

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 571.

Содержаніе: О максимальныхъ и минимальныхъ свойствахъ плоскихъ фигуръ. *Д. Крыжановскаго*. — Новая физика. *А. Риги*. (Окончаніе). — Новое перпетуумъ-мобиле. *Л. Видемана*. — Библиографія. III. Новости иностранной литературы. *В. Кагана*. — Научная хроника: Искусственный дневной свѣтъ. *М. Я.* — Эразмъ Корниліевичъ Шпачинскій. — Задачи. №№ 54—57 (6 сер.). — Рѣшеніе задачъ: №№ 22 и 24 (6 сер.). — Поправки. — Отъ Распорядительнаго Комитета XIII Съезда Русскихъ Естественныхъ Испытателей и Врачей. — Объявленія.

О максимальныхъ и минимальныхъ свойствахъ плоскихъ фигуръ.

Д. Крыжановскаго.

Какая изъ плоскихъ фигуръ, образованныхъ замкнутой линіей данной длины, имѣетъ наибольшую площадь? Какое изъ тѣлъ съ поверхностью данной величины имѣетъ наибольшій объемъ? Какую форму надо придать плоской фигурѣ, чтобы, при данной площади, ея периметръ былъ какъ можно меньше? Какой изъ треугольниковъ съ данной суммой сторонъ имѣетъ наибольшую площадь?

Подобные вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, связанныхъ съ геометрическими образами, должны были представляться уму человѣка уже въ глубокой древности — съ тѣхъ поръ, какъ онъ сталъ думать объ экономіи труда и матеріаловъ при самыхъ разнообразныхъ сооруженіяхъ. Дѣйствительно, развитіе техники и архитектуры направляется, главнымъ образомъ, вопросами наименьшей стоимости и наибольшей полезности ихъ произведеній, а послѣдніе вопросы въ огромномъ числѣ случаевъ тѣсно связаны съ максимальными и минимальными свойствами геометрическихъ образовъ.

Уже въ древней Греціи было извѣстно, что кругъ имѣетъ большую площадь, чѣмъ всѣ другія фигуры, имѣющія одинаковый съ нимъ периметръ, а шаръ имѣетъ наибольшій объемъ среди всѣхъ тѣлъ съ

тою же поверхностью; нѣкоторые ставятъ даже въ связь съ этими знаніями извѣстное изрѣченіе Пифагора: „прекраснѣйшее изъ тѣлъ есть шаръ, прекраснѣйшая изъ плоскихъ фигуръ — кругъ“. Позже вопросы этого рода должны были получить значительное развитие, такъ какъ уже въ началѣ второго вѣка до Р. Хр. греческій геометръ Зенодоръ (жившій послѣ Архимеда и Аполлонія) написалъ дѣльный трактатъ „О фигурахъ, имѣющихъ равную периферію“. Къ сожалѣнію, эта книга утеряна, но у Паппа и Θεона сохранилось 14 предложеній, заимствованныхъ изъ нея. Среди нихъ, кромѣ упомянутыхъ выше теоремъ о кругѣ и о шарѣ, имѣются между прочимъ слѣдующія теоремы: „при одинаковомъ числѣ сторонъ и равныхъ периметрахъ у правильнаго многоугольника площадь больше, чѣмъ у неправильнаго“; „изъ двухъ правильныхъ многоугольниковъ съ равными периметрами тотъ больше, у котораго больше сторонъ“; „изъ двухъ треугольниковъ съ общимъ основаніемъ и равными периметрами меньше тотъ, у котораго при основаніи имѣется наибольшій уголъ“.

Въ средніе вѣка никто не продолжалъ работъ Зенодора, и въ книгахъ того времени лишь иногда упоминаются нѣкоторые изъ его результатовъ, напримѣръ, у Θомы Брадвардина, архіепископа кентерберійскаго, въ *Geometria speculativa*. Лишь въ концѣ XVIII столѣтія Люилье (Lhuillier) серьезно занялся вопросами объ *extrema* (наибольшихъ и наименьшихъ) въ элементарной геометріи и подвинулъ его далеко впередъ въ сочиненіи, озаглавленномъ: „De relatione mutua capacitatis et terminorum geometricae considerata“ („Геометрическое изслѣдованіе вопроса о взаимномъ отношеніи между площадью и границами фигуръ“, Varsaviae 1782). Надо замѣтить, что къ этому времени главное орудіе математическаго анализа — дифференціальное и интегральное исчисленіе — было уже приспособлено къ рѣшенію вопросовъ о наименьшихъ и наибольшихъ значеніяхъ въ видѣ особой дисциплины, получившей названіе Варіаціоннаго Исчисленія. Въ виду успѣховъ, достигнутыхъ послѣднимъ, математики того времени окончательно забросили прежній, синтетическій, методъ ради новаго — аналитическаго. И вотъ Люилье выступилъ въ защиту синтетическаго метода, доходя въ своемъ увлеченіи послѣднимъ даже до утвержденія, будто многія теоремы вообще не могутъ быть доказаны съ помощью дифференціального исчисленія. Но позднѣйшіе геометры воспользовались, къ сожалѣнію, только результатами Люилье, предпочитая провѣрять и доказывать ихъ путемъ вычисленія. Такое тяготѣніе къ аналитическимъ методамъ въ исторіи новой математики можно, повидимому, объяснить тѣмъ, что Анализъ даетъ часто готовыя формы для рѣшенія обширныхъ группъ задачъ и такимъ образомъ до извѣстной степени позволяетъ механизировать процессъ рѣшенія проблемъ, тогда какъ методы синтетическіе большею частью даютъ только самый методъ или общую руководящую идею, а изслѣдованіе отдѣльныхъ проблемъ съ ихъ помощью требуетъ извѣстной степени математической изобрѣтательности. Неудивительно поэтому, если методы Анализа легче прививаются и вытѣсняють методы синтетическіе.

Лишь полвѣка спустя послѣ работъ Люиле явился гениальный защитникъ и продолжатель его идей — нѣмецкій геометръ Якобъ Штейнеръ (Steiner^{*)}). Штейнеръ нѣсколько разъ читалъ въ Берлинскомъ университетѣ курсъ, посвященный „максимальнымъ и минимальнымъ свойствамъ фигуръ въ плоскости, на сферѣ и въ пространствѣ“, а въ 1841 году представилъ Парижской Академіи два мемуара подъ тѣмъ же заглавіемъ^{**)}). Не поддерживая непримиримой позиціи Люиле, Штейнеръ считаетъ, что въ столь трудныхъ вопросахъ вообще необходимо сотрудничество обоихъ методовъ. Но синтетическій методъ представляется Штейнеру наиболѣе пригоднымъ для установленія такихъ основныхъ положеній, которыя вскрывали бы „истинную, природу или дѣйствительную причину“ максимальныхъ и минимальныхъ свойствъ и изъ которыхъ легко вытекала бы система дальнѣйшихъ предложеній. Поэтому въ названныхъ мемуарахъ Штейнеръ пользуется исключительно синтетическими методами, предоставляя Анализу способствовать дальнѣйшему развитію заложенныхъ такимъ образомъ основъ.

Мемуары Штейнера, несмотря на всю ихъ гениальность, не оказали значительнаго вліянія на направление работъ позднѣйшихъ математиковъ въ разсматриваемой области. Немногочисленные работы, написанныя въ духѣ мемуаровъ Штейнера, направлены главнымъ образомъ къ достиженію логической полноты въ доказательствахъ „главной“ теоремы Штейнера; такъ самъ Штейнеръ называетъ упомянутую выше теорему о томъ, что кругъ есть наибольшая изъ плоскихъ фигуръ съ даннымъ периметромъ. Наименованіе этой теоремы „главной“ (Hauptsatz) объясняется тѣмъ, что въ системѣ теоремъ Штейнера это предложеніе является источникомъ всѣхъ дальнѣйшихъ теоремъ.

Въ чемъ же заключается логическая неполнота Штейнеровыхъ доказательствъ, — онъ далъ ихъ нѣсколько, — этой теоремы? Общій вѣтъ этимъ доказательствамъ ходъ мыслей состоитъ въ слѣдующемъ. Если нѣкоторую фигуру A можно измѣнить такимъ образомъ, что новая фигура B — при одинаковомъ съ A периметрѣ — будетъ имѣть большую площадь, чѣмъ A , то ясно, что A не представляетъ наибольшей изъ фигуръ съ даннымъ периметромъ. Далѣе Штейнеръ показываетъ, что такое увеличеніе площади при сохраненіи периметра дѣйствительно можно осуществить для всякой фигуры, отличной отъ круга. Слѣдовательно, заключаетъ отсюда Штейнеръ, кругъ и есть искомая максимальная изопериметрическая фигура. Такъ ли это? Изъ указанныхъ данныхъ слѣдуетъ прежде всего, что ни одна фигура, отличная отъ круга, не есть максимальная фигура

*) Биографія Штейнера приложена къ русскому переводу его книги: „Геометрическія построенія, выполняемыя посредствомъ прямой линіи и круга...“ (Харьковская Математическая Библіотека, № 1, Харьковъ 1910).

**) Помѣщены въ „Journal für reine und angewandte Mathematik“ (Crelle's Journal) за 1842 г. и въ собраніи сочиненій Штейнера (Werke, Bd. II, Berlin 1882).

при данномъ периметрѣ. Значить ли это, что кругъ и есть именно такая максимальная фигура? — Да, если такая фигура вообще существуетъ! Но вотъ это именно „если“ для Штейнера замѣнялось интуитивной увѣренностью въ существованіи хоть одной фигуры съ наибольшей площадью*). Впрочемъ, формально Штейнеръ оправдываетъ эту увѣренность тѣмъ соображеніемъ, что фигуры съ даннымъ периметромъ не могутъ имѣть сколь угодно большой площади, такъ какъ всякую такую фигуру можно помѣстить цѣликомъ внутри круга съ діаметромъ, равнымъ данному периметру.

Но въ дѣйствительности изъ того обстоятельства, что ни одна величина нѣкоторой совокупности (въ данномъ случаѣ совокупности площадей изопериметрическихъ фигуръ) не превосходитъ определенной величины L , отнюдь не слѣдуетъ, что среди этихъ величинъ есть наибольшая. Такъ, напримѣръ, всѣ конечныя десятичныя дроби съ нулевой цѣлой частью меньше 1, но тѣмъ не менѣе среди нихъ нѣтъ наибольшей, ибо всякую такую дробь можно увеличить (напримѣръ, прибавивъ къ ней еще одинъ значущій десятичный знакъ), при чемъ новая дробь будетъ принадлежать къ той же совокупности. Точно такъ же, если всѣ величины какой нибудь совокупности больше нѣкоторой величины, то среди нихъ можетъ не быть наименьшей величины. Ф. Клейнъ далъ слѣдующій геометрическій примѣръ этого случая. Представимъ себѣ всевозможныя линіи, соединяющія концы

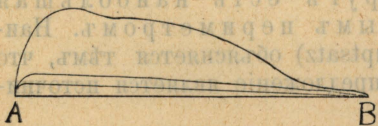


Рис. 1.

