

№№ 80—81.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.



РЕКОМЕНДОВАНЫ:

Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. для гимназій мужскихъ и женскихъ, реальныхъ училищъ, прогимназій, городскихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій; Гл. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-учебныхъ заведений.

№№ 1-48 ОДОВРЕННЫ

Уч. Ком. при Св. Синодѣ для духовныхъ семинарій и училищъ.



VII СЕМЕСТРА №№ 8-й и 9-й.

ЖС

<http://vofem.ru>

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнерева и К^о, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Вишневскій бульваръ, домъ № 8-б.

1889.

Содержаніе № 80.

О газообразномъ и жидкомъ состояніи тѣлъ. (Продолженіе). *Б. Голицына.*—
Научная хроника: Атмосфера луны и корона солнца. *Ш.*, Чувствительность глаза.
Н. С., Цвѣтоусталость глаза. *Н. С.*—Задачи: №№ 530—536.—Рѣшенія задачъ: №№
390, 394 и 417.

Содержаніе № 81.

Къ теоріи наибольшихъ и наименьшихъ фигуръ. Первый методъ Штейнера.
С. Кривежскаго.—О моментахъ. *Н. Нецасва.*—Отъ редакціи.—Мелкія статьи и замѣтки,
присылаемыя въ редакцію: Опредѣленіе изображеній предметовъ въ преломляющихъ
срединахъ. *П. Савицкікова.*—Задачи: №№ 537—543.—Рѣшеніе второй задачи на премію,
предложенной въ № 53 „Вѣстника“—Рѣшенія задачъ: №№ 405 и 408.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ НА

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“ СЪ ПЕРЕСЫЛКОЮ:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на полугодіе—всего 12 №№ . . . 3 рубля.
НВ. Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Учителя нач. училищъ и всѣ учащіеся, при непосредственныхъ сношеніяхъ съ
редакціей, могутъ подписываться на льготныхъ условіяхъ:

на годъ 4 рубля | на полугодіе. 2 рубля.

Годовая подписка принимается только съ 1-го января, а полугодовая—только на
учебные семестры, съ 1-го января и съ 20-го августа.

Допускается разсрочка подписной платы.

Отдѣльные комплекты №№ за истекшіе учебные семестры (I, II, III, IV, V и VI)
продаются по 2 р. 50 к., а льготнымъ подписчикамъ и книгопродавцамъ по 2 р. за каждый.

Полный комплектъ всѣхъ 72 №№ журнала, вышедшихъ до 20-го авг. 1889 года,
продается подписчикамъ и книгопродавцамъ за 12 рублей.

За перемѣну адреса подписчики уплачиваютъ 10 коп.

При покупкѣ собственныхъ изданій редакціи „Вѣстника“ подписчики пользуются
20% уступки съ цѣны съ пересылкой, объявленной въ каталогѣ изданій.

Условія помѣщенія объявленій

на оберткахъ №№ „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“:

Вся страница—6 рублей; $\frac{1}{2}$ стр.—3 рубля; $\frac{1}{3}$ стр.—2 рубля; $\frac{1}{4}$ стр.—1 рубъ 50 коп.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы.

Подписчики „Вѣстника“ при помѣщеніи своихъ объявленій пользуются 20% уступки.

Условія сотрудничества:

Всѣ читатели журнала приглашаются быть сотрудниками и корреспондентами.

Сотрудничество не даетъ права на даровой экземпляръ журнала.

Денежнаго гонора за статьи редакція никому не платитъ.

Редакція не беретъ на себя обязательства обратной пересылки присылаемыхъ авто-
рами рукописей, и на вопросы касательно времени печатанія статей, причинъ ихъ непомя-
щенія и пр. всегда отвѣчать не обязана.

Чертежи къ статьямъ должны быть возможно простые, тщательно исполненные на
отдѣльной бумагѣ (а не въ текстѣ рукописи) и возможно малыхъ размѣровъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналъ, высылаются, въ случаѣ если они того
пожелаютъ, 5 экз. тѣхъ №№ „Вѣстника“, въ которыхъ статьи напечатаны, или—взамѣнъ
этого—25 отдѣльныхъ оттисковъ бесплатно. Отдѣльные оттиски въ большемъ количествѣ
экземпляровъ могутъ быть заготовлены за счетъ авторовъ, при условіи своевременнаго
о томъ извѣщенія редакціи.

Адресъ: Кіевъ, Редакція „Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Математики“,
Паньковская № 23.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 80.

VII Сем.

1 Ноября 1889 г.

№ 8.

О ГАЗООБРАЗНОМЪ И ЖИДКОМЪ СОСТОЯНІИ ТѢЛЪ.

(Продолженіе) *)

V.

Насыщенные пары.

Если мы возьмемъ какую-либо жидкость и введемъ ее въ безвоздушное пространство, напиримѣръ въ сосудъ, изъ котораго предварительно весь воздухъ былъ выкаченъ, то нѣкоторая часть этой жидкости необходимо перейдетъ при этомъ въ парообразное состояніе, и, если только размѣры сосуда не слишкомъ велики, то мы получимъ надъ остающейся жидкостью насыщенный паръ. Дѣйствительно, мы знаемъ, что теплота, заключенная во всякомъ тѣлѣ, обуславливаетъ разнообразнѣйшія движенія молекулъ, поэтому легко и представить себѣ, что тѣ частицы, которыя ближе всего находятся къ свободной поверхности жидкости, въ силу именно своего запаса кинетической энергіи, могутъ при сочетаніи благопріятныхъ обстоятельствъ вырваться изъ жидкости и перейти въ безвоздушное пространство надъ нею. У самой поверхности жидкости частицы, какъ мы уже знаемъ, испытываютъ притяженіе, направленное внутрь жидкой массы, и, чтобы движущаяся молекула могла дѣйствительно оставить жидкость и перейти въ лежащее надъ нею свободное пространство, она необходимо должна обладать достаточно большою скоростью, чтобы кинетическая энергія ея движенія могла по крайней мѣрѣ уравновѣсить работу силъ, стремящихся удержать частицу внутри жидкой массы. Такъ какъ дѣйствіе молекулярныхъ силъ, согласно съ теоріей капиллярности Лапласа, распространяется лишь только на небольшія разстоянія, такъ что въ нѣкоторомъ маломъ удаленіи r , которое обыкновенно называютъ радіусомъ сферы дѣйствія частицъ, притяженіе молекулъ становится уже совершенно нечувствительнымъ, то, представивъ себѣ плоскость, проведенную параллельно поверхности жидкости въ

