффектъ на самомъ спиральномъ электродѣ при освѣщеніи его случайными ультрафіолетовыми лучами долженъ былъ быть ничтожно малымъ по свойствамъ самой платины, а также въ виду особенно благоприятной для этого формы электрода. Электроду-цилиндру всегда сообщался положительный зарядъ, такъ какъ при этомъ фотоэлектрическій эффектъ на металлъ бываетъ особенно малъ. Всѣ вещества брались возможно болѣе чистыми, пары ихъ тщательно очищались отъ влаги и пыли.



## Отъ директора Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній.

1-го мая 1913 года истекаетъ срокъ представленія сочиненій на премию имени К. Д. Ушинскаго. Конкурсу подлежатъ сочиненія рукописныя и печатныя, вышедшія въ свѣтъ не ранѣе 1910 г., принадлежащія къ слѣдующимъ категоріямъ: 1) сочиненія по методикѣ предметовъ начальной народной школы и 2) сочиненія обще-педагогическаго характера: по исторіи народного образованія въ Россіи, по исторіи движенія педагогическихъ идей въ Россіи, по организациіи русской народной школы и т. п. Размѣръ премии 600 рублей. Рукописи и печатныя произведенія (послѣднія въ количествѣ 5 экземпляровъ) слѣдуетъ представлять въ Учебно-воспитательный Комитетъ Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній (С.-Петербургъ, Фонтанка, 10).

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 66** (6 сер.). Дана разностная прогрессія, въ которой первый членъ и разность суть числа взаимно простые. Найти въ этой прогрессіи такой членъ, который былъ бы числомъ взаимно простымъ съ нѣкоторымъ заданнымъ напередъ числомъ  $A$ .

Ю. Рабиновичъ (Казань).

**№ 67** (6 сер.). Рѣшить каждое изъ уравненій

$$x^4 - mx^3 + 2ax^2 + a^2 = 0, \quad x^4 + 2ax^2 - mx + a^2 = 0.$$

С. Адамовичъ (село Спасское).

**№ 68** (6 сер.). Доказать равенство

$$\frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (2n-1)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n+1)} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n) \cdot (2n+1) \cdot 2^n}.$$

(Займств.).



**№ 69** (6 сер.). Пусть  $ABC$  треугольник, углы которого удовлетворяют неравенствам  $A > B > C$ . Обозначая через  $a, a', \beta, \beta', \gamma, \gamma'$  внутренния и внешнія биссектрисы углов  $A, B, C$ , доказать тождество

$$(b+c) \frac{a}{a'} + (a+b) \frac{\gamma}{\gamma'} = (c+a) \frac{\beta}{\beta'}.$$

(Займств.)

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 6** (6 сер.). Вычислить часть поверхности шара, заключенную между двумя параллельными плоскостями и двумя перпендикулярными къ нимъ діаметральными плоскостями.

Пусть даны радіус шара  $R$ , разстояніе  $h$  между параллельными плоскостями и уголъ  $\alpha$  въ градусахъ между діаметральными плоскостями. Поверхность всего шарового пояса, заключеннаго между параллельными плоскостями, равна, какъ извѣстно,  $2\pi R h$ , а часть этой поверхности, содержащаяся между діаметральными плоскостями, измѣняется пропорціонально углу между ними. Такимъ образомъ, называя искомую поверхность черезъ  $\sigma$ , имѣемъ

$$\frac{\sigma}{2\pi R h} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ},$$

откуда

$$\sigma = \frac{\pi \alpha}{180} R h,$$

или, называя черезъ  $\varphi$  радіальную мѣру угла между діаметральными плоскостями,

$$\sigma = R h \varphi.$$

*В. Маргулисъ* (Одесса); *П. Тикуновъ* (Козловъ).

