

№№ 57—58.



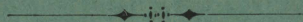
# ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

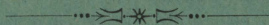
ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

*Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.*



РЕКОМЕНДОВАНЪ

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія  
для среднихъ учебныхъ заведеній  
и Главнымъ Управленіемъ Военно-Учебныхъ Заведеній  
для военно-учебныхъ заведеній.



V СЕМЕСТРА №№ 9-й и 10-й.

ЖС

<http://vofem.ru>

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнеревъ и К<sup>о</sup>, въ Москвѣ.  
Кіевское Отдѣленіе, Елизаветинская ул., домъ Михельсона.

1888.

## СОДЕРЖАНИЕ № 57.

Новѣйшіе успѣхи термометріи. Инженера *Р. Савельева*.—Парадоксальная формула для  $\pi$ . *И. А. Клейбера*.—О minimum-ѣ отклоненія свѣтового луча призмой. *А. П. Грузинцева*.—Научная хроника: Засѣданіе Физ. Отд. Рус. Физ.-Хим. Общества 25 Октября. *О. Стр.*, Обь электролитной проводимости горнаго хрустала. *В. З.*, Обь отношеніи нѣкоторыхъ газовъ къ закону Бойля при низкихъ давленіяхъ. *В. З.*—Рецензій: Общедоступное землѣтріе *А. Колтановскаго*. *Ш.*—Изъ прошлаго. *Ш.*—Задачи: №№ 357, 388—393.—Загадки и вопросы № 18.—Упражненія для учениковъ: №№ 1—8.—Рѣшенія задачъ: №№ 274, 283, 285, 294, 296, 310, 311, 314 и 320.

## СОДЕРЖАНИЕ № 58.

Средины діагоналей полнаго четырехугольника. Проф. *В. Ермакова*.—Одинъ параграфъ изъ геометрической оптики. (Объ изображеній въ двухъ плоскихъ зеркалахъ). *Ш.*—Бесѣды изъ области магнетизма. *IV.* Что такое задерживательная сила? *П. Базмѣтсва*.—Научная хроника: Рефератъ о засѣданіи 9 декабря 1888 г. Мат. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. математики *И. Слещинскаго*, О новомъ способѣ возбужденія электрическихъ токовъ *Б. Голмьяна*, Теплопроводность жесткой и мягкой стали (Ф. Кольраушъ) *Бзм.*, Преломленіе свѣта переохлажденной водой (Пулфрихъ) *Бзм.*, Поправка, которую нужно принять во вниманіе при опредѣленіи по методу Реньо вѣса одного литра элементарнаго газа (Крафтъ) *Бзм.*, Приблизительно 26 дневная періодичность грозовыхъ явленій (Вецолтъ) *Бзм.*, Строеіе молніи (Трувело) *Бзм.*, Замѣтка о видимомъ спектрѣ большого туманнаго пятна Оріона (Копелендъ) *Бзм.*, Химическое взаимодействие тѣлъ въ твердомъ состояніи (Спрингъ) *Бзм.*, Прозрачность металловъ (Винъ) *Бзм.*—Рецензій: С. Ф. Гайсбергъ: Карманная книжка для установщиковъ электрическаго освѣщенія. *А. Л. К.*, Гейрихъ Веберъ: Популярныя лекціи о гальваническихъ токахъ и его примѣненіяхъ. *А. Л. К.*, С. Гуржеевъ: Учебникъ механики. *А. Л. К.*, М. Е. Дерюгинъ: Начала механики. *А. Л. К.*, Задачи: №№ 394—400. Загадки и вопросы: №№ 19 и 20. Упражненія для учениковъ: №№ 1—10.—Рѣшенія задачъ: №№ 148, 190, 304 и 326. Запоздалыя рѣшенія.

### ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

## „ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, три раза въ мѣсяцъ, исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

### Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ . . . . . 6 рублей | на одно полугодіе—всего 12 №№—3 рубля

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюванные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

**За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.**

На оберткѣ журнала печатаются

### ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр.

на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу . . . . . 6 руб.	За $\frac{1}{3}$ страницы . . . . . 2 руб.
„ $\frac{1}{2}$ страницы . . . . . 3 руб.	„ $\frac{1}{4}$ страницы . . . . . 1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензій или библиографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ безплатно.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 58.

V Сем.

21 Ноября 1888 г.

№ 10.

## СРЕДИНЫ ДІАГОНАЛЕЙ ПОЛНАГО ЧЕТЫРЕУГОЛЬНИКА.

Въ аналитической геометріи и въ такъ называемой высшей геометріи часто, какъ частный случай общихъ теоремъ, являются теоремы вполне элементарнаго характера. Нѣкоторыя изъ этихъ теоремъ до сихъ поръ не имѣютъ элементарнаго доказательства, или же оно весьма сложно и сопровождается весьма сложнымъ чертежемъ. На самомъ дѣлѣ каждая теорема, выражающая нѣкоторыя свойства прямыхъ линий и круговъ, можетъ быть доказана только на основаніи простѣйшихъ элементарныхъ свойствъ прямой и круга. Если доказательство такой теоремы кажется намъ слишкомъ сложнымъ, то это обстоятельство показываетъ, что теорема должна быть разбита на нѣсколько отдѣльныхъ теоремъ, въ чемъ и заключается все искусство при рѣшеніи подобныхъ вопросовъ. Всякая сложная теорема является слѣдствіемъ или комбинаціею нѣсколькихъ простѣйшихъ теоремъ. Къ числу упомянутыхъ теоремъ относится слѣдующая:

*Средины трехъ діагоналей полнаго четырехугольника находятся на одной прямой линіи \*).*

Каждый четырехугольникъ считается полнымъ, если въ немъ каждыя двѣ противоположныя стороны продолжены до взаимнаго пересѣченія; прямая, соединяющая точку пересѣченія двухъ продолженныхъ противоположныхъ сторонъ съ точкою пересѣченія двухъ другихъ также продолженныхъ сторонъ, считается третьей діагональю.

Эта теорема доказывается на основаніи двухъ предварительныхъ теоремъ, которыя мы изложимъ въ должномъ порядкѣ.

1. *Средины прямыхъ, дѣлящихъ двѣ данныя прямыя на пропорціональныя части, находятся на одной прямой линіи.*

Пояснимъ эту теорему: на одной изъ двухъ данныхъ прямыхъ беремъ произвольно точки А, В, С, D, . . . . , на другой выбираемъ точки А', В', С', D', . . . . такъ, чтобы соотвѣтственные отрѣзки были пропорціональны:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \dots\dots\dots$$

\*) Доказательство этой теоремы можетъ быть основано на теоремѣ Менелая (см. Rouché et Comberousse, 5 изд. стр. 212). Здѣсь я даю другое доказательство, основанное на другихъ теоремахъ, которыя могутъ пригодиться въ нѣкоторыхъ другихъ случаяхъ.

теорема состоитъ въ томъ, что середины прямыхъ  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ ,... находятся на одной прямой линіи.

Теорема легко доказывается, если прямая  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ , . . . . параллельны; въ такомъ случаѣ середины этихъ прямыхъ находятся на одной прямой, проходящей чрезъ точку пересѣченія двухъ данныхъ прямыхъ линій.

Достаточно доказать теорему для трехъ непараллельныхъ прямыхъ  $AA'$ ,  $BB'$  и  $CC'$  (фиг. 54), дѣлящихъ прямая  $AC$  и  $A'C'$  на пропорциональныя части.

Фиг. 54.

Средину  $N$  прямой  $CC'$  соединивъ съ концами прямой  $AA'$ ; изъ точекъ  $B$  и  $B'$  проводимъ параллельныя  $CC'$  до встрѣчи съ  $AN$  и  $A'N$  въ  $E$  и  $E'$ . Изъ параллельности  $BE$ ,  $B'E'$  и  $CC'$  имѣемъ:

$$BE:CN=AB:AC,$$

$$B'E':C'N=A'B':A'C'.$$

Вторыя отношенія равны по условію,  $CN=C'N$  по построенію, слѣдовательно  $BE=B'E'$ . Такъ какъ  $BE$  и  $B'E'$  равны и параллельны, то четырехугольникъ  $BE B'E'$  будетъ параллелограмъ; въ немъ діагонали  $BB'$  и  $EE'$  дѣлятся пополамъ въ  $O$ . Изъ параллельности тѣхъ же прямыхъ имѣемъ:

$$AE:EN=AB:BC,$$

$$A'E':E'N=A'B':B'C'.$$

Вторыя отношенія равны по условію, слѣдовательно

$$AE:EN=A'E':E'N.$$

Изъ этой пропорціи слѣдуетъ, что  $AA'$  и  $EE'$  параллельны; но въ такомъ случаѣ ихъ середины  $L$  и  $O$  находятся на прямой линіи, проходящей чрезъ  $N$ , что и требовалось доказать.

2. Прямая, проходящая чрезъ вершину параллелограма, пересѣкаетъ двѣ ея неопредѣленно продолженныя стороны такъ, что произведение отръзковъ, отсчитываемыхъ отъ противоположныхъ вершинъ, равно произведенію двухъ смежныхъ сторонъ параллелограма.

Черезъ вершину  $C$  параллелограма (фиг. 55) проводимъ произвольную прямую, которая пересѣкаетъ продолженія сторонъ  $AB$  и  $AD$  въ  $E$  и  $F$ .

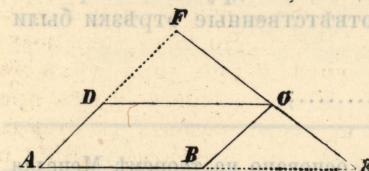
Фиг. 55.

Изъ подобія треугольниковъ  $EBC$  и  $CDF$  имѣемъ:

$$BE:BC=DC:DF,$$

$$BE.DF=BC.DC,$$

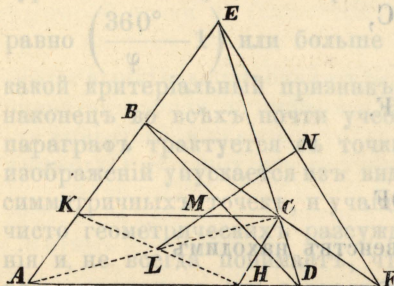
откуда



что и требовалось доказать.

Перейдемъ теперь къ доказательству нашей главной теоремы.

Фиг. 56.



На сторонахъ АВ и АD (фиг. 56) полного четырехугольника строимъ параллелограммъ, вершина котораго находилась бы въ вершинѣ С четырехугольника; пусть К и Н будутъ двѣ другія вершины этого параллелограмма. По второй теоремѣ имѣемъ:

$$KB \cdot HF = KE \cdot HD = KC \cdot HC$$

откуда

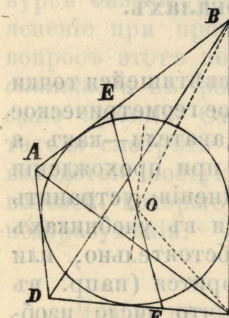
$$KB:KE = HD:HF.$$

Отсюда слѣдуетъ, что три прямыя КН, ВD и ЕF отсѣкаютъ отъ двухъ прямыхъ АЕ и АF пропорціональные отрезки; но въ такомъ случаѣ, по первой теоремѣ, середины этихъ трехъ прямыхъ находятся на одной прямой LMN. Теорема наша доказана, такъ какъ въ параллелограммѣ АКСН середина діагонали КН совпадаетъ съ серединою діагонали АС.