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 65, 67, 69, 71, 74 и 76.

удаленіи отъ послѣдней, легко видѣть, что всѣ частицы, которымъ удалось перейти по ту сторону этой плоскости, будутъ такъ сказать изъяты изъ сферы вліянія жидкости и могутъ слѣдовательно продолжать свое движеніе такъ, какъ будто-бы и не было никакой жидкости. Обратио, если частица пара въ своемъ движеніи случайно зайдетъ за эту предѣльную плоскость, то сосѣднія молекулы жидкости тотчасъ-же проявятъ свое притягательное дѣйствіе и втянутъ эту частицу вновь внутрь жидкой массы. Такимъ образомъ въ каждую единицу времени существуютъ нѣкоторыя частицы, которыя переходятъ изъ жидкости въ паръ, и другія, которыя обратно переходятъ изъ пара въ жидкость. Въ началѣ, когда надъ жидкостью находилось безвоздушное пространство, число вторыхъ частицъ было очевидно равно нулю, но по мѣрѣ увеличенія давленія, производимаго молекулами въ парообразной части данной массы, избытокъ числа частицъ, переходящихъ изъ жидкости въ паръ, надъ числомъ частицъ, переходящихъ обратно изъ пара въ жидкость, будетъ постепенно убывать и въ концѣ концовъ, но въ сущности по истеченіи весьма короткаго промежутка времени, сдѣлается равнымъ нулю, при чемъ давленіе паровъ достигнетъ своей максимальной величины, соответствующей именно упругости насыщенныхъ паровъ для данной температуры. Мы видимъ такимъ образомъ, что и въ томъ случаѣ, когда надъ жидкостью находится ея насыщенный паръ, происходитъ также постоянный обмѣнъ частицъ между паромъ и жидкостью, такъ что мы имѣемъ здѣсь дѣло, собственно говоря, не съ явленіемъ равновѣсія, но съ явленіемъ взаимной компенсаціи. Такой въ высшей степени оригинальный взглядъ на явленіе испаренія въ связи съ вопросомъ о насыщенныхъ парахъ былъ высказанъ Clausius'омъ въ его замѣчательномъ трудѣ: „Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen“ *).

Впослѣдствіи мы рассмотримъ вкратцѣ попытки, сдѣланныя различными учеными получить на основаніи теоретическихъ соображеній и чисто эмпирически законъ измѣняемости упругости насыщенныхъ паровъ съ температурой; здѣсь-же обратимъ вниманіе только на то обстоятельство, что рациональный путь для отысканія этой неизвѣстной зависимости состоялъ-бы въ дальнѣйшемъ развитіи взглядовъ Clausius'a. Дѣйствительно, зная законъ дѣйствія частичныхъ силъ, мы могли бы вычислить работу потребную для того, чтобы вывести какую-нибудь молекулу изъ сферы дѣйствія жидкости; что-же касается скорости движенія молекулъ, то мы знаемъ, что эта средняя скорость зависитъ отъ температуры, увеличиваясь вмѣстѣ съ нею, и слѣдовательно, чѣмъ выше температура, тѣмъ легче молекуламъ вырваться изъ жидкости, т. е. тѣмъ больше должна быть упругость насыщеннаго пара, что и подтверждается, какъ мы знаемъ, всѣми наблюденіями. Если-бы такимъ образомъ всѣ эти элементы были извѣстны, то можно-бы было вырочно получить строго теоретическимъ путемъ и законъ измѣняемости упругости насыщенныхъ паровъ съ температурой, но пока еще эта задача остается неразрѣшенной. Этотъ вопросъ усложняется еще тѣмъ, что вблизи свободной поверхности плотность жидкости не остается постоянной, а постепенно убываетъ съ приближеніемъ къ поверхности; но законъ

*) Pogg. Ann. 100. p. 353.

этого измѣненія, не смотря на изысканія Dojes'a *) , К. Fuchs'a **) и Van der Waals'a ***), нельзя еще считать хорошо выясненнымъ.

Но если пока еще, слѣдуя этому пути, нельзя получить упругости насыщенныхъ паровъ прямо въ функціи температуры, то можно все таки, исходя изъ этихъ соображеній, сдѣлать нѣкоторые заключенія объ измѣненіи этой упругости въ зависимости отъ формы свободной поверхности жидкости.