**№ 8** (6 сер.). Доказать, что изъ равенства

$$\frac{\sin^4 a}{a} + \frac{\cos^4 a}{b} = \frac{1}{a+b}$$

вытекаетъ соотношеніе

$$\frac{\sin^8 a}{a^3} + \frac{\cos^8 a}{b^3} = \frac{1}{(a+b)^3}.$$

Записавъ данное равенство въ видѣ

$$\frac{\sin^4 a}{a} + \frac{(1 - \sin^2 a)^2}{b} = \frac{(a+b) \sin^4 a}{ab} - \frac{2 \sin^2 a}{b} + \frac{a}{b(a+b)} = 0,$$

или

$$\frac{a}{b(a+b)} \left[ \frac{(a+b)^2 \sin^4 a}{a^2} - \frac{2(a+b) \sin^2 a}{a} + 1 \right] = 0,$$

раздѣлимъ обѣ части на  $\frac{a}{b(a+b)}$ ; тогда получимъ:

$$\left( \frac{a+b}{a} \right)^2 \cdot \sin^4 a - \frac{2(a+b)}{a} \sin^2 a + 1 = \left( \frac{a+b}{a} \sin^2 a - 1 \right)^2 = 0,$$



откуда

$$\sin^2 \alpha = \frac{a^2}{a^2 + b^2}, \quad \cos^2 \alpha = 1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\sin^4 \alpha = \frac{a^4}{(a^2 + b^2)^2}, \quad \cos^4 \alpha = \frac{b^4}{(a^2 + b^2)^2}$$

Слѣдовательно

$$\frac{\sin^4 \alpha}{a^2} + \frac{\cos^4 \alpha}{b^2} = \frac{a^4}{a^2(a^2 + b^2)^2} + \frac{b^4}{b^2(a^2 + b^2)^2} = \frac{a^2 + b^2}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{1}{(a^2 + b^2)}$$

М. Суворовъ (Арзамасъ); Н. Рубачевъ (Шуя); М. Рыбкинъ (Ейскъ).

№ 13. (6 сер.). Решить уравнение

$$x^4 - 2(2R + r)x^2 + (p^2 + 4Rr + r^2)x^2 - 2p^2rx + p^2r^2 = 0,$$

гдѣ  $p$ ,  $R$ ,  $r$  суть соответственно полупериметръ и радиусы круговъ описаннаго и вписаннаго въ некотораго треугольника.

Называя черезъ  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$  радиусы вневписанныхъ круговъ даннаго треугольника, находимъ:

$$\begin{aligned} r_a + r_b + r_c - r &= \frac{s}{p-a} + \frac{s}{p-b} + \frac{s}{p-c} - \frac{s}{p} = s \left( \frac{1}{p-a} - \frac{1}{p} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \right) = \\ &= s \left[ \frac{a}{p(p-a)} + \frac{2p-b-c}{(p-b)(p-c)} \right] = as \left[ \frac{1}{p(p-a)} + \frac{1}{(p-b)(p-c)} \right] = \\ &= as \frac{p^2 - p(b+c) + bc + p^2 - pa}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = as \frac{p^2 - p(2p-a) + bc - pa}{s^2} = \frac{abc}{s} = 4R. \end{aligned}$$

Итакъ,  $r_a + r_b + r_c - r = 4R$ , откуда

$$2(2R + r) = r_a + r_b + r_c + r. \quad (1)$$

Затѣмъ, составивъ сумму произведеній изъ величинъ  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$  по двѣ, получимъ:

$$\begin{aligned} r_a r_b + r_c + r_c r_a &= \frac{s^2}{(p-a)(p-b)} + \frac{s^2}{(p-b)(p-c)} + \frac{s^2}{(p-c)(p-a)} = \\ &= (p-a) + p(p-b) + p(p-c) = p(3p-a-b-c) = p^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Поэтому [см. (1)]

$$\begin{aligned} r r_a + r r_b + r r_c + r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a &= r(r_a + r_b + r_c) + p^2 = p^2 + r(4R + r) = \\ &= p^2 + 4Rr + r^2. \end{aligned}$$

Итакъ,

$$p^2 + 4Rr + r^2 = r r_a + r r_b + r r_c + r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a. \quad (3)$$

Для суммы произведеній по три изъ величинъ  $r$ ,  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$  находимъ [см. (2)] слѣдующее выраженіе:



$$r r_a r_b + r r_b r_c + r r_c r_a + r_a r_b r_c = r(r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a) + r_a r_b r_c = \left. \begin{aligned} &= r p^2 + \frac{s \cdot s \cdot s}{(p-a)(p-b)(p-c)} = p^2 r + \frac{s^3}{(p-a)(p-b)(p-c)} \cdot p r = 2 p^2 r. \end{aligned} \right\} (4)$$

