

№ 13.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— ❧ —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

Издаваемый Р. К. Шпачинскимъ.

2-го СЕМЕСТРА № 1-й.

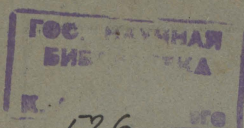
Адресъ Редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

КІЕВЪ.

Типографія Е. Т. Керерь, аренд. Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.

1887.

всес.
<http://vofem.ru>



536

СО Д Е Р Ж А Н І Е

№ 13.

	Стр.
Отъ редакціи	1
Объ опытахъ Проф. Боргмана надъ распространеніемъ электрическаго тока черезъ воздухъ	3
Обратныя фигуры. (Отвѣтъ на тему, предложенную въ № 4-мъ Вѣстника, I Сем. стр. 84) <i>В. Студеницова, А. Бобятинскаго, Н. Извольскаго и В. Капана</i>	6
Присланныя статьи: 1. Приборъ для опредѣленія скорости вѣтра (вѣтромѣръ-анемометръ) <i>К. Кошелькова</i>	11
Хроника: Фото-фонографъ, Электрическое освѣщеніе въ вагонахъ, Columbia Type Writer (машина для письма), Палладированіе, Высота вулкана Гекла надъ уровнемъ океана, Теодоръ Оппольцеръ (†)	15
Смѣсь: Явленіе „Зеленаго луча“, Доказательство (Лежандра) неизмѣняемости произведенія при перестановкѣ множителей, Химическій составъ человѣческаго тѣла, Новыя физическія игрушки	17
Тема для сотрудниковъ: правильные ромбоэдры <i>В. Ермакова</i>	18
Вопросы и задачи №№ 91—96.	19
Рѣшенія задачъ: № 18 не въ очередь (изъ Ж. Э. М. за 1885/6 г.) №№ 35, 36 и 46 (изъ I Сем. „Вѣстника“)	20
Отвѣты редакціи	24

РЕДАКЦІЯ

ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

приглашаетъ всѣхъ преподавателей и любителей физико-математическихъ наукъ, равно какъ и учащихся принимать участіе въ журналѣ въ качествѣ сотрудниковъ-корреспондентовъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, редакція высылаетъ бесплатно не болѣе 5 экземпляровъ тѣхъ номеровъ журнала, въ которыхъ эти статьи напечатаны. Авторы, желающіе имѣть отдѣльные оттиски своихъ статей, помѣщаемыхъ въ журналѣ, принимаютъ на себя всѣ расходы изданія и пересылки.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 13.

II Сем.

15 Января 1887 г.

№ 1.

Отъ редакціи.

Начавъ настоящимъ номеромъ 2-ой семестръ нашего изданія, мы считаемъ необходимымъ разъяснить въ нѣсколькихъ словахъ направленіе и назначеніе нашего журнала тѣмъ изъ новыхъ подписчиковъ, которые не получали „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики“ въ прошломъ 1886 году и не имѣли до сихъ поръ возможности познакомиться съ его программой.

Спеціально-научный журналъ нашъ, возникшій въ Августѣ мѣсяцѣ истекшаго года какъ результатъ преобразованія бывшаго Журнала Элементарной Математики, сначала предназначался почти исключительно для преподавателей и учениковъ высшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній. По этой причинѣ содержаніе журнала должно было казаться нѣсколько однообразнымъ для лицъ постороннихъ, не заинтересованныхъ лично учебною стороною физико-математическихъ вопросовъ. Притомъ, составъ читателей, доставшійся намъ, такъ сказать, по наслѣдству отъ Журнала Элементарной Математики, интересовался почти исключительно вопросами изъ области чистой математики; редакція не могла не принять этого въ расчетъ и, расширивъ въ журналѣ отдѣлъ математики и задачъ, въ рѣшеніи которыхъ принимаютъ охотно участіе не только ученики, но студенты и многіе учителя, она этимъ старалась лишь выполнить принятую ею на себя обязанность удовлетворять содержаніемъ журнала потребности своихъ читателей, заявленія и желанія которыхъ всегда принимались и будутъ приниматься во вниманіе. Сообразно нашимъ силамъ и средствамъ мы стремимся создать изъ нашего журнала такой органъ печати, который для даннаго времени былъ бы наиболѣе нужнымъ и наиболѣе полезнымъ; поэтому содержаніе и

научный уровень нашего „Вѣстника“ всегда будетъ обусловливаться составомъ читателей, а не тѣмъ, что объ немъ говорится или пишется со стороны. И если въ истекшемъ 1-мъ семестрѣ этотъ принципъ принуждалъ насъ удѣлять на страницахъ журнала больше мѣста математикѣ, чѣмъ наукамъ физическимъ, то теперь, когда по возрастающему постоянно числу нашихъ читателей мы приходимъ къ пріятному убѣжденію, что требованія, налагаемыя на насъ, значительно расширились, и что оказалось не малое число лицъ, ожидающихъ найти въ журналѣ не только однѣ теоремы или математическія задачи, — теперь, повторяемъ, то-же желаніе согласовать предложеніе со спросомъ заставляеть насъ расширить объемъ нашего „Вѣстника“, чтобы рядомъ съ „Элементарной Математикой“ въ немъ нашлось мѣсто и для разработки вопросовъ изъ области предметовъ физическихъ. Отъ этого новаго требованія, налагаемаго на насъ естественныхъ ходомъ обстоятельствъ, мы тѣмъ болѣе не желаемъ уклоняться, что до настоящаго времени въ Россіи дѣйствительно недостаетъ *элементарнаго физико-математическаго журнала*, и очень многіе принуждены удовлетворять свою любознательность заграничными изданіями, что впрочемъ не для всѣхъ оказывается возможнымъ.

Итакъ, со 2-го семестра начиная, мы будемъ пытаться пополнить этотъ пробѣлъ нашей журнальной литературы введеніемъ отдѣла хроники и увеличеніемъ числа извлеченій изъ современныхъ иностранныхъ журналовъ. При этомъ, повторяемъ, математическій отдѣлъ журнала ни въ какомъ случаѣ не будетъ подлежать сокращенію, и отдѣлу темъ и задачъ будетъ по прежнему отведено возможно больше мѣста ¹⁾. Точно также мы съ охотою будемъ помѣщать статьи спеціально-педагогическаго содержанія и вообще все, что относится къ вопросамъ преподаванія физики и математики, въ виду того, что журналъ нашъ, выписывающійся теперь значительнымъ большинствомъ нашихъ классическихъ гимназій, прогимназій, реальныхъ и другихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій, военныхъ корпусовъ и проч., становится наиболѣе удобнымъ органомъ для сконцентрированія этого рода вопросовъ.

Внѣшній видъ журнала, начиная съ настоящаго №, слегка измѣненъ съ цѣлью увеличить объемъ cadaго номера при томъ-же числѣ страницъ. Объявленія будутъ печататься только на оберткѣ. Оставляя ту-же низкую подписную цѣну на журналъ (6 руб. въ годъ, гражданскій или учебный,

¹⁾ Въ слѣдующемъ № 14 будетъ предложена задача на премію проф. Ермакова.

или 3 р. въ полугодіе) и увеличивая число чертежей и рисунковъ, мы по необходимости будемъ вынуждены чаще прибѣгать къ болѣе мелкому шрифту, чѣмъ тотъ, къ которому привыкли наши прошлогодніе читатели.

Новые подписчики, желающіе получить всѣ номера (12) „Вѣстника“ за 1-й (истекшій) семестръ (за 3 р. съ пересылкой), благоволятъ обращаться съ требованіями *исключительно* въ редакцію.

Прежнимъ подписчикамъ семестровымъ, не возобновившимъ до сихъ поръ подписки на 2-ой семестръ, высылка журнала прекращена.

Лица, получающіе журналъ бесплатно, благоволятъ прислать въ редакцію свои точные адреса.

Объ опытахъ проф. И. Боргмана

надъ распространеніемъ электрическаго тока черезъ воздухъ.

Мы не имѣли до сихъ поръ случая познакомить нашихъ читателей съ интересными опытами проф. С.-Петербургскаго университета И. Боргмана, описаніе которыхъ было помѣщено въ 7-мъ выпускѣ журнала Р. Ф.-Хим. Общ. и въ № 18—20 журнала „Электричество“ за 1886 г. Опыты эти, до сихъ поръ еще не законченные, были предприняты для экспериментальнаго рѣшенія вопроса о томъ, какъ распространяется электричество черезъ воздухъ, въ тѣхъ случаяхъ, напримѣръ, когда оно отъ остроконечія или пламени лампы, сообщеннаго съ кондукторомъ электрической машины, передается электрометру, помѣщенному въ той-же комнатѣ на значительномъ разстояніи. Существуетъ ли здѣсь такъ называемая электрическая конвенція, т. е., переносъ наэлектризованныхъ воздушныхъ частицъ отъ остроконечія къ электрометру, или-же эта передача происходитъ инымъ образомъ? Результаты, до настоящаго времени полученные, говорятъ по мнѣнію автора въ пользу послѣдняго предположенія, хотя изъ нихъ нельзя, конечно, сдѣлать заключенія объ окончательномъ механизмѣ передачи электрической энергіи черезъ воздухъ.

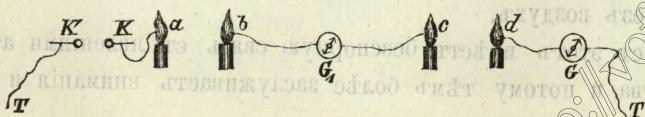
Вопросъ этотъ имѣть безспорную связь съ явленіями атмосфернаго электричества и потому тѣмъ болѣе заслуживаетъ вниманія и обстоятельнаго изслѣдованія.