Дѣйствительно, представимъ себѣ двѣ свободныя поверхности жидкости: одну плоскую-горизонтальную, а другую впалую, какъ представлено на чертежѣ (фиг. 20) Если температура въ обоихъ случаяхъ одна и та-же, то работа, потребная для того, чтобы вывести молекулу, лежащую у поверхности жидкости изъ сферы дѣйствія послѣдней, будетъ во второмъ случаѣ больше, такъ какъ къ притяженію, испытываемому молекулой М отъ всѣхъ частицъ,

находящихся ниже горизонтальной плоскости EF или CD, прибавиться во второмъ случаѣ еще притяженіе отъ частицъ, заключенныхъ между CD и свободной поверхностью жидкости AB. Вслѣдствіе этого прибавочнаго притяженія выходъ частицъ изъ жидкости въ свободное пространство надъ нею будетъ нѣсколько затрудненъ, вслѣдствіе чего и упругость насыщеннаго пара должна во второмъ случаѣ быть нѣсколько меньше. Этотъ интересный результатъ, высказанный въ этой формѣ впервые Stefan'омъ †), вполне согласуется съ тѣмъ, что раньше, на основаніи другихъ соображеній, было извѣстно относительно вліянія кривизны поверхности жидкости на упругость ея насыщенныхъ паровъ. Stefan ограничился однако только этими общими соображеніями, не опредѣливъ точнѣе, какимъ именно образомъ вліяетъ это прибавочное давленіе на упругость насыщеннаго пара. Вслѣдствіе этого я и сдѣлалъ попытку развить нѣсколько далѣе этотъ вопросъ и получить выраженіе, показывающее прямо, какимъ именно образомъ измѣняется упругость насыщеннаго пара жидкости въ зависимости отъ формы ея свободной поверхности. Не вдаваясь въ различныя подробности ††), приведу лишь только одинъ результатъ.

Если мы обозначимъ упругость насыщеннаго пара надъ плоской поверхностью чрезъ p_1 , надъ впалой чрезъ p_2 , радіусы наибольшей и

*) Beibl. XII. p. 23. 1888.

**) Exner's Repert. 24. p. 141. 1888.

***) Beibl. XIII. p. 134. 1889.

†) Ueber die Beziehung zwischen den Theorien der Capillarität und der Verdampfung. Wien. Ber. 94. 1886. p. 4.

††) Cm. Wied. Ann. 35, p. 200. 1888.

наименьшей кривизны свободной поверхности жидкости чрезъ r_1 и r_2 , плотность жидкости и пара чрезъ Δ и σ , то мы будемъ имѣть:

$$p_1 - p_2 = \frac{\pi}{2} \cdot \Delta^2 \phi(\rho) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \cdot \frac{\sigma}{\Delta - \sigma}, \quad (1)$$

гдѣ $\phi(\rho)$ есть нѣкоторая функція отъ радіуса сферы дѣйствія молекулъ, при чемъ видъ этой функціи зависитъ отъ закона дѣйствія частичныхъ силъ и остается пока еще неизвѣстнымъ. Это выраженіе показываетъ намъ, какимъ именно образомъ упругость насыщеннаго пара жидкости зависитъ отъ радіусовъ кривизны поверхности и отъ плотности жидкости и пара. Если r_1 и r_2 равны ∞ , то $p_1 - p_2 = 0$, какъ оно и должно быть, потому что свободная поверхность жидкости принимаетъ въ этомъ случаѣ видъ горизонтальной плоскости.

Уже въ 1869 году Sir W. Thomson *) далъ на основаніи другихъ соображеній выраженіе для $p_1 - p_2$, при чемъ общій характеръ этого выраженія совершенно сходенъ съ формулой (1).

По Thomson'у:

$$p_1 - p_2 = \frac{H}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \frac{\sigma}{\Delta - \sigma}, \quad (2)$$

гдѣ $\frac{H}{2}$ выражаетъ собою поверхностное натяженіе данной жидкости **).

Мы еще вернемся потомъ, въ послѣднемъ §, къ этимъ двумъ формуламъ и выведемъ одно заключеніе изъ сравненія ихъ; теперь-же, оставивъ эти общія соображенія, рассмотримъ вкратцѣ разныя попытки опредѣлить на основаніи другихъ соображеній законъ измѣняемости упругости насыщенныхъ паровъ съ температурой. Не смотря на то, что большинство предложенныхъ выраженій происхожденія эмпирическаго, между ними существуетъ однако извѣстная теоретическая связь, которую и интересно будетъ теперь разсмотрѣть.

Примѣненіе первого и второго принципа термодинамики къ насыщеннымъ парамъ приводитъ къ слѣдующему основному уравненію, которое и можно до нѣкоторой степени разсматривать, какъ исходную точку различныхъ теорій насыщенныхъ паровъ. Если мы обозначимъ теплоту испаренія чрезъ r , разность между удѣльными объемами насыщеннаго пара и жидкости чрезъ u ***), давленіе и абсолютную температуру насыщеннаго пара чрезъ p и T , а механическій эквивалентъ теплоты чрезъ E , то между всѣми этими величинами существуетъ слѣдующее основное соотношеніе ****):

$$r = \frac{T u}{E} \cdot \frac{dp}{dT}, \quad (3)$$

*) См. Phil. Mag. (4). 42, p. 448.

**) Замѣтимъ, что при критической температурѣ $\Delta = \infty$ и, такъ какъ $p_1 - p_2$ не можетъ быть $= \infty$, то очевидно H при этой температурѣ должно быть равно нулю, что, какъ мы видѣли въ § III, дѣйствительно имѣетъ мѣсто.

***)) Удѣльный объемъ есть объемъ единицы вѣса.

****) См. Clausius. Die mechanische Wärmetheorie. Bd. I. p. 132. 1887.

гдѣ $\frac{dp}{dT}$ представляет собою отношеніе безконечно малаго приращенія давленія къ соотвѣтствующему безконечно малому приращенію температуры.

Когда единица вѣса жидкости переходитъ при температурѣ T въ парообразное состояніе, то объемъ, занимаемый жидкостью, увеличивается, и, такъ какъ этому увеличенію объема противодѣйствуетъ давленіе пара p , то на эту внѣшнюю работу испаренія потребуется конечно извѣстное количество теплоты r_1 , равное очевидно произведенію изъ самаго давленія на увеличеніе объема, дѣленное на механическій эквивалентъ теплоты E .