Доказанныя вначалѣ двѣ теоремы могутъ пригодиться во многихъ случаяхъ. Покажемъ еще одно примѣненіе первой теоремы къ доказательству теоремы:

*Прямая, соединяющая середины діагоналей четырехугольника, описаннаго около круга, проходитъ черезъ центръ.*

Фиг. 57.



Черезъ центръ О (фиг. 57) проводимъ прямую такъ, что бы ея отрезокъ ЕF, заключенный между двумя противоположными сторонами АВ и СD описаннаго четырехугольника, дѣлился въ центрѣ пополамъ; въ такомъ случаѣ ЕF образуетъ со сторонами АВ и DC равные углы. Соединимъ центръ съ вершинами В и С описаннаго четырехугольника и покажемъ, что треугольники ВЕО и ОФС подобны.

Замѣтимъ прежде всего, что прямая, соединяющая вершину описаннаго четырехугольника съ центромъ, дѣлитъ уголъ при этой вершинѣ пополамъ. Въ четырехугольникѣ ЕВСF сумма полныхъ угловъ при вершинахъ В и С дополняетъ сумму угловъ при Е и F до четырехъ прямыхъ угловъ; но такъ какъ углы при Е и F равны по построению, то полусумма полныхъ угловъ при В и С дополняетъ уголъ при Е до двухъ прямыхъ угловъ. Но такъ какъ полусумма полныхъ угловъ при В и С равна суммѣ угловъ при тѣхъ же вершинахъ въ треугольникѣ ОВС, каковая сумма дополняетъ уголъ при вершинѣ О того же треугольника до двухъ прямыхъ угловъ, то отсюда слѣдуетъ, что  $\angle ВЕО = \angle ВОС$ . Такъ какъ въ треугольникахъ ВЕО и ВОС углы при общей вершинѣ равны и углы при вершинахъ Е и О по только что доказанному также равны, то отсюда слѣдуетъ и равенство третьихъ угловъ этихъ треугольниковъ:  $\angle ВОЕ = \angle ВСО = \angle ОСF$ . Отсюда

слѣдуетъ, что треугольники ВЕО и ОФС равноугольны, слѣдовательно подобны; изъ подобія же ихъ имѣемъ:

$$BE:EO=OF:FC,$$

откуда

$$BE \cdot FC = EO \cdot OF.$$

Подобнымъ образомъ найдемъ

$$AE \cdot DF = OE \cdot OF.$$

Изъ сравненія двухъ послѣднихъ равенствъ находимъ

$$AE \cdot DF = EB \cdot FC,$$

откуда

$$AE:EB=CF:FD.$$

Отсюда слѣдуетъ, что отъ двухъ прямыхъ АВ и CD отсѣкаютъ пропорціональные отрѣзки три прямыя АС, BD и EF; по доказанному въ 1-ой теоремѣ середины послѣднихъ трехъ прямыхъ находятся на одной прямой линіи, что и требовалось доказать.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

## ОДИНЪ ПАРАГРАФЪ ИЗЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ.

### Объ изображеніяхъ въ двухъ плоскихъ зеркалахъ.

Не смотря на то, что вопросъ объ изображеніяхъ свѣтящейся точки въ плоскихъ зеркалахъ сводится на вполнѣ элементарное геометрическое построеніе симметричныхъ точекъ, нѣкоторые преподаватели—какъ я имѣю положительныя на то доказательства—встрѣчаютъ при прохожденіи съ учениками этого параграфа оптики кое-какія затрудненія; устранить таковыя мнѣ кажется тѣмъ болѣе желательнымъ, что и въ учебникахъ нашихъ вопросъ этотъ разъясненъ или недостаточно обстоятельно, или даже совсѣмъ ошибочно. Такъ, въ иныхъ курсахъ говорится (напр. въ Краткой Физикѣ Жамена пер. Гутковского, стр. 218), что число изображеній въ двухъ зеркалахъ подъ угломъ будетъ безконечно-велико, но что изображенія верхняго порядка покрываютъ собою начальныя; такое утвержденіе можетъ очень легко оказаться для учащагося сбивчивымъ, ибо онъ не догадается, что подъ изображеніями верхняго порядка авторъ подразумѣваетъ здѣсь тѣ, которыя обусловливаются свѣтовыми лучами, проходящими послѣ многократныхъ отраженій опять черезъ свѣтящуюся точку; еще чаще попадаетъ ошибочное опредѣленіе числа изображеній формулой  $\frac{360^\circ}{\varphi} - 1$ , гдѣ  $\varphi$  есть данный между зеркалами уголъ (напр. см. учебникъ физики С. Ковалевскаго, стр. 248), между тѣмъ всякій

можетъ замѣтить, что напр. въ двухъ зеркалахъ подъ угломъ  $\varphi=72^\circ$  въ большинствѣ случаевъ видно 5 изображеній, а не 4. Въ тѣхъ даже курсахъ физики, гдѣ говорится правильно, что число всѣхъ изображеній равно  $\left(\frac{360^\circ}{\varphi}-1\right)$  или больше на единицу, не указанъ обыкновенно никакой критеріальный признакъ (а если указанъ, то очень замысловатый); наконецъ во всѣхъ почти учебникахъ физики безъ исключенія весь этотъ параграфъ трактуется съ точки зрѣнія излишне отвлеченной, *мнимость* изображеній упускается изъ виду при ихъ построении какъ послѣдовательно симметричныхъ точекъ, и учащійся, перейдя такимъ образомъ въ область чисто геометрическихъ разсужденій, забываетъ о сущности самаго явленія и не всегда понимаетъ, что все здѣсь зависитъ отъ того, *сколько* разъ отражается отъ зеркалъ свѣтовой лучъ прежде чѣмъ попадетъ въ глазъ наблюдателя.

Вполнѣ обстоятельная теорія изображеній въ двухъ зеркалахъ была дана уже въ № 41 „Вѣстника“ г. Морозовымъ въ статьѣ: „О зеркалахъ наклонныхъ и, въ частномъ случаѣ, параллельныхъ“; но авторъ ввелъ въ свои разсужденія тригонометрическія величины, почему его выводы потеряли ту геометрическую наглядность, къ которой такъ привыкли наши ученики при прохожденіи оптики.

Въ виду всего изложеннаго я пытаюсь дать здѣсь новую теорію наклонныхъ зеркалъ, основанную на вполнѣ элементарныхъ геометрическихъ построеніяхъ, и указать на простой приемъ опредѣленія числа всѣхъ изображеній при помощи циркуля и линейки въ томъ же случаѣ, когда уголъ  $\varphi$  между зеркалами не заданъ въ градусахъ.—При этомъ считаю нужнымъ сдѣлать слѣдующую оговорку: вопросъ о числѣ изображеній не заслуживаетъ, по моему мнѣнію, особеннаго вниманія въ курсахъ физики, и наврядъ-ли стоитъ тратить много времени на его разъясненіе при преподаваніи; но, имѣя чисто геометрический характеръ, вопросъ этотъ по своей доступности годится какъ тема для *задачъ изъ оптики*, а въ реальныхъ училищахъ—еще какъ тема для *геометрическаго черченія*. Съ этой, главнымъ образомъ, точки зрѣнія я и прошу читателя смотрѣть на нижеизложенную теорію зеркалъ, помѣщаемую здѣсь вслѣдствіе поступившихъ въ редакцію писемъ отъ нѣкоторыхъ преподавателей, которые просили разъяснить встрѣчающіяся въ этомъ вопросѣ недоразумѣнія.

Чтобы не ставить числа изображеній нѣкорой свѣтящейся точки въ двухъ зеркалахъ въ зависимость отъ размѣровъ зеркалъ и отъ положенія глаза наблюдателя, будемъ принимать пересѣкающіяся, подъ угломъ зеркала неограниченныхъ размѣровъ и предполагать, что глазъ наблюдателя, бесконечно удаленный отъ вершины, можетъ находиться вездѣ внутри двуграннаго зеркальнаго угла. При такихъ условіяхъ, попасть непосредственно въ глазъ могутъ только свѣтовые лучи, которые при бесконечномъ ихъ продолженіи не пересѣкаются ни съ одною изъ зеркальныхъ граней угла.

Пусть АО и ВО (фиг. 58) есть пересѣченіе зеркалъ плоскостью, проведенною перпендикулярно къ ребру чрезъ свѣтящуюся точку S. Назо-

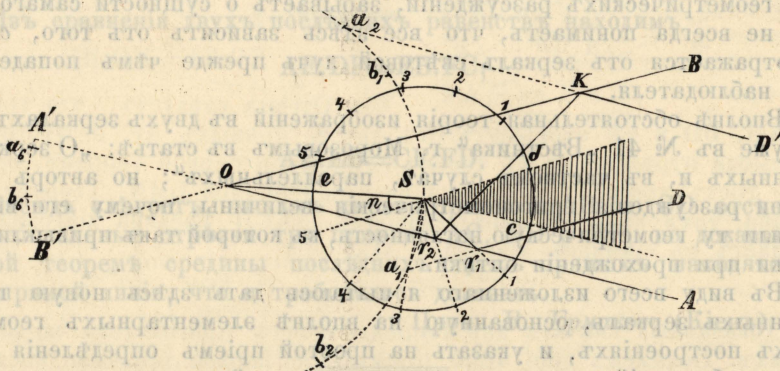
весь угол  $\angle AOB$  через  $\varphi$ , а части его, на которые онъ дѣлится прямою  $SO$ , обозначимъ:

$$\angle SOA = \alpha, \angle SOB = \beta;$$

при чемъ пусть  $\alpha < \beta$ .

Проведемъ изъ  $S$  линіи  $Sc$  и  $Sd$  соответственно параллельныя зеркаламъ  $A$  и  $B$ ; ни одинъ изъ лучей пучка  $cSd$ , исходящихъ непосредственно изъ точки  $S$ , не можетъ, очевидно, отражаться отъ зеркалъ и, благодаря лучамъ этого пучка, глазъ можетъ видѣть свѣтящуюся точку  $S$ . Отложимъ

Фиг. 58.



теперь отъ  $Sc$ , принимая  $S$  за вершину (въ данномъ случаѣ по направленію движенія часовой стрѣлки) столько разъ уголъ  $\varphi$ , сколько это окажется возможнымъ до прямой  $SO$ , принимаемой за крайній предѣлъ; при этомъ получится нѣкоторое цѣлое число уголвъ равныхъ  $\varphi$  и вообще еще нѣкоторой остатокъ  $n < \varphi$ . Для выполнения этого построения съ большимъ удобствомъ, опишемъ изъ  $S$  произвольнымъ радиусомъ вспомогательную окружность, тѣмъ-же радиусомъ зачертимъ въ углѣ  $\angle AOB$  дугу, и отложимъ ее отъ точки  $c$  по окружности возможное число разъ, не переходя предѣльной точки  $e$ . Проведа радиусы  $S1, S2, S3, \dots$ , пересѣченія которыхъ съ зеркаломъ  $A$  обозначимъ соотв. буквами  $r_1, r_2, r_3, \dots$ , раздѣлимъ пространство  $cSO$  на  $N$  вообще свѣтовыхъ пучковъ, послѣдній изъ которыхъ, вообще говоря, будетъ неполный, ибо обнимаетъ уголъ  $n < \varphi$ .