Первый рядъ опытовъ проф. Боргмана установилъ слѣдующій фактъ. Если одинъ изъ кондукторовъ хорошо дѣйствующей электрофорной машины (напр. Гольца, или Фосса) соединимъ съ землею, а другой съ металличе-

скимъ остріемъ, или еще лучше съ пламенемъ газовой или спиртовой (изолированной) лампы ¹⁾, съ другой стороны, если одинъ конецъ проволоки чувствительнаго гальванометра тоже соединимъ съ землею, а другой съ такимъ-же изолированнымъ остріемъ или пламенемъ, находящимся въ той-же комнатѣ на нѣкоторомъ разстояніи отъ острія или пламени, соединеннаго съ машиною, то при дѣйстви электрической машины тотчасъ-же замѣчается отклоненіе стрѣлки гальванометра; слѣдовательно въ катушкѣ гальванометра, одинъ конецъ которой вставленъ въ пламя, а другой отведенъ къ землѣ, существуетъ гальваническій токъ въ продолженіе всего того времени, пока пламя другой горѣлки заряжается постояннымъ притокомъ электричества съ кондуктора машины. Сила такъ вызваннаго гальваническаго тока, при прочихъ одинаковыхъ условіяхъ, возрастаетъ съ увеличеніемъ скорости вращенія круга машины и съ уменьшеніемъ разстоянія между двумя горѣлками или остріями. Въ томъ случаѣ когда употреблялись острія, отклоненія стрѣлки гальванометра были значительно меньше, чѣмъ при опытахъ съ лампочками, при тѣхъ-же разстояніяхъ и той-же скорости вращенія машины. При переměнѣ знака электричества на кондукторѣ, сообщенномъ съ пламенемъ, мѣняется и направленіе тока въ проволоку гальванометра, и стрѣлка его отклоняется въ обратную сторону. Если между обѣими горѣлками, которыя у проф. Боргмана находились обыкновенно на одинаковой высотѣ и разстояніе между которыми измѣнялось въ предѣлахъ отъ 0,3 до 2,5 метра, помѣщался экранъ, то отклоненіе стрѣлки гальванометра вообще уменьшалось, при чемъ экранъ изъ непроводника вліялъ на ослабленіе тока гораздо менѣе, нежели напримѣръ экранъ металлическій, соединенный съ землею, а наименьшее ослабляющее дѣйствіе производилъ экранъ изъ проводника, но изолированный.

Вторая серія опытовъ еще интереснѣе, такъ какъ при нихъ наблюдался гальваническій токъ въ проволоку, оба конца которой были вставлены, каждый порознь, въ пламена двухъ лампочекъ. Расположеніе опытовъ изображено схематически на рисункѣ. К' — одинъ изъ кондукторовъ электри-

фиг. 1.



ческой машины, соединенъ съ землею Т; другой кондукторъ К сообщенъ съ пламенемъ 1-ой горѣлки а. Пламена двухъ другихъ горѣлокъ б и с

¹⁾ Вставляемая въ пламя часть проволоки была изъ платины.

соединены изолированнымъ проводникомъ, въ которомъ вставленъ 1-й гальванометръ G_1 . Пламя четвертой горѣлки d содержитъ конецъ проводника, отведеннаго черезъ 2-ой гальванометръ G къ землѣ T . При этомъ электрическая машина, горѣлки a и b и гальванометръ G_1 находились въ одной большой комнатѣ, а горѣлки c и d и второй гальванометръ—въ сосѣдней. Разстоянія между горѣлками a и b , а также между c и d были около 0,5 м. и больше.

При дѣйствіи машины электричество переходило съ кондуктора K и разсѣивалось пламенемъ a ; нѣкоторая часть его, такъ сказать, собиралась пламенемъ b и передавалась по проводнику горѣлкѣ c , которая въ свою очередь разсѣивала его въ воздухѣ сосѣдней комнаты; здѣсь опять нѣкоторый процентъ его собирался горѣлкою d и переходилъ наконецъ черезъ гальванометръ G въ землю. Понятно поэтому, что отклоненія стрѣлки въ гальванометрѣ G вообще будутъ меньше чѣмъ въ G_1 и что между показаніями обоихъ гальванометровъ должна существовать постоянная пропорціональность, что и подтверждено наблюденіями проф. Боргмана.

Въ третьемъ рядѣ опытовъ электрическая машина была замѣнена гальванической батареей изъ 120 пробирочныхъ мѣдно-цинковыхъ элементовъ; одинъ полюсъ батареи былъ соединенъ съ землею, другой—введенъ въ пламя первой горѣлки. Результаты, очевидно, получились тѣ-же, только сила тока въ гальванометрѣ наблюдалась гораздо меньше. Разстояніе между горѣлками въ этихъ опытахъ не превышало 125 мм.

Четвертый рядъ опытовъ былъ произведенъ съ катушкою Румкорфа, т. е. съ электричествомъ, знакъ котораго быстро и постоянно мѣняется. Индукціонная спираль, довольно большихъ размѣровъ, приводилась въ дѣйствіе 12-ю элементами; концы ея 1) или оба оставались свободными, 2) или одинъ соединялся съ землею, а другой оканчивался шарикомъ, либо остриемъ, либо наконечъ соединялся съ пламенемъ горѣлки. Въ первомъ случаѣ въ воздухѣ комнаты на нѣкоторомъ разстояніи отъ катушки не замѣчалось никакихъ особенныхъ явленій. Во второмъ случаѣ шарикъ, остроко-нечіе или пламя лампы разсѣиваетъ въ воздухѣ то положительное, то отрицательное электричество. Чтобы наблюдать передачу его къ другой горѣлкѣ, нельзя употребить въ этомъ случаѣ гальванометра, потому что въ проводникѣ, идущемъ отъ этой горѣлки къ землѣ, направленіе тока постоянно бы мѣнялось, а переменные токи, какъ извѣстно, въ обыкновенномъ гальванометрѣ не отклоняютъ магнита. Поэтому въ этой серіи опытовъ гальванометръ былъ замѣненъ телефономъ, который для обнаруженія пере-

мѣннаго тока представляет собою необыкновенно чувствительный приборъ. Для этой цѣли одинъ конецъ проволоки, составляющей катушку телефона, сообщался съ землею, а другой вводился въ пламя горѣлки, или-же соединялся съ большою металлическою поверхностью (щитомъ), изолированную отъ земли.

Когда концы Румкорфовой спирали оставались свободными, въ телефонѣ не было слышно никакого звука (это служить доказательствомъ, что сама спираль и ея электромагнитъ не дѣйствуютъ на телефонъ при взятомъ разстояніи). Если же одинъ изъ концовъ индуктивной спирали сообщенъ съ землею, а другой соединенъ съ пламенемъ горѣлки, то въ телефонѣ очень отчетливо слышится звукъ прерывателя (молоточка) аппарата Румкорфа. При этихъ опытахъ то пламя горѣлки, которое соединено съ телефономъ, удобно замѣнить металлическимъ изолированнымъ щитомъ; при этомъ звукъ въ телефонѣ слышенъ даже при удаленіи этого щита на 11 и болѣе метровъ отъ той горѣлки, въ которую введенъ одинъ конецъ индуктивной катушки.

Послѣ установленія всѣхъ вышеописанныхъ фактовъ, проф. Боргманъ пытался еще доказать, что та передача электрической энергіи, которая имѣетъ мѣсто при этихъ опытахъ между двумя горѣлками (разсѣивающей электричество и собирающей), имѣетъ всѣ признаки обыкновеннаго гальваническаго тока, и потому такой воздушный гальваническій токъ долженъ по мнѣнію автора отклонять магнитную стрѣлку въ ту или другую сторону, смотря по тому проходить ли онъ надъ или подъ нею. Это предположеніе до сихъ поръ не можетъ считаться подтвержденнымъ тѣми опытами, которые приведены въ концѣ статьи проф. Боргмана, а потому считаемъ неудобнымъ говорить теперь, когда эта столь интересная научная работа только что начата, какъ объ этихъ незаконченныхъ опытахъ, такъ и о догадкахъ автора относительно происхожденія атмосфернаго электричества.

Обратныя фигуры.

Отвѣтъ на тему, предложенную въ № 4 Вѣст. Оп. Физ. и Эл. Мат.

В. Студенцова, А. Бобятинскаго, Н. Извольскаго и В. Кагана.

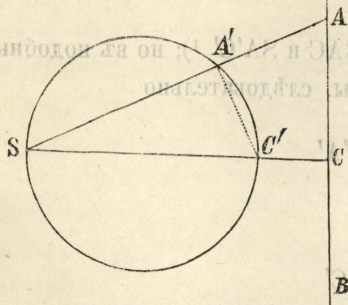
§ 1. Возьмемъ на плоскости постоянную точку, которую назовемъ началомъ, или начальною точкою.

Двѣ точки на плоскости называются обратными, если 1) прямая, соединяющая ихъ, проходить чрезъ начало, и 2) произведение ихъ разстояній отъ начальной точки сохраняетъ постоянную величину.

Двѣ фигуры называются обратными, если онѣ состоятъ изъ взаимно обратныхъ точекъ.

Кривая, обратная прямой, есть окружность, проходящая чрезъ начало.

Фиг. 2.



Въ самомъ дѣлѣ, пусть данная прямая будетъ AB (фиг. 2), точка S—начало, SC—перпендикуляръ изъ начала на прямую AB. Пусть A' и C' будутъ точки обратныя точкамъ A и C. По условію $SC \cdot SC' = SA \cdot SA'$, откуда

$$SC : SA = SA' : SC'.$$

Отсюда заключаемъ, что треугольники SAC и SC'A' подобны; поэтому уголъ SA'C' равенъ прямому углу SCA. Слѣдовательно, при перемѣщеніи точки A по данной прямой, обратная ей точка A' опишетъ окружность круга, построеннаго на діаметрѣ SC'.