Такимъ образомъ:

$$r_1 = \frac{1}{E} p \cdot u \dots \dots \dots (4)$$

Для r на r_1 , мы будемъ имѣть:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dT} \dots \dots \dots (5)$$

Если-бы мы знали, какъ $\frac{r}{r_1}$ мѣняется съ температурой, то мы могли-бы тотчасъ-же изъ формулы (5) опредѣлить p въ функціи отъ T , въ чемъ, собственно говоря, и заключается наша задача.

Это все совершенно строго, но дѣло только въ томъ, что теоретическій законъ измѣняемости $\frac{r}{r_1}$ съ температурой пока еще не извѣстенъ, и приходится слѣдовательно относительно него дѣлать различныя болѣе или менѣе удачныя предположенія, при чемъ конечно всякая такая новая гипотеза будетъ всегда имѣть нѣсколько произвольный характеръ.

Первая гипотеза та, что $\frac{r}{r_1}$, т. е. отношеніе полной теплоты испаренія къ теплотѣ, соотвѣтствующей внѣшней работѣ испаренія, не зависитъ совсѣмъ отъ температуры, а равно нѣкоторой постоянной величины c . Эта гипотеза приводитъ насъ при нѣкоторыхъ обобщеніяхъ къ уравненіямъ слѣдующаго основнаго типа:

$$p = (A + Bt)^c; \dots \dots \dots (6)$$

гдѣ A , B и c суть нѣкоторыя постоянныя величины, а t есть обыкновенная температура, выраженная въ градусахъ Цельсія.

Формулы Antoine'a*), Dulong'a и Arago**) а также и Joung'a***) принадлежать именно къ этому типу.

Но это надо признать лишь только первымъ приближеніемъ къ

*) С. R. 80. p. 435; 81. p. 574.

**) Ann. de Chim. et Phys. (2) 43 p. 74.

***) Regnault. Mémoires de l'Ac. XXI, p. 584.

См. также: Надеждинъ. Физическія изслѣдованія. стр. 136.

истинѣ, такъ какъ на самомъ дѣлѣ оказывается, что $\frac{r}{r_1}$ не остается постояннымъ, а нѣсколько убываетъ съ увеличеніемъ температуры.

Вторая гипотеза влѣдствіе этого и полагаетъ:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{c^{**}}{T},$$

что при одномъ небольшомъ обобщеніи **) приводитъ насъ къ слѣдующему уравненію Roche'a ***):

$$p = A \cdot B \frac{t}{c + t} \dots \dots \dots (7)$$

Эта формула, не смотря на то, что содержитъ только три постоянныя величины, даетъ тѣмъ не менѣе очень хорошее согласіе съ наблюденіями и остается пригодной въ очень широкихъ предѣлахъ температуры, какъ это именно и показали Надеждинъ, примѣняя это выраженіе къ своимъ наблюденіямъ надъ упругостью паровъ эфировъ жирныхъ кислотъ.

Третья гипотеза, по которой

$$\frac{r}{r_1} = \frac{B'}{T} + \frac{C'}{T^2},$$

приводитъ насъ къ формулѣ Rankine'a:

$$\lg p = A - \frac{B}{T} - \frac{C}{T^2}, \dots \dots \dots (8)$$

въ которую также входятъ только три постоянныя величины.

Regnault при своихъ классическихъ изслѣдованіяхъ надъ упругостью паровъ различныхъ жидкостей ****) пользовался несравненно болѣе сложнымъ выраженіемъ Biot съ пятью постоянными величинами:

$$\lg p = A + B \cdot C^t + D E^t \dots \dots \dots (9)$$

Это уравненіе даетъ еще лучшее согласіе съ наблюденіями, что вполне и естественно, судя по числу постоянныхъ величинъ, входящихъ въ эту формулу, но за этимъ выраженіемъ нельзя все таки признать никакихъ существенныхъ теоретическихъ преимуществъ, тогда какъ формула Roche'a не только основана на теоретическихъ соображеніяхъ, но и имѣетъ ту характерную особенность, что при нѣкоторой достаточно высокой температурѣ t , опредѣляемой тѣмъ, что

$$t = \frac{1}{2} c \{ \lg B - 2 \},$$

*) c' постоянная величина.

**) См. Надеждинъ. Физ. изсл. стр. 138.

***) См. Regnault Mém. de l'Ac. T. XXI. p. 586.

****) Mém. de l'Ac. T. XXVI.

кривая, выражаемая уравненіемъ (7), имѣть точку перегиба. Эта точка перегиба имѣть интересное физическое значеніе. Дѣйствительно, мы знаемъ, что давленіе насыщеннаго пара растетъ значительно быстрѣе температуры, такъ что кривая, выражаемая уравненіемъ (7), обращена своею выпуклостью къ оси t ; но, каковъ-бы ни былъ законъ измѣняемости упругости паровъ съ температурой, все таки при температурахъ нѣсколько выше критической давленіе p будетъ измѣняться почти пропорціонально температурѣ, согласно закону Гей-Люссака, и вышеупомянутая кривая обратится почти въ прямую и притомъ въ прямую сравнительно довольно пологую. Слѣдовательно при достаточно высокой температурѣ непремѣнно должна встрѣтиться точка перегиба кривой, что и находится именно въ полномъ согласіи съ тѣмъ, что даетъ намъ уравненіе Roche'a.

Кромѣ вышеизложенныхъ теорій были сдѣланы попытки непосредственно воспользоваться основнымъ уравненіемъ термодинамики (фор. 3) для опредѣленія закона измѣняемости упругости паровъ съ температурой.