Наконецъ,

$$r r_a r_b r_c = \frac{s}{p} \cdot \frac{s}{p-a} \cdot \frac{s}{p-b} \cdot \frac{s}{p-c} = \frac{s^4}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{s^4}{s^2} = s^2 = p^2 r^2. (5)$$

Принимая во вниманіе правило перемноженія двучленовъ вида  $x-a$ ,  $x-b$ ,  $x-\gamma$  и т. д. и тождества (1), (3), (4), (5), мы видимъ, что предложенное для рѣшенія уравненіе можно записать въ видѣ:

$$(x-r)(x-r_a)(x-r_b)(x-r_c) = 0,$$

откуда

$$x_1 = r, \quad x_2 = r_a, \quad x_3 = r_b, \quad x_4 = r_c,$$

гдѣ  $r$ ,  $r_a$ ,  $r_b$ ,  $r_c$  — радіусы круговъ вписаннаго и внѣвписанныхъ для даннаго треугольника.

Н. Рубчаевъ (Шуя); Н. С. (Одесса).

**№ 15** (6 сер.). Найдти необходимое и достаточное условіе для того, чтобы уравненіе

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

приводилось къ виду

$$(x^2 + m)(x + n) = 0$$

и указать простѣйшій способъ полученія корней такого уравненія.

Для того, чтобы выполнялось тождество

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x^2 + m)(x + n),$$

или, по раскрытіи скобокъ,

$$x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 + nx^2 + mx + mn,$$

необходимы и достаточны равенства

$$n = a, \quad m = b, \quad mn = c \quad (1)$$

коэффициентовъ при одинаковыхъ степеняхъ  $x$ . Изъ равенствъ (1) имѣемъ  $c = mn = ab$ . Итакъ для приведенія уравненія третьей степени къ разсматриваемому виду необходимо, чтобы коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  даннаго уравненія удовлетворяли тождеству

$$ab = c \quad (2)$$

Но это же условіе и достаточное. Дѣйствительно, при соблюденіи условія (2) данное уравненіе можно записать въ видѣ

$$x^3 + ax^2 + bx + ab = x^2(x+a) + b(x+a) = (x+a)(x^2+b) = 0,$$



Уравнение рассматриваемого типа распадается на два уравнения

$$(b) \quad x^2 + b = 0, \quad x + a = 0,$$

а потому корни его суть

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-b}, \quad x_3 = -a.$$

(d) *N. N.; Н. Несторовичъ (Вологда); Н. Кованько (Струнино).*

**№ 40** (6 сер). Найти углы треугольника ABC, зная, что они образуют арифметическую прогрессию и что наибольшая сторона его с вдвое больше наименьшей стороны  $a$ .

Углы  $A, B, C$  треугольника удовлетворяют по условию равенствам:

$$A + B + C = 180^\circ, \quad 2B = A + C,$$

так как  $A$  и  $C$  суть соответственно наименьший и наибольший углы. Таким образом  $B + 2B = 180^\circ$ , откуда  $B = 60^\circ$ . Далее, по условию,

$$\frac{c}{a} = 2 = \frac{\sin C}{\sin A},$$

откуда

$$\frac{2+1}{2-1} = \frac{\sin A + \sin C}{\sin A - \sin C} = \frac{\operatorname{tg} \frac{A+C}{2}}{\operatorname{tg} \frac{A-C}{2}} = \frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} \frac{A-C}{2}} = \frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{tg} \frac{A-C}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{A-C}{2}} = 3,$$

$$\operatorname{tg} \frac{A-C}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \operatorname{tg} 30^\circ,$$

т. е.  $\frac{A-C}{2} = 30^\circ$ , так как  $A$  и  $C$  углы треугольника. Итак,

$$A + C = 2B = 120^\circ, \quad A - C = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ,$$

откуда

$$A = 30^\circ, \quad C = 90^\circ.$$

Итак, искомый треугольник прямоугольный, с острыми углами в  $30^\circ$  и  $60^\circ$ .