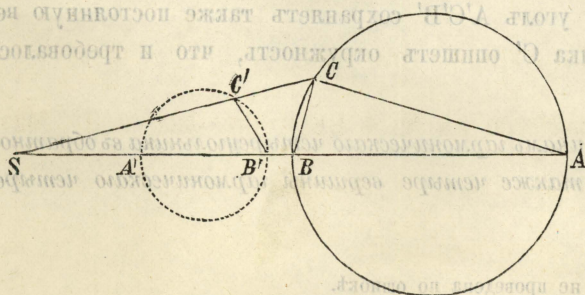
Наоборотъ, прямая есть фигура, обратная окружности, проходящей чрезъ начало.

Въ самомъ дѣлѣ, если S есть начало (фиг. 2) и точка A' движется по окружности, построенной на діаметрѣ SC', то обратная ей точка A опишетъ прямую AB, перпендикулярную къ SC'.

Если прямая проходить чрезъ начало, то, очевидно, она сама себѣ будетъ обратной.

§ 2. Покажемъ теперь, что окружности, не проходящей чрезъ начало, въ обратной фигурѣ соответствуетъ также окружность. Замѣтимъ предварительно, что наше доказательство имѣетъ мѣсто при всякомъ положеніи окружности относительно начала.

Фиг. 3.



Чрезъ начало S (ф. 3) проводимъ сѣкущую, пересѣкающую данную окружность въ точкахъ A и B; пусть A' и B' будутъ точки, обратныя точкамъ A и B. Возьмемъ на окружности какую нибудь третью точку C и пусть

обратная ей точка будет C' . Если точка C будет перемѣщаться по данной окружности, то нужно доказать, что и обратная ей точка C' также опишетъ нѣкоторую окружность.

По условію

$$SA \cdot SA' = SC \cdot SC',$$

откуда

$$SA : SC = SC' : SA'.$$

Отсюда слѣдуетъ подобіе треугольниковъ SAC и $SA'C'$ ¹⁾; но въ подобныхъ треугольникахъ соотвѣтственные углы равны, слѣдовательно

$$\angle SAC = \angle SC'A'.$$

Точно также изъ равенства

$$SB \cdot SB' = SC \cdot SC'$$

слѣдуетъ подобіе треугольниковъ SBC и $SB'C'$ и равенство соотвѣтственныхъ угловъ этихъ треугольниковъ; поэтому

$$\angle SBC = \angle SC'B'.$$

Вычитая изъ этого послѣдняго равенства найденное выше равенство

$$\angle SAC = \angle SC'A'$$

и замѣчая, что

$$\angle SBC - \angle SAC = \angle ACB,$$

$$\angle SC'B' - \angle SC'A' = \angle A'C'B',$$

найдемъ

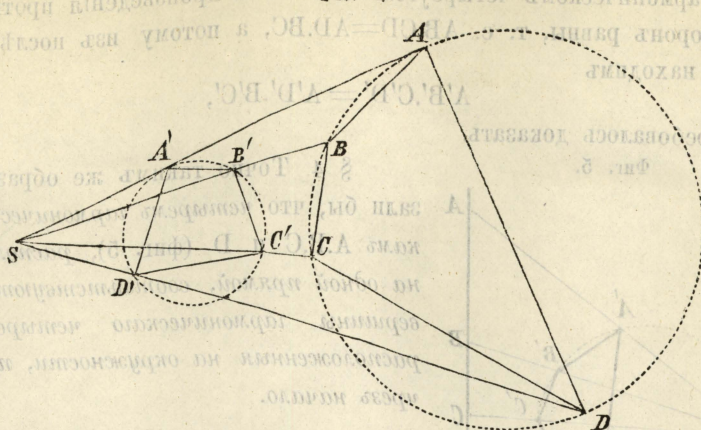
$$\angle ACB = \angle A'C'B'.$$

Если точка C движется по данной окружности, то уголъ ACB остается неизмѣннымъ, равный ему уголъ $A'C'B'$ сохраняетъ также постоянную величину, слѣдовательно точка C' опишетъ окружность, что и требовалось доказать.

§ 3. Четыремъ вершинамъ гармоническаго четырехугольника въ обратной фигурѣ соотвѣтствуютъ также четыре вершины гармоническаго четырехугольника.

¹⁾ На фиг. 3 линія $A'C'$ не проведена по ошибкѣ.

Фиг. 4.



Въ самомъ дѣлѣ, пусть гармоническій четырехугольникъ будетъ ABCD (фиг. 4); пусть точкамъ A, B, C и D обратныя будутъ A', B', C' и D'.

Такъ какъ по опредѣленію гармоническаго четырехугольника точки A, B, C и D находятся на одной окружности, то, какъ было доказано раньше, обратныя имъ точки A', B', C' и D' будутъ находиться также на одной окружности. Остается доказать, что въ четырехугольникѣ A'B'C'D' произведеніе двухъ противоположныхъ сторонъ равно произведенію двухъ другихъ сторонъ ¹⁾.

На основаніи соотношенія

$$SA \cdot SA' = SB \cdot SB'$$

имѣемъ

$$SA : SB = SB' : SA',$$

что показываетъ, что треугольники SAB и SA'B' подобны, а потому

$$\frac{AB}{SA} = \frac{A'B'}{SB'}.$$

Подобнымъ образомъ изъ подобія треугольниковъ SCD и SC'D' находимъ

$$\frac{CD}{SC} = \frac{C'D'}{SD'}.$$

Перемноживъ эти два равенства, получимъ

$$\frac{AB \cdot CD}{SA \cdot SC} = \frac{A'B' \cdot C'D'}{SB' \cdot SD'}.$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$\frac{AD \cdot BC}{SA \cdot SC} = \frac{A'D' \cdot B'C'}{SB' \cdot SD'}.$$

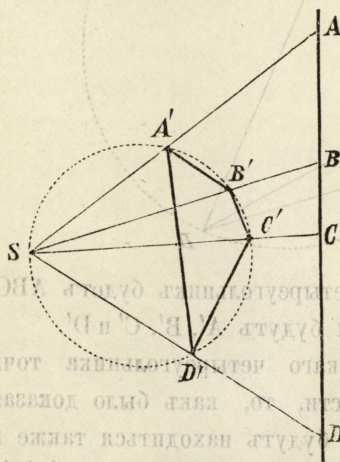
¹⁾ См. Вѣстникъ Оп. Физ. и Эл. Мат. № 1, страница 7-я.

Но въ гармоническомъ четырехугольникѣ ABCD произведенія противоположныхъ сторонъ равны, т. е. $AB \cdot CD = AD \cdot BC$, а потому изъ послѣднихъ равенствъ находимъ

$$A'B'.C'D' = A'D'.B'C',$$

что и требовалось доказать.

Фиг. 5.

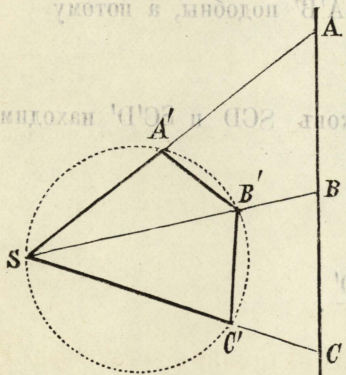


§ 4. Точно такимъ же образомъ доказали бы, что *четыремъ гармоническимъ точкамъ А, В, С и D (фиг. 5), расположеннымъ на одной прямой, соответствуютъ четыре вершины гармонического четырехугольника, расположенныя на окружности, проходящей чрезъ начало.*

Если из четырех гармонических точек A, B, C и D , расположенных на одной прямой, одна точка, напр., D , удаляется в бесконечность, то сопряженная ей точка B делить пополам расстояние между остальными точками A и C ¹⁾. Но если точка D удаляется в бесконечность, то обратная ей точка D' совпадает с началом S . Отсюда вытекает следующая теорема:

Треть точкимъ, расположеннымъ на одной прямой такъ, что средняя изъ нихъ дѣлитъ пополамъ разстояніе между двумя крайними, въ обратной фигурѣ соответствуютъ три вершины гармоническаго четырехугольника, коего четвертая вершина находится въ началѣ.

Фиг. 6.



Дадим самостоятельное доказательство этой теоремы. Пусть точки A, B и C находятся на одной прямой (фиг. 6) и пусть $AB=BC$; пусть точки A', B' и C' будут обратны точкам A, B и C , и S —начало. Нужно доказать, что четырехугольник $A'B'C'S$ будет гармонический.

Изъ подобія треугольниковъ SAB и $SA'B'$ слѣдуетъ

$$AB:SB=A'B':SA'.$$

Точно также из подобия треугольников SBC и $SB'C'$ следует

¹⁾ См. 1-й томъ Журн. Эл. Мат. № 4, статью „Ангармоническое отношеніе и гармоническое дѣленіе“, Слѣдствіе 2-е.

$$BC:SB = B'C':SC'.$$

Такъ какъ по условію $AB=BC$, то первыя части равны, слѣдовательно

$$A'B':SA' = B'C':SC',$$

откуда

$$A'B'.SC' = B'C'.SA',$$

что и требовалось доказать.

§ 5. Еслибъ были даны двѣ прямыя, пересѣкающіяся подъ какимъ нибудь угломъ, то обратныя имъ окружности (которыя будутъ пересѣкаться въ точкѣ, принятой за начало) пересѣкутся подъ тѣмъ же угломъ, потому что касательныя, проведенныя къ этимъ окружностямъ чрезъ начало, будутъ параллельны даннымъ прямымъ.