Дѣйствительно, наблюденія Regnault надъ теплотой испаренія различныхъ жидкостей показали, что мы можемъ съ достаточною точностью представить теплоту испаренія r линейной функціей абсолютной температуры T^*). Такъ, напримѣръ, для воды:

$$r = 800 - 0,705T^{**}). \quad \dots \quad (10)$$

Съ другой стороны, въ виду вообще малости удѣльнаго объема жидкости въ сравненіи съ удѣльнымъ объемомъ пара, мы можемъ вмѣсто v ввести въ уравненіе (3) самый удѣльный объемъ пара v .

Если теперь допустить, что законы Бойль-Мариотта и Гей-Люссака будутъ также применимы къ парамъ и въ насыщенномъ состояніи, то мы можемъ написать:

$$pv = RT$$

и, опредѣляя отсюда v , можемъ безъ затрудненія, элиминируя r и v изъ уравненія (3), рѣшить и предложенную задачу, т. е. получить p прямо въ функціи отъ T . Но это допущеніе въ данномъ случаѣ очевидно слишкомъ грубое, потому что отступленія насыщенныхъ паровъ отъ законовъ Бойль-Мариотта и Гей-Люссака на самомъ дѣлѣ довольно значительныя***), а потому и конечный результатъ такого рода вычисленій нельзя признать чрезвычайно надежнымъ. Въ виду этого обстоятельства мы и не станемъ дальше останавливаться на этой теоріи, замѣтивъ только, что этимъ вопросомъ занимался также и de Heen****) и что его скон-

*) См. критику формулъ Regnault у Winkelmann'a. Wied. Ann. 9. pp. 208 и 358. 1881.

**) r выражено въ калоріяхъ.

***) См. Clausius. Mech. W. Th. Bd. I. p. 147.

****) De Heen собственно говоря выражаетъ не r , а внутреннюю теплоту испаренія $r_2 = r - r_1$ линейной функціей температуры.

См. Bulletins de l'Ac. R. de Belgique (3) 11. 1886. Также. Recherches touchant la physique comparée. Paris. 1888. p. 52. II-me partie.

чательная формула имѣетъ въ сущности довольно сложный видъ. Формулой такого-же типа пользовался и Hertz *) при своихъ изслѣдованіяхъ надъ упругостью паровъ ртути.

Обратимся теперь къ теоріи Bertrand'a **).

Мы уже видѣли въ § II, что Bertrand, изслѣдуя термическія свойства тѣлъ, у которыхъ объѣмъ, какъ при постоянномъ объемѣ, такъ и при постоянномъ давленіи, суть функции одной только температуры, пришелъ къ слѣдующему виду уравненія состоянія:

$$pv = R(T + \mu) \dots \dots \dots (11)$$

При этомъ оказалось, что принимая $R = 2,47$, а $\mu = 127$, это уравненіе въ примѣненіи къ насыщеннымъ парамъ воды даетъ прекрасное согласіе съ наблюденіями.

Имѣя такимъ образомъ въ своемъ распоряженіи удовлетворительную зависимость между объемомъ, температурой и давленіемъ насыщенныхъ паровъ, легко уже какъ и въ предыдущемъ способѣ, гдѣ мы только дѣлали очевидную ошибку, пользуясь для насыщенныхъ паровъ законами Бойль-Мариотта и Гей-Люссака, получить p прямо въ функции отъ T .

Пренебрегая опять удѣльнымъ объемомъ жидкости предъ удѣльнымъ объемомъ пара и исключая при посредствѣ уравненій (10) и (11) r и v изъ основного уравненія термодинамики

$$r = \frac{T u}{E} \cdot \frac{dp}{dT},$$

не трудно получить слѣдующее выраженіе для упругости насыщенныхъ паровъ воды въ функции абсолютной температуры:

$$p = C \frac{T^{79,7}}{(T + 127)^{88,6}}, \dots \dots \dots (12)$$

гдѣ C опредѣляется, полагая при $T = 373^\circ$, $p = 760$ мм.

Это и есть формула Bertrand'a. Въ примѣненіи къ парамъ воды она даетъ прекрасное согласіе съ наблюденіями, и въ виду ея простоты и теоретическаго происхожденія она заслуживаетъ во всякомъ случаѣ вниманія. При этомъ не безъинтересно будетъ указать на слѣдующее любопытное обстоятельство. Уравненіе (12) даетъ упругость паровъ воды отношеніемъ двухъ огромныхъ чиселъ. Дѣйствительно, для обыкновенной температуры кипѣнія $T = 373^\circ$, и сейчасъ-же бросается въ глаза, какое огромное число мы должны получить, когда возведемъ 373 въ 79-ую степень! Поэтому Bertrand и сравниваетъ свою формулу съ вѣсами, на объѣмъ чашки которыхъ для взвѣшиванія нѣсколькихъ миллиграммовъ наложили-бы предварительно огромные грузы, о сравнительной величинѣ которыхъ можно судить по тому, что безъ преувеличенія можно сказать, что каждый такой грузъ вѣсилъ-бы больше, чѣмъ вѣситъ платиновый шаръ, радіусъ котораго равнялся-бы среднему разстоянію земли отъ солнца.

*) Wied. Ann. 17. p. 193.