*Н. Рождественский (Псков); М. Вайнберг (Одесса); Л. Марголин (Одесса); К. Силаунок; Н. Павлова (Петербург); И. Зюзин (Архангельск); К. Б. (Сердобск); П. Тихунов (Козлов).*

(1)

(2)

(3) *Вопросы и ответы по математике. Ответы на вопросы.*

$$0 = (b + x)(a + x) = (a + x)b + (a + x)x = ab + ax + bx + x^2.$$



## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

**Новыя идеи въ философіи.** Непериодическое изданіе, выходящее подъ редакціей Н. О. Лосскаго и Э. Л. Радлова. Сборникъ № 3. „Теорія познанія“. Стр. II+146. Ц. 80 коп. Сборникъ № 4. „Что такое психологія?“ Стр. 156. Ц. 80 к. Изданіе книгоизд. „Образованіе“.

**Р. Авенариусъ.** Философія, какъ мышленіе о мірѣ, согласно принципу наименьшей мѣры силы. Прологомены къ критикѣ чистаго опыта. Переводъ со втораго нѣм. изданія Г. А. Котляра. Изданіе книгоизд. „Образованіе“. СПб., 1913. Стр. 105+VI. Ц. 60 к.

**Л. А. Чугаевъ,** профессоръ С.-Петербургскаго Университета. *Пособія при изученіи химіи.* Выпускъ первый. *Периодическая система химическихъ элементовъ.* Изд. книгоизд. „Образованіе“. СПб., 1913. Стр. II+261. Ц. 1 р. 75 к.

**Д. К. Третьяковъ.** *Человѣкъ и животныя.* Учебникъ по курсу естествовѣдѣнія городскихъ по положенію 72-го года училищъ, женскихъ гимназій и кадетскихъ корпусовъ. Съ 405 рисунками въ текстѣ и одной цвѣтной таблицей. Изданіе книгоизд. „Образованіе“. СПб., 1912. Стр. 200. Ц. 90 коп.

**Н. А. Бухаловъ.** *Къ ученію о параллельныхъ линіяхъ.* Стр. 15. Казань, 1912.

**М. Попруженко.** *Матеріалы по методикѣ анализа безконечно малыхъ въ средней школѣ.* Изданіе редакціи „Педагогическаго Сборника“. СПб., 1912. Стр. X+91. Ц. 1 руб.

**М. Б. Кюрзенъ.** *Систематическій курсъ ариѳметики,* для среднихъ учебныхъ заведеній, мужскихъ и женскихъ. Изданіе четвертое, исправленное и дополненное, т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1913. Стр. 444. Ц. 80 коп.

**Н. М. Чиликинъ,** инж.-механикъ, преподаватель Комисаровскаго Техническаго училища. *Практическія занятія по механикѣ.* Механическая лабораторія среднихъ учебныхъ заведеній. Описаніе лабораторіи и программа работъ въ Комисаровскомъ Техническомъ училищѣ. Москва, 1902. Стр. 148+VII. Ц. 1 р. 60 к.

**Эдвинъ Эдсеръ.** *Общая физика.* Основныя свойства матеріи. Переводъ подъ редакціей заслуж. профессора Императорскаго С.-Петербургскаго Университета И. И. Боргмана. Изданіе книгоизд. „Естествоиспытатель“. СПб., 1913. Стр. XI+615. Ц. 3 р. 80 к.

**А. В. Цингеръ,** преподаватель Московскаго Коммерческаго Института. *Задачи и вопросы по физикѣ.* 4 таблицы и 180 рис. въ текстѣ; стр. 306. Ц. 1 р. 25 к.

**Анатолій Павловъ.** Ариѳметическое рѣшеніе рациональныхъ уравненій. 1 стр. in 4°. Тифлисъ, 1912.

**С. Berndt и С. Boldt.** *Практическія работы по физикѣ.* Съ 115 рис. въ текстѣ. Переводъ съ нѣмецкаго А. Н. Померанскій. СПб., 1913. Стр. VI+661. Ц. 3 руб. въ переплетѣ.