съ этимъ отрезкомъ въ одномъ изъ его концовъ, напримѣръ, A . Очевидно, всѣ эти линіи длиннѣе отрезка AB , но среди нихъ нѣтъ самой короткой, ибо, какъ бы мало ни отличалась длина какой нибудь такой линіи отъ длины AB , всегда найдется линія еще меньшей длины и удовлетворяющая указаннымъ требованіямъ. Но вотъ примѣръ, совершенно аналогичный тому случаю, который разсматриваетъ Штейнеръ**). Требуется найти наименьшую изъ всѣхъ площадей, которыя настолько велики, что ихъ нельзя заключить внутри какой либо кривой данной длины p . Конечно, всѣ такія площади больше нѣкоторой величины, отличной отъ нуля, напримѣръ, больше площади круга съ окружностью длины p . Предположимъ, что искомая наименьшая площадь S существуетъ. Въ такомъ случаѣ среди площадей, которыя можно заключить внутри какой либо кривой длины p , нѣтъ наибольшей, ибо всякую площадь, меньшую чѣмъ S , можно заключить внутри такой

*) Если относительно всѣхъ элементовъ класса C , кромѣ элемента e , извѣстно, что они не обладаютъ нѣкоторымъ свойствомъ a , то отсюда еще не слѣдуетъ, что элементъ e этимъ свойствомъ обладаетъ. Последнее будетъ вѣрно, если извѣстно, кромѣ того, что хоть одинъ изъ элементовъ класса C обладаетъ свойствомъ a .

**) Этотъ примѣръ я заимствую изъ рѣчи О. Перрона, переводъ которой помѣщенъ въ № 547 „Вѣстника“ („Истина и заблужденіе въ математикѣ“).

кривой, а самую площадь S заключить нельзя. Итакъ, если первая проблема допускаетъ рѣшеніе, то вторая задача, т. е. задача Штейнера, не имѣетъ рѣшенія — и наоборотъ. Но вѣдь а priori нѣтъ никакихъ основаній рѣшать вопросъ о существованіи рѣшенія въ пользу той, а не другой проблемы.

Итакъ, для полной доказательности разсужденій Штейнера недостаетъ доказательства существованія искомой максимальной фигуры. Но вмѣсто того, чтобы расчлѣнять доказательство теоремы о кругѣ на такія двѣ части: 1° искомой фигурой можетъ быть только кругъ, 2° искомая фигура существуетъ, — можно пытаться доказать непосредственно, что кругъ больше всякой другой фигуры того же периметра. Во всѣхъ извѣстныхъ мнѣ работахъ, направленныхъ къ исполненію доказательства Штейнера, избранъ именно этотъ послѣдній путь.

Позже я вернусь къ этимъ доказательствамъ существованія (Existenzbeweisen), теперь же перейду къ выводу нѣкоторыхъ простѣйшихъ максимальныхъ свойствъ плоскихъ фигуръ, пользуясь методами Штейнера. Въ своихъ двухъ мемуарахъ Штейнеръ даетъ 5 различныхъ методовъ или способовъ доказательства (Beweisarten). Каждый изъ нихъ позволяетъ доказать „главную“ теорему о кругѣ (см. выше) и оказывается особенно пригоднымъ для рѣшенія особой группы задачъ, отчасти основанныхъ на этой теоремѣ. Первый изъ этихъ пяти методовъ самъ Штейнеръ считаетъ наиболѣе универсальнымъ и посвящаетъ его развитію весь первый мемуаръ. За недостаткомъ мѣста, мнѣ приходится ограничиться изложеніемъ этого перваго метода. Впрочемъ, приводимое ниже строгое доказательство теоремы о кругѣ, принадлежащее Эдлеру, познакомитъ читателя также съ сущностью пятаго метода Штейнера.

Переходя къ характеристикѣ перваго метода Штейнера я долженъ сперва сдѣлать нѣсколько общихъ замѣчаній относительно тѣхъ условій, которымъ должна удовлетворять фигура, имѣющая наибольшую площадь при данномъ периметрѣ p (если таковая существуетъ!).

Прежде всего такая максимальная фигура должна быть выпуклой; другими словами, всякая хорда такой фигуры должна цѣликомъ лежать внутри ея. Дѣйствительно, пусть нѣкоторая фигура $AaBC$ (рис. 2) содержитъ внѣшнюю хорду AB . Замѣнимъ стягиваемую ею дугу a дугой β , симметричной съ a относительно хорды AB . Получимъ новую фигуру $A\beta BC$ съ прежнимъ

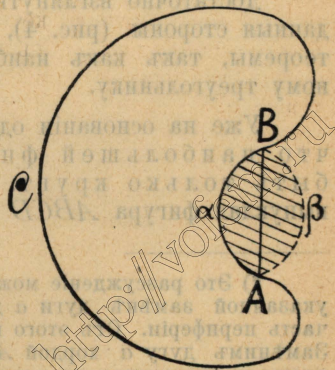


Рис. 2.

периметромъ, ибо длина дуги β равна длинѣ дуги α ; но площадь новой фигуры больше площади первой фигуры на величину заштрихованной части $AaB\beta$. Слѣдовательно, фигура $AaBC$ съ внѣшней хордой не можетъ быть максимальной по сравненію съ прочими фигурами того же периметра*).

Второе замѣчательное свойство максимальныхъ фигуръ съ даннымъ периметромъ p заключается въ томъ, что всякая хорда AC , дѣлящая пополамъ периметръ максимальной фигуры $ABCD$, дѣлитъ пополамъ и ея площадь (рис. 3). Въ самомъ дѣлѣ, предположимъ, что площадь P больше площади Q . Образуемъ новую фигуру, замѣнивъ линію ADC линіей AEC , симметричной съ ABC относительно хорды AC . Новая фигура $ABCE$, имѣя прежній периметръ p , больше фигуры $ABCD$, такъ какъ первая равновелика $2P$, а послѣдняя равна $P + Q$ и $P > Q$. Но это невозможно, если фигура $ABCD$ дѣйствительно максимальная фигура.

Первый методъ Штейнера основанъ на примѣненіи слѣдующихъ двухъ теоремъ, которые Штейнеръ называетъ „основными“.

I. Изъ всѣхъ треугольниковъ съ двумя данными сторонами наибольшую площадь имѣетъ тотъ, у котораго эти двѣ стороны взаимно перпендикулярны.

Достаточно взглянуть на прилагаемый чертежъ, гдѣ AB и AC — данные стороны (рис. 4), чтобы убѣдиться въ справедливости этой теоремы, такъ какъ наибольшая высота принадлежитъ прямоугольному треугольнику.

Уже на основаніи одной этой теоремы Штейнеръ доказываетъ, что наибольшей фигурой съ периметромъ p можетъ быть только кругъ. Въ самомъ дѣлѣ, пусть дана какая-нибудь выпуклая фигура $ABCD$ (рис. 5), отличная отъ круга (невыпуклая

*) Это разсужденіе можетъ вызвать сомнѣнія въ томъ смыслѣ, что при указанной замѣнѣ дуги α дугой β послѣдняя можетъ пересѣчь остальную часть периферіи. Отъ этого недостатка свободно слѣдующее доказательство. Замѣнимъ дугу α хордой AB . Периметръ при этой замѣнѣ уменьшится, а площадь увеличится на часть AaB . Построимъ теперь фигуру, подобную этой преобразованной фигурѣ, но съ периметромъ равнымъ периметру первоначальной фигуры $AaBC$. У новой фигуры площадь будетъ, очевидно, больше, чѣмъ у второй и, а fortiori, больше, чѣмъ у первоначальной.

фигура не можетъ быть наибольшей, какъ мы видѣли выше). Раздѣлимъ периметръ ея пополамъ какой нибудь хордой AC . Если части фигуры P и Q не равновелики, то, какъ мы видѣли только что, фигура $ABCD$ не можетъ быть максимальной. Предположимъ, поэтому, что P и Q равновелики. Такъ какъ вся фигура не есть кругъ, то хоть одна изъ ея половинъ, напримѣръ P , отлична отъ полукруга. Если наша фигура не симметрична относительно AC , то замѣнимъ часть периметра ADC кривой AEC , симметричной съ ABC относительно оси AC ; при этой

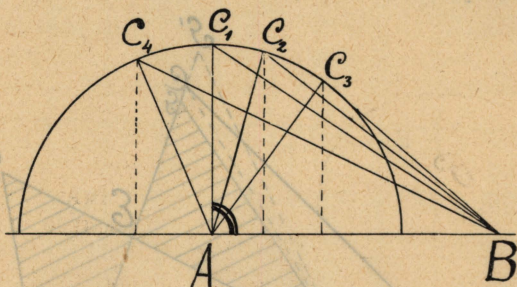


Рис. 4.

замѣнѣ периметръ и площадь всей фигуры останутся прежніе. Такъ какъ дуга ABC не есть полуокружность, то на ней имѣются такіе точки, изъ которыхъ отрезокъ AC виденъ не подъ прямымъ угломъ. Пусть B — подобная точка, а E — точка ей симметричная, принадлежащая дугѣ AEB , такъ что углы ABC и AEC отличны отъ прямого.

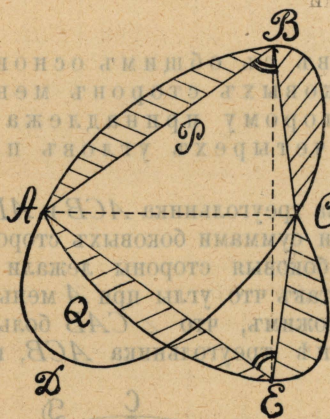


Рис. 5.

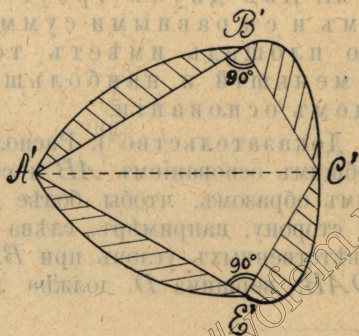


Рис. 6.

Сдвигая или раздвигая стороны AB , BC и AE , EC такъ, чтобы углы при B и E стали прямыми, превратимъ равные треугольники ABC и AEC въ равные же прямоугольные треугольники $A'B'C'$ и $A'E'C'$ и сложимъ ихъ вмѣстѣ гипотенузами (рис. 6). Къ катетамъ $A'B'$ и т. д. приложимъ прежніе сегменты, заштрихованные на чертежахъ. Полу-

чается новая фигура $A'B'C'E'$ съ прежнимъ периметромъ, ибо дуга $A'B' = AB$ и т. д., но съ большей площадью, такъ какъ, по первой основной теоремѣ, $\triangle A'B'C' > \triangle ABC$ и $\triangle A'E'C' > \triangle AEC$.

Итакъ, фигура $ABCD$ не можетъ быть максимальной, если она отлична отъ круга. Штейнеръ заключаетъ отсюда, что кругъ и есть максимальная фигура. Выше я указалъ на логическую несостоятельность такого вывода; примемъ, поэтому, пока это утверждение на вѣру, съ тѣмъ, чтобы позже вернуться къ его строгому доказательству.

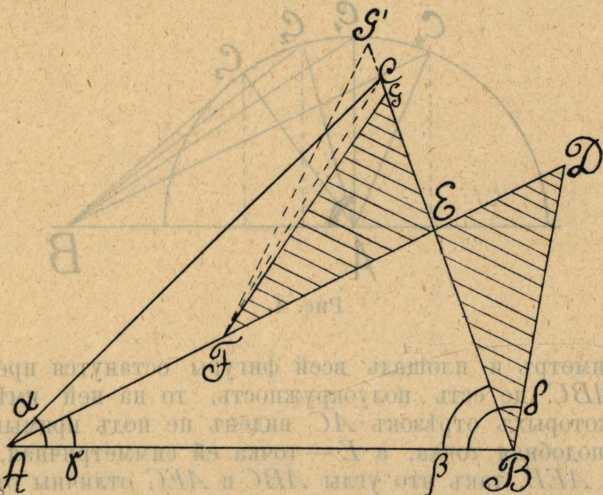


Рис. 7.

II. Изъ двухъ треугольниковъ съ общимъ основаніемъ и съ равными суммами боковыхъ сторонъ меньшую площадь имѣетъ тотъ, которому принадлежать наименьшій и наибольшій изъ четырехъ угловъ при общемъ основаніи.