**) C. R. 105. p. 389. 1887.

Bertrand применилъ свою теорію только къ парамъ воды, не коснувшись совсѣмъ паровъ другихъ жидкостей. Это, равно какъ и другія соображенія, заставляютъ меня сомнѣваться въ общности выраженій типа уравненія (12). Дѣйствительно основное уравненіе

$$pv = R(T + \mu),$$

изъ котораго и вытекаетъ формула Betrand'a для упругости насыщенныхъ паровъ, наврядъ-ли можно считать выраженіемъ какого-нибудь общаго закона для насыщенныхъ паровъ жидкостей. Это уравненіе не заключаетъ ни членовъ, зависящихъ отъ внутренняго сдѣвленія частицъ, ни членовъ, зависящихъ отъ молекулярнаго объема, какъ въ большинствѣ уравненій состоянія, и характерная особенность его заключается лишь въ томъ, что оно допускаетъ такъ сказать справедливость закона Гей-Люссака, если только считать абсолютную температуру не отъ $-273^{\circ}\text{C}.$, какъ это обыкновенно и принято, но отъ нѣкотораго другого начала, лежащаго нѣсколькими дѣсятками градусовъ ниже. Во всякомъ случаѣ теперь еще преждевременно выводить какое-нибудь окончательное заключеніе о достоинствѣ и общности теоріи Betrand'a. Эта теорія требуетъ еще болѣе обстоятельной провѣрки.

De Heen въслѣдствіи *) исправилъ свою первую теорію насыщенныхъ паровъ, вводя, вмѣсто абсолютной температуры, температуру, считаему отъ нѣкотораго другого начала, и получилъ выраженіе въ принципѣ сходное съ уравненіемъ Betrand'a.

Мы оставимъ въ сторонѣ сложное, хотя и теоретическое уравненіе Pictet'a **), равно, какъ и уравненіе Kessler'a ***). Это послѣднее уравненіе, хотя и отличается извѣстной простотой, представляетъ въ сущности весьма мало теоретическаго интереса, будучи ничѣмъ инымъ, какъ болѣе или менѣе удачной интерполяціонной формулой.

Таковы въ общихъ чертахъ, за однимъ только исключеніемъ, главныя теоріи насыщенныхъ паровъ жидкостей. До сихъ поръ осталась еще неупомянутой теорія Van der Waals'a—Clausius'a, которая во всякомъ случаѣ, въ сравненіи съ прочими теоріями, представляетъ наибольшій интересъ и которую можно считать живущею на гораздо болѣе широкомъ и прочномъ основаніи.

Мы къ этой теоріи сейчасъ перейдемъ, но скажемъ сначала нѣсколько словъ о тѣхъ попыткахъ, которыя были сдѣланы, чтобы найти соотношеніе между кривыми упругости различныхъ жидкостей ****). Всѣ законы, данныя тѣми или другими исследователями, представляютъ въ сущности лишь только частныя обобщенія, справедливыя слѣдовательно только въ сравнительно узкихъ предѣлахъ. Строго раціональный путь для нахожденія зависимости между упругостями паровъ различныхъ жидкостей былъ впервые указанъ Van der Waals'омъ †), и мы его теорію въслѣдствіе этого нѣсколько болѣе подробнымъ образомъ и разовьемъ.

*) Recherches touchant la physique comparée. Paris. 1888. p. 56. II partie.

**) Beibl. IV. p. 765.

***) Beibl. IV. p. 656

****) До сихъ поръ мы разсматривали только законъ измѣненія упругости паровъ съ температурой для одной и той-же жидкости.

†) Die Continuit. etc.

Изъ различныхъ эмпирическихъ законовъ упомянемъ здѣсь о законѣ Дальтона, по которому упругости паровъ различныхъ жидкостей при температурахъ, равноотстоящихъ отъ температуры кипѣнія, будутъ равны между собою. Этотъ законъ однако лишь только приближенный, какъ показали обстоятельныя наблюденія Regnault*) надъ упругостью паровъ различныхъ жидкостей. Но по мнѣнію Корр'а законъ Дальтона будетъ справедливъ для различныхъ жидкостей, принадлежащихъ къ тому-же самому гомологическому ряду, что дѣйствительно и подтвердилось во всей строгости наблюденіями Landolt'a**) надъ жирными кислотами, (но только въ интервалѣ температуры отъ 30° ниже и до 20° выше температуры кипѣнія).

Еще заслуживаетъ вниманія законъ Корр'а***), по которому для различныхъ жидкостей, составляющихъ гомологическій рядъ, опредѣленной разницѣ частичнаго состава соответствуетъ и опредѣленная разность между температурами кипѣнія.

Но эти законы равно какъ и законы Dühring'a†)—Groshans'a††) и Winkelmann'a†††), въ разборъ которыхъ мы совѣтъ и входить не будемъ, суть ничто иное какъ болѣе или менѣе удачныя, но во всякомъ случаѣ частныя обобщенія, не имѣющія совѣтъ характера какого-нибудь общаго закона. Мы уже видѣли въ предыдущемъ § какими принципами надо руководствоваться при различныхъ изысканіяхъ въ области сравнительной физики и при какихъ именно условіяхъ слѣдуетъ сравнивать свойства различныхъ жидкостей, чтобы за такими сравненіями можно было дѣйствительно признать строго раціональный и научный характеръ. Главная заслуга Van der Waals'a и заключается именно въ томъ, что онъ показалъ всю важность для сравнительной физики принципа соответственныхъ состояній, поставивъ этимъ самымъ этотъ въ высшей степени интересный отдѣлъ теоретической физики, гдѣ до сихъ поръ подвигались впередъ лишь только ощупью или просто даже ходили въ потьмахъ, на строго раціональный путь.

Разсмотримъ-же теперь къ чему приводитъ насъ разборъ уравненія состоянія Van der Waals'a въ примѣненіи его къ насыщеннымъ парамъ жидкостей.

Уже въ § III мы видѣли, что при температурахъ ниже критической, кривая, изображающая ходъ изотермы Van der Waals'a, имѣетъ весьма характеристичный изгибъ. Приведемъ здѣсь опять подобный же чертѣкъ (фиг. 21), гдѣ по оси абсциссъ отложены объемы, а по оси ординатъ соответствующія давленія. Мы уже видѣли, что для всѣхъ давленій, численная величина которыхъ заключена между ординатами OC и OD, соответствующими точкамъ E и F, каждому давленію соответствуютъ три возможные объема тѣла, при чемъ еще было обращено вниманіе на то

*) Mém. de l'Ac. XXVI. p. 661.