*Число пучковъ  $N$  есть число изображеній точки  $S$ , даваемыхъ тѣми свѣтовыми лучами, которые падаютъ непосредственно изъ  $S$  на зеркало  $A$ .*

Чтобы убѣдиться въ справедливости этой зависимости, рассмотримъ сначала первый пучекъ  $cSr_1$ ; одинъ предѣльный его лучъ  $Sc$  параллеленъ зеркалу  $A$ , второй,  $Sr_1$  отражается отъ  $A$ , образуя съ нимъ уголъ  $\angle Ar_1D = \varphi$ , т. е. дѣлается параллельнымъ зеркалу  $B$ ; слѣдовательно всѣ лучи этого перваго пучка, отразившись одинъ только разъ отъ  $A$ , не могутъ потомъ пересѣкаться зеркала  $B$ , и будутъ, попадая въ глазъ, казаться исходящими изъ нѣкоторой точки  $a_1$ , которую назовемъ *первымъ мнимымъ изображеніемъ* зеркала  $A$ . — Для втораго пучка  $r_2Sr_2$  предѣльный лучъ  $Sr_2$  отразится отъ  $A$ , образуя уголъ  $\angle Ar_2K = 2\varphi$ , а потому, при отраженіи въ  $K$  отъ втораго зеркала, по прямой  $KD'$ , составитъ уголъ

$BKD' = \varphi$ , т. е. выйдет параллельно зеркалу А; ни одинъ, слѣдовательно изъ лучей этого пучка, послѣ двукратнаго отраженія, не встрѣчаетъ уже зеркалъ, и всѣ они, попадая въ глазъ, будутъ казаться исходящими изъ нѣкоторой точки  $a_2$  (симметричной съ  $a_1$  относительно прямой ОВ), которую поэтому назовемъ *вторымъ* изображеніемъ ряда (А). Точно такъ же читатель легко убѣдится соотвѣтственнымъ построеніемъ (на нашемъ чертежѣ не выполненнымъ), что лучи третьяго пучка  $r_2Sr_3$  послѣ двукратнаго отраженія (отъ А и отъ В) должны непременно еще разъ отразиться отъ А и тогда только дадутъ *третье* мнимое изображеніе  $a_3$ , что—далѣе—лучи четвертаго пучка  $r_3Sr_4$  до тѣхъ поръ не попадутъ въ глазъ, пока предварительно не отразятся 4 раза, два раза отъ А и два раза отъ В, и этимъ не обусловятъ видимости *четвертаго* изображенія  $a_4$ ,—и такъ далѣе. Послѣдній пучокъ (на нашемъ чертежѣ 6-ой), по порядку вообще N-ый, хотя бы онъ былъ и неполный, не можетъ попасть въ глазъ, не отразившись предварительно N разъ, а потому онъ тоже долженъ дать свое, N-ое изображеніе, которое въ иныхъ случаяхъ (когда остатокъ  $n$  очень малъ сравнительно съ  $\varphi$ ) можетъ быть очень слабымъ по яркости. Итакъ, если въ углѣ  $\angle SO = 180 - \alpha$  помѣщается N пучковъ, то изображеній  $a_1, a_2, a_3, \dots$  будетъ тоже N.

Повторивъ теперь совершенно такое-же построеніе со стороны зеркала В, разобъемъ уголъ  $\angle SO$  на нѣкоторое цѣлое число угловъ  $= \varphi$  и, въ общемъ случаѣ, получимъ еще остатокъ  $m < \varphi$ . Опять получится такимъ образомъ нѣкоторое число M свѣтовыхъ пучковъ, изъ которыхъ первый (считая отъ  $dS$  по направленію обратному движенію часовой стрѣлки) дастъ 1-е мнимое изображеніе  $b_1$ , второй—2-ое изображеніе  $b_2$ , и т. д. и наконецъ послѣдній, неполный пучокъ, дастъ послѣднее, M-ое изображеніе ряда (В).

Въ суммѣ, слѣдовательно, *всѣхъ* изображеній свѣтящейся точки S зеркала А и В дадутъ столько, сколько получится при нашемъ построении съ обѣихъ сторонъ всѣхъ пучковъ, (не считая пучка затушеваннаго  $cSd$ ), т. е.  $N + M$ .

Правило это имѣетъ однакожь *одно исключеніе*, а именно: число всѣхъ изображеній будетъ на единицу меньше числа пучковъ въ томъ частномъ случаѣ, когда послѣдній (N—1)ый радіусъ  $Sr$  окажется параллельнымъ зеркалу В или—что все равно—когда послѣдній радіусъ (M—1)ый со стороны зеркала В, окажется параллельнымъ зеркалу А. Иными словами, число всѣхъ изображеній будетъ  $= N + M - 1$  въ томъ частномъ случаѣ, когда окажется, что

остатокъ  $n = \beta$ ; и остатокъ  $m = \alpha$ .

При этомъ условіи два послѣднія изображенія, даваемые неполными пучками  $n$  и  $m$ , *сливаются въ одно*, почему общее число изображеній будетъ на единицу меньше. Не трудно видѣть, что при существованіи условій  $n = \beta$  и  $m = \alpha$  уголъ  $\varphi$  содержится цѣлое число разъ въ полуокружности, безъ остатка.

Теперь намъ остается доказать, что такое слитіе двухъ послѣднихъ изображеній возможно только въ томъ случаѣ, когда уголъ  $\varphi$  есть аликвотная часть полуокружности.—Для этого замѣтимъ прежде всего, что, разъ мы принимаемъ  $\beta > \alpha$ , число M всѣхъ пучковъ со стороны зеркала В не

можетъ быть больше числа  $N$  пучковъ со стороны зеркала  $A$ , и изъ самого приѣма построения этихъ пучковъ очевидно, что здѣсь можетъ быть только 2 случая: или 1)  $M=N$ , или 2)  $M=N-1$ . Далѣе замѣтимъ, что если мы будемъ перемѣщать точку  $S$  внутри угла  $\varphi$ , не мѣняя разстоянія  $OS$ , то изображенія  $a_1, a_2, a_3, \dots, b_1, b_2, b_3, \dots$  тоже будутъ перемѣщаться по окружности радіуса  $SO$ , при чемъ не трудно видѣть, что два изображенія  $a_i$  и  $b_i$  одного и того-же порядка будутъ при этомъ перемѣщаться въ противоположныя стороны, а два изображенія  $a_i$  и  $b_{i-1}$ —въ одну и ту-же сторону. Отсюда прямо заключаемъ, что слитіе двухъ послѣднихъ изображеній  $a$  и  $b$  возможно лишь къ томъ случаю, когда они оба одного и того-же порядка, что въ свою очередь возможно лишь при условіи равенства числа пучковъ съ обѣихъ сторонъ, т. е. при  $N=M$ . Если-же  $M=N-1$ , то послѣднія изображенія  $a$  и  $b$  будутъ не одного порядка и ихъ совпаденіе вообще невозможно.—Такъ какъ оба послѣднія изображенія  $a$  и  $b$  должны находиться внутри воображаемаго угла  $A'OB'$  (фиг. 58), образованнаго продолженіемъ зеркалъ  $A$  и  $B$  (иначе—они не были бы *послѣдними*), то ихъ легко построить независимо отъ предыдущихъ, на томъ основаніи, что остатки  $n$  и  $m$  суть не что иное, какъ угловыя разстоянія этихъ послѣднихъ изображеній отъ сторонъ угла  $A'OB'$ . Предоставляю самому читателю провѣрить слѣдующія положенія: для послѣдняго изображенія  $a$  остатокъ  $n$  есть разстояніе отъ  $A'$ , если оно нечетнаго порядка, и—отъ  $B'$ , если оно четнаго порядка, и—наоборотъ—для послѣдняго изображенія  $b$  остатокъ  $m$  есть разстояніе отъ  $A'$  если оно четнаго порядка, и—отъ  $B'$ , если оно нечетнаго порядка. Вообще: если послѣднія изображенія одного и того-же порядка (какъ на нашемъ чертежѣ) то  $n$  и  $m$  представляютъ соответственно ихъ разстоянія отъ разныхъ сторонъ угла  $A'OB'$  (напр. на нашемъ чертежѣ:  $n=B'a_6$  и  $m=A'b_6$ ), если же порядокъ ихъ отличается на единицу, то  $n$  и  $m$  представляютъ ихъ разстоянія отъ одной и той-же стороны угла. Въ первомъ случаѣ

$$n-m=\beta-\alpha, \quad (1)$$

а во второмъ случаѣ:

$$m-n=2\alpha. \quad (2)$$

Чтобы послѣднія изображенія слились въ первомъ случаѣ (при  $M=N$ ) необходимо, чтобы сумма ихъ разстояній дала уголъ  $\varphi$ , т. е. чтобы  $m+n=\beta+\alpha$ , что въ соединеніи съ условіемъ (1) даетъ:  $n=\beta$ ;  $m=\alpha$ , что и требовалось доказать. Во второмъ же случаѣ (при  $M=N-1$ ) совпаденіе послѣднихъ изображеній требовало бы условія  $n=m$ , что въ соединеніи съ равенствомъ (2) привело бы насъ къ случаю:  $\alpha=0$ , который въ дѣйствительности не можетъ имѣть мѣста.

Итакъ, примѣняя вышеуказанное раздѣленіе пространства вокругъ свѣтящейся точки  $S$  на свѣтовые пучки, мы всегда можемъ опредѣлить построеніемъ число всѣхъ изображеній, даваемыхъ двумя зеркалами, въ томъ случаѣ когда углы  $\varphi$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  заданы намъ не по числу градусовъ, а только чертежомъ. Число этихъ изображеній, какъ мы видѣли, вообще равно числу всѣхъ пучковъ  $N+M$  съ обѣихъ сторонъ, не считая пучка  $cSd$ , не дающаго отраженныхъ лучей, и только въ одномъ частномъ случаѣ оно равно  $N+M-1$ , а именно, когда полуокружность дѣлится на цѣло

на  $\phi$ , что обнаружится при построении тѣмъ обстоятельствомъ, что предѣльные лучи двухъ послѣднихъ съ каждой стороны пучковъ образуютъ съ зеркалами АО и ВО параллелограмъ.

Замѣчу еще, что такое раздѣленіе на пучки даетъ возможность непосредственно найти построениемъ любое изъ изображеній, напр.  $a_i$ , не находя предварительно всѣхъ ( $i-1$ ) предшествующихъ; для этого достаточно построить путь луча  $Sr_i$  и послѣднее его колыно (параллельное А или В) продолжить до пересѣченія съ окружностью изображеній \*).