Доказательство*). Расположимъ два треугольника ACB и ADB съ общимъ основаніемъ AB и съ равными суммами боковыхъ сторонъ такимъ образомъ, чтобы болѣе длинныя боковыя стороны лежали по одну сторону, наприимѣръ, слѣва (рис. 7), такъ что углы при A меньше соотвѣтственныхъ угловъ при B . Предположимъ, что $\angle CAB$ больше $\angle DAB$; вершина D должна лежать внѣ треугольника ACB , ибо

*) Проще всего доказывается эта теорема, если воспользоваться основнымъ свойствомъ эллипса. Дѣйствительно, если общее основаніе AB взять за линію фокусовъ, то вершины C, D, E, \dots треугольниковъ съ постоянной суммой боковыхъ сторонъ будутъ лежать на эллипсѣ, и высоты будутъ убывать по мѣрѣ увеличенія большаго изъ угловъ при основаніи (рис. 7а).

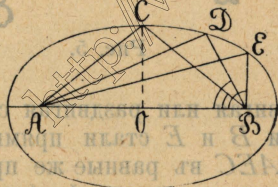


Рис. 7а.

иначе ломанная ACB была бы длиннее ломанной ADB , вопреки предположению о равенствѣ суммъ боковыхъ сторонъ; поэтому $\angle CBA$ меньше $\angle DBA$. Итакъ, $\delta > \beta > \alpha > \gamma$ (см. рис. 7), такъ что углы δ и γ представляютъ наибольшій и наименьшій изъ четырехъ угловъ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ при общемъ основаніи и оба они принадлежать одному и тому же треугольнику ADB . Покажемъ, что площадь этого треугольника меньше площади другого треугольника ACB .

Такъ какъ $\gamma < \beta$, то $BE < AE$. Поэтому, если отложить вдоль EA отрѣзокъ $EF = EB$, то точка F упадетъ между A и E . Отложимъ, далѣе, вдоль EC отрѣзокъ $EG = ED$. Точка G должна упасть между E и C . Дѣйствительно, если бы G совпала съ C , то треугольники CEF и EDB были бы равны, такъ что CF равнялось бы DB . Но по условію,

$$AC + CB = AD + DB$$

или

$$AC + CE + EB = AF + FE + ED + DB;$$

отсюда находимъ, въ силу равенствъ:

$$CE = ED, \quad EB = EF,$$

что

$$AC = AF + DB = AF + FC,$$

что невозможно.

Если бы точка G' , для которой $EG' = ED$, упала на продолженіи EC , по ту сторону точки C , то аналогичное разсужденіе привело бы къ тому абсурдному результату, что прямая AC равна ломанной $AFG'C$.

Такъ какъ $\triangle EDB = \triangle EFG$, то площадь $\triangle ADB$ равна суммѣ площадей треугольниковъ AEB и EFG , составляющихъ только часть треугольника ACB . Слѣдовательно,

$$\triangle ADB < \triangle ACB, \quad \text{ч. и т. д.}$$

Такъ какъ при сравненіи равнобедреннаго треугольника со всякимъ другимъ треугольникомъ (съ равными основаніемъ и периметромъ) всегда оказывается, что наименьшій и наибольшій углы при основаніи принадлежать неравнобедренному треугольнику, то изъ доказанной теоремы слѣдуетъ, что площадь равнобедреннаго треугольника больше площади всякаго другого треугольника съ тѣмъ же основаніемъ и съ той же суммой боковыхъ сторонъ*).

*) Эта теорема о равнобедренномъ треугольникѣ и ея примѣненіе встречаются и раньше работъ Штейнера, напримѣръ, въ „Геометріи“ Лежандра, гдѣ вопросамъ о максимальныхъ и минимальныхъ свойствахъ многоугольниковъ посвящено специальное приложение къ IV книгѣ. Въ прежнихъ русскихъ учебникахъ геометріи также можно найти соответственные теоремы объ изопериметрахъ, напримѣръ, въ курсѣ геометріи Бобылье (1863), переведенномъ съ французскаго. Къ сожалѣнію, въ позднѣйшихъ курсахъ геометріи эти интересные вопросы совершенно опущены.

Доказанныя двѣ „основныя“ теоремы составляютъ, какъ я ска- залъ, основу перваго метода Штейнера. Изъ нѣсколькихъ десят- ковъ свойствъ плоскихъ фигуръ, которыя Штейнеръ доказываетъ, пользуясь этимъ методомъ, я приведу только нѣсколько наиболее ха- рактерныхъ, присоединивъ къ нимъ теоремы о квадратахъ и многоуголь- ники, доказываемыя по тому же методу.

Теорема. Изъ всѣхъ изопериметрическихъ тре- угольниковъ наибольшую площадь имѣетъ треуголь- никъ равносторонній.

До Штейнера эту теорему доказывали слѣдующимъ образомъ. Если ABC есть наибольшій треугольникъ при данномъ периметрѣ p , то всѣ его стороны должны быть равны между собой. Будь, напри- мѣръ, $AB \neq BC$, можно было бы построить равнобедренный треугольникъ $AB'C$ съ прежнимъ основаніемъ AC и прежнимъ пери- метромъ p ; согласно послѣдней теоремѣ, его площадь была бы больше площади треугольника ABC , что невозможно.

Это доказательство постулируетъ существованіе наибольшаго треугольника при данномъ периметрѣ p . Штейнеръ, хотя и считаетъ доказательство это вполне правильнымъ и строгимъ, нахо- дить его, однако, не вполне удовлетворительнымъ въ виду того, что оно не показываетъ непосредственно, что, если одинъ изъ двухъ изо- периметрическихъ треугольниковъ равносторонній, то большая пло- щадь принадлежитъ послѣднему. Люилъе (по словамъ Штейнера) пытался избѣгнуть этого недостатка тѣмъ, что превращалъ данный треугольникъ въ другой—большій, но съ тѣмъ же периметромъ, тотъ снова въ еще большій и т. д., при чемъ эти изопериметрическіе тре- угольники все болѣе и болѣе приближаются къ равностороннему треугольнику.

Воспроизведемъ это доказательство въ болѣе полномъ видѣ.

Данный треугольникъ U замѣнимъ изопериметрическимъ равно- бедреннымъ треугольникомъ G съ тѣмъ же основаніемъ что U , такъ что $G > U$. Обозначимъ черезъ u абсолютную величину разности между основаніемъ и боковой стороной G . На боковой сторонѣ G , какъ на основаніи, построимъ изопериметрическій равнобедренный тре- угольникъ G_1 . Легко видѣть, что разность между основаніемъ и бо- ковой стороной G_1 будетъ равна (по абсолютной величинѣ) $\frac{u}{2}$; кромѣ того, $G_1 > G$. На боковой сторонѣ G_1 строимъ изопериметрическій равнобедренный треугольникъ G_2 , такъ что $G_2 > G_1$ и разность осно- ванія и боковой стороны G_2 равна $\frac{u}{4}$, и т. д. Получаемъ беско- нечный рядъ равнобедренныхъ изопериметрическихъ треугольниковъ G, G_1, G_2, G_3, \dots , при чемъ $G < G_1 < G_2 < G_3 < \dots$, а разность между основаніями и боковыми сторонами стремится къ нулю, будучи равна, соответственно,

$$u, \frac{1}{2} u, \frac{1}{4} u, \frac{1}{8} u, \dots, \frac{1}{2^n} u, \dots$$

Слѣдовательно, треугольники G_n приближаются къ равностороннему треугольнику T съ тѣмъ же периметромъ, откуда Люилъ заключаетъ, что первоначальный треугольникъ U меньше изопериметрическаго съ нимъ, но равносторонняго треугольника T .

Но и это доказательство представляется Штейнеру не вполне удовлетворительнымъ по той причинѣ, что оно требуетъ безконечнаго процесса. Подобныя доказательства Дирикле (Dirichlet) называлъ асимптоматическими; они безконечно близко приближаютъ насъ къ цѣли, но никогда окончательно къ ней не приводятъ. Самъ Штейнеръ придумалъ слѣдующее остроумное доказательство, не оставляющее желать ничего лучшаго.

Данъ неравносторонній треугольникъ U съ периметромъ p ; превратимъ его въ равнобедренный треугольникъ G съ тѣмъ же периметромъ, взявъ за основаніе наибольшую сторону (или одну изъ двухъ наибольшихъ сторонъ) треугольника U , такъ что $G \geq U$ (знакъ $=$ относится къ тому случаю, если самъ треугольникъ U равнобедренный и основаніе его больше боковыхъ сторонъ). Пусть ABC (рис. 8) и есть этотъ треугольникъ G . Такъ какъ его основаніе AB больше каждой изъ боковыхъ сторонъ, то оно больше трети периметра. Поэтому если на основаніи отложить отрезокъ BD , равный $\frac{1}{3}p$, то точка D упадетъ между A и B . На продолженіи стороны BC за C всегда найдется такая точка E , что

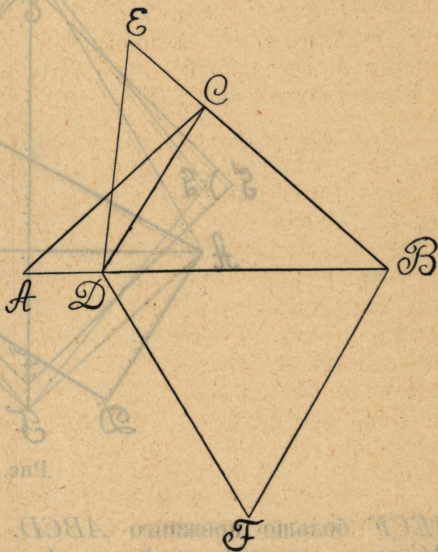


Рис. 8.

$DE + EC = DA + AC$, такъ что периметры треугольниковъ ABC и DEB будутъ равны между собой. Такъ какъ BC меньше $\frac{1}{3}p$, то $BC < BD$, такъ что $\angle BCD > \angle BDC$ и, слѣдовательно, $\angle DCE < \angle ADC$, т. е. изъ двухъ изопериметрическихъ треугольниковъ ADC и DEC первый имѣетъ наибольшій уголъ при общемъ основаніи; поэтому, въ силу второй основной теоремы, площадь ADC меньше площади DEC . Прибавляя же по треугольнику DCB , находимъ, что по площади треугольникъ $ACB <$ треугольника DEB .

Построимъ на основаніи BD равнобедренный треугольникъ DFB съ тѣмъ же периметромъ p . Его площадь больше площади изопериметрическаго треугольника DEB , стороны же его равны между собой, ибо основаніе равно $p/3$, а боковыя стороны равны между собой. Итакъ, равносторонній треугольникъ DFB оказался больше произвольно взятаго треугольника U съ тѣмъ же периметромъ.

Теорема. Изъ всѣхъ четырехугольниковъ съ даннымъ периметромъ p наибольшую площадь имѣеть квадратъ.

Возьмемъ какой нибудь четырехугольникъ $ABCD$ съ периметромъ p (рис. 9). Раздѣлимъ его діагональю AC на два треугольника ABC , ACD . Замѣнимъ ихъ равнобедренными треугольниками AEC и ACF , съ тѣмъ же основаніемъ AC и тѣми же периметрами и, слѣдовательно, съ большими площадями. Итакъ, новый четырехугольникъ

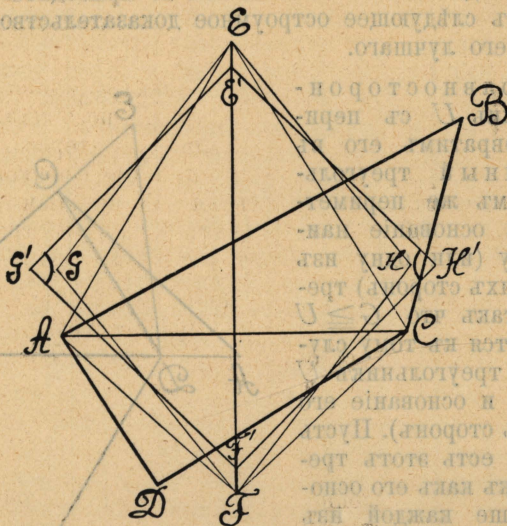


Рис. 9.