Наоборотъ, если даны двѣ пересѣкающіяся окружности и одна изъ точекъ пересѣченія принята за начало, то обратныя этимъ окружностямъ прямыя линіи будутъ параллельны проведеннымъ чрезъ начало касательнымъ къ даннымъ окружностямъ, а потому уголъ между данными окружностями равенъ углу между обратными прямыми.

Далѣе замѣтимъ, что еслибъ взяли окружность и касательную къ ней прямую и нашли обратныя имъ окружности, то эти послѣднія были бы касательными между собою, потому что имѣли бы общую точку, обратную точкѣ прикосновенія, но другой общей точки у нихъ не было бы, въ противномъ случаѣ данная прямая и окружность должны были бы тоже имѣть вторую общую точку.

Теперь положимъ, что даны двѣ пересѣкающіяся окружности и за начало принята не точка пересѣченія ихъ. Чрезъ точку пересѣченія проведемъ касательныя и найдемъ окружности обратныя даннымъ окружностямъ и проведеннымъ къ нимъ касательнымъ. Окружности, обратныя касательнымъ, будутъ пересѣкаться подъ угломъ, равнымъ углу между касательными, и въ то же время онѣ будутъ касаться окружностей, обратныхъ даннымъ, въ ихъ точкѣ пересѣченія; слѣдовательно *уголъ между окружностями, обратными даннымъ, равенъ углу между данными окружностями.*

(Окончаніе слѣдуетъ).

Присланныя статьи.

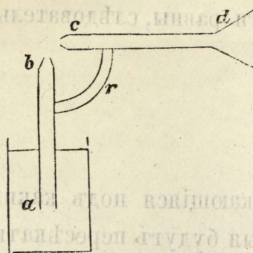
1. Приборъ для опредѣленія скорости вѣтра (Вѣтромѣръ-анемометръ).

Директора Новгородскаго реальнаго училища

К. А. Кошелькова.

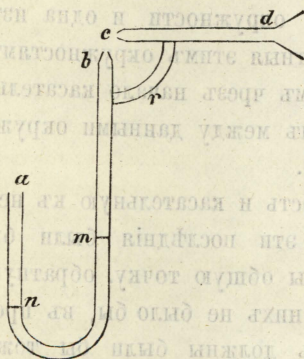
Приборъ, предлагаемый мною, основанъ на томъ-же явленіи, какъ и пудверизаторъ.

Фиг. 7.



отверстия *b*, будет постоянно разбрасываться током воздуха, выходящего из трубки *dc*, и при этом обращаться в мелкую водяную пыль. Это и есть обыкновенный пульверизаторъ.

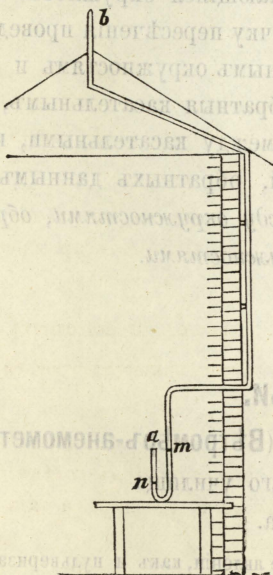
Фиг. 8.



Но опыты можно видоизмѣнить. Придадимъ трубкѣ *ab* форму буквы *U* и нальемъ въ нее до нѣкоторой высоты воды. Производи дутье въ трубкѣ *dc* (фиг. 8), произведемъ измѣненіе давленія въ правомъ колѣнѣ трубки, гдѣ вода, вслѣдствіе этого, подымется, опустившись за то въ лѣвомъ колѣнѣ. Разность высотъ *m* и *n* въ обоихъ колѣнахъ, измѣряетъ силу тока воздуха, пролетающаго надъ отверстиемъ *b*.

Если правое колѣно такой трубки соединимъ съ вертикально помѣщенной трубкою на крышѣ дома, то то-же явленіе повторится безъ искусственнаго дутья при дѣйствіи вѣтра, въ предположеніи, что конецъ трубки *b*

Фиг. 9.



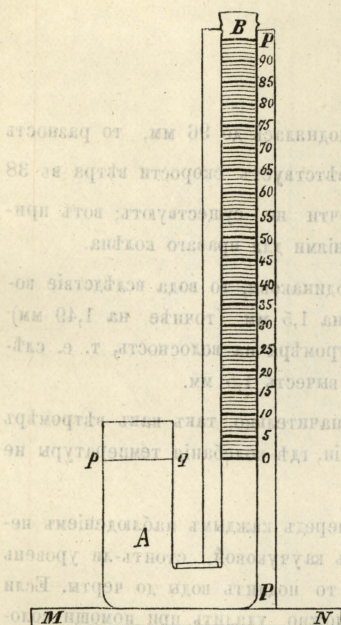
(фиг. 9) на крышѣ не защищенъ отъ этого дѣйствія соседними зданіями или деревьями. И въ этомъ случаѣ дѣйствіе вѣтра, пролетающаго надъ *b*, обнаружится уменьшеніемъ давленія на поверхность воды въ правомъ колѣнѣ трубки, и разность уровней *m* и *n* можетъ служить для измѣренія скорости вѣтра.

Выяснивши эти явленія, приступаю теперь къ описанію моего вѣтрометра.

На толстой деревянной въ 1 кв. дециметръ дощечкѣ *MN* (фиг. 10), снабженной тремя установочными винтами, помѣщается двухколѣнчатая стеклянная трубка *AB*. Лѣвое колѣно имѣетъ высоту 5 центм. и діаметръ 2 мм., правое—высоту 15 мм. и діаметръ въ 1 центм. При такихъ діаметрахъ при самомъ высокомъ поднятіи воды въ правомъ колѣнѣ нѣкоторое количество ея будетъ оставаться и въ лѣвомъ. Горизонтальная часть трубки, соединяющая оба колѣна, лежитъ на дощечкѣ, къ которой прикрѣплена посредствомъ металлической муфты. Длинное колѣно трубки прикрѣплено посредствомъ скобокъ къ вертикальной дощечкѣ *PP*, привинченной къ *MN*. Верхняя часть узкой стеклянной трубки *B* имѣетъ латунную насадку, бороздчатую для лучшаго соединенія ее съ

каучуковой трубкой, другой конец которой соединяется с металлической частью трубки, выведенной на верхъ крыши дома.

Фиг. 10.



Лѣвое, широкое колѣно имѣетъ одну замѣтку, постоянную черту pq , на 1 цен. ниже своего верхняго края. Въ правомъ, узкомъ колѣнѣ на уровнѣ, проходящимъ черезъ черту pq , стоитъ 0 и отъ него вся трубка вверхъ раздѣлена на миллиметры. Дѣленія могутъ быть и не на самой трубкѣ, а на деревянной дощечкѣ PP . Ихъ достаточно имѣть около 95. Замѣтимъ еще, что стеклянные трубочки, составляющія лѣвое и правое колѣна, должны быть по возможности строго цилиндрическія.

Приведа дощечку MN въ горизонтальное положеніе, нальемъ воды въ широкую трубочку до черты pq ; тогда въ правомъ колѣнѣ вода подымется до 1,5 мм. (вслѣдствіе капиллярности). Затѣмъ соединяемъ каучуковую трубку съ узкимъ колѣномъ и наблюдаемъ разность уровней воды. Для ясности наблюденія вода можетъ быть слегка подкрашена или при помощи марганцово-кислаго кали, или попросту чернилъ.

Выгоднѣе было-бы замѣнить воду терпентиномъ, такъ какъ онъ легче воды (уд. вѣсъ=0,87), а потому при одинаковой разности давленій въ обоихъ колѣнахъ столбъ терпентина въ узкой трубкѣ былъ бы

выше столба воды почти въ 1,15 разъ.

Разность высотъ воды въ обоихъ колѣнахъ, прямо пропорціональна разности атмосферныхъ давленій въ комнатѣ и въ воздухѣ праваго колѣна, а послѣднее давленіе обуславливается скоростью движенія наружнаго воздуха надъ отверстіемъ трубки b на крышѣ, т. е. скоростью вѣтра. Зависимость между разреженіемъ воздуха въ длинной трубкѣ и скоростью вѣтра можетъ быть найдена опытнымъ путемъ при помощи сравненія съ другимъ анемометромъ, напр., Робинзоновскимъ или Гагемановскимъ.

Въ концѣ этой статьи помѣщена таблица, обозначающая скорости вѣтра для даннаго дѣленія праваго колѣна трубки. Табличка эта можетъ быть наклеена около прибора, что дастъ возможность наблюдателю прямо выразить скорость вѣтра въ метрахъ.

На вѣтромахъ достаточно наблюдать только противъ какого дѣленія стоитъ вода въ правомъ колѣнѣ; помножая полученное число на $\frac{5}{4}$, найдемъ разность уровней воды въ обоихъ колѣнахъ. Въ самомъ дѣлѣ, пусть вода въ правомъ колѣнѣ стоитъ на k дѣлений выше нуля, а въ лѣвомъ—на x дѣлений ниже постоянной черты pq ; слѣдовательно разность высотъ будетъ $=k+x$. Но мы знаемъ, что объемъ воды въ правомъ колѣнѣ отъ 0 до k дѣлений равенъ объему въ лѣвомъ колѣнѣ отъ замѣтки pq до уровня x , а такъ какъ

эти объемы представляют собою цилиндры съ радиусами оснований 1 цен. и 2 цен., то имѣем равенство:

$$\pi \cdot 2^2 x = \pi \cdot 1^2 k$$

откуда

$$x = \frac{1}{4} k$$

и, слѣдовательно, разность уровней

$$x + k = \frac{5}{4} k.$$

Такъ, напр., если бы вода въ правомъ колѣнѣ поднялась до 96 мм, то разность уровней была бы $96 \cdot \frac{5}{4} = 120$ мм. Такое поднятіе соответствуетъ скорости вѣтра въ 38 метровъ, т. е. урагану. Въ нашихъ широтахъ ураганы почти не существуютъ; вотъ причина, почему я на своемъ приборѣ ограничился 95 дѣлениями для праваго колѣна.