### III.

## БЕСѢДЫ ИЗЪ ОБЛАСТИ МАГНИТИЗМА \*\*).

### IV. Что такое задерживательная сила?

Если взять кусокъ стали и намагнитить его либо при помощи натирания другимъ магнитомъ, либо же при помощи намагничивающей катушки, то онъ удерживаетъ на всегда часть возбужденнаго въ немъ магнетизма, который въ этомъ случаѣ называется *остаточнымъ*. Пролѣывая то же самое съ мягкимъ желѣзомъ, мы получимъ такой слабый остаточный магнетизмъ, что его величиной можно пренебречь.

Почему же сталь обладаетъ способностью удерживать въ себѣ магнетизмъ, а желѣзо нѣтъ? Для объясненія этого явленія ученые придумали особенную силу, названную ими „задерживательной силой“.

Представимъ себѣ, что намагничивается кусокъ мягкаго желѣза. Какъ мы видѣли изъ предыдущихъ бесѣдъ, молекулярные его магниты, составлявшіе прежде замкнутыя кривыя, теперь повернутся на нѣкоторый уголъ около своего положенія покоя, и тѣло сдѣлается магнитнымъ. Но какъ только намагничивающая сила перестанетъ дѣйствовать, тотчасъ молекулярные магниты повернутся назадъ въ свое прежнее положеніе, составятъ снова замкнутыя кривыя, и видимый магнетизмъ въ тѣлѣ исчезнетъ. Не то произойдетъ въ стали: послѣ устраненія намагничивающей силы молекулярные магниты хотя и повернутся назадъ, но не совсѣмъ, и не будутъ образовывать замкнутыхъ кривыхъ, влѣдствіе чего сталь и будетъ обладать остаточнымъ магнетизмомъ. То, что молекулярнымъ магнитамъ мѣшаетъ прийти въ свое прежнее положеніе, ученые и называютъ „задерживательной силой“.

Но почему же въ желѣзѣ нѣтъ этой силы, или, другими словами, чѣмъ обуславливается ея существованіе въ стали? Здѣсь мы сталкиваемся съ вопросомъ, который уже давно существуетъ въ наукѣ, но на который до сихъ поръ правильнаго отвѣта не дано. Одни говорятъ: задержива-

\*) Въ „Journal de physique élémentaire“ t. I p. 177 (188<sup>3</sup>/<sub>6</sub>) t. II, p. 121 (188<sup>6</sup>/<sub>7</sub>) была статья L. Boisard'a, въ которой дано почти такое же дѣленіе на свѣтовые пучки, но авторъ не установилъ связи между числомъ ихъ и числомъ изображеній и опредѣляетъ послѣднее въ зависимости отъ величинъ угловъ  $\varphi$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ , выраженныхъ въ градусахъ, особо для каждаго частнаго случая.

\*\*) См. „Вѣстникъ“ № 31, 34 и 36.

тельная сила обязана своимъ существованіемъ угольнымъ частичкамъ, другіе же думаютъ, что она зависитъ отъ эѳира, наполняющаго между-молекулярное пространство.

Не касаясь пока второго объясненія, скажемъ, что первое не выдерживаетъ критики. Въ самомъ дѣлѣ, если бы задерживательная сила зависѣла отъ угольныхъ частичекъ въ массѣ тѣла, то почему она существуетъ въ желѣзѣ, осажденномъ электролитически, т. е. при помощи гальванопластики, другими словами, въ желѣзѣ, въ которомъ о существованіи угольныхъ частичекъ не можетъ быть и рѣчи? Кромѣ того извѣстны и другіе факты; напр. закаленное желѣзо тоже обладаетъ сильнымъ остаточнымъ магнетизмомъ, а закаленная сталь—большимъ, чѣмъ обыкновенная. Между тѣмъ здѣсь не можетъ быть и помину о томъ, чтобы при закалivanіи количество угольныхъ частичекъ увеличивалось.

Такимъ образомъ приходится искать объясненія въ чемъ то другомъ. Для этого обратимся лучше всего къ фактамъ.

Если подвергнуть стержень изъ мягкаго желѣза, сжатый по направленію своей длины, намагничиванію, то послѣ намагничиванія въ немъ остается въ этомъ состояніи больше остаточнаго магнетизма ( $M_r$ ), чѣмъ обыкновенно; намагничивая тотъ же стержень въ еще болѣе сжатомъ состояніи, получимъ послѣ намагничиванія еще болѣе болѣе остаточный магнетизмъ; у еще сильнѣе сжатого стержня остаточный магнетизмъ уже будетъ меньше, пока не сдѣлается наконецъ равнымъ нулю.

Этотъ фактъ не только интересенъ съ теоретической точки зрѣнія, но и съ чисто практической. Уже давно отыскиваютъ сортъ желѣза, не обладающій задерживательной силой, такъ какъ такое желѣзо имѣло бы громадное значеніе въ приложеніи въ электротехникѣ, но до сихъ поръ безуспѣшно.

Въ виду важности этого факта для объясненія задерживательной силы, я позволю себѣ привести здѣсь 2 таблицы, изъ опубликованнаго мною спеціальнаго изслѣдованія\*), касающіяся нашего вопроса.

Сжимающій грузъ  
въ килогр.

Остаточный маг-  
нетизмъ.

0 . . . . .	29,5
20 . . . . .	31
40 . . . . .	31
60 . . . . .	29
80 . . . . .	24
120 . . . . .	18,5
160 . . . . .	19.

Здѣсь проволока была изъ мягкаго желѣза толщиною въ 2 мм. Приблизительно при грузѣ=30 килогр. остаточный магнетизмъ достигаетъ максимума.

Что остаточный магнетизмъ при дальнѣйшемъ сжатіи исчезаетъ, показываетъ слѣдующая таблица.

\*) Жур. Р. Физ.-Хим. Общ. 16. стр. 436. 1884.

Сжимающий грузъ  
въ килогр.

Остаточный маг-  
нитизмъ.

0 . . . . .	10,5
10 . . . . .	7,5
20 . . . . .	4,5
30 . . . . .	3,5
40 . . . . .	2,5
50 . . . . .	2
70 . . . . .	1
90 . . . . .	1

Проволока здѣсь была изъ жесткаго желѣза 1 мм. въ діаметрѣ. Вѣроятно при 100 кил. М, исчезъ бы (maximum М, лежитъ здѣсь между 0 и 10 кил.)

Что касается стали, то остаточный магнитизмъ, когда она сдавлена по длинѣ ( $2r=2$  мм.; мягкій сортъ), измѣняется такъ:

Сжимающий грузъ  
въ килогр.

Остаточный маг-  
нитизмъ.

0 . . . . .	44,5
20 . . . . .	43,5
40 . . . . .	41
60 . . . . .	38
80 . . . . .	34
120 . . . . .	26,5
160 . . . . .	21,5

т. е. чѣмъ болѣе сжата сталь по длинѣ, тѣмъ меньше она въ состояніи удержать остаточнаго магнитизма. (Максимумъ здѣсь нѣтъ).

Приведеннаго здѣсь факта, думаю, достаточно, чтобы окончательно подорвать теорію угольныхъ частичекъ и чтобы искать объясненія природы „задерживательной силы“ въ измѣненіи молекулярныхъ силъ.

Въ заключеніе я долженъ здѣсь упомянуть еще объ одномъ фактѣ, открытѣ мною при изслѣдованіи магнитизма сжатыхъ никкелевыхъ, стальныхъ и желѣзныхъ стержней; онъ состоитъ въ томъ, что *сильно сжатая* (по длинѣ) *желѣзная проволока относительно своего магнитизма сходна со стальными не сжатыми*.

Принимая во вниманіе этотъ фактъ, мы заключаемъ отсюда, что остаточный магнитизмъ стали потому такъ и великъ сравнительно съ находящимся въ желѣзѣ, что *сталь представляетъ собою такъ сказать сжатое желѣзо*, другими словами, если бы мы сталь растянули, то въ этомъ состояніи она удерживала бы меньше остаточнаго магнитизма. Факты, открытые физиками, вполне подтверждаютъ этотъ взглядъ.

Такимъ образомъ ясно, что измѣненіе молекулярныхъ силъ сопровождается и измѣненіемъ „задерживательной силы“ и здѣсь то и лежитъ объясненіе остаточнаго магнитизма.

Я намѣренъ заняться въ скоромъ времени выполненіемъ давно задуманной модели, служащей для уясненія явленій магнитизма, между про-

чимъ и „задерживательной силы“, и тогда любознательный читатель можетъ провѣрить самъ дѣйствіе молекулярныхъ магнитовъ при различныхъ обстоятельствахъ, построивъ для этого имѣющую быть описанной модель.

*П. Бахметевъ* (Цюрихъ).

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Рефератъ о засѣданіи 9 декабря 1888 года Матем. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. математики.**

**И. М. Занчевскій** окончилъ свое сообщеніе „объ отрицательныхъ числахъ“. Обсужденіе этого сообщенія дало поводъ къ оживленному обмѣну мыслей. Разнообразіе взглядовъ, высказанныхъ многими изъ присутствовавшихъ, доказало, что вопросъ этотъ не разъ еще будетъ предметомъ сообщеній.—Затѣмъ **Г. Г. Де-Метцъ** демонстрировалъ приборъ **Quinke** для опредѣленія длины звуковой волны.—Рѣшено на будущее время собираться черезъ каждыя двѣ недѣли.

*И. Слешинскій* (Одесса).

**О новомъ способѣ возбужденія электрическихъ токовъ \*).**

Лѣтомъ 1888 года проф. Гельмгольцъ представилъ берлинской академіи наукъ работу **Ф. Брауна** о новомъ способѣ возбужденія электрическаго тока въ замкнутомъ проводникѣ.

Если взять длинную никелевую проволоку, изогнуть ее въ спираль и соединить ея концы съ очень чувствительнымъ мультипликаторомъ, то въ моментъ растягиванія спирали возбуждается въ цѣпи электрическій токъ. Если затѣмъ, держа спираль растянutoй, обождать пока стрѣлка мультипликатора придетъ въ покой, то при слѣдующемъ за этимъ сжиманіи спирали снова возбуждается электрическій токъ, но по направленію противоположному. Опытъ этотъ очень простой, и всякому, обладающему никелевой проволокой и мультипликаторомъ, легко убѣдиться въ дѣйствительномъ существованіи этихъ электрическихъ токовъ.

Явленіе это было разносторонне изучено **Ф. Брауномъ**, но дѣйствительная причина возбужденія этихъ токовъ остается пока все еще не выясненной. Казалось бы, что магнитныя свойства никеля обуславливаютъ главнымъ образомъ образованіе этихъ токовъ, но это трудно согласуется съ тѣмъ, что въ совершенно подобныхъ желѣзныхъ спираляхъ мгновенные токи гораздо слабѣе. Возбужденіе тока въ никелевой проволоцѣ нельзя объяснить, какъ показалъ Браунъ, ни вліяніемъ индукціи въ магнитномъ полѣ земли, ни вообще вліяніемъ магнитнаго поля около спирали, ни взаимной индукціи отъ какихъ-нибудь слабыхъ токовъ, прежде существовавшихъ въ цѣпи (напр. термотокъ), ни циркулярной

\*) Ueber elektrische Ströme, entstanden durch elastische Deformation.

Ueber Deformationsströme; insbesondere die Frage, ob dieselben aus magnetischen Eigenschaften erklärbar sind.