$AECF$ больше прежняго $ABCD$. Прямая EF перпендикулярна къ AC въ ея срединѣ и дѣлитъ фигуру $AECF$ на два симметричныхъ треугольника AEF и CEF , такъ какъ $AE = EC$, $AF = FC$. Превратимъ треугольники AEF , CEF въ равнобедренные треугольники GEF , HEF , сохраняя общее основаніе EF и периметры. Новая фигура $GENH$, больше фигуры $AECF$ и представляетъ ромбъ, ибо симметричные треугольники превращаются въ равные равнобедренные треугольники. Остается сдвинуть или раздвинуть стороны ромба такъ, чтобы углы при точкахъ G и H стали прямыми, и ромбъ превратится въ квадратъ $E'H'F'G'$ съ периметромъ p . При этомъ, согласно первой основной теоремѣ, площадь треугольниковъ GEF и HEF увеличится, такъ что полученный квадратъ будетъ больше ромба и подавно больше первоначальнаго четырехугольника $ABCD$.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Новая физика.

А. Риги.

Речь, произнесенная при открытии V-го Съезда Итальянского Общества, содѣйствію прогрессу науки.

(Окончаніе *).

Послѣ того, какъ природа катодныхъ лучей была такимъ образомъ выяснена, можно было понять въ общихъ чертахъ тотъ способъ, которымъ совершается распространеніе электричества въ различныхъ тѣлахъ и, въ частности, въ газахъ. Въ этихъ послѣднихъ разнообразіе явленій, часто блестящихъ и всегда полныхъ интереса, было настолько велико, что о него разбивалось все остроуміе физиковъ, пытавшихся согласовать и объяснить ихъ какимъ нибудь простымъ и удовлетворительнымъ образомъ, между тѣмъ какъ о распространеніи тока въ жидкостяхъ существовало уже достаточно полное представленіе.

Давно уже знали или по крайней мѣрѣ вѣрили, какъ и теперь еще вѣрятъ, что въ растворахъ распространеніе электричества есть результатъ движенія, сообщеннаго электрической силой тѣмъ наэлектризованнымъ атомамъ или группамъ атомовъ, которымъ великій Фарадей далъ названіе іоновъ. Законы разложенія жидкостей при прохожденіи черезъ нихъ тока, т. е. законы электролиза логически и неизбежно привели къ представленію, что всякая молекула растворенной или расплавленной соли и вообще всякой жидкости, способной къ электролизу, есть соединеніе двухъ атомовъ или атомныхъ группъ различной химической природы и противоположно наэлектризованныхъ, или иначе изъ двухъ іоновъ противоположнаго знака. Благодаря неизбежнымъ постояннымъ столкновеніямъ молекулъ (такъ какъ молекулы находятся въ постоянномъ движеніи, энергія котораго и составляетъ то, что называется содержащейся въ тѣлѣ теплотой), непрерывно случается, что, съ одной стороны, нѣкоторыя молекулы распадаются на свои іоны, а съ другой стороны, свободные іоны противоположнаго знака, встрѣчаясь, соединяются въ новыя молекулы, такъ что сохраняется равновѣсіе, и въ то же время всегда остаются свободные іоны. Такимъ образомъ легко было понять явленіе электрическаго тока въ жидкости, какъ переносъ электричества, производимый іонами, которые направляются электрическими силами къ тому или другому изъ двухъ электродовъ.

Многіе давно уже догадывались, что и въ газахъ происходитъ аналогичный процессъ, т. е., что и въ нихъ распространеніе электричества происходитъ посредствомъ іоновъ; но такой взглядъ долгое время не встрѣчалъ общаго признанія. Причина была, по всей вѣроятности, та, что не могли понять, какимъ образомъ и почему въ химическихъ простомъ

*) См. „Вѣстникъ“, № 570.

газѣ могли существовать однѣ молекулы или атомы съ положительными зарядами и въ то же время другія, хотя и тождественныя съ ними, но съ отрицательными зарядами. Эта трудность тотчасъ же исчезла при появленіи электронной теоріи. Дѣйствительно, сразу стало понятно, что эти іоны могутъ возникнуть, если при столкновеніи атомовъ какой нибудь атомъ потеряетъ одинъ или нѣсколько электроновъ или захватитъ электроны, въ данный моментъ оказавшіеся свободными. Возможно также, что съ этими первоначальными іонами соединится болѣе или менѣе устойчиво извѣстное число атомовъ и молекулъ, и такимъ образомъ получатся тѣ наэлектризованныя частицы достаточно большой массы, существованіе которыхъ констатировано во многихъ случаяхъ.

Такъ какъ для образованія положительнаго іона необходимо отнять отъ атома по крайней мѣрѣ одинъ изъ его электроновъ, то іонизація газа, т. е. превращеніе части его молекулъ въ іоны, благодаря чему онъ пріобрѣтаетъ способность проводить электричество, требуетъ затраты извѣстнаго количества энергіи, а именно какъ разъ такого, какое необходимо для преодоленія силъ, стремящихся удерживать освобождающійся электронъ въ атомѣ, часть котораго онъ составляетъ. Эта энергія заимствуется обыкновенно изъ энергіи, которой обладаютъ сталкивающиеся частицы благодаря ихъ собственному движенію, если скорость ихъ достаточна; но она можетъ быть получена также изъ какого нибудь внѣшняго источника энергіи. Такъ сильное повышеніе температуры или введеніе нѣкотораго количества превращающейся въ теплогу энергіи можетъ повести въ результатъ къ іонизаціи газа; того же можно достигнуть, пропуская черезъ газъ свѣтъ или тѣ новые лучи, о которыхъ я буду скоро говорить. Затѣмъ, отсюда становится понятно, какимъ образомъ внѣшнія вліянія могутъ видоизмѣнять явленія электрическаго разряда; такимъ образомъ удалось также объяснить разнообразныя явленія и освѣтить нѣкоторыя отношенія, существующія между ними, о которыхъ прежде даже не подозревали.

Нельзя, разумѣется, представить себѣ во всѣхъ подробностяхъ движеніе какого нибудь іона въ газѣ, въ которомъ распространяется электричество. Движущійся іонъ подверженъ, конечно, разнообразнымъ случайностямъ. Нѣкоторое время онъ можетъ двигаться исключительно подъ дѣйствіемъ одной только электрической силы, возникшей благодаря присутствію электродовъ; но очень скоро онъ натолкнется на другіе іоны или молекулы. Вообще говоря, при этомъ измѣнится направление движенія и скорость іона; но съ другой стороны можетъ случиться, что измѣнится и самое строеніе іона благодаря потерѣ или присоединенію атомовъ или электроновъ. Такъ что возможно два крайнихъ случая, въ которыхъ въ этомъ чрезвычайно хаотичномъ и безпорядочномъ положеніи вещей можетъ установиться извѣстный порядокъ. Я не могу умолчать о нихъ, чтобы не оставить слишкомъ много неопредѣленности въ пониманіи опытовъ, которыхъ я уже слегка касался.

Одинъ изъ этихъ случаевъ имѣетъ мѣсто, когда электрическій токъ проходитъ черезъ крайне разряженный газъ. Въ этомъ случаѣ

газъ содержитъ отрицательные электроны, и тѣ изъ нихъ, которые освобождаются вблизи катода, съ силой отталкиваются отъ него и образуютъ катодные лучи. Если газъ очень сильно разрѣженъ, то большая часть этихъ электроновъ можетъ пробѣгать длинный прямолинейный путь, прежде чѣмъ отклонится благодаря столкновению съ другой частицей. Совершенно такъ же можно говорить и о положительныхъ лучахъ, состоящихъ изъ положительныхъ іоновъ, которые образовались благодаря столкновениямъ на нѣкоторомъ разстояніи отъ катода и которые быстро движутся по направленію къ нему.

Другой случай—это разрядъ въ свободной атмосферѣ при нѣкоторыхъ особыхъ условіяхъ (разрядъ при помощи острія или пламени; разрядъ въ газѣ, іонизированномъ вѣшними причинами; катодъ, подверженный излученію и т. д.). Здѣсь столкновения между атомами, іонами и т. д. чрезвычайно часты, благодаря большой плотности газа. При каждомъ столкновении іонъ теряетъ значительную часть той небольшой скорости, которую онъ успѣлъ приобрести подъ дѣйствіемъ электрическихъ силъ послѣ предыдущаго столкновения, такъ что онъ начинаетъ двигаться послѣ этого въ направленіи, очень мало отличномъ отъ направленія дѣйствія силы, а потому іоны движутся въ своей совокупности по траекторіямъ, вообще говоря, криволинейнымъ и довольно точно совпадающимъ съ силовыми линіями.

Такимъ образомъ становится понятно, что въ первомъ случаѣ электроны или соотвѣтствующіе іоны движутся по прямымъ, а во второмъ случаѣ—по кривымъ линіямъ, и въ результатъ вполнѣ естественно образуются тѣ электрическія тѣни, о которыхъ я недавно говорилъ. И такъ какъ соотвѣтствующіе опыты были произведены около тридцати лѣтъ тому назадъ, а явленіе тѣни въ воздухѣ при обыкновенномъ давленіи въ его существенныхъ чертахъ было въ то время уже правильно истолковано, то я могу, не увлекаясь пристрастіемъ, утверждать, что въ Италіи уже тогда ясно понимали роль наэлектризованныхъ матеріальныхъ частицъ, теперь называемыхъ іонами, въ распространеніи электричества въ газахъ и довольно далеко подвинули экспериментальное изученіе ихъ движеній задолго до того, какъ по ту сторону Альпъ возникла электронная гипотеза, которая заставила теперь физиковъ окончательно принять объясненіе, тождественное съ тѣмъ, которое здѣсь было дано уже давно.

* *

Такъ какъ я и хочу и долженъ быть очень краткимъ, то я воздержусь отъ указанія на многіе другіе факты и на многочисленные опыты, отличающіеся по своему характеру отъ описанныхъ до сихъ поръ, ибо всѣ они приводятъ къ результатамъ, удивительно согласующимся съ изложенными выше. И рѣчь идетъ здѣсь уже не только о простомъ качественномъ согласіи, но и о количественномъ. Я поясню это на одномъ примѣрѣ. На основаніи съ должной точностью произведенныхъ измѣреній, касающихся явленія Зеемана, можно вычислить величину массы электроновъ, колебанія которыхъ производятъ свѣтъ,

испускаемый газомъ. И значеніе, къ которому мы приходимъ такимъ путемъ, вполне удовлетворительно совпадаетъ съ тѣмъ, которое было получено при измѣреніяхъ, произведенныхъ на катодныхъ лучахъ.

Опять таки за недостаткомъ времени я не могу вдаваться въ дальнѣйшія подробности относительно того, какъ истолковываютъ теперь, опираясь на теорію электроновъ, нѣкоторыя явленія, изученіе которыхъ относится цѣликомъ къ области физики, такъ и нѣкоторыя другія явленія, входящія, строго говоря, уже въ область другихъ наукъ; но я не могу, по крайней мѣрѣ, не указать на различіе между прежними и нынѣшними регулятивными принципами, и это позволить мнѣ освѣтить тѣ пункты, въ которыхъ эти послѣдніе могутъ казаться уязвимыми.