Такъ какъ діаметры трубокъ лѣвой и правой не одинаковы, то вода вслѣдствіе волосности въ узкомъ колѣнѣ будетъ стоять выше почти на 1,5 мм (точнѣе на 1,49 мм). Это число и будетъ составлять постоянную поправку вѣтромаѣра на волосность, т. е. слѣдуетъ всегда изъ наблюданнаго числа дѣлений на трубкѣ вычесть 1,5 мм.

Что касается до вліянія температуры, то оно незначительно, такъ какъ вѣтромаѣръ для удобства наблюденій помѣщается въ жиломъ помѣщеніи, гдѣ колебанія температуры не превышаютъ обыкновенно 5° R.

Вода въ приборѣ будетъ испаряться, а потому передъ каждымъ наблюденіемъ необходимо удостовѣриться, разобивъ стеклянную трубку съ каучуковой, стоитъ-ли уровень воды въ широкомъ колѣнѣ на замѣткѣ *pq*, и если ниже, то подлить воды до черты. Если прілиемъ воды больше чѣмъ слѣдуетъ, то излишекъ ея можно удалить при помощи соломенки или пропускной бумаги.

Какъ видно изъ таблицы, при скорости вѣтра меньше 4 метровъ разность уровней меньше 1 мм, слѣдовательно описанный вѣтромаѣръ—малочувствительный приборъ для небольшихъ скоростей вѣтра.

Также я долженъ предупредить тѣхъ лицъ, которые пожелали бы построить мой вѣтромаѣръ, что уровень воды въ правомъ колѣнѣ постоянно колеблется около средняго положенія, ибо вѣтеръ чаще всего дѣйствуетъ порывами и его скорость очень измѣнчива. Поэтому при каждомъ наблюденіи надо отмѣтить верхнее и нижнее положеніе уровня воды въ трубкѣ и взять среднее между ними.

Въ заключеніе привожу еще разъ порядокъ наблюденія при помощи описаннаго вѣтромаѣра: 1) устанавливають дощечку MN горизонтально, если она не занимаетъ постояннаго положенія, 2) снимая каучуковую трубку, удостовѣряются стоитъ-ли вода въ лѣвомъ колѣнѣ на замѣткѣ *pq*, и если нѣтъ, то подливають воды, 3) соединяя посредствомъ каучуковой трубки правое колѣно съ металлическою трубкою, выведенною на верхъ крыши, наблюдаютъ противъ какого дѣленія приходится средній уровень воды, 4) изъ этого числа вычитываютъ 1,5 мм для уничтоженія ошибки на волосность, умножаютъ на $\frac{5}{4}$ и ищутъ въ таблицѣ какому числу метровъ соответствуетъ найденное число. Это число метровъ и будетъ давать скорость вѣтра въ моментъ наблюденія.

ТАБЛИЦА.

Исправл. число дѣлений въ мм.	Скорость вѣтра въ метрахъ.	Исправл. число дѣлений въ мм.	Скорость вѣтра въ метрахъ.
Отъ 0 до 0,2	1	Отъ 31,5 до 35,0	20
„ 0,2 „ 0,4	2	„ 35,0 „ 37,5	21
„ 0,4 „ 0,7	3	„ 37,5 „ 41,3	22
„ 0,7 „ 1,3	4	„ 41,3 „ 45,0	23
„ 1,3 „ 2,5	5	„ 45,0 „ 48,8	24
„ 2,5 „ 3,7	6	„ 48,8 „ 52,5	25
„ 3,7 „ 5,0	7	„ 52,5 „ 56,3	26
„ 5,0 „ 6,3	8	„ 56,3 „ 62,5	27
„ 6,3 „ 7,5	9	„ 62,5 „ 66,3	28
„ 7,5 „ 8,8	10	„ 66,3 „ 71,3	29
„ 8,8 „ 10,0	11	„ 71,3 „ 76,3	30
„ 10,0 „ 12,5	12	„ 76,3 „ 81,3	31
„ 12,5 „ 15,0	13	„ 81,3 „ 86,3	32
„ 15,0 „ 17,5	14	„ 86,3 „ 92,3	33
„ 17,5 „ 20,0	15	„ 92,3 „ 97,5	34
„ 20,0 „ 22,5	16	„ 97,5 „ 101,3	35
„ 22,5 „ 25,0	17	„ 101,3 „ 110,0	36
„ 25,0 „ 27,5	18	„ 110,0 „ 115,0	37
„ 27,5 „ 31,5	19	„ 115,0 „ 121,3	38

Примѣчаніе редакціи. Недостатки прибора Г. Кошелькова указаны самимъ авторомъ. Намъ они кажутся на столько серьезными, что мы сомнѣваемся въ возможности практическаго примѣненія подобнаго вѣтрометра въ томъ видѣ, какъ онъ описанъ. Тѣмъ не менѣе крайняя простота принципа, на которомъ приборъ основанъ, удобное расположеніе составныхъ частей, позволяющее наблюдать (хотя бы и по приближенію) скорость вѣтра, не выходя изъ комнаты и общедоступность устройства такого анемометра, достаточно оправдываетъ помѣщеніе въ журналѣ статьи Г. Кошелькова, благодаря которой нѣкоторые изъ читателей захотятъ, быть можетъ, принять участіе въ возможномъ усовершенствованіи этого прибора.

Хроника.

Фото-фонографъ.

Приборъ этотъ, недавно изобрѣтенный въ Италіи, есть примѣненіе фотографіи къ воспроизведенію звука. Онъ состоитъ изъ стеклянной фотографической (негативной) пластинки, имѣющей форму кружка въ 15—20 центиметровъ въ діаметрѣ, приводимой особымъ механизмомъ въ довольно медленное вращательное и еще болѣе медленное поступательное движеніе. Если на такой движущійся кружокъ, защищенный отъ дѣйствія свѣта, будетъ падать одинъ только очень тонкій пучекъ свѣтовыхъ лучей, то послѣ обработки обыкновенными фотографическими приемами мы получимъ на

стеклѣ темную спиральную полосу, вызванную химическимъ дѣйствіемъ свѣта. Если подѣ влияніемъ дѣйствія нѣкотораго звука, направленный на фотографическую пластинку пучекъ свѣта будетъ претерпѣвать (какъ въ телефонѣ или радіофонѣ) рядъ измѣненій въ интенсивности, то и спиральная полоса будетъ не во всѣхъ мѣстахъ одинаково темная и представитъ собою, такъ сказать, фотографическій снимокъ звуковыхъ вибрацій, который можно фиксировать на стеклянномъ кружкѣ.

Имѣя такъ приготовленную фонограмму нѣкотораго звука въ видѣ спирали, можно, пользуясь ею, воспроизвести тотъ-же звукъ при помощи телефона когда угодно и сколько угодно разъ. Для этого располагаютъ стеклянный кружокъ точно такъ-же какъ и при прежнемъ опытѣ, направляютъ пучекъ свѣта на начало спирали и позади кружка помѣщаютъ кусокъ селена, черезъ который проходитъ гальванический токъ, идущій также къ телефону ¹⁾. При вращеніи и перемѣщеніи кружка, лучъ свѣта, проникающій постоянно чрезъ различныя мѣста спиральной фонограммы, будетъ претерпѣвать точно такіе-же измѣненія яркости, только въ обратномъ порядкѣ, какъ и во время прежняго опыта, и, достигая селена, онъ будетъ производить въ немъ соотвѣтственныя измѣненія сопротивленія прохожденію тока, что въ свою очередь повлечетъ за собою обратно-соотвѣтственныя измѣненія силы тока, которыя обнаружатся въ телефонѣ звукомъ, точно такимъ-же, какъ звукъ, служившій при первомъ опытѣ причиною измѣненія яркости направленнаго на кружокъ пучка свѣта.

Электрическое освѣщеніе въ вагонахъ.

Съ прошлаго года электротехники пытаются примѣнить къ электрическому освѣщенію вагоновъ желѣзныхъ дорогъ не динамо-машины и аккумуляторы, а обыкновенныя гальваническія батареи. Такъ, напр., съ марта мѣсяца прошлаго года спальные вагоны желѣзной дороги изъ Брюсселя въ Парижъ освѣщаются лампами накаливанія въ 5 и въ $2\frac{1}{2}$ свѣчи, питаемыми постояннымъ токомъ батареи Дерюэля, помѣщенной въ герметическихъ ящикахъ подѣ вагонами. Жидкости въ элементахъ возобновляются по очереди послѣ каждаго переѣзда, (во время котораго приходится среднимъ числомъ 7 часовъ дѣйствія тока), хотя разъ снаряженная батарея можетъ питать лампы въ продолженіе пяти переѣздовъ изъ Парижа въ Брюссель и обратно. Описаніе новыхъ гальв. элементовъ Дерюэля (Desruelles) читатель можетъ найти въ послѣднемъ номерѣ журнала „Электричество“. (См № 21 за 1886 г., стр. 221).

Columbia Type Writer.