Von Prof. Ferdinand Braun.

Sitzungsberichte der K. pr. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. № XXXVI, XXXVII. 1888.

магнитизаціей, ни вообще какими бы то ни было извѣстными электромагнитными явлениями. Въ виду этого приходится пока разсматривать описанное явленіе, какъ новое свойство никеля и, по всей вѣроятности всѣхъ вообще магнитныхъ тѣлъ\*); при этомъ Браунъ и предлагаетъ для этихъ особенныхъ токовъ названіе *деформаціонныхъ токовъ*.

Что касается самаго направленія деформаціоннаго тока, то оказывается, что оно обуславливается тѣмъ, по какому именно направленію испытываемая проволока была протянута сквозъ волоочильню. При этомъ протягиваніи измѣняется молекулярная структура проволоки: тѣ частицы, которыя до протягиванія находились въ одной плоскости, перпендикулярной длинѣ проволоки, располагаются послѣ протяженія по выпуклой поверхности, подобной свѣтящимся слоямъ гейслеровской трубки. Если никелевую спираль хорошенько прокалить, то она теряетъ способность при растягиваніи и сжиманіи давать начало деформаціонному току. На направленіе тока вліяетъ также и то, какъ именно спираль была закручена: справа-ли на лѣво или-же слѣва на право.

Что касается силы мгновеннаго тока, то можно вообще сказать, что количество электричества, приведенное въ движеніе, приблизительно пропорціонально удлинению спирали.

Такъ какъ растягиваніе и сжиманіе никелевой спирали возбуждаетъ въ цѣпи электрическій токъ, то слѣдуетъ ожидать, что и, обратно, электрическій токъ, смотря по направленію, можетъ самъ вызвать удлиненіе или укорачиваніе спирали. Это въ дѣйствительности и подтверждается наблюденіями, хотя самыя измѣненія длины спирали и очень ничтожны. Съ перваго взгляда казалось-бы, что такое измѣненіе длины спирали могло-бы быть объяснено взаимнымъ электродинамическимъ притяженіемъ различныхъ частей той-же спирали или вліяніемъ теплоты, возбуждаемой электрическимъ токомъ въ цѣпи, но такое предположеніе на самомъ дѣлѣ несостоятельно, такъ какъ то измѣненіе въ длинѣ проволоки, которое могло-бы быть вызвано двумя вышеупомянутыми дѣйствіями, не зависить совсѣмъ отъ направленія тока. Измѣненія въ спирали въ этомъ случаѣ должны-бы были получаться всегда одного и того-же характера, что на самомъ дѣлѣ противорѣчитъ наблюденіямъ.

Если взять нѣсколько подобныхъ спиралей, то можно устраивать изъ нихъ различные сочетанія, совершенно подобно тому, какъ это дѣлается съ гальваническими элементами. При этомъ, замѣчаетъ Браунъ, есть полное основаніе предполагать, что та часть механической энергіи или работы деформаціи, которая даетъ начало электрическому току, не принимаетъ до этого формы теплоты, а непосредственно переходитъ изъ механической въ электрическую. Съ этой точки зрѣнія слѣдуетъ поэтому заключить на основаніи принциповъ механической теоріи теплоты, что самый способъ возбужденія деформаціонныхъ токовъ представляетъ собою экономичный способъ возбужденія электрической энергіи.

Въ заключеніе можно упомянуть о томъ, что кромѣ значительнаго интереса, представляемаго самимъ явленіемъ деформаціонныхъ токовъ и обуславливающими ихъ причинами, эти токи могутъ со вре-

\*) Въ слабыхъ магнитныхъ и діаманитныхъ тѣлахъ существованіе этихъ мгновенныхъ токовъ не могло до сихъ поръ быть обнаружено.

менемъ имѣть очень важное теоретическое значеніе. Дѣйствительно, такъ какъ деформаціонныя токи наблюдаются исключительно въ магнитныхъ тѣлахъ, то обстоятельное изученіе всѣхъ свойствъ этихъ токовъ, можетъ, обратно, дать ключъ къ выясненію того, въ чемъ именно заключается замѣчательная и загадочная способность нѣкоторыхъ тѣлъ принимать при извѣстныхъ условіяхъ магнитныя свойства.

Б. Голицынъ (Страсбургъ).

♦ **Теплопроводность жесткой и мягкой стали.** Ф. Кольраушъ. (*F. Kohlrausch. Sitz. b. d. phys.-med. Ges. Würzb. p. 120. 1887.*)

Теплопроводность закаленной до твердости стекла стали оказалась по изслѣдованіямъ автора 0,062, а мягкой 0,111, т. е. на 80% больше. Измѣненіе электропроводности находится въ подобномъ же отношеніи, а именно 3,3 и 5,5 (по отношенію къ ртути). Бжм. (Цюр.)

♦ **Преломленіе свѣта переохлажденной водой.** Пулфрихъ. (*Pulfrich, Wied. Ann. 34. p. 326. 1888.*)

Авторъ нашелъ опытнымъ путемъ, что показатель преломленія воды съ охлажденіемъ увеличивается, но не до 4-хъ градусовъ, при которыхъ вода обладаетъ наибольшей плотностью, а до—1,5°; послѣ чего показатель преломленія опять уменьшается. Бжм. (Цюр.)

♦ **Поправка, которую нужно принять во вниманіе при опредѣленіи по методу Реньо вѣса одного литра элементарнаго газа.** Крафть. (*I. M. Crafts. C. R. 106. p. 1662. 1888.*)

При новомъ опредѣленіи плотности водорода и кислорода, предпринятомъ лордомъ *Rayleigh*, была найдена небольшая ошибка, которая вкралась въ методу Реньо; а именно при взвѣшиваніи шара безъ всякаго газа объемъ его дѣлается меньше, такъ какъ онъ въ такомъ состояніи нѣсколько сжимается. Авторъ продѣлалъ эти опредѣленія еще разъ съ тѣмъ же самымъ балономъ, который когда то употреблялъ Реньо и получилъ слѣдующіе результаты:

	ПЛОТНОСТЬ		ВѢСЪ 1-го литра.
	Реньо.	Поправлен.	
Воздухъ . . . . .	1,00000	1,00000	1,29349
N . . . . .	0,97137	0,97138	1,25647
H . . . . .	0,06927	0,06949	0,08988
O . . . . .	1,10564	1,10562	1,43011
CO <sub>2</sub> . . . . .	1,52910	0,52897	1,97772

Бжм. (Цюр.)

♦ **Приблизительно 26 дневная періодичность грозовыхъ явленій.** Бецольтъ. (*W. V. Bezold. Sitz. ber. d. Berl. Acad. d. Wiss. p. 905. 1888.*)

Найденная съ помощію многочисленныхъ наблюденій несомнѣнная зависимость между колебаніями магнитно-земныхъ элементовъ и вращеніемъ солнца подала автору мысль искать той же зависимости и между электрическими явленіями на землѣ. Авторъ воспользовался для этого

матеріаломъ для Баваріи и Вюртенберга за время отъ 1880 до 1887 г. Въ своихъ вычисленіяхъ онъ принялъ время оборота солнца вокругъ своей оси—25,84 дня. Изъ сопоставленія данныхъ дѣйствительно оказалась такая періодичность для названныхъ странъ. *Бжм. (Цюр.)*

♦ **Строеніе молніи.** Трувелло. (*Trouvelot. C. R. 107. p. 153. 1888*).

Автору удалось сфотографировать въ Парижѣ во время грозы 24 Іюля очень свѣтлую молнію, появившуюся около 10 час. 30 мин. Эта молнія, какъ кажется, соединяющая землю съ облакомъ, соединяла уголь около 40°. Въ дѣйствительность этотъ уголь долженъ былъ быть еще больше, такъ какъ на фотографіи видна только его часть.

Молнія раздѣляется на 4 главные вѣтви, которыя вышли ясно и рѣзко; но кромѣ нихъ существуютъ еще и другія, менѣе ясныя; нѣкоторыя изъ нихъ такъ слабы, что только могутъ быть замѣтны при помощи увеличительнаго стекла. Число замѣченныхъ вѣтвей достигаетъ 37. Такая лента пересѣкается поперекъ массой линій, разнообразной интенсивности и группировки. При болѣе внимательномъ разсмотрѣніи оказывается, что онѣ вообще находятся тамъ, гдѣ молнія образуетъ болѣе или менѣе замѣтные зигзаги. *Бжм. (Цюр.)*

♦ **Замѣтка о видимомъ спектрѣ большого туманнаго пятна Оріона.** Копелендъ. (*R. Copeland. Mon. Not. Roy. Astr. Soc. 48. p. 360. 1888*). Свѣтъ большого туманнаго пятна Оріона, изслѣдуемый сильнымъ спектроскопомъ, показываетъ извѣстныя 3 линіи, характерныя для большинства туманныхъ пятенъ. Замѣчается еще четвертая линія, которая, какъ думаютъ, совпадаетъ съ третьей линіей спектра водорода. Однако, когда въ концѣ 1886 года пятно было въ первый разъ изслѣдовано съ помощью сильнаго спектроскопа въ обсерваторіи *Dun Echt*, оказалось, что существуетъ довольно значительная часть непрерывнаго спектра, обхватывающаго собою три свѣтлыя линіи и сразу прерывающагося нѣсколько выше линіи D при длинѣ волны 570. Въ темномъ пространствѣ внизу этого мѣста была открыта 28 дек. 1886 года блѣдная, на видъ рѣзкая линія. Первые измѣренія, произведенныя двумя днями позже, показали, что ея свѣтъ нѣсколько болѣе преломляемъ, чѣмъ линія D; поэтому было высказано мнѣніе, что эта линія вѣроятно тождественна съ D<sub>3</sub> (Гелиумъ), каковое предположеніе впоследствии и подтвердилось.

Нахожденіе этой линіи въ спектрѣ туманнаго пятна имѣетъ большое значеніе, такъ какъ это указываетъ на дальнѣйшее связующее звено между газообразными туманными пятнами, солнцемъ и неподвижными звѣздами съ свѣтлымъ линейнымъ спектромъ, особенно же между тѣмъ замѣчательнымъ классомъ звѣздъ, первые примѣры которыхъ были открыты *Вольфомъ* и *Рауеомъ* въ созвѣздіи Лебеда.

23 января 1887 г. показался слѣдъ необыкновенно слабой линіи длины волны около 448. Если линія такого преломленія существуетъ, то ее можно лучше фотографировать, чѣмъ видѣть.

Авторъ говорить дальше, что спектроскопъ нѣсколько разъ настаивался на линію C, но ее открыто не было. Съ другой стороны непрерывный спектръ показывалъ признаки разложенія на линіи или ленты.

*Бжм. (Цюр.)*

♦ **Химическое взаимодействие тѣлъ въ твердомъ состояніи.** Спрингъ. (*W. Spring. Zeitschr. für phys. Chemie. 2. p. 536. 1888*).

По общему правилу тѣла дѣйствуютъ другъ на друга только въ жидкомъ состояніи; но назадъ тому нѣсколько лѣтъ авторъ показалъ, что и твердыя тѣла реагируютъ другъ на друга, если только ихъ подвергнуть сильному давленію. Настоящая работа автора содержитъ дѣйствительнѣйшія изслѣдованія этого вопроса.