Давно уже извѣстно и — поскольку это въ человѣческихъ силахъ — уже доказано, что всякое тѣло слѣдуетъ представлять себѣ состоящимъ изъ отдѣльныхъ частицъ, молекулъ, находящихся на нѣкоторомъ разстояніи другъ отъ друга и одаренныхъ особыми движеніями, энергія которыхъ возрастаетъ съ повышеніемъ температуры тѣла; и что эти молекулы есть не что иное, какъ агрегаты атомовъ либо одинаковыхъ, либо различныхъ, смотря по тому, идетъ ли рѣчь о химически простомъ или о сложномъ тѣлѣ. Первоначально эти атомы разсматривались, какъ недѣлимые единицы, на что указываетъ и самое названіе ихъ. Напротивъ, по новымъ взглядамъ атомъ, строго говоря, не оправдываетъ своего названія, такъ какъ разрушена уже догма о его недѣлимости. Но до появленія теоріи электроновъ никто не посмѣлъ бы это утверждать.

Равнымъ образомъ въ прежнее время никто, пожалуй, не сталъ бы и думать о существованіи другихъ степеней или стадій агрегаціи, кромѣ молекулъ и — я думаю, слѣдуетъ добавить для твердыхъ тѣлъ — кристаллическихъ элементовъ. Теперь, напротивъ, склоняются къ принятію существованія въ структурахъ, образованныхъ электронами, всевозможныхъ степеней сложности.

Это опять таки есть результатъ изслѣдованій, которые все еще продолжаютъ производить надъ движеніями іоновъ, подвергая ихъ намѣренно дѣйствію внѣшнихъ электрическихъ или магнитныхъ силъ. При помощи именно этихъ методовъ и удастся подойти къ опредѣленію массы іоновъ, совершенно такъ же, какъ удалось уже измѣрить массу электроновъ. Въ опредѣленныхъ случаяхъ, а именно, когда опыты производятся съ положительными лучами въ разрѣженномъ газѣ, измѣреніе отклоненій въ движеніи іоновъ даетъ новый методъ анализа, недавно созданный Томсономъ и позволяющій съ увѣренностью опредѣлять химическую природу самихъ іоновъ. Напротивъ, если рѣчь идетъ объ іонахъ въ газѣ, находящемся подъ значительнымъ давленіемъ, то получаютъ результаты, доказывающіе существованіе іоновъ, обладающихъ значительной массой, величина которой является, быть можетъ, до извѣстной степени промежуточной между атомомъ и настоящимъ тѣломъ. Подобный же примѣръ мы имѣемъ въ зернышкахъ коллоидальныхъ растворовъ, которые стали теперь видимы благодаря

методу ультрамикроскопическаго наблюденія и которыя можно назвать настоящими тѣлами, но ничтожнѣйшихъ размѣровъ, хотя они и обладаютъ, по крайней мѣрѣ отчасти, признаками іоновъ.

Постоянство атомическаго или молекулярнаго строенія предполагаетъ существованіе опредѣленныхъ силъ. Въ случаѣ іоновъ большой массы рѣчь идетъ несомнѣнно объ электрической силѣ, такъ какъ ихъ мы разсматриваемъ, какъ состоящіе изъ одного наэлектризованнаго атома и соединенныхъ съ нимъ силой электрическаго притяженія другихъ атомовъ или молекулъ. Химическое сродство, которое поддерживаетъ связь различныхъ іоновъ въ одной сложной молекулѣ, несомнѣнно является съ этой точки зрѣнія ничѣмъ инымъ, какъ ихъ взаимнымъ электрическимъ притяженіемъ; другія молекулярныя силы, какъ, на примѣръ, сдѣленіе, можно такимъ же образомъ разсматривать, какъ электрическія силы. Наконецъ, наиболѣе всеобщая и наиболѣе загадочная изъ силъ природы, тяготѣніе, повидимому, тоже сможетъ быть сведена къ тому же единому источнику.

Такимъ образомъ, въ то время какъ новая физика, съ одной стороны, стремится уничтожить границы между атомомъ и физическимъ тѣломъ или, по крайней мѣрѣ, сдѣлать ихъ менѣе абсолютными и рѣзкими, она, съ другой стороны, приходитъ къ идеальной простотѣ по отношенію къ силамъ, выступающимъ на сцену въ самыхъ различныхъ явленіяхъ. Отсюда становится легко понятнымъ, что разъ мы допустимъ существованіе ээира и электроновъ, каждый изъ которыхъ, быть можетъ, слѣдуетъ разсматривать, какъ нѣкоторую, ближе намъ неизвѣстную модификацію самого ээира, иррадирующаго къ нѣкоторому центру, и допустимъ, наконецъ, въ качествѣ основного и отличительнаго признака электроновъ существованіе дѣйствующихъ между ними силъ (въ томъ же смыслѣ, какъ мы допускаемъ инерцію, какъ отличительный признакъ матеріи), въ такомъ случаѣ, говоря я, мы легко поймемъ, что съ такими исходными положеніями мы сможемъ дойти до любого явленія. Если допускавшіяся прежде основныя понятія казались болѣе приемлемыми, быть можетъ, благодаря лишь долгой привычкѣ, новыя понятія, несомнѣнно, имѣютъ преимущество большей простоты, такъ какъ они требуютъ принятія всего лишь двухъ основныхъ непознаваемыхъ субстанцій и уже въ этомъ отношеніи заслуживаютъ нашего предпочтенія.

Здѣсь умѣстно будетъ указать на слабую сторону этихъ понятій или, вѣрнѣе, на то, что извѣстное время считалось ихъ слабой стороной. Если мы ограничимся лишь тѣмъ, что мы до сихъ поръ изложили, то не покажутся ли намъ новыя основныя принципы немного фантастичными или, по крайней мѣрѣ, чрезвычайно смѣлыми?

Вопросъ этотъ, несомнѣнно, заслуживаетъ утвердительнаго отвѣта. Прибавлю также, что это благоразумное рѣшеніе раздѣлялось бы еще теперь большинствомъ физиковъ, если бы одно послѣднее открытіе, которое могло бы показаться какому нибудь робкому и поверхностному изслѣдователю способнымъ разрушить сверху до низу все зданіе науки, не появилось, я сказалъ бы, удивительно во-время для того, чтобы

окончательно укрѣпить тотъ великій философскій синтезъ, который я пытался въ предыдущемъ набросать въ краткихъ чертахъ. Я говорю объ открытіи радіоактивности.

* * *

Когда оплакиваемый нами Беккерель открылъ, что уранъ и всѣ содержащія его сложныя тѣла непрерывно испускаютъ особые лучи, способные проходить черезъ всѣ, въ томъ числѣ и непрозрачныя тѣла и одаренные замѣчательными свойствами, напримѣръ, способностью іонизировать газы и жидкости, возбуждать въ извѣстныхъ тѣлахъ свѣченіе, или фосфоресценцію, дѣйствовать на фотографическую пластинку и т. д., этимъ самымъ онъ открылъ для физиковъ новое и обширное поле для изслѣдованія, за обработку котораго физики принялись съ удивительнымъ рвеніемъ, и которое въ самое короткое время дало въ наукѣ начало новой и въ высшей степени интересной вѣтви.

Вполнѣ очевидно, что свойство радіоактивности присуще самимъ атомамъ, разъ они сохраняютъ его абсолютно неизмѣннымъ, даже входя въ составъ молекулы сложнаго тѣла. Вскорѣ это самое свойство было обнаружено и въ другихъ веществахъ, напримѣръ въ торіи; нашлись, кромѣ того, новые элементы, которые, какъ напримѣръ, радій, открытый госпожей Кюри, обладаютъ этимъ свойствомъ въ чрезвычайно высокой степени, и, наконецъ, создалось убѣжденіе, что въ различной степени оно присуще всѣмъ существующимъ тѣламъ.

При дальнѣйшемъ изученіи самого этого явленія удалось неопровержимымъ образомъ доказать, что испускаемые лучи принадлежатъ не къ одному, а обыкновенно къ тремъ различнымъ родамъ, а именно: одни изъ нихъ представляютъ потокъ быстро движущихся положительныхъ іоновъ, которые могутъ проходить черезъ всѣ, даже черезъ твердыя тѣла, если они достаточно тонкія; они обладаютъ большою способностью іонизировать, и энергія движенія ихъ переходящая отчасти въ теплоту благодаря ударамъ ихъ о самое радіоактивное тѣло, обуславливаетъ фактъ, открытіе котораго такъ поразило физиковъ, а именно, что радіоактивное вещество всегда сохраняетъ болѣе высокую температуру, чѣмъ окружающая среда; другой родъ лучей есть потокъ отрицательныхъ электроновъ, обладающихъ скоростью, немного меньшей, чѣмъ скорость свѣта, и способностью проникать черезъ тѣла въ еще большей мѣрѣ, чѣмъ предыдущіе лучи, и могущихъ вызывать очень сильное свѣченіе и фотографическія дѣйствія; наконецъ, третій родъ лучей состоитъ изъ излученія той же природы, что и лучи Рентгена, и обладаютъ настолько сильной способностью проникновенія, что могутъ проходить черезъ толстые слои очень плотныхъ тѣлъ, такихъ даже, какъ, напримѣръ, свинецъ.

Слѣдовательно, лучи первыхъ двухъ родовъ соотвѣтственно похожи на положительные лучи и на катодные лучи, которые появляются, какъ мы уже знаемъ, и одни и другіе при прохожденіи электричества черезъ разряженный газъ; лучи третьяго рода рассматриваются, по очень вѣскимъ соображеніямъ и несмотря на нѣкоторыя видимыя отличія,

какъ явленіе, аналогичное свѣту и отличающееся отъ него лишь продолжительностью періода. Подобно α -лучамъ эти лучи третьего рода образуются въ томъ случаѣ, если быстро движущіеся электроны внезапно останавливаются или, выражаясь болѣе общимъ образомъ, если по какой либо причинѣ скорость ихъ испытываетъ быстрое измѣненіе.

Но — и это, очевидно, очень важно для того, что я утверждалъ выше, — по гениальной догадкѣ Рѣтгерфорда (Rutherford), нашедшей уже безчисленныя экспериментальныя подтвержденія, испусканіе лучей сопровождается образованіемъ новыхъ атомовъ, т. е. новаго вещества, отличающагося по своимъ физическимъ и химическимъ признакамъ отъ образующаго его радиоактивнаго вещества. Это новое вещество въ большинствѣ случаевъ и само въ достаточной мѣрѣ радиоактивно, такъ что оно въ свою очередь порождаетъ еще третье вещество и т. д., но съ той замѣчательной особенностью, до сихъ поръ неизмѣнно подтверждавшейся, что атомные вѣса этихъ веществъ послѣдовательно уменьшаются. Такъ въ различныхъ случаяхъ подтвердилось, что атомный вѣсъ всякаго новаго вещества на четыре единицы меньше, чѣмъ атомный вѣсъ производящаго вещества, если это послѣднее испускаетъ лучи перваго рода. Всѣмъ извѣстно толкованіе этихъ фактовъ: атомъ новаго вещества есть то, что остается отъ атома производящаго вещества, послѣ того какъ онъ потерялъ нѣкоторое количество электроновъ и іоновъ.

Внутренняя энергія атомовъ, обнаруживающаяся въ явленіяхъ радиоактивности, постигнѣ громадна. Дѣйствительно, хотя температура соли радія всегда лишь очень немногимъ превышаетъ температуру среды, въ которой она помѣщена, эта разница всетаки очень значительна, если принять во вниманіе то ничтожное количество вещества, которымъ мы можемъ располагать. Если бы мы могли имѣть цѣльный кусокъ радиоактивнаго вещества, но не въ нѣсколько миллиграммовъ, какъ теперь, а значительно больше, то образующееся въ немъ тепло могло бы нагрѣть его до болѣе высокой температуры, благодаря тому обстоятельству, что поверхность тѣла возрастаетъ медленнѣе, чѣмъ его вѣсъ, а потому и тепло, которое образуется непрерывно, терялось бы тѣломъ тѣмъ медленнѣе, чѣмъ больше была бы его масса. Для того, чтобы составить конкретное представленіе о количествѣ энергіи, существующей въ атомахъ радія и обнаруживаемой ими при ихъ разложениі, достаточно будетъ указать, что тепло, испускаемое радіемъ въ теченіе одного часа, могло бы нагрѣть такую же массу воды отъ нуля до ста градусовъ. Можно добавить еще, что три или четыре грамма радія въ каждомъ кубическомъ метрѣ массы солнца были бы вполне достаточны, для того, чтобы поддержать непрерывное излученіе энергіи, имѣющее мѣсто въ солнцѣ.