Такое названіе носить новая машина для письма, устройство которой доведено до возможной степени простоты. Существенныя ея части состоятъ изъ горизонтальнаго циферблата съ буквами и стрѣлкою, вертикальнаго кружка съ тѣми же выпуклыми буквами и каучуковаго цилиндра для помѣщенія бумаги. При поворотѣ стрѣлки циферблата къ требуемой буквѣ, вертикальный кружокъ соотвѣтственно поворачивается, и при легкомъ надавленіи рукою та же буква отпечатывается на бумагѣ, которая перемѣщается при этомъ автоматически. При употребленіи этой машины нельзя, конечно, достигъ той быстроты письма, которая возможна въ другихъ пишу-

¹⁾ Электропроводность селена измѣняется въ зависимости отъ яркости падающаго на него свѣта.

щихъ машинахъ, снабженныхъ клавишами, за то простота ея устройства и дешевизна даютъ ей значительное преимущество.

Палладированіе.

Химику Бюллю въ Безансонѣ удалось достигнуть электро-химическимъ путемъ столь желательнаго покрытія желѣза, стали и другихъ металловъ тонкимъ слоемъ палладія. Этотъ металлъ относится къ группѣ благородныхъ, и потому, палладированіе предохраняетъ покрываемые предметы отъ окисленія и придаетъ имъ притомъ красивый бѣлоблестящій металлическій видъ.

Высота вулкана Гекла надъ уровнемъ океана.

Французскому географическому обществу д-ръ Лябонтъ, находящійся теперь на остр. Исландіи, прислалъ письмо, въ которомъ сообщаетъ, что по произведеннымъ имъ возможно точнымъ барометрическимъ измѣреніямъ высота высшей точки вулкана Гекла надъ уровнемъ океана оказалась равною 1553 метрамъ. — Вопросъ объ истинной высотѣ этого вулкана считался до настоящаго времени не вполне рѣшеннымъ.

† Теодоръ Опольцеръ.

Въ декабрѣ мѣсяцѣ прошлаго года скончался на 45 году жизни Вѣнскій астрономъ теоретикъ Теодоръ Опольцеръ. Родился въ Прагѣ и сначала изучалъ медицину, какъ сынъ медика, потомъ посвятилъ себя астрономіи, въ которой приобрѣлъ извѣстность усовершенствованіемъ приемовъ опредѣленія планетныхъ и кометныхъ орбитъ.

С м ѣ с ь.

Явленіе «зеленаго луча».

Въ Египтѣ и на Черномъ морѣ путешественники часто замѣчали интересное явленіе въ послѣдній моментъ солнечнаго заката. Когда почти весь дискъ солнца находится уже подъ горизонтомъ, наблюдателю въ этихъ мѣстахъ послѣдній солнечный лучъ кажется иногда прекраснаго изумрудно-зеленаго цвѣта. Явленіе это, до сихъ поръ не вполне выясненное и зависящее, очевидно, отъ какихъ то мѣстныхъ условій атмосферы, продолжается не болѣе полусекунды.

Въ прошломъ году путешественникъ Мобежъ наблюдалъ то-же явленіе зеленаго солнечнаго луча въ первый моментъ восхода солнца надъ горизонтомъ Краснаго моря.

Доказательство (Лежандра) неизмѣняемости произведенія при перестановкѣ множителей.

Изъ двухъ множителей a и b пусть $a > b$, напимѣрь, $a = b + c$. Тогда:

$$ab = (b+c)b = bb + cb$$

$$\text{и} \quad ba = b(b+c) = bb + bc.$$

(а)

Если бы cb равнялось bc , то изъ предыдущихъ тождествъ вытекало бы равенство произведеній ab и ba . Слѣдовательно, если теорема справедлива

для некоторыхъ двухъ множителей b и c , меньшихъ a , то она справедлива и для того случая, когда одинъ изъ множителей равенъ a . Но при $b=1$ и $c=1$ произведенія bc и cb , очевидно, равны, слѣдовательно на основаніи (α) теорема доказана для множителей 2 и 1; если-же она справедлива для чиселъ 2 и 1, то на основаніи тѣхъ-же равенствъ (α) она окажется справедливою и для множителей 3 и 2 и т. д. и вообще для какихъ угодно множителей.

Химическій составъ человѣческаго тѣла.

Въ составъ нормальнаго человѣческаго организма входитъ не болѣе 13-ти химическихъ элементовъ. Принимая средній вѣсъ человѣка въ 70 килограммовъ (почти 170 фунтовъ), найдено приблизительно: металлоидовъ: кислорода—34 кгр., водорода—7 кгр., азота—1,8 кгр., хлора—0,8 кгр., фтора—очень незначительное количество, угля—22 кгр., фосфора—0,8 кгр., сѣры—0,2 кгр.; металловъ: кальція—около 2 кгр., калия—0,8 кгр., натрия—около 0,1 кгр., магнія—не болѣе 0,05 кгр., и желѣза 0,05 кгр. Отсюда видимъ, что благородныхъ металловъ въ человѣческомъ организмѣ вовсе нѣтъ.

Новыя физическія игрушки.

1) Электрическая желѣзная дорога, (по однорельсовой системѣ Lartige), устроенная Брилье, съ подвижными вагончиками, штативами для рельса, двумя элементами Грене и коммутаторомъ, при помощи котораго можно останавливать движеніе и мѣнять направленіе.

2) Электрическіе танцоры, съ электромагнитнымъ двигателемъ, шарманкою, фигурками и двумя гальв. элементами. Эта остроумная игрушка, изобрѣтенная продавцомъ научныхъ игрушекъ въ Парижѣ, Бассе-Кроссомъ, можетъ на первый взглядъ показаться загадочною, такъ какъ легкія фигурки, ставшіяся на круглый балочникъ, подъ которымъ помѣщены электродвигатель и шарманка, не имѣютъ никакого сообщенія съ аппаратомъ, приводимымъ въ движеніе дѣйствіемъ тока, а между тѣмъ онѣ начинаютъ вальсировать лишь съ того момента, когда токъ замкнутъ. Причина вынужденнаго вращательнаго движенія парныхъ фигурокъ, упирающихся на платформу каждая тремя щетинками, заключается въ правильныхъ колебаніяхъ самой платформы, которая сдѣлана изъ жести и расположена, подобно пластинкѣ телефона, непосредственно надъ полюсами двухъ электромагнитовъ. Слѣдовательно весь секретъ заключается здѣсь въ томъ, что электромагниты приводятъ въ движеніе не только ручку шарманки, но еще и самой платформѣ сообщаютъ ритмическія, въ тактъ музыки, колебанія, которыя на глазъ не замѣтны.

Правильные ромбоэдры.

(Тема для сотрудниковъ).

Будемъ срѣзывать правильные многогранники плоскостями, параллельными ребрамъ, до исчезновенія прежнихъ граней. Въ результатѣ полу-

чается новый многогранникъ; на мѣстѣ реберъ являются грани, вершины остаются вершинами того-же наименованія, на мѣсто граней являются того-же наименованія вершины; грани новаго многогранника будутъ ромбы. Если каждая плоскость срѣзыванія проходитъ чрезъ середины двухъ смежныхъ граней, то полученный многогранникъ можетъ быть названъ *правильнымъ ромбоэдромъ*.

Какъ велико число правильныхъ ромбоэдровъ? Какимъ образомъ, при помощи циркуля и линейки, начертить грани этихъ ромбоэдровъ?

Представить правильные ромбоэдры въ развернутой формѣ на плоскости.

Въ каждомъ правильномъ ромбоэдрѣ указать число реберъ, число граней, число и родъ вершинъ.

В. Ермаковъ.

Вопросы и задачи.

№ 91. Вообразимъ на вершинѣ высокой башни установленные очень чувствительные вѣсы (гидростатическіе). На длинной нити къ одной изъ чашекъ повѣшенъ пустой металлическій шаръ, (такъ что онъ находится вблизи поверхности земли) и уравновѣшенъ гирьками, наложенными на другую чашку вѣсовъ. Спрашивается, что произойдетъ, когда тотъ же шаръ будетъ поднять вверхъ и повѣшенъ непосредственно подъ чашкою, при чемъ вся лишняя нитка предполагается помѣщенной на ту-же чашку? Разобрать три возможные случая.

№ 92. Какъ опредѣлить высоту и разстояніе (отъ наблюдателя) недоступнаго предмета безъ угломернаго инструмента?

№ 93. Нѣкто разложилъ всѣ имѣющіяся у него карты на 11 равныхъ кучекъ и получилъ въ остаткѣ 3 карты; отбросивъ эти 3 карты, онъ разложилъ опять всѣ остальные на 16 кучекъ и получилъ въ остаткѣ 4; отбросивъ эти 4 карты, онъ еще разъ разложилъ на 9 кучекъ и на этотъ разъ получилъ въ остаткѣ 2 карты. Сколько могло быть всѣхъ картъ?

№ 94. Не прибѣгая къ дѣленію радіуса данной окружности въ крайнемъ и среднемъ отношеніи, найти построеніемъ сторону правильного вписаннаго десятиугольника.

№ 95. Дано: $\sin^2(n+1)\alpha = \sin^2 n\alpha + \sin^2(n-1)\alpha$,
гдѣ $(n+1)\alpha$, $n\alpha$ и $(n-1)\alpha$ суть углы треугольника. Найти цѣлое значеніе для n .

З. Архимовичъ.

№ 96. а) Доказать, что во всякомъ гармоническомъ четырехугольникѣ ¹⁾ суммы прямыхъ, соединяющихъ середины каждой діагонали съ концами другой діагонали, равны между собою.

¹⁾ См. статью о Гармоническомъ четырехугольникѣ въ № 1 „Вѣстника“ за 1 Сем.

б) Доказать обратную теорему: если вышеупомянутыя суммы равны и если сверхъ того каждая діагональ дѣлится пополамъ, уголъ между прямыми, соединяющими ея средину съ концами второй діагонали, то четыре вершины находятся на одной окружности и четырехугольникъ будетъ гармоническій.