Мѣдныя опилки смѣшивались съ сухой порошкообразной хлористой ртутью и были предоставлены въ закрытой трубкѣ самимъ себѣ, только время отъ времени онѣ встряхивались, чтобы получить новыя поверхности соприкосновенія. При этомъ между обѣими тѣлами на самомъ дѣлѣ произошла реакція, окончившаяся черезъ *четыре юда*; какъ показалъ анализъ оба тѣла превратились въ хлористую мѣдь и каломель.

Затѣмъ была смѣшана азотно калиевая соль и высушенная уксусно-натріевая соль, оба тѣла въ порошкообразномъ состояніи, и смѣсь была предоставлена самой себѣ въ эксикаторѣ. Такъ какъ ни одна изъ этихъ солей не гигроскопична, а только ихъ продукты замѣщенія, то легко можно было доказать, что по прошествіи четырехъ мѣсяцевъ превращеніе дошло до такой степени, что масса расплывалась на воздухъ.

*Взм.*

♦ **Прозрачность металловъ.** Винъ. (*Willy Wien. Wied. Ann. 35. p. 48. 1888*).

Электромагнитная теорія свѣта, слѣдствія изъ которой отчасти уже подтверждены экспериментально, показываетъ между прочимъ зависимость прозрачности тѣла отъ его проводимости, а именно по этой теоріи совершенные изоляторы должны быть абсолютно прозрачны, а хорошіе проводники должны пропускать свѣтъ только въ тонкихъ пластинкахъ; теорія эта далѣе позволяетъ вычислить поглощательную способность изъ толщины слоя, электрическую и магнитную постоянныя и скорость распространенія. Авторъ предпринялъ опредѣленіе поглощательной способности различныхъ металловъ для проходящихъ лучей, для которыхъ до сихъ поръ не было еще опредѣленій, и сравнилъ ихъ съ теоріей.

Чтобы прохожденіе лучей не зависѣло отъ длины волны, для его измѣренія была употреблена калориметрическая метода. Количество теплоты, пройденное черезъ тонкій слой металла, было измѣряемо при помощи балометра, улучшеннаго *Гелмгольцемъ*; онъ состоялъ главнымъ образомъ изъ серебрянной ленты, покрытой сажей; измѣненіе ея сопротивленія подъ вліяніемъ нагрѣванія измѣнялось гальванометромъ и Витстоновымъ мостикомъ. Источникомъ свѣта или теплоты служило несвѣтящееся пламя бузеновской горѣлки. Изслѣдуемые металлическіе слои осаждались на стекло. Измѣренія были сдѣланы только послѣ того, какъ было доказано, что при данныхъ условіяхъ металлические слои не такъ сильно нагрѣваются, чтобы сами могли служить источниками теплоты, и послѣ опредѣленія поглощенія стекла для свѣтящихся и для несвѣтящихся лучей. Само собою разумѣется, что при прохожденіи и поглощеніи принимались во вниманіе только тѣ лучи, которые проникали въ пластинки; поэтому изъ падающихъ лучей должны были быть вычтены

отраженные. Были изслѣдованы: платина, желѣзо (на платинированномъ стеклѣ), 4 золотые слоя и 5 серебрянныхъ.

Полученные результаты сопоставлены въ слѣдующей табл., гдѣ подъ рубрикой „проникнутые“ находятся дробы, показывающія какая часть упавшаго количества лучей (принимая ихъ за 1) проникла въ металлическій слой; подъ „пройденные“ находящіяся дробы показываютъ, какая часть проникнутаго свѣта (принимая его за 1) прошла сквозь металлическую пластинку; положенные лучи составляютъ остатокъ проникнутыхъ лучей, которые не прошли сквозь.

Металлъ: проникнут. пройденные:  
свѣтъ. несвѣтъ.

Платина. . . . .	0,87	0,36	0,42
Желѣзо (и плат.) . . . . .	0,55	0,19	0,25
Золото 1 . . . . .	0,37	0,108	0,111
„ 2 . . . . .	0,20	0,017	0,018
„ 3 . . . . .	0,952	0,43	0,43
„ 4 . . . . .	0,81	0,25	0,25
Серебро 1 . . . . .	0,22	0,26	0,22
„ 2 . . . . .	0,40	0,145	0,137
„ 3 . . . . .	0,60	0,42	0,70
„ 4 . . . . .	0,05	0,045	0,038
„ 5 . . . . .	0,76	0,41	0,58

Изъ этой табл. видно, что темные лучи не сильнѣе поглощаются, чѣмъ свѣтлые. У серебра 3 и 5 произошло даже меньшее поглощеніе темныхъ лучей. У этого металла, какъ кажется, частички располагаются при приготовленіи тонкихъ слоевъ въ различныя молекулярныя группы, что и влияетъ такъ сильно на его оптическія свойства. Изслѣдованіемъ этого послѣдняго вопроса авторъ намѣренъ заняться впослѣдствіи.

Сравненіе найденныхъ величинъ для поглощенія съ величинами, выведенными на основаніи теоріи *Максвелла*, не показываетъ совпаденія; найденное поглощеніе гораздо меньше, чѣмъ вычисленное теоретически. Такъ какъ наблюденія показываютъ одинаковую способность прохожденія и для темныхъ лучей, то нельзя ожидать лучшаго совпаденія и для волнъ большей длины.

Бхм. (Цюр.)

## РЕЦЕНЗИИ.

**С. Ф. Гайсбергъ.**—Карманная книжка для установщиковъ электрическаго освѣщенія. Переводъ Н. С. Дрентельна. Изданіе К. Л. Риккера. Спб. 1888.

Эта весьма хорошо изданная и переведенная хорошимъ языкомъ книжка содержитъ въ себѣ свѣдѣнія о магнито и динамо электрическихъ машинахъ, объ уходѣ за ними и пользованіи ими, объ электрическихъ лампахъ съ накаливаніемъ и съ дугою, о проводахъ на воздухѣ и въ зданіяхъ, объ аккумуляторахъ и о гальвано-пластикѣ. Свѣдѣнія эти изложены безъ лишнихъ словъ, но достаточно точно въ такомъ объемѣ, который соответствуетъ чисто практическимъ требованіямъ уста-

новщика; такъ что въ отдѣлѣ о гальванопластикѣ, напримѣръ, мы не найдемъ свѣдѣній о самомъ процессѣ гальванопластики, а только о томъ, какъ получить надлежащей силы токъ, какъ его регулировать и измѣнять. Въ книгѣ имѣются также данные для простѣйшихъ расчетовъ. А. Л. К. (Кіевъ).

**Гейнрихъ Веберъ.**—Популярныя лекціи о гальваническомъ токѣ и его примѣненіяхъ. Переводъ Н. С. Дренгельна. Изд. К. Л. Риккера. Спб. 1888 г.

Эти лекціи, не смотря на свою популярность, отличаются тѣмъ, что въ нихъ описаны многія малоизвѣстныя вещи, могущія заинтересовать и знакомаго съ дѣломъ человѣка; таковы напримѣръ описанія первоначальныхъ телеграфныхъ аппаратовъ. Описаніе электромагнитныхъ машинъ, гальванопластики и электрическаго освѣщенія составлено на столько просто, что лица даже мало подготовленные могутъ получить достаточно ясное представленіе о дѣлѣ. А. Л. К.

**С. Гуржеевъ.** Учебникъ механики. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній 3-е изданіе, исправленное и дополненное. Спб. 1888. Изданіе Л. Ф. Пантелѣва.

Этотъ серьезный и добросовѣстный трудъ вполне заслужилъ успѣхъ, который онъ имѣетъ, и о которомъ можно судить по тому, что онъ выходитъ теперь третьимъ изданіемъ. Не знаю только, для чего понадобилось автору вводить предварительное неточное опредѣленіе скорости въ данный моментъ, (стр. 17), когда на стр. 27 у него приводится правильное опредѣленіе? Неужели авторъ не замѣтилъ, что въ данномъ имъ предварительномъ опредѣленіи („подъ скоростью перемѣннаго движенія въ данный моментъ разумѣютъ тотъ путь, который точка прошла бы въ теченіе секунды, продолжая съ этого момента двигаться равномерно“) скрывается законъ инерціи, излагаемый позднѣе, т. е. что онъ забываетъ ранѣе времени изъ кинематики въ динамику? А. Л. К.

**М. Е. Дерюгинъ.** Начала механики. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Спб. 1888 г.

Книжка эта, соединяя въ себѣ всѣ недостатки старыхъ заурядныхъ курсовъ механики, бросается еще въ глаза крайнею распушенностью терминологіи и небрежностью языка; поэтому, мнѣ кажется, что учениковъ слѣдуетъ всячески предохранять отъ нея. У г. Дерюгина мы находимъ напр., что веревка „давить“ (стр. 19) на повѣшенный на нее грузъ; „не трудно доказать причину этого, взявъ во вниманіе...“ (стр. 42); въ особенности замѣтно злоупотребленіе словомъ сила: „сила паденія“ (стр. 80), „сила движенія“ (стр. 82) „сила нерастяжимости нити“ (стр. 93), „сила верженія“ (стр. 93) и т. д., и т. д. Какъ вамъ понравится слѣдующая формулировка закона инерціи: „тѣло..... по прекращеніи (?) этой силы будетъ двигаться постоянно равномерно и прямолинейно со скоростью, *приобрѣтенною во время дѣйствія силы*“? Приобрѣтенною скоростью называютъ разность между конечною и начальною скоростями тѣла, поэтому законъ инерціи г. Дерюгина является чѣмъ то удивительнымъ въ томъ случаѣ, если до начала дѣйствія силы тѣло имѣло уже скорость. Такая книга можетъ принести только вредъ. А. Л. К.

## ЗАДАЧИ.

**№ 394.** Найти  $2n+1$  цѣлыхъ послѣдовательныхъ чиселъ при условіи, что сумма квадратовъ  $(n+1)$  первыхъ равна суммѣ квадратовъ  $n$  послѣднихъ. (Заимств.) III.

**№ 395.** Изъ всѣхъ конусовъ, имѣющихъ данный объемъ  $V$ , определить размеры такого, который имѣетъ наименьшую боковую поверхность. (Займств.) III.

**№ 396.** Показать, что уравненія

$$a^2(x^2 + xy + y^2) - axy(x + y) + x^2y^2 = 0$$

$$a^2(y^2 + yz + z^2) - ayz(y + z) + y^2z^2 = 0,$$

$$a^2(z^2 + zx + x^2) - azx(z + x) + z^2x^2 = 0,$$

зависимы.

(Займств.) Я. Тепляковъ (Кіевъ).

**№ 397.** Рѣшить систему уравненій

$$x^2 + xy + y^2 = c^2,$$

$$y^2 + yz + z^2 = a^2,$$

$$z^2 + zx + x^2 = b^2.$$

И. Чирьевъ (Кіевъ).

**№ 398.** Показать, что произведеніе двухъ сторонъ треугольника равно квадрату биссектора образуемаго ими угла, сложенному съ произведеніемъ биссекторныхъ отрѣзковъ третьей стороны.