Непосредственный примѣръ превращенія одного атома въ другой, отличный отъ него, заключается въ фактѣ, установленномъ съ величайшей степенью достовѣрности, а именно въ томъ, что положительныя іоны, образующіе первый изъ трехъ родовъ лучей, суть не что иное, какъ іоны гелія, того газа, присутствіе котораго было доказано

въ солнцѣ, раньше, чѣмъ онъ былъ открытъ на землѣ и въ ея атмосферѣ отчего онъ и получилъ свое названіе. Такъ какъ атомный вѣсъ гелія равенъ четыремъ, то становится понятнымъ уменьшеніе атомнаго вѣса продуктовъ распада радія именно на четыре единицы, предполагая, что и каждый распадающійся атомъ теряетъ одинъ атомъ гелія. Чтобы дать еще одинъ примѣръ, я прибавлю, что первый продуктъ превращенія радія есть газъ, который былъ названъ эманацией радія и природа котораго теперь опредѣлена такъ же точно, какъ и природа всякаго другого элемента, ибо мы знаемъ какъ атомный вѣсъ его, такъ и всѣ основныя физическія свойства.

Не разъ уже и въ самыя различныя эпохи была высказана гипотеза о единствѣ вещества, согласно которой атомы всѣхъ тѣлъ не являются первичными недѣлимыми единицами, но суть агрегаты болѣе мелкихъ, вполне тождественныхъ между собою единицъ. Основываясь на утвердившемся теперь предположеніи, что атомы суть системы электроновъ, это древнее представленіе опять возрождается въ наше время, но въ новой формѣ и съ тѣмъ преимуществомъ передъ всѣми прежними, что теперь она опирается на многочисленныя косвенныя доказательства. Но вмѣстѣ съ гипотезой единства матеріи всегда почти высказывалась и другая, являющаяся какъ бы слѣдствіемъ первой, а именно гипотеза непрерывнаго превращенія или эволюціи самой матеріи. Теперь и это представленіе тоже воскресаетъ, но въ совершенно новой формѣ. А именно, теперь не принимаютъ уже, что всѣ атомы какого нибудь тѣла измѣняются медленно и одновременно, теряя, на примѣръ, одинъ за другимъ составляющіе его элементы; напротивъ, теперь полагаютъ, что въ нѣкоторый данный моментъ происходитъ внезапное распаденіе нѣсколькихъ атомовъ съ выдѣленіемъ электроновъ и іоновъ, затѣмъ такое же распаденіе другихъ атомовъ и т. д. Такимъ образомъ одна часть наличныхъ атомовъ остается неизмѣненной, тогда какъ другіе атомы испытали уже одно или нѣсколько превращеній. Поэтому всякое тѣло, находящееся въ процессѣ превращенія, должно разсматриваться, какъ смѣсь первоначальнаго вещества съ послѣдовательными продуктами его разложенія.

Заслуживаетъ затѣмъ особаго упоминанія фактъ испусканія іоновъ гелія, такъ какъ онъ наводитъ на мысль, что атомы этого вещества уже какъ бы сформированы и входятъ, какъ составная часть, въ атомы, если не всѣхъ другихъ, то, по крайней мѣрѣ, радиоактивныхъ тѣлъ. Поэтому можно предположить, что между достаточно сложными атомами, съ одной стороны, и свободными и самостоятельными электронами, съ другой, могутъ существовать различныя промежуточныя стадіи агрегации и, слѣдовательно, могутъ существовать атомы различнаго порядка.

Исходя изъ предположенія, что количества вещества, разлагающагося въ опредѣленный промежутокъ времени, на примѣръ, въ каждую секунду, пропорціонально всему количеству разсматриваемаго вещества (а это почти самоочевидная истина), и измѣряя степень разложенія іонизацией газа, произведенной испускаемыми лучами, удалось изучить различныя радиоактивные продукты, раздѣлить ихъ съ тѣмъ, чтобы

имѣть возможность изслѣдовать ихъ физическія и химическія свойства, удалось затѣмъ установить, что существуютъ какъ атомныя превращенія, не сопровождаемыя испусканіемъ лучей, такъ и такія, во время которыхъ испускаются или одни только электроны и лучи типа α -лучей, или одни только положительные іоны, или все три рода лучей одновременно, и наконецъ удалось получить важныя количественныя данныя относительно продолжительности жизни радиоактивныхъ тѣлъ. Такимъ образомъ удалось вычислить съ достаточнымъ приближеніемъ, сколько атомовъ въ данномъ количествѣ радиоактивнаго вещества распадается въ единицу времени, а слѣдовательно, сколько времени должно пройти, пока извѣстная часть этого количества, на примѣръ, половина, превратится въ новое вещество *).

Было найдено, что должны пройти миллионы лѣтъ, прежде чѣмъ разложится половина массы урана, около двухъ тысячъ лѣтъ — для такого же количества радія и около 140 дней — для полонія, который первоначально разсматривался открывшей его госпожей Кюри, какъ новый и самостоятельный радиоактивный элементъ, и который оказался въ дѣйствительности, седьмымъ и восьмымъ поколѣніемъ въ длинномъ ряду потомковъ радія. Изъ этихъ чиселъ легко понять, что въ случаѣ радія и урана нѣтъ надежды даже за самую продолжительную человеческую жизнь установить сколько нибудь замѣтное уменьшеніе въ вѣсѣ радиоактивнаго тѣла.

Напротивъ, среди веществъ, получающихся при послѣдовательныхъ превращеніяхъ этихъ двухъ тѣлъ, а также и нѣкоторыхъ другихъ, какъ на примѣръ, торія и актинія, есть такія, которыя разлагаются еще быстрее, чѣмъ полоній. Такъ, на примѣръ, для того, чтобы разложилась половина вещества, необходимы три и три четверти дня для газообразной эманации радія и меньше четырехъ секундъ для эманации актинія. Если съ этими веществами, несомнѣнно обладающими гораздо большей радиоактивностью, чѣмъ радій, не удастся получить такихъ ясныхъ дѣйствій, какихъ можно было бы ожидать на основаніи быстроты ихъ превращенія, то это лишь потому, что быстро разрушаясь и превращаясь послѣдовательно въ другія вещества, они могутъ существовать во всякій данный моментъ лишь въ крайне ничтожномъ количествѣ.

Эти результаты показываютъ, что при помощи явленій, вызываемыхъ испусканіемъ лучей и, въ частности, при помощи ихъ электрическихъ дѣйствій, мы имѣемъ возможность открыть существованіе и изучить нѣкоторыя свойства такихъ ничтожныхъ количествъ вещества, что воображеніе отказывается представить ихъ себѣ, и, во всякомъ случаѣ, несравненно меньшихъ, чѣмъ можетъ открыть спектроскопъ со всей его почти чудесно чувствительностью.

Какихъ еще болѣе блестящихъ подтвержденій можно ожидать въ пользу изложенныхъ представленій о дѣлимости и возможной превращаемости атомовъ?

*) См. статью Содди „Отецъ радія“, „Вѣстникъ“, № 495, 496.

Скажу больше: на основаніи этихъ представленій можно было бы до извѣстной степени предвидѣть радиоактивность. Дѣйствительно, если всякій атомъ содержитъ электроны, быстро движущіеся по замкнутымъ орбитамъ, то каждый изъ нихъ долженъ образовывать электрическое колебаніе, которое должно было бы вызвать въ эфирѣ электромагнитныя волны. Эти послѣднія непрерывно уносятъ часть энергіи, и потому орбиты электроновъ должны непрерывно измѣняться. Можетъ, слѣдовательно, наступить моментъ, когда атомъ станетъ неустойчивымъ, и въ этотъ моментъ, а можетъ быть, и еще раньше, если произойдетъ въ подходящихъ условіяхъ молекулярное столкновеніе, атомъ долженъ сразу распасться, или взорваться: одинъ или болѣе электроновъ, одинъ или болѣе іоновъ устремятся въ нѣкоторомъ направленіи благодаря скорости, которую они уже имѣли, а то, что останется отъ первоначальнаго атома, сможетъ образовывать новый атомъ. Правда, обо всемъ этомъ до открытія радиоактивности никто и не думалъ; но, во всякомъ случаѣ, заслуживаетъ упоминанія это согласіе фактовъ съ предсказаніемъ, которое, если и не было сдѣлано, было все таки логически вполне возможно.

* * *

Современная физика можетъ быть названа наукой объ электронахъ. Не только атомы всякаго тѣла разсматриваются, какъ состоящіе изъ электроновъ, но именно ихъ движеніе въ какомъ угодно тѣлѣ либо поодинокѣ, какъ это, повидимому, имѣетъ мѣсто по преимуществу въ твердыхъ тѣлахъ, либо отчасти группами и именно въ видѣ іоновъ, какъ это происходитъ въ жидкостяхъ и въ газахъ, образуетъ электрический токъ и даетъ начало той безконечной послѣдовательности явленій, которая его сопровождаетъ. Магнитныя свойства опредѣленныхъ тѣлъ есть тоже проявленіе электроновъ, такъ какъ атомъ долженъ обладать ими, если въ орбитахъ его электроновъ преобладаетъ согласная ориентировка. И, наконецъ, именно электроны своими колебаніями производятъ тѣ распространяющіяся въ эфирѣ электромагнитныя волны, которыя мы называемъ свѣтовыми волнами, если частота ихъ такова, что онѣ могутъ возбуждать ретину нашего глаза; эти волны мы въ другихъ случаяхъ называемъ ультрафіолетовыми или тепловыми, хотя тепловой эффектъ есть, въ сущности, единственный, всегда производимый ими въ тѣлахъ, на которыя онѣ падаютъ.

Хотя теперь мы уже дошли до этого синтеза физическихъ явленій, будущія изслѣдованія смогутъ еще открыть много новыхъ фактовъ, которые, нужно надѣяться, позволятъ еще лучше установить эти основныя понятія. Въ частности, что касается строенія тѣлъ, наши понятія еще достаточно неопредѣленны и неполны; поэтому великая задача физики будущаго будетъ, навѣрное, состоять въ томъ, чтобы сдѣлать болѣе полными и болѣе прочными наши знанія объ этомъ мірѣ электроновъ, который составляетъ и міръ атомовъ и въ то же время міръ физическихъ тѣлъ и всю вселенную, и о разнообразныхъ структурахъ, создаваемыхъ электронами, атомами и т. д. Все заставляетъ предвидѣть, что эта задача постепенно будетъ, хотя бы отчасти, рѣшена, такъ какъ, не говоря уже о возможныхъ новыхъ и теперь

еще не предвидимыхъ методахъ, даже тѣ, которые находятся уже въ нашемъ распоряженіи навѣрное не дали еще всѣхъ доступныхъ для насъ результатовъ.