В. Ермаковъ.

Рѣшенія задачъ.

Рѣшеніе задачи № 18 не въ очередь, предложенной въ № 15 Журн. Элем. Мат. за 1885/6 г. на стр. 356.

Задача. Определить коэффициенты A, B, C, \dots такъ, чтобы уравненіе

$$x^n + y^n = (x + y)^n + Axy(x + y)^{n-2} + Bx^2y^2(x + y)^{n-4} + \dots \quad (1)$$

обращалось въ тождество. То же самое сдѣлать для уравненія

$$\frac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x - y} = (x + y)^n + Axy(x + y)^{n-2} + Bx^2y^2(x + y)^{n-4} + \dots \quad (2)$$

Примѣчаніе. Въ Ж. Э. М. въ уравненіи (1) вмѣсто $Bx^2y^2(x + y)^{n-4}$ напечатано $Bx^2y^2(x + n)^{n-4}$ и въ уравненіи (2) вмѣсто $(x + y)^n$ напечатано $(x + y)^2$, но это, очевидно, опечатки.

Рѣшеніе. Перенеся всѣ члены уравненія (1) въ одну часть, развернувъ $(x + y)^n$, $(x + y)^{n-2}$, $(x + y)^{n-4}, \dots$ по строкѣ Ньютона, раскрывъ скобки и выполнивъ приведеніе, получимъ

$$\begin{aligned} & \left(n + A \right) x^{n-1}y + \left(\frac{n(n-1)}{1.2} + (n-2)A + B \right) x^{n-2}y^2 + \\ & + \left(\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} + \frac{(n-2)(n-3)}{1.2}A + (n-4)B + C \right) x^{n-3}y^3 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (3).$$

Приравнявъ нулю коэффициенты у $x^{n-1}y$, $x^{n-2}y^2$, $x^{n-3}y^3, \dots$ получимъ систему уравненій, изъ которыхъ послѣдовательно найдемъ

$$A = -n, \quad B = \frac{n(n-3)}{1.2}, \quad C = -\frac{n(n-4)(n-5)}{1.2.3}, \dots$$

Поступая подобнымъ образомъ съ уравненіемъ (2), гдѣ

$$\frac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x - y} = x^n + x^{n-1}y + x^{n-2}y^2 + \dots + y^n,$$

найдемъ

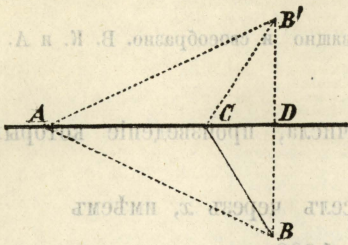
$$A = -(n-1), \quad B = \frac{(n-2)(n-3)}{1.2}, \quad C = -\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{1.2.3}, \dots$$

Студ. С. Н. Гирманъ.

Примѣчаніе редакціи. Въ такомъ видѣ рѣшеніе задачи еще нельзя считать полнымъ. Допуская, что при найденныхъ значеніяхъ коэффициентовъ равенства имѣютъ мѣсто для показателя n , для полноты рѣшенія необходимо было доказать еще, что равенства будутъ имѣть мѣсто и для показателя единицею большаго.

№ 35. Разстояніе между двумя городами А и В составляет 200 верстъ. Прямолинейная желѣзная дорога проходитъ черезъ А, а отъ В удалена на 87 верстъ. Требуется на линіи желѣзной дороги найти такую точку С, чтобы послѣ соединенія ея шоссею дорогой съ городомъ В получился для провоза товаровъ изъ А въ В и обратно возможно выгодный въ отношеніи стоимости перевоза путь, если извѣстно, что цѣна провоза по желѣзной дорогѣ вдвое меньше, чѣмъ по шоссе.

Фиг. 11.



Назовемъ $AB(=200 \text{ в.})$ черезъ a , $BD(=87 \text{ в.})$ черезъ b , AC черезъ x и BC черезъ y . Легко видѣть, что

$$x = \sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{y^2 - b^2}.$$

Цѣна за провозъ по смѣшанной дорогѣ $x+y$ будетъ такая-же, какъ по желѣзной дорогѣ длиною въ $x+2y$, т. е. длиною въ

$$\sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{y^2 - b^2} + 2y.$$

Минимумъ этой длины, а стало быть и стоимости провоза, будетъ при томъ значеніи y , которое обращаетъ въ минимумъ выраженіе

$$2y - \sqrt{y^2 - b^2}.$$

Обозначая это послѣднее черезъ u и рѣшая равенство

$$3y^2 - 4uy + u^2 + b^2 = 0$$

относительно y , легко находимъ по извѣстному приему наименьшее значеніе

$$u = b\sqrt{3};$$

Отсюда для y :

$$y = \frac{2u}{3} = \frac{2b}{\sqrt{3}} \quad (m)$$

и для x :

$$x = \sqrt{a^2 - b^2} - \frac{b}{\sqrt{3}}.$$

Подставляя вмѣсто a и b данныя величины, находимъ

$$x = 130 \text{ в. (прибл.).}$$

Кромѣ того изъ прямоугольнаго треугольника $B'CD$ на основаніи зависимости (m) слѣдуетъ, что

$$CD = 1/2y$$

т. е. что $\angle DBC = 30^\circ$.

Геометрическое рѣшеніе этой-же задачи еще проще. Построимъ точку B' симметричную B по отношенію къ прямой AD и проведемъ $CB' = CB$, видимъ, что для опредѣленія минимумъ длины $AC + 2CB$ достаточно въ треугольникѣ ABB' найти такую точку C , сумма разстояній которой отъ трехъ вершинъ

AC + CB + CB' была бы наименьшею. Известно, что точка удовлетворяющая этому условию есть та, съ которой всѣ стороны треугольника видны подъ равными углами (въ 120°). Слѣдовательно она найдется, построивъ при В уголь $BVC=30^\circ$.

НВ. Предлагаемъ желающимъ прислать для помѣщенія въ журналъ доказательство этой послѣдней теоремы, а также изслѣдованіе ея для случая тупоугольного треугольника.

(И. Л. (Петрозаводскъ). Ученики: 6 кл. Тульской г. Н. И., 8 кл. Екатериносла. г. В. К. и IV-й Кіевской г. А. П.).

НВ. Геометр. рѣшеніе ученика Н. И. очень изящно и своеобразно. В. К. и А. П. ограничились только алгебраическимъ рѣшеніемъ.

№ 36. Найти 4 послѣдовательныя числа, произведеніе которыхъ равно 1680.

Называя наименьшее изъ искомымъ чиселъ черезъ x , имѣемъ

$$x(x+1)(x+2)(x+3)=1680,$$

$$(x^2+3x)(x^2+3x+2)=1680;$$

обозначимъ

$$x^2+3x=y, \quad (a)$$

тогда

$$y(y+2)=1680,$$

откуда

$$y_1=40; y_2=-42.$$

Подставляя въ (a) первое значеніе, имѣемъ

$$x^2+3x-40=0,$$

откуда

$$x_1=5, x_2=-8.$$

Подставляя въ (a) второе значеніе y_2 , находимъ еще два значенія для x мнимыя, которыя условіямъ задачи не удовлетворяютъ.

(А. Бурый, Н. Соболевскій, К. М. (Новозыбковъ). Ученики: 6 кл. Тульской г. Н. И., 7 кл. Астрах. г. И. К., Немир. г. И. Г—нъ, И. Г—чъ, I. Г—бъ, Кам.-Под. г. М. Б., М. М., Кіевск. кад. корп. А. Ш., 8 кл.: I Харьков. г. Н. Ш., III Кіевской г. В. Я. Суд-лешкой г. К. У., Немир. г. И. Ж., Кам.-Под. г. С. Рж., Екатериносла. г. В. К. и Ю. Г.).

НВ. Кромѣ того прислали ариметическія (неполныя) рѣшенія той-же задачи, основанныя на разложеніи числа 1680 на перв. множ., господа: Г. Лобовиковъ, П. Поновъ, В. Доминцевъ, Г. Щуръ и учен. IV Кіевск. г. А. П.

Сверхъ того, за подписью А. К. И. было прислано слѣдующее оригинальное рѣшеніе, заслуживающее вниманія.

Легко доказать, что всегда

$$x(x+1)(x+2)(x+3) < (x+2)^4$$

$$x(x+1)(x+2)(x+3) > (x+1)^4.$$

Слѣдовательно

$$(x+2)^4 > 1680 > (x+1)^4.$$

Отсюда, извлекая корень 4-й степени,

$$x+2 > 6,4... > x+1,$$

что приводит къ цѣлому и положительному значенію $x=5$.

№ 46. Въ колодезь бросили камень, и звукъ отъ удара его о воду былъ слышенъ по прошествіи T секундъ отъ начала паденія. Определить глубину колодца h , полагая, что скорость звука v и ускореніе силы тяжести g извѣстны.