**) Lieb. An. Supplementband. Jahresber. 1868. p. 32.

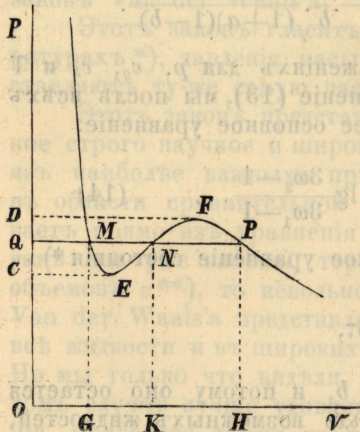
***) Lieb. An. 96. p. 2.

†) Wied. Ann. II p. 163.

††) См. Clausius. Mech. W. Th. I. p. 386.

†††) Wied. Ann. 9. p.p. 208, 358.

обстоятельство, что ордината OQ , соответствующая нормальной упругости насыщенных паровъ, определяется на основании такъ называемаго принципа Maxwell-Clausius'a, изъ того условія, что величина площади MEN должна быть равна площади NFP . Иными словами, площадь четырехугольника $GMPH$ должна быть равна площади $GMENFPH$, имѣющей то-же основаніе GH и тѣ-же боковыя ординаты GM и HP , но ограниченной сверху самой изотермой $MENFP$.



Обозначимъ упругость насыщенных паровъ чрезъ p , объемъ тѣла въ жидкомъ состояніи чрезъ v_g (абсцисса OG), а въ газообразномъ чрезъ v_h (абсцисса OH). Тогда величина площади $GMPH$ выразится такъ:

$$p(v_h - v_g).$$

Величина площади, ограниченной сверху самой изотермой, опредѣляется слѣдующимъ образомъ. Изъ уравненія Van der Waals'a

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

выводится сначала p въ функціи отъ v и затѣмъ берется сумма элементарныхъ площадокъ $p \Delta v$ между предѣлами $v = v_g$ и $v = v_h$ и опредѣляется предѣлъ, къ которому стремится эта сумма при неопредѣленномъ уменьшеніи Δv . Интегральное исчисленіе даетъ намъ для этой площади слѣдующее строгое выраженіе:

$$RT \cdot \lg \frac{v_h - b}{v_g - b} + \frac{a}{v_h} - \frac{a}{v_g}.$$

Приравнивая величины этихъ двухъ площадей, мы получимъ слѣдующее основное уравненіе для насыщенных паровъ жидкостей:

$$p(v_h - v_g) = RT \cdot \lg \frac{v_h - b}{v_g - b} + \frac{a}{v_h} - \frac{a}{v_g} \quad (13)$$

Будемъ теперь, какъ и въ предыдущемъ §, обозначать объемы, температуры и давленія въ частяхъ соответствующихъ критическихъ элементовъ v_1 , T_1 и p_1 и сдѣлаемъ для этого, согласно съ предыдущимъ, слѣдующія обозначенія:

$$p = \delta p_1 \quad v_g = \omega_1 v_1 \quad v_h = \omega_2 v_1 \quad T = \tau T_1.$$

*) Continuität etc. p. 127. NB. $R = \frac{(1+a)(1-b)}{273}$.

Съ другой стороны мы знаемъ (см. формулу (18) въ § IV), что

$$v_1 = 3b \quad p_1 = \frac{a}{27b^2} \quad T_1 = \frac{8.273}{27} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{(1+a)(1-b)}.$$

Замѣняя критическіе элементы въ выраженіяхъ для p , v_g , v_h и T этими величинами и подставляя ихъ въ уравненіе (13), мы послѣ всѣхъ сокращеній окончательно получимъ слѣдующее основное уравненіе:

$$\left\{ \delta + \frac{3}{\omega_1 \omega_2} \right\} \{ \omega_2 - \omega_1 \} = \frac{8}{3} \cdot \tau \cdot \lg \frac{3\omega_2 - 1}{3\omega_1 - 1} \dots (14)$$

Это уравненіе, равно какъ и приведенное уравненіе состоянія*)

$$\left(\delta + \frac{3}{\omega^2} \right) (3\omega - 1) = 8\tau,$$

не содержитъ уже болѣе постоянныхъ a и b , и потому оно остается справедливымъ для насыщенныхъ паровъ *всѣхъ* возможныхъ жидкостей, въ чемъ именно и заключается замѣчательная особенность этого выраженія.

Такъ какъ объемы v_g и v_h принадлежатъ изотермѣ тѣла, соответствующей температурѣ T , то мы кромѣ уравненія (14) должны еще имѣть слѣдующія два уравненія:

$$\left(\delta + \frac{3}{\omega_1^2} \right) (3\omega_1 - 1) = 8\tau \dots (15)$$

$$\left(\delta + \frac{3}{\omega_2^2} \right) (3\omega_2 - 1) = 8\tau \dots (16)$$

Мы имѣемъ такимъ образомъ три уравненія (14), (15) и (16), при посредствѣ которыхъ можемъ исключить ω_1 и ω_2 и получить δ прямо въ функціи отъ τ , т. е. получить выраженіе вида:

$$\delta = \varphi(\tau), \dots (17)$$

дающее давленіе непосредственно въ функціи температуры**).

Къ совершенно подобному-же результату приводитъ и первое уравненіе Clausius'a***), которое, какъ мы знаемъ, обладаетъ гораздо болѣею общностью, чѣмъ уравненіе Van der Waals'a. Теорія Clausius'a также даетъ δ прямо въ функціи отъ τ , хотя видъ функціи φ въ теоріи Clausius'a конечно будетъ нѣсколько иной, чѣмъ въ теоріи Van der Waals'a. Но здѣсь важно не столько видъ самой этой функціи φ , сколько то обстоятельство, что эта функція, какая-бы она ни была, остается та-же

*) См. формулу (20) въ § IV.