Одинъ изъ самыхъ могущественныхъ современныхъ методовъ, а именно изслѣдованіе свѣта при помощи спектроскопа, прибора, который изолируетъ другъ отъ друга излученія различной частоты и позволяетъ изучать ихъ отдѣльно, далъ тѣ поразительные результаты, особенно въ области астрофизики, которые всѣмъ извѣстны, и еще цѣлый рядъ другихъ; но этотъ методъ, навѣрное хранить въ себѣ для будущаго еще много новаго. Изъ самыхъ послѣднихъ открытій, которыми мы обязаны спектроскопу, помимо открытія Зеемана, о важныхъ послѣдствіяхъ котораго я уже говорилъ, я не могу не привести еще открытія Старка (Stark), въ которомъ намъ удастся, такъ сказать, *in flagranti* захватить испусканіе свѣта движущимися частицами; эти послѣднія, по различнымъ авторамъ, суть либо молекулы либо іоны, вѣроятно всего положительныя іоны, только что образовавшіеся или только что столкнувшіеся, образующіе часть тѣхъ положительныхъ лучей, которые подобно катоднымъ лучамъ образуются при прохожденіи электричества черезъ сильно разрѣженный газъ.

Также дѣйствія, производимыя магнетизмомъ на различныя тѣла, и въ частности вліяніе, оказываемое имъ на распространеніе электричества въ газахъ, повидимому, могутъ дать полезныя указанія относительно атомныхъ структуръ, въ особенности по вопросу о томъ, дѣйствительно ли въ атомахъ содержатся электроны, движущіеся по замкнутымъ орбитамъ; все какіе хорошіе результаты уже получены изъ изслѣдованій этого рода.

Никто не можетъ предвидѣть теперь, какіе новые горизонты откроются въ будущемъ передъ глазами экспериментаторовъ, ибо какъ ни обширны уже изслѣдованная часть всей области физики, границы той части, которая еще надлежитъ изученію, повидимому, теряются въ безконечности.

Но должны ли мы ожидать, что въ будущемъ, болѣе или менѣе отдаленномъ, пошатнется зданіе нашего великаго философскаго синтеза, съ такимъ трудомъ построенное? Быть можетъ, будущія открытія сдѣлаютъ бесполезными всѣ затраченныя нами усилія?

Каковы бы ни были грядущія открытія, они должны заставить всякаго ученаго, достойнаго этого имени, готовымъ признать ихъ и свободнымъ отъ всякаго предубѣжденнаго апіоризма, хотя бы они и заставили его отказаться отъ давно исповѣдываемыхъ убѣжденій; во всякомъ случаѣ, кажется весьма вѣроятнымъ, что принятые теперь регулятивные принципы должны будутъ остаться въ своихъ существенныхъ чертахъ неизмѣнными. Если съ одной стороны, благоразуміе требуетъ признать, что гипотезы вполне подвержены и измѣненіямъ и гибели, то съ другой стороны только безплодный скептицизмъ чувствуетъ недовѣріе къ нимъ во что бы то ни стало и полагаетъ, что онѣ вѣчно мѣняются, обольщая насъ надеждой и оставляя послѣ себя лишь разочарованіе.

Такой скептицизмъ совершенно не оправдывается, если мы пытаемся формулировать предсказанія для будущаго, опираясь на изученіе прошлаго. Дѣйствительно, если мы пересмотримъ исторію естественной философіи, мы придемъ скорѣе къ утѣшительному убѣжденію, что наши знанія все болѣе и болѣе совершенствуются. Правда, они часто какъ бы колеблются около истины, и у насъ не получается увѣренности, что намъ удалось таки, наконецъ, достигнуть ея; но послѣдовательныя колебанія, повидимому, быстро уменьшаютъ свой размахъ. Чтобы оправдать это утвержденіе, достаточно вспомнить, какъ смѣнялись гипотезы относительно природы свѣта. Когда гипотеза истеченія оказалась неприемлемой, была принята волнообразная теорія Френеля, и это составило громадный переворотъ въ нашихъ взглядахъ на природу свѣтовыхъ явленій. Принятіе современной электромагнитной теоріи, напротивъ, образовало уже лишь небольшое измѣненіе, такъ какъ эта теорія сохранила все, что было существеннаго въ предыдущей.

Во всякомъ случаѣ, невозможно отрицать громадной научной полезности великихъ гипотезъ и философскихъ синтезовъ: уважать ихъ и пользоваться ими приходится даже тѣмъ утилитарно настроеннымъ ученымъ, которые не чувствуютъ въ себѣ острыхъ порывовъ необузданной и инстинктивной потребности, побуждающей насъ искать скрытыя причины явленій.

Благодаря разумному довѣрію къ великимъ новымъ гипотезамъ, благодаря постоянному сотрудничеству ихъ съ самыми строгими методами экспериментальнаго изслѣдованія, благодаря, наконецъ, благодаря разумной и осторожной оцѣнкѣ результатовъ опытовъ, стали возможны тѣ громадные и быстрые успѣхи, которые реформировали физику и краткій очеркъ которыхъ я пытался набросать вамъ сегодня.

Вы сами скажете, удалось ли мнѣ это.

Новсе перпетуумъ-мобиле.

(Задача на разложеніе силъ).

Л. Видемана.

Два года тому назадъ въ Москвѣ выпущенъ преподавателемъ Аменицымъ новый учебникъ физики, въ формѣ вопросовъ и отвѣтовъ, въ общемъ неудачная книжка, въ которой, однако, имѣются интересныя задачи. Одна изъ нихъ (подъ № 69) заключается въ слѣдующемъ:

Предположимъ, что въ ящикѣ или корытѣ $ABCD$ лежитъ шаръ M , упирающійся одной точкой въ дно и касающійся, также одной точкой, боковой стѣнки. Изобразимъ силу тяжести, съ которой шаръ давитъ на дно, прямою tr и разложимъ ее, по правиламъ параллелограмма, на двѣ силы, изъ

другими параллелограммами). Но пока у насъ дѣйствуетъ данная сила, то очевидно, никакихъ замѣняющихъ силъ еще нѣтъ, совершенно подобно тому, какъ при размѣнѣ денегъ мы, правда, можемъ взамѣнъ одного рубля получить десять гривенниковъ, но отсюда вовсе не слѣдуетъ, что у насъ уже имѣются эти гривенники, когда мы еще не отдали рубля. Словомъ, одно построение параллелограмма на бумагѣ или въ воображеніи еще недостаточно для того, чтобы на шаръ въ самомъ дѣлѣ стали вліять силы mr и mu , какъ предполагаетъ г. Аменицкій. На шаръ вліяетъ только сила тяжести.

Во вторыхъ, если даже предположить, что мы какъ-нибудь избавились отъ силы mr и замѣнили ее двумя составляющими, то и тогда шаръ не будетъ сдвинутъ съ мѣста, потому что сила mu , вопреки утверженію г. Аменицкаго, вовсе не «уничтожается». Стѣнка AB въ этомъ случаѣ препятствовала бы лишь движенію шара влѣво, а это совсѣмъ не то же, что уничтожить и самую силу, толкающую шаръ влѣво. Насколько противоположное утверженіе не вѣрно, видно изъ примѣра данной силы тяжести mr : вѣдь, эта сила тоже встрѣчаетъ непреодолимое препятствіе, а именно со стороны дна ящика, однако, г. Аменицкій не объявляетъ ее уничтоженной. Въ дѣйствительности тяжесть, какъ всякому извѣстно, хотя и не можетъ двинуть шаръ внизъ, но не бездѣйствуетъ: она прижимаетъ его ко дну, и конечно, при этомъ измѣняетъ форму дна или самого шара, или ихъ обоихъ, а при достаточномъ напряженіи можетъ даже продавить дно. Точно также, если мы въ нашей задачѣ на самомъ дѣлѣ примѣнимъ силу mu , то она прижметъ шаръ къ боковой стѣнкѣ, и г. Аменицкому надо еще будетъ доказать, что другая сила mr преодолѣетъ это давленіе и откатитъ шаръ отъ стѣнки AB .

Въ третьихъ, никто и этого, конечно, не докажетъ, ибо самый фактъ, что наши двѣ составляющія получились въ результатѣ разложенія силы, направленной строго вертикально, т. е. безъ малѣйшаго наклона вправо или влѣво, — этотъ фактъ уже исключаетъ возможность предположенія, чтобы какая нибудь составляющая перетянула шаръ въ свою сторону. Для большей же убѣдительности разложимъ и силу mu , при томъ такимъ образомъ, чтобы наглядно выяснилось, насколько она можетъ тянуть шаръ влѣво, для чего построимъ параллелограммъ $uxmr$: мы безъ труда убѣдимся, что сила mu будетъ дѣйствовать влѣво съ такимъ напряженіемъ, какъ дѣйствовала бы сила mx , а послѣдняя совершенно равна силѣ mr .

Въ заключеніе остается пожалѣть, что г. Аменицкому не пришло въ голову сдѣлать чисто ариѳметическое разложеніе силы mr , въ предѣлахъ прямой линіи, напримѣръ, при величинѣ mr въ одинъ фунтъ, разложить ее на 100 фунтовъ, дѣйствующихъ внизъ, и 99 фунтовъ, дѣйствующихъ вверхъ. Тогда, по теоріи Аменицкаго, сила въ сто фунтовъ, направленная внизъ, уничтожилась бы сопротивленіемъ дна, а 99 фунтовъ подняли бы нашъ шаръ съ головокружительною быстротою къ небу...

Отъ редакціи. Вопросъ, поставленный г. Видеманомъ, (уже многократно и съ разныхъ сторонъ обсуждавшійся), конечно, очень интересенъ. Но мы рѣшительно не можемъ согласиться съ его интерпретаціей процесса. Мы посвящаемъ этому особую статью, при возможности даже въ ближайшемъ номерѣ.

БИБЛИОГРАФІЯ.

III. Новости иностранной литературы.

М. Winter. «La méthode dans la philosophie des mathématiques». 200 стр. $\frac{1}{16}$, Paris, 1911.

Философія вообще, а философія математика, въ частности, представляеть собою очень скользкую почву; много по этому поводу пишутъ, но многообъщающія сочиненія этого рода обыкновенно никакого удовлетворенія не даютъ. Небольшая книга г. Винтера къ числу этихъ сочиненій не принадлежитъ. Она написана со знаніемъ дѣла, не претенціозно и читается съ несомнѣннымъ интересомъ, безъ труда. Авторъ разбираетъ сначала метафизическіе методы и не находитъ, конечно, удовлетворенія ни у Канта, ни у Наторпа. Въ спокойномъ тонѣ онъ разбираетъ, что дало направленіе логистиковъ; намъ кажется, что эта глава служить необходимымъ коррективомъ къ рѣзкой и страстной критикѣ Пуанкаре. Въ послѣдней главѣ авторъ останавливается на историко-критическомъ методѣ, какъ единственно способномъ дать отвѣты на занимающіе всѣхъ вопросы объ основахъ математики. Съ этою цѣлью онъ останавливается на эволюціи идей ариметики и алгебры и, нужно сказать, въ предѣлахъ небольшой статьи очень удачно справляется со своей задачей. Книга заслуживала бы переводъ на русскій языкъ.

В. Каганъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Искусственный дневной свѣтъ. Еще въ 1896 году американскій инженеръ Д. М. Фарланъ-Муръ (D. M. Farlan-Moore) предложилъ воспользоваться гейслеровскими трубками для цѣлей освѣщенія. Но долгое время эта идея не могла быть осуществлена на практикѣ, вслѣдствіе различныхъ техническихъ затрудненій: главное препятствіе состояло въ томъ, что гейслеровскія трубки при прохожденіи тока сами собою становятся болѣе «жесткими», т. е. увеличивается разрядъ заключающагося въ нихъ газа. Но отъ степени разряда зависитъ электропроводность, и только при опредѣленномъ разрядѣ электропроводность наибольшая: какъ при увеличеніи, такъ и при уменьшеніи разряда, электропроводность трубки, а слѣдовательно, и сила проходящаго черезъ нее тока уменьшается, и вмѣстѣ съ нею падаетъ и сила свѣта. Только послѣ того, какъ года два тому назадъ было изобрѣтено весьма остроумное приспособленіе, благодаря которому въ трубкѣ все время автоматически поддерживается постоянное разрядженіе, свѣтъ Мура сталъ примѣняться на практикѣ въ болѣе широкомъ масштабѣ.