**С. И. Шохоръ-Троцкій.** *Геометрія на задачахъ* (Основной курсъ), Книга для учителей. 400 полнотипажей въ текстѣ. Изданіе 2-е, исправленное, т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1913. Стр. XXVII+435. Ц. 2 руб.



**М. Волковъ.** *Учение о вѣроятностяхъ.* СПб., 1913. Стр. VI + 206. Ц. 1 р. 50 к.

**Жюль Таннери,** профессор Парижскаго Университета, членъ французской Академіи Наукъ. *Курсъ теоретической и практической аримететики.* Переводъ съ послѣдняго французскаго изданія А. А. Котляревскаго подъ редакціей Д. Л. Волковскаго. Стр. XX + 672. Ц. 2 руб. 60 к.

**Д. Селивановъ.** *Основанія аримететики.* СПб., 1912. Стр. 50 + II. Ц. 50 к.

**И. Штёклинь.** *Методика аримететики.* Часть 2-я. 4, 5 и 6 школьные годы обученія. Для начальныхъ школъ, для низшихъ школъ и для среднихъ учебн. заведеній, мужскихъ и женскихъ. Переводъ съ послѣдн. нѣмецк. изданія А. Дольгова. Подъ редакціей и съ предисловіемъ Д. Л. Волковскаго. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Стр. VІІІ + 527. Ц. 1 р. 75 к.

**И. Штёклинь.** *Аримететическій задачникъ.* Вып. V. Счисленіе въ предѣлѣ чиселъ любой величины. Для 3-го года обученія въ начальной школѣ. Стр. 33. Ц. 10 к. Выпускъ VI. Для начальныхъ школъ повышеннаго типа, для 2-го класса мужскихъ и для 3-го класса женскихъ среднихъ учебныхъ заведеній. Стр. II + 32. Ц. 10 к. Переводъ съ послѣдняго нѣмецкаго изданія Д. Л. Волковскаго. Изд. т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1913.

**Германъ Ганкель,** д-ръ. *Теорія комплексныхъ числовыхъ системъ, преимущественно обыкновенныхъ мнимыхъ чиселъ и квартерніоновъ Гамильтона вмѣстѣ съ ихъ геометрическимъ толкованіемъ.* Переводъ съ нѣмецкаго студента Математическаго Кружка при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ подъ редакціей и съ добавленіями профессора Императорскаго Казанскаго Университета Н. Н. Парфентьева. Казань, 1912. Стр. XVI + 242 + III.

**В. К. Молчановъ,** преподаватель Челябинскаго реальнаго училища. *Ариметика* (теорія и практика). Полная программа курса приготовительнаго класса и курсы I, II и III классовъ среднихъ учебн. заведеній. 1-е изданіе. Уфа. Стр. 300. Ц. 1 р. 25 к.

**Окт. Вржесневскій.** *Борьба за 5-й постулатъ.* Факты, переписка и повторное доказательство („ядро“) въ болѣе точныхъ выраженіяхъ. Москва, 1912. Стр. 22. Ц. 30 коп.

„Временникъ“ Общества содѣйствія успѣхамъ опытныхъ наукъ и ихъ практическихъ примѣненій имени Х. С. Леденцова, состоящаго при Императорскомъ Московскомъ Университетѣ и Императорскомъ Московскомъ Техническомъ Училищѣ. 1910 г. — вып. 1 и 2 (жизнь Общества за 1909 г.), вып. 3 (жизнь Общества за 1910 г.); 1911 г. — вып. 1, 2, 3 (годъ II-й); 1912 г. — вып. 1, 2 (годъ III-й). Приложение № 1. *Матеріалы по технику.* Москва.

*Отчетъ и протоколы Физико-математическаго Общества при Императорскомъ Университетѣ Св. Владимира за 1911 г.* Стр. XX + 220. Кіевъ, 1902.

*Записки Математическаго Кружка при Оренбургскомъ Реальномъ Училищѣ.* № 7. Вторая половина 1911/12 учебнаго года. Оренбургъ, 1912. Стр. 56. Ц. 50 коп.

---

Редакторъ, приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Геряетъ.**

---

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.



Обложка  
щется



Обложка  
щется