Обозначимъ время паденія камня черезъ t , тогда $T-t$ представитъ время распространенія звука, а произведеніе $v(T-t)$ — пройденный имъ путь h ; итакъ

$$h = v(T-t) \quad (1)$$

Съ другой стороны изъ законовъ свободнаго паденія тѣль извѣстно, что

$$h = \frac{1}{2} g t^2. \quad (2)$$

Исключивъ изъ (1) и (2) неизвѣстное t , найдемъ

$$h = \frac{v}{g} (v + gT \pm \sqrt{v(v+2gT)}) \quad (3)$$

Хотя здѣсь получилось, повидимому, два рѣшенія, но легко показать, что изъ двухъ знаковъ передъ корнемъ только знакъ — удовлетворяетъ условіямъ задачи. Въ самомъ дѣлѣ, сравнивая (3) съ (1), имѣемъ послѣ сокращеній

$$-gt = v \pm \sqrt{v(v+2gT)},$$

а такъ всѣ входящія сюда величины положительны, то это равенство становится возможнымъ лишь для того случая, когда корень взять со знакомъ минусъ. Итакъ, имѣемъ окончательно формулу:

$$h = \frac{v}{g} (v + gT - \sqrt{v(v+2gT)}),$$

которая даетъ для h значенія всегда положительныя, такъ какъ

$$v + gT > \sqrt{v(v+2gT)}.$$

(Я. Тепляковъ, И. Лилье. Ученики: 6 кл.: Тульской г. Н. И. и Киншинск. р. уч. М. Н., 7 кл.: Немир. г. И. Г.—ч и Кіевск. кад. кор. В. Д., А. Н., Е. М. и А. Ш., 8 кл.: I Харьк. г. Н. Ш. и III Кіевск. г. В. Я.).

НВ. Невозможность обоихъ знаковъ передъ корнемъ доказана только въ рѣшеніи Я. Теплякова.

1. *Примѣчаніе.* Изъ вопросовъ и задачъ, предложенныхъ въ I-мъ семестрѣ, нѣкоторые остались до сихъ поръ безъ отвѣта; поэтому помѣщаемъ ихъ вторично, въ ожиданіи, что быть можетъ въ числѣ новыхъ подписчиковъ найдутся желающіе приняться за ихъ рѣшеніе.

№ 18. Показать какимъ образомъ при помощи обыкновенныхъ вѣсовъ, стекляннаго флакона, какого нибудь сѣмени, напр., льняного, или проса, и воды, можетъ быть опредѣленъ удѣльный вѣсъ различныхъ пористыхъ веществъ (какъ, напр., почвы) и вообще такихъ, которыя не могутъ быть погружаемы въ жидкость.

№ 32. Даны въ одной плоскости три точки и прямая. Не проводя черезъ три данныя точки окружности, найти ея пересѣченіе съ данною прямою.

НВ. Если въ условіи задачи включена невозможность проведенія черезъ три данныя точки окружности, то это значитъ, что по предположенію такая окружность почему либо не можетъ быть построена, а слѣдовательно не можетъ быть найденъ и ея центръ. Поэтому всякое геометрическое рѣшеніе задачи № 32, основанное на нахожденіи этого центра, мы считаемъ неправильнымъ. Такія неправильныя рѣшенія получены отъ учениковъ: О. А. Б. (Одесса), В. К. (Екатеринославъ), Д. Л. и М. Н. (Кишиневъ) и В. Л. (Кам.-Под.). Рѣшеніе ученика І. Г. (Немировъ), основанное на построеніи дуги, вмѣщающей данный уголъ, тоже нельзя назвать правильнымъ. Наконецъ, въ отвѣтахъ господъ Машлякина, Стойкова и воспитан. Кіевск. кад. корпуса Е. М. совершенно напрасно этотъ чисто геометрическій вопросъ рѣшается по приемамъ приложенія алгебры къ геометріи.

Предупреждаемъ тѣхъ, кто пожелалъ-бы найти правильное геометрическое рѣшеніе этой вторично предлагаемой нами задачи, что она не относится къ числу легкихъ, и что построеніе будетъ мѣняться въ зависимости отъ того, лежатъ-ли всѣ три данныя точки по одну сторону прямой, или нѣтъ.

(Продолженіе списка нерѣшенныхъ задачъ слѣдуетъ).

2. Примѣчаніе. Запоздалыя рѣшенія: задачи № 14 — С. М. Земкинъ. Студентъ С. Гирманъ прислалъ очень хорошее рѣшеніе № 17 не въ очередь, предложенной еще въ Журналъ Элем. Матем. за 188⁹/₆ г. (рѣшеніе ея было дано въ № 11 „Вѣстника“). Было выслано также въ редакцію, но не получено ею, рѣшеніе А. Левшина задачи № 9, предложенной въ № 1 Вѣстника и рѣшенной въ № 12.

3. Примѣчаніе. Получено въ редакціи безъ подписи (на 2-хъ больш. листахъ) рѣшенія задачъ №№ 37, 45, 47, 48, 49, 50. — Предупреждаемъ, что подобныя анонимныя рѣшенія нами не разсматриваются.

Отвѣты редакціи.

Подписчикамъ. Вслѣдствіе болѣзни редактора настоящій номеръ (13-й) „Вѣстника“ вышелъ нозже назначеннаго срока. Просимъ извиненія, если по этой причинѣ еще два, три номера будутъ разосланы нѣсколькими днями позже.

Е. Кремлевой. Утерянный на почтѣ № 9 „Вѣстника“ выслать Вамъ вторично. Хотя пересылка въ Екатеринбургъ обходится много дороже, но редакція установила общую для всѣхъ плату за пересылку книгъ въ размѣрѣ 10% объявленной ихъ стоимости. Поэтому за пересылку обояхъ томовъ Журнала Элем. Матем. слѣдуетъ 80 коп.

Н. Жданову. Въ настоящее время мы не можемъ Вамъ выслать прейскурантовъ и каталоговъ заграничныхъ физическихъ приборовъ. Не угодно-ли Вамъ указать опредѣленно какіе именно приборы нужны Вашей гимназіи.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 24 Января 1887 года.

Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилюшенко и С. Бродовскимъ.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики,

издаваемый въ г. Кіевѣ съ 20 августа 1886 года при участіи иногородныхъ и мѣстныхъ сотрудниковъ, выходитъ брошюрами въ $1\frac{1}{2}$ печ. листа

по двѣнадцать номеровъ въ каждый учебный семестръ (полугодіе).

Учебные семестры считаются: съ 15-го января по 15-е мая и съ 20-го августа по 20-е декабря.

Журналъ не выходитъ въ теченіе каникулярнаго времени, т. е. съ 15-го мая по 20-е августа и съ 20-го декабря по 15-е января.

Подписка принимается: на гражданскій годъ (съ 15 января по 20 декабря), на учебный годъ (съ 20 августа по 15 мая) и на каждый семестръ отдѣльно.

Подписка не принимается менѣе чѣмъ на одинъ семестръ. Отдѣльными номерами журналъ не продается.

Лица, подписавшіяся въ теченіе семестра, получаютъ всѣ номера, вышедшіе съ начала семестра.

Учебныя заведенія и служащіе въ таковыхъ при своевременномъ заявленіи о высылкѣ журнала въ кредитъ могутъ вносить деньги когда угодно въ продолженіе означеннаго ими срока подписки.

Подписная цѣна съ доставкою и пересылкою:

3 рубля за каждый семестръ, или 6 рублей въ годъ (за два семестра).

Подписка принимается въ редакціи (Кіевъ, Нижне-Владимірская, № 19) и въ книжныхъ магазинахъ, которые удерживаютъ въ свою пользу 5⁰/₀ подписной суммы.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики“ принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ, а также посредничество въ прибрѣтеніи какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ специальныхъ физико-математическихъ журналовъ и книгъ.

Плата за объявленія, помѣщаемая на оберткѣ журнала:

1-й разъ. за страницу — 4 рубля.

„ $\frac{1}{2}$ стр. — 2 „

„ $\frac{1}{4}$ „ — 1 „

При повтореніи взымается всякій разъ половина вышеозначенной платы.

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ
ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

имѣются для продажи:

1. Первый томъ „Журнала Элементарной Математики“ за 1884 ¹ / ₅ уч. годъ—всего 18 №№ .	цѣна 4 р. — к.
2. Второй томъ „Журнала Элементарной Математики“ за 1885 ¹ / ₆ уч. годъ—всего 18 №№ .	” 4 ” — ”
3. Первый томъ „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики“ за 1-й семестръ 1886 ¹ / ₇ уч. года—всего 12 №№ .	” 3 ” — ”
4. Электричество въ элементарной обработкѣ К. Максвелла, пер. подъ ред. проф. М. П. Авенариуса. 1886 г.	” 1 ” 50 ”
5. Физическія изслѣдованія А. И. Надеждина съ предисловіемъ проф. М. П. Авенариуса (посмертное изданіе) 1887 г.	” 1 ” 50 ”
6. Рѣчь Споттисвуда „О связи математики съ другими науками“, пер. Н. А. Конопацкаго. 1885 г.	” — ” 35 ”
7. Электрическіе аккумуляторы. Сост. Эр. Шпачинскій. 1886 г.	” — ” 50 ”
8. Основы Ариметики Е. Коссака, пер. И. Н. Красовскаго. 1885 г.	” — ” 50 ”
9. Рѣчь Клаузіуса: „Связь между великими дѣятелями природы“, пер. И. Н. Красовскаго. 1885.	” — ” 20 ”
10. Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ, рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-й степени, Брю, пер. И. Н. Красовскаго. 1886.	” — ” 40 ”
11. Ортоцентрическій треугольникъ. Н. Шимковича. 1886 г.	” — ” 10 ”
12. Выводъ формулъ, служащихъ для разложенія въ рядъ логарифмовъ. Г. Флоринскаго. 1886.	” — ” 15 ”
13. Ученіе о логарифмахъ въ новомъ изложеніи В. Морозова. 1886 г.	” — ” 15 ”

За пересылку прилагается 10⁰/о означенной цѣны.

ТЕОРІЯ ТЕПЛОТЫ

въ элементарной обработкѣ

К Л Е Р К Ъ М А К С У Э Л Л Я

Переводъ А. Л. Королькова

Изданіе Редакціи „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики.“

П Е Ч А Т А Е Т С Я

и въ непродолжительномъ времени поступитъ въ продажу. Цѣна 2 рубл. Книгопродавцамъ
обычная уступка.