П. Маевскій (Кіевъ).

**№ 399.** На сторонѣ  $AB$  треугольника  $ABC$  дана точка  $S$ . Требуется провести прямую параллельно  $AB$  такъ, чтобы часть ея, заключенная между сторонами треугольника  $AC$  и  $BC$ , была видна изъ  $S$  подъ прямымъ угломъ.

Н. Николаевъ (Пенза).

**№ 400.** Найти геометрическое мѣсто точекъ, имѣющихъ такое свойство, что если изъ нихъ будемъ опускать перпендикуляры на стороны даннаго треугольника и затѣмъ соединять основанія этихъ перпендикуляровъ, то полученные такимъ образомъ треугольники будутъ имѣть одинаковую площадь.

А. Бобябинскій (Егоръ. зол. пр.)

### Загадки и вопросы.

**№ 19.** Дана деревянная квадратная доска, толщиною въ одинъ вершокъ, длиною и шириною въ 10 вершковъ. Требуется ее распилить на возможно малое число частей, изъ которыхъ можно было бы склеить четыре куба. III.

**№ 20.** Въ 1808 г. въ Мюнхенѣ врачъ Земмерингъ изобрѣлъ и устроилъ телеграфъ, основанный на разложеніи воды гальваническимъ токомъ; обѣ станціи такого примитивнаго телеграфа соединялись 27-ю изолированными другъ отъ друга проволоками. — Предоставляется самому чита-

телю догадаться какимъ образомъ телеграфировались различныя буквы, и какъ былъ устроенъ у Земмеринга (на томъ же принципѣ разложенія воды) сигнальный аппаратъ, а затѣмъ отвѣтить на слѣдующій вопросъ: можно ли было бы, и если можно, то какъ, устроить на томъ-же принципѣ разложенія воды телеграфъ, обѣ станціи котораго сообщались бы только одною проволокою?

III.

### Упражненія для учениковъ.

1. Въ окружности проведены двѣ равныя и перпендикулярныя хорды; „усмотрѣть“, что прямая, соединяющая середины взятыхъ хордъ, равна прямой, которая соединяетъ ихъ точку пересѣченія съ центромъ окружности.

2. Въ окружности проведены двѣ равныя хорды:  $AB$ ,  $AD$ ; точки  $B$  и  $D$  соединены съ любой точкой  $C$  той же окружности. Обнаружить, что одинъ изъ вписанныхъ угловъ  $B$ ,  $D$  равенъ одному изъ смежныхъ угловъ діагоналей  $AC$ ,  $BD$ , а другой—другому.

3. Прямая, дѣлящая пополамъ одинъ изъ угловъ вписаннаго въ окружность четырехугольника, встрѣчаетъ окружность въ  $E$ ; прямая, дѣлящая пополамъ уголъ противолежащій тому, встрѣчаетъ окружность въ точкѣ  $F$ . Доказать что прямая  $EF$  проходитъ черезъ центръ взятой окружности.

4. Прямая, дѣлящая пополамъ внутренніе (внѣшніе) углы симметричной трапеціи, образуютъ четырехугольникъ, вершины котораго лежатъ на нѣкоторой окружности. Справедливо-ли это предложеніе и для трапеціи несимметричной?

5. Для данной симметричной трапеціи всегда существуетъ точка, которая равноотстоитъ отъ вершинъ этой фигуры, другими словами: около симметричной трапеціи всегда можетъ быть описана окружность. Существуетъ ли для всякой данной симметричной трапеціи точка, которая равноотстояла бы отъ сторонъ этой фигуры, другими словами, всегда ли можетъ быть вписана окружность въ данную симметричную трапецію? Указать условіе необходимое и достаточное для того, чтобы окружность могла быть вписана въ данную симметричную трапецію.

6. Около окружности описана симметричная трапеція; усмотрѣть, что радіусъ окружности есть средне-пропорціональная (величина) къ полуоснованіямъ трапеціи или, что то-же, что высота трапеціи есть средне-пропорціональная къ ея основаніямъ.

7. Сѣкущая встрѣчаетъ двѣ концентрическія окружности, по порядку, въ точкахъ:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ; почему отрѣзокъ  $AB$  всегда будетъ равняться отрѣзку  $CD$  и отрѣзокъ  $AC$ —отрѣзку  $BD$ ?

8. Концы любой хорды окружности соединены съ ея центромъ;

проведенные радиусы встрѣчаютъ въ  $C$  и  $D$  хорду  $AB$  параллельную взятой хордѣ. Почему всегда будутъ равны отрезки  $AC$ ,  $BD$ ?

9. Хорда постоянной длины скользитъ своими концами по окружности; найти геометрическое мѣсто середины этой хорды.

10. Изъ точки, взятой на окружности, проведены двѣ хорды: одна изъ нихъ стягиваетъ дугу вдвое большую, чѣмъ другая; длина большей хорды 120 мм., длина меньшей 65 мм. Вычислить длину діаметра взятой окружности.

*А. Гольденбергъ (Спб.).*

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 148. Въ прямоугольный треугольникъ можно вписать два квадрата: сторона одного изъ нихъ совпадаетъ съ гипотенузой, одна изъ вершинъ другого лежитъ на гипотенузѣ; пусть  $p$  есть сторона первого квадрата,  $q$ —второго. Требуется вычислить стороны треугольника въ зависимости отъ  $p$  и  $q$ .

Пусть катеты прямоугольнаго треугольника будутъ  $x$  и  $y$ , а гипотенуза  $z$ . Если вообще въ треугольникъ вписанъ квадратъ, одна сторона котораго совпадаетъ со стороною  $a$  треугольника, а высота послѣдняго, опущенная на ту-же сторону, есть  $h$ , то сторона квадрата, какъ извѣстно, равна

$$\frac{ah}{a+h}.$$

Въ данномъ случаѣ высота, опущена на гипотенузу, равна  $\frac{xy}{z}$ , а потому

$$p = \frac{\frac{xy}{z}}{\frac{xy}{z} + 1} \dots \dots \dots (1)$$

и

$$q = \frac{\frac{xy}{z}}{\frac{xy}{z} + 1} \dots \dots \dots (2)$$

и кромѣ того

$$z^2 = x^2 + y^2 \dots \dots \dots (3)$$

Изъ уравненія (1) имѣемъ

$$xy = \frac{pz^2}{z-p} \dots \dots \dots (4),$$

а на основаніи (2), (3) и (4) получаемъ

$$q^2 = \frac{p^2 z^2}{z^2 - p^2},$$

откуда

$$z = \frac{pq}{\sqrt{q^2 - p^2}}.$$

(Отрицательное значеніе для  $z$  не годится). Зная  $z$ , изъ (4) находимъ

$$xy = q^2 \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right),$$

тогда уравненіе (2) даетъ

$$x + y = \frac{xy}{q} = q \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right).$$

Слѣдовательно  $x$  и  $y$  будутъ корнями такого квадратнаго уравненія:

$$t^2 - q \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right) t + q^2 \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right) = 0.$$

Рѣшая это уравненіе, находимъ корни его:

$$\frac{q}{2} \left[ \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right) \pm \sqrt{\left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} + 1 \right) \left( \frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} - 3 \right)} \right].$$

Отсюда видно, что для возможности вопроса должно быть

$$q > p,$$

и кромѣ того

$$\frac{q}{\sqrt{q^2 - p^2}} > 3,$$

т. е.

$$\frac{q}{p} < \frac{3}{2\sqrt{2}}.$$

Другими словами  $\frac{q}{p}$  должно заключаться между 1 и  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$  (=1,0606..)

Н. Артемьевъ и Мясковъ (Спб.), Н. Шимковичъ (Харьковъ).

**№ 190.** Найти геометрическое мѣсто точекъ, разстояніе которыхъ отъ основанія равнобедреннаго треугольника есть среднее пропорціональное между разстояніями отъ двухъ другихъ сторонъ треугольника.

Построить окружность, касательную къ двумъ равнымъ сторонамъ треугольника въ концахъ основанія ого, на основаніи теоремы\*), что перпендикуляръ, опущенный изъ произвольной точки Р окружности на нѣкоторую хорду АВ, есть средняя пропорціональная между перпендикулярами, опущенными изъ той-же точки на касательныя къ окружности въ точкахъ А и В, заключаемъ, что эта окружность и есть искомое геометрическое мѣсто.

*П. Никульцевъ* (Смол.), *С. Блажко* (Москва), *С. Шатуновскій* (Кам.-Под.), *В. Гиммельфарбъ* и *И. Кукуджановъ* (Кіевъ). Ученики: Елатом. г. (8) *Т. А.*, Перм. г. (6) *Н. Г.*

**№ 304.** Найти цѣлыя значенія для образующей, высоты и радіуса основанія прямого конуса при условіи, что его поверхность и объемъ выражаются однимъ и тѣмъ же числомъ.

Обозначая радіусъ, высоту и образующую конуса чрезъ  $r$ ,  $h$  и  $a$ , имѣемъ:

$$\pi r(r+a) = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

Отсюда, помня что  $a = \sqrt{r^2 + h^2}$ , получаемъ

$$r = 3 \sqrt{\frac{h}{h-6}}.$$

Такъ какъ  $h$  и  $r$  должны быть числами цѣлыми, то

$$\frac{h}{h-6} = t,$$

гдѣ  $t$  число цѣлое и точный квадратъ, тогда

$$h = \frac{6t}{t-1}.$$

Но  $t$  и  $(t-1)$  числа первыя между собою, слѣд.  $(t-1)$  должно быть дѣлителемъ 6-ти; кромѣ того  $t$  есть точный квадратъ, значить  $(t-1)$  можетъ равняться только 3, а  $t=4$ . Въ такомъ случаѣ

$$h=8, r=6 \text{ и } a=10.$$

*М. (Владиміръ)*, *С. Блажко* (Москва), *П. Свирижковъ* (Троицкъ). Ученикъ Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

\*) См. № 33 „Вѣстника“, стр. 215.

**№ 326.** Найти общій видъ чиселъ, которыя при дѣленіи на 3, на 5 и на 7 даютъ соотвѣтственно остатки 2, 4 и 6

Прежде всего замѣтимъ, что общій видъ чиселъ, безъ остатки дѣлящихся на 3, 5 и 7, есть

$$105n.$$

Потомъ изъ условія имѣемъ

$$3y + 2 = 5z + 4 = 7u + 6.$$

Изъ перваго уравненія получимъ

$$y = 5t_1 - 1,$$

$$z = 3t_1 - 1.$$

Подставляя эти величины во второе, найдемъ, что

$$u = 15t_2 - 1,$$

гдѣ  $t_1 = 7t_2$ . Отсюда уже не трудно опредѣлить  $u$ ,  $y$  и  $z$ . Они будутъ равны соотвѣтственно

$$14, 20 \text{ и } 34.$$

Такъ что наименьшее изъ искомыхъ будетъ 104, слѣд. общій видъ такихъ чиселъ будетъ

$$105n + 104.$$

*С. Блажко* (Москва), *В. Михайловъ* (Харьковъ) Ученикъ Тифл. р. уч. (7) *Н. Н.*

### Запоздалыя рѣшенія прислали:

*Н. Артемьевъ* (Спб.) № 226. *А. Бобятинскій* (Ег. зол. пр.) № 316. *Н. В. Вор. к. к.* (6) № 242. *В. Гиммельфарбъ* (Кіевъ) №№ 137, 186, 191 и 273. *Ивановскій* (Ворон.) №№ 284 и 286. *А. П. Ворон. к. к.* (7) № 261. *Н. П. Тифл. р. уч.* (7) №№ 232, 242, 255. *П. П. Короч. г.* (6) № 261. *П. Петровъ* (Москва) №№ 223 и 261.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 10 Января 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества *И. Н. Купнеревъ* и К<sup>о</sup>.