Въ настоящее время при освѣщеніи свѣтомъ Мура устанавливаются непрерывныя стеклянныя трубки длиною до 100 м., которыя спаиваются изъ

отдѣльных кусковъ тутъ же на мѣстѣ. Напряженіе, необходимое, чтобы получить разрядъ въ столь длинныхъ трубкахъ, достигаетъ 40 000 вольтъ. Такое напряженіе получаютъ, трансформируя обыкновенный переменный токъ освѣтительной станціи при помощи особыхъ небольшихъ трансформаторовъ. Проводку устраиваютъ такъ, чтобы было невозможно коснуться опасной для жизни линіи высокаго напряженія.

Если трубы наполнены азотомъ, то свѣтъ Мура имѣетъ желтоватый оттѣнокъ. Въ виду дешевизны этого свѣта (стоимость его приблизительно равна стоимости освѣщенія современными металлическими лампочками накаливанія), имъ пользуются для освѣщенія торговыхъ помѣщеній, рекламныхъ вывѣсокъ и т. п. Если же трубы содержатъ разрѣженный углекислый газъ, то свѣтъ, испускаемый ими, хотя обходится немного дороже (онъ равенъ по стоимости угольнымъ лампочкамъ), но за то чисто бѣлаго цвѣта. Поэтому въ тѣхъ отрасляхъ промышленности, которыя нуждаются въ свѣтѣ, по возможности ближе подходящему къ солнечному, какъ напримѣръ, въ красильныхъ заведеніяхъ, въ хромотипіяхъ и т. п., это освѣщеніе Мура сразу нашло весьма широкое примѣненіе.

Въ началѣ этого года Шроттъ въ Вѣнѣ предпринялъ спектрофотометрическое изслѣдованіе спектральнаго состава и относительной яркости различныхъ составныхъ частей бѣлаго свѣта Мура и другихъ источниковъ. Если сдѣлать въ свѣтѣ Мура, въ дневномъ свѣтѣ и въ свѣтѣ вольтовой дуги съ такъ называемыми «эффектными» углями (снабженными фитилемъ изъ различныхъ свѣтящихся солей) яркость синей части спектровъ одинаковыми, и положить ее равной 100, то для яркости другихъ частей спектра получаютъ слѣдующія числа:

	Синяя часть	Зеленая	Красная
Дневной свѣтъ (разсѣянный)	100	13,4	6,9
Бѣлый свѣтъ Мура	100	17,4	6
Бѣлый свѣтъ дуги (съ баріевымъ фитилемъ) 100		21,5	14,5

Изъ этой таблички видно, что свѣтъ Мура гораздо ближе по своему составу къ дневному, чѣмъ считавшійся до сихъ поръ самымъ «бѣлымъ» свѣтъ вольтовой дуги съ баріевымъ фитилемъ.

Наконецъ, совсѣмъ недавно Шрёттеръ (Schröter) нашелъ, что если къ заключающемуся въ трубкахъ бѣлаго свѣта Мура углекислому газу прибавить немного водяного пара или какого-либо углевода, то испускаемый свѣтъ еще болѣе приближается къ дневному, такъ какъ появляющіяся водородныя линіи усиливаютъ относительную яркость красной и синей части спектра. Снятыя при помощи такого свѣта цвѣтныя фотографіи совершенно невозможно отличить отъ снятыхъ при дневномъ свѣтѣ. Такимъ образомъ, мечты объ искусственномъ дневномъ свѣтѣ теперь уже близки къ полному осуществленію.

М. Я.



6-го ноября послѣ непродолжительной болѣзни (воспаленіемъ легкихъ) скончался основатель журнала „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“

Эразмъ Корниліевичъ Шпачинскій.

Настоящій номеръ былъ уже въ печати когда редакція получила увѣдомленіе о кончинѣ Э. К. Шпачинскаго. Въ ближайшемъ номерѣ будетъ помѣщена статья о жизни и дѣятельности покойнаго.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 54 (6 сер.). Доказать тожество

$$\left(\frac{h_1}{h_2} + 1\right) \left(\frac{h_2}{h_3} + 1\right) \left(\frac{h_3}{h_1} + 1\right) = \left(\frac{h_1}{r} - 1\right) \left(\frac{h_2}{r} - 1\right) \left(\frac{h_3}{r} - 1\right).$$

гдѣ h_1, h_2, h_3 — высоты, а r — радіусъ вписаннаго въ нѣкоторый треугольникъ круга.

М. Софроновъ (Уральскъ).

№ 55 (6 сер.). Найти сумму n членовъ ряда

$$\cot a \cot 2a + \cot 2a \cot 3a + \dots + \cot na \cot (n+1)a + \dots$$

С. Розенблатъ (Балга).

№ 56 (6 сер.). Доказать, что выраженіе

$$2^{5n+3} + 5^n 3^{n+2}$$

при всякомъ цѣломъ и не отрицательномъ значеніи n кратно 17.

(Займств.)

№ 57 (6 сер.). Доказать тождество

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

(Займств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 22 (6 сер.). Упростить выраженія

$$(\sin a + \operatorname{cosec} a)^2 + (\cos a + \sec a)^2 - (\operatorname{tg}^2 a + \cot^2 a),$$

$$\cos^6 a + \sin^6 a + \frac{1}{3} \sin^2 2a.$$

Первое изъ этихъ выраженій по раскрытіи скобокъ и послѣ надлежащей группировки членовъ даетъ:

$$(\sin^2 a + \cos^2 a) + (\sec^2 a - \operatorname{tg}^2 a) + (\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 a) + 2 \sin a \operatorname{cosec} a +$$

$$2 \cos a \sec a = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 7.$$

Итакъ, первое выраженіе, независимо отъ значенія угла a , равно числу 7. Второе же выраженіе, независимо отъ значенія a , равно единицѣ; это вытекаетъ изъ ряда слѣдующихъ преобразованій:

$$\cos^6 a + \sin^6 a + \frac{1}{3} \sin^2 2a = (\cos^2 a)^3 + (\sin^2 a)^3 + \frac{1}{3} \cdot 4 \sin^2 a \cos^2 a =$$

$$= (\cos^2 a + \sin^2 a)(\cos^4 a - \cos^2 a \sin^2 a + \sin^4 a) + 3 \sin^2 a \cos^2 a =$$

$$= \cos^4 a - \cos^2 a \sin^2 a + \sin^4 a + 3 \sin^2 a \cos^2 a = (\cos^2 a + \sin^2 a)^2 = 1.$$

L. Sivian; M. Добровольскій (Сердобскъ); *С. Львовъ* (Тула); *А. Ильинъ* (Астрахань); *Н. Орловскій* (Кіевъ); *Н. Нейцъ* (Самара); *Б. Щигольевъ* (Варшава).

№ 24 (6 сер.). Показать, что соотношеніе

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right) \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y \cot y \cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2}\right) = 1$$

между углами x и y равносильно соотношенію

$$\cos x + \sin y = 1.$$

Запишемъ данное соотношеніе въ видѣ:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right). \quad (1)$$

Подвергая лѣвую и правую части надлежащимъ преобразованіямъ, приходимъ послѣдовательно къ равенствамъ:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} \operatorname{tg} x = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} \cdot \cos x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\cos x} = \frac{1 - \cos x}{\cos x}, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} y \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right) &= \frac{\sin y}{\cos y} \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{y}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{y}{2}} = \frac{\sin y \left(\cos \frac{y}{2} + \sin \frac{y}{2} \right)}{\cos y \left(\cos \frac{y}{2} - \sin \frac{y}{2} \right)} = \\ &= \frac{\sin y \left(\cos^2 \frac{y}{2} - \sin^2 \frac{y}{2} \right)}{\cos y \left(\cos \frac{y}{2} - \sin \frac{y}{2} \right)^2} = \frac{\sin y \cdot \cos y}{\cos y \left(\cos^2 \frac{y}{2} + \sin^2 \frac{y}{2} - 2 \sin \frac{y}{2} \cos \frac{y}{2} \right)} = \frac{\sin y}{1 - \sin y}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Слѣдовательно [см. (2), (3), (1)]

$$\frac{1 - \cos x}{\cos x} = \frac{\sin y}{1 - \sin y}, \quad \frac{1}{\cos x} - 1 = \frac{\sin y}{1 - \sin y}, \quad \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{1 - \sin y},$$

откуда $1 - \sin y = \cos x$, т. е.

$$\cos x + \sin y = 1. \quad (4)$$

Подвергая равенство (4) тѣмъ же преобразованіямъ, но произведеннымъ въ обратномъ порядкѣ, приходимъ къ соотношенію (1), равносильному первому изъ данныхъ соотношеній. Слѣдуетъ замѣтить, однако, что производя указанныя выше преобразованія, мы дѣлимъ на $\cot y \cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right)$, сокращаемъ на $\cos \frac{x}{2}$, множимъ числителя и знаменателя на $\cos \frac{y}{2} - \sin \frac{y}{2}$, сокращаемъ на $\cos y$ и т. д., что можно было дѣлать лишь тогда, если каждое изъ перечисленныхъ выше выраженій отлично отъ нуля. Разматривая исключаемые такимъ образомъ изъ разсмотрѣнія случаи можно прийти къ выводу, что тождественность двухъ разсматриваемыхъ соотношеній нарушается лишь тогда, если одинъ изъ сомножителей $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, $\operatorname{tg} x$, $\cot y$, $\cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{y}{2} \right)$ лѣвой части перваго соотношенія обращается въ нуль или въ безконечность.

L. Sivian; А. Ильинъ (Астрахань); Н. Орловскій (Кіевъ); Н. Нейцъ (Самара); М. Рыбкинъ (Віскъ); Б. Щиголевъ (Варшава).

ПОПРАВКИ:

Въ статьѣ „Центръ массъ, распреѣленныхъ на части земной поверхности“. Проф. Б. П. Вейнберга, напечатанной въ № 567 „Вѣстника“ слѣдуетъ исправить слѣдующія опечатки:

Страница:	Строка:	Напечатано:	Должно быть:
76	8 сверху	передъ корнемъ пропущенъ множитель 0.67	
79	8 снизу	$54^{\circ}13'$	$54^{\circ}26'$
80	2 сверху	$52^{\circ}2'$	$52^{\circ}12'$

Стъ Распорядительнаго Комитета XIII Съѣзда Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей, имѣющаго состояться съ 16 по 24 июня 1913 г. въ г. Тифлисъ.

Настоящимъ доводится до свѣдѣнія всѣхъ желающихъ принять участіе въ работахъ Съѣзда въ качествѣ членовъ его, что всѣ необходимыя справки о предстоящемъ Съѣздѣ, равно какъ „правила“ Съѣзда, бланки подписныхъ листовъ и свѣдѣнія объ экскурсіяхъ, предположенныхъ во время Съѣзда, можно получить въ Распорядительномъ Комитетѣ Съѣзда (Тифлисъ, Канцелярія Попечителя Кавказскаго Учебнаго Округа), для чего на имя Распорядительнаго Комитета слѣдуетъ сообщить свой адресъ.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.**

Издатель **В. А. Герцель.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

ОБЪЯВЛЕНІЯ:

ВЫШЛА ИЗЪ ПЕЧАТИ НОВАЯ КНИГА:

А. Ляминъ.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ХРИСТОМАТІЯ.

Томъ I. Ариѳметика.

Готовится къ печати Томъ II. Алгебра.

Изданіе

„СОТРУДНИКЪ ШКОЛЬ“ А. К. ЗАЛѢССКАЯ.

Книгоиздательство, фабрика глобусовъ, учебныхъ пособій и физическихъ приборовъ. Москва, Воздвиженка д. № 13.

Обложка
щется

Обложка
щется