## ЛИТЕРАТУРЫ, НАУКИ И ИСКУССТВА.

Журналъ библиографическій, критическій и историческій.

ВЫХОДИТЬ ЕЖЕМѢСЯЧНО.

Ученымъ Комит. М-ства Народн. Просв. рекомендованъ для основныхъ библиотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній мужскихъ и женскихъ.—Учебнымъ Ком. при Св. Синодѣ одобренъ для приобретенія въ фундаментальныя библиотеки духовныхъ семинарій и училищъ.—По распоряженію Военно-Ученаго Комитета помѣщенъ въ основной каталогъ для офицерскихъ библиотекъ.

**Отд. 1-й.** Историческіе, историко-литературные и библиографическіе матеріалы, статьи и замѣтки; разборы новыхъ книгъ; издательское и книжно-торговое дѣло въ его прошедшемъ и настоящемъ; хроника.

**Отд. 2-й (справочный).** Полная библиографическая лѣтопись: 1) каталогъ новыхъ книгъ; 2) указатель статей въ період. изданіяхъ; 3) Rossica; 4) правительственные распоряженія; 5) объявленія.

ВЪ ЖУРНАЛѢ ПРИНИМАЮТЪ УЧАСТІЕ:

И. Ѳ. Анненскій, А. И. Барбашевъ, Я. Ѳ. Березинъ-Ширневъ, проф. К. Н. Бестужевъ Рюминъ, Е. А. Бѣловъ, П. В. Владиміровъ, Н. В. Губерти, И. В. Дмитровскій, В. Г. Дружининъ, М. А. Дьяконовъ, проф. Е. Е. Замысловскій, проф. В. С. Иконниковъ, проф. Н. И. Карѣевъ, Д. Ѳ. Кобеко, И. А. Козеко, А. С. Лапо Данилевскій, Н. П. Лихачевъ, Л. Н. Майковъ, В. И. Межовъ, проф. О. Ѳ. Миллеръ, А. Е. Молчановъ, С. Ѳ. Платоновъ, С. И. Пономаревъ, С. Л. Птащикъ, А. И. Савельевъ, А. А. Савичъ, С. М. Середонинъ, С. Л. Степановъ, Н. Д. Чечулинъ, И. А. Шляпкинъ, Е. Ф. Шмурло, Д. Д. Языковъ и др.

### ПОДПИСНАЯ ЦѢНА

за годъ: съ дост. и перес. въ Россіи 5 р., за границу 6 р., отдѣльно номеръ 50 к., съ перес. 60 к.

Плата за объявленія: страница—8 р.;  $\frac{3}{4}$  стр.—6 р. 50 к.;  $\frac{1}{2}$  стр.—4 р. 50 к.;  $\frac{1}{4}$  стр.—2 р. 50 к.;  $\frac{1}{8}$  стр.—1 р. 50 к.

О новыхъ книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, печатаются бесплатныя объявленія или помѣщаются рецензіи.

**ПОДПИСКА И ОБЪЯВЛЕНІЯ ПРИНИМАЮТСЯ** въ книжномъ магазинѣ „Новаго Времени“—А. Суворина (Спб., Невскій просп., д. № 38) и въ редакціи. Кромѣ того подписка принимается во всѣхъ болѣе извѣстныхъ книжныхъ магазинахъ.—Гг. иногородные подписчики и заказчики объявленій благоволятъ обращаться непосредственно въ редакцію.

**АДРЕСЪ РЕДАКЦИИ.** С.-Петербургъ, Обуховскій просп., д. 7, кв. 13.

Оставшіеся въ ограниченномъ числѣ полныя комплекты „Библиографа“ за 1885, 1886 и 1887 гг. продаются по 5 р. (съ дост. и перес.) за годовой экземпляръ. Также имѣются въ продажѣ изданныя редакціею брошюры: 1) Сборникъ рецензій и отзывовъ о книгахъ по русской исторіи, № 1 и 2. Ц. по 60 коп. 2) Библиографич. указатель книгъ и статей о св. Кириллѣ и Меодіи. Ц. 40 к. 3) Александръ Николаевичъ Свровъ: I. Библиографич. указатель произведеній А. Н. Сврова. II. Библиографич. указатель литературы о А. Н. Свровѣ и его произведеніяхъ. Вып. I и II. Сост. А. Е. Молчановъ. Ц. по 1 руб. за вып.—Книгопродавцамъ обычная уступка.

Редакторъ Н. М. Лисовскій.

2—2.

Съ 1-го Января 1889 года будетъ издаваться

Журналъ

СЧЕТОВОДЪ Ѳ. В. Езерскаго.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

**Отдѣлъ I. Научный.** Счетоводство. Финансы. Контроль. Коммерческія науки; **отдѣлъ II.** Обзоръ смѣтъ, отчетовъ земскихъ и городскихъ учреждений, товариществъ, компаній и обществъ на паяхъ, акціяхъ, взаимнаго кредита и т. п.; **отдѣлъ III.** Судебный, (безъ обсужденія судебныхъ рѣшеній). Судебно-счетоводная экспертиза; **отдѣлъ IV.** Библиографія. Новыя книги и рецензіи на изданія, соотвѣтствующія программѣ журнала; **отдѣлъ V.** Счетоводная жизнь. Сцены и рассказы изъ нея; **отдѣлъ VI.** справочный. Рекламы. Объявленія.

Срокъ выхода въ свѣтъ по три книги въ мѣсяцъ, а въ Маѣ, Іюнѣ и Іюль по двѣ, всего 33 книги въ годъ.

Подписная цѣна съ доставкою и пересылкою: на годъ 6 р., полгода 3 руб.

Книгопродавцамъ уступки 10%.

Адресоваться въ редакцію журнала „СЧЕТОВОДЪ“ Ѳ. В. Езерскаго. С.-Петербургъ, Невскій № 66.

Редакторъ издатель Ѳ. В. Езерскій.

2—3.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА  
**„КНИЖНЫЙ ВѢСТНИКЪ“**

1889, ГОДЪ ШЕСТОЙ

**ЖУРНАЛЪ, ИЗДАВАЕМЫЙ РУССКИМЪ ОБЩЕСТВОМЪ КНИГОПРОДАВЦЕВЪ И  
ИЗДАТЕЛЕЙ.**

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:**

1) Правительственныя распоряженія, относящіяся до специальности журнала (Высочайшія повелѣнія, распоряженія Министра Внутреннихъ Дѣлъ и Министерства, вновь разрѣшаемыя повременныя изданія, перемѣны въ изданіяхъ существующихъ, о книгахъ, одобренныхъ для учебныхъ заведеній и ихъ библиотекъ и пр.); 2) Свѣдѣнія и сообщенія о дѣятельности Русскаго общества книгопродавцевъ и издателей, а также его Правленія; 3) Книжно-торговое дѣло (сообщенія книгопродавцевъ и издателей, имѣющія общественный интересъ, сношенія ихъ, какъ между собою, такъ и съ обществомъ, корреспонденціи, запросы, разныя свѣдѣнія, почтовый ящикъ и пр.); 4) Указатель новыхъ изданій (списокъ выходящихъ въ продажу книгъ); указатель помѣщаемыхъ въ разныхъ журналахъ отзывовъ о книгахъ; четыре раза въ году рефераты и рецензіи); 5. Предложеніе и спросъ; 6) Объявленія.

**Срокъ выхода одинъ разъ въ мѣсяцъ. Форматъ in 8<sup>o</sup>.**

**Подписная цѣна 3 р. въ годъ съ доставкой и пересылкой.**

**ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ:**

Страница in 8<sup>o</sup> . . . . . 5 р. — к.  
 $\frac{1}{2}$  страницы . . . . . 3 " — "  
 $\frac{1}{4}$  " . . . . . 2 " — "

Строка петита въ ширину страницы— р. 20 к.  
Строка петита въ ширину столбца— „ 10 „

Подписка принимается во всѣхъ книжныхъ магазинахъ С.-Петербурга и Москвы.

Объявленія и подписка отъ иногородныхъ и книгопродавцевъ принимается въ Конторѣ Редакціи, при Книжномъ магазинѣ Н. Д. Тяпкина, Спб., Васильевскій Островъ, 7 линія, д. 6.

◆ Въ Конторѣ Редак. „К. В.“ можно получать полные комплекты „КНИЖНАГО ВѢСТНИКА“ за 1884, 1885, 1886 и 1887 годы. Цѣна по 3 рубъ за годъ, съ доставкой и пересылкой. ◆  
2—2.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА  
**ХУДОЖЕСТВЕННО-ЛИТЕРАТУРНЫЙ  
ЖУРНАЛЪ „РОССІЯ“**

на 1889 г.

Еженедѣльный журналъ „Россія“ будетъ выходить со многими улучшеніями какъ въ отдѣлѣ художественномъ, такъ и въ литературномъ:

1) Объемъ номера увеличатъ вдвое: вмѣсто одного—2 листа большого формата;  
2) въ текстъ будутъ помѣщаться иллюстраціи: портреты выдающихся дѣятелей, копіи картинъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ, оригинальные рисунки и фотографическіе виды и этюды;

3) ежемѣсячное приложеніе: художественно выполненныя хромолитографированныя копіи картинъ извѣстныхъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ и продолженіе альбома „Народы Россіи“.

4) Годовымъ подписчикамъ въ январѣ мѣсяцъ будетъ выдана олеографическая картина: „УТРО ЧИНОВНИКА, ПОЛУЧИВШАГО ПЕРВЫЙ КРЕСТЬ“ П. А. Федотова, въ натуральную величину знаменитаго оригинала, хранящагося въ картинной галлерей Московскаго Румянцевскаго музея.

Въ журналъ будутъ помѣщаться романы, повѣсти, стихотворенія, статьи по литературѣ, искусству и исторіи; путевые очерки; критика литературная и художественная; политическое обозрѣніе, распоряженія правительства, новости и слухи и пр.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:**

съ пересылкой на годъ 7 руб.

съ пересылкой на полгода 4 р.

За пересылку преміи прилагается 60 коп.

Допускается разсрочка: 3 рубля при подпискѣ, 2 рубля 1-го апрѣля и 2 р. 1-го іюля. Подписавшіеся въ разсрочку получаютъ премію послѣ іюльской уплаты.

Главная контора редакціи: Москва, Солянка, д. Кохтевыхъ при типо-литографіи І. И. Пашкова.—Отдѣленіе конторы редакціи: Москва, у Ильинскихъ воротъ, д. Музея, художественный магазинъ І. И. Пашкова.

2—3.

Редакторъ-Издатель І. И. Пашковъ.