**) То и другое конечно въ частяхъ соответствующихъ критическихъ элементовъ.

***) $\left\{ p + \frac{a}{T(v+\beta)^2} \right\} \{ v - \gamma \} = RT$. См. формулу (12) въ § II.

самая для *всѣхъ* жидкостей. Это и есть самый важный результатъ, который и дастъ намъ теперь возможность формулировать другой знаменитый законъ Van der Waals'a.

Этотъ законъ гласитъ: при соответственныхъ абсолютныхъ температурахъ*), давления насыщенныхъ паровъ различныхъ жидкостей составляютъ ту-же самую часть соответствующихъ критическихъ давлений.

Этотъ законъ представляетъ собою дѣйствительно вполне рациональное строго научное и широкое обобщеніе, которое можно считать однимъ изъ наиболѣе важныхъ приобрѣтеній, сдѣланныхъ въ новѣйшее время въ области сравнительной физики. Но, такъ какъ этотъ законъ вытекаетъ прямо изъ уравненія состоянія Van der Waals'a, которое однако, какъ мы уже знаемъ, теряетъ свою примѣнимость для очень малыхъ объемовъ v^{**}), то невольно является вопросъ, дѣйствительно-ли законъ Van der Waals'a представляетъ собою такой уже общій законъ, которому все жидкости и въ широкихъ предѣлахъ необходимо должны подчиняться. Но мы только что видѣли, что и уравненіе Clausius'a, которое во всякомъ случаѣ лучше удовлетворяетъ условіямъ общаго уравненія состоянія, приводитъ также къ тому-же самому результату; кромѣ того изъ непосредственной повѣрки, сдѣланной сампмъ Van der Waals'омъ и изъ обстоятельныхъ и всестороннихъ изслѣдованій Надеждина оказывается, что законъ Van der Waals'a [дѣйствительно можно признать совершенно общимъ закономъ, справедливымъ для *всѣхъ* жидкихъ тѣлъ.

Этотъ законъ имѣетъ такое-же важное практическое значеніе, какъ и другой законъ Van der Waals'a, относящійся къ расширенію жидкихъ тѣлъ. Дѣйствительно мы видимъ, что достаточно изучить обстоятельнымъ образомъ ходъ измѣненія съ температурой упругости насыщеннаго пара одной какой-нибудь жидкости, чтобы, по извѣстной критической температурѣ и критическому давленію всякой другой жидкости, можно было тотчасъ-же пріискать вычисленіемъ и упругость ея насыщеннаго пара для всякой другой напередъ заданной температуры T .

Подтвердимъ теперь на примѣрѣ справедливость закона Van der Waals'a.

Мы выберемъ для сравненія между собою сѣрнистый ангидридъ (SO_2) и обыкновенный эфиръ ($\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$); оба эти жидкости имѣютъ очень различный химическій составъ и критическія ихъ давленія также значительно отличаются одно отъ другого.

По Зайончевскому для:

SO_2	$\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$	
$p_1 = 78,9 \text{ атм.}$	$T_1 = 428,4$	$p_1 = 36,9 \text{ атм.}$
	$T_1 = 463,0$	

Зайончевскій также изучалъ упругость насыщенныхъ паровъ SO_2 ***) при различныхъ температурахъ, и мы этими наблюденіями и воспользуемся, чтобы произвести сравненіе съ упругостью паровъ эфира.

*) Составляющихъ слѣдовательно одинаковую часть соответствующихъ критическихъ температуръ.

**) Такіе малые объемы встрѣчаются именно въ жидкостяхъ

***) Beibl. III. p. 741 1879.

Выбирая соответственные давления насыщенных паровъ для каждой изъ этихъ двухъ жидкостей, т. е. выбирая давления, соответствующія одинаковымъ δ , будемъ изъ таблицъ упругости прискивать къ нимъ соответствующія абсолютныя температуры и потому, по известнымъ критическимъ температурамъ, опредѣлять и отношеніе τ . Такъ какъ δ у обѣихъ жидкостей одинаково, то если законъ Van der Waals'a дѣйствительно справедливъ, то и τ въ обѣихъ этихъ случаяхъ должно получиться одно и то же.

Слѣдующая таблица *) нагляднымъ образомъ показываетъ, въ какомъ прекрасномъ согласіи находится законъ Van der Waals'a съ дѣйствительными наблюденіями.

δ	Давленіе p въ атм.		τ .	
	SO ₂	C ₄ H ₁₀ O	SO ₂	C ₄ H ₁₀ O
0,634	49,97	23,4	0,941	0,940
0,526	41,56	19,4	0,918	0,918
0,431	33,95	15,9	0,894	0,895
0,352	27,82	13,0	0,871	0,872
0,285	22,47	10,5	0,848	0,849
0,229	18,09	8,46	0,825	0,828
0,181	14,31	6,69	0,801	0,807
0,140	11,09	5,18	0,777	0,784
0,107	8,43	3,94	0,754	0,762

Скажемъ теперь нѣсколько словъ о видѣ самой функціи φ , (уравненіе 17). Исключеніе ω_1 и ω_2 изъ трехъ уравненій (14), (15) и (16) въ теоріи Van der Waals'a, равно какъ и изъ соответствующихъ уравненій въ теоріи Clausius'a, представляетъ на самомъ дѣлѣ очень сложную операцію, такъ что было-бы весьма не цѣлесообразно выражать δ прямо въ функціи отъ τ , въ виду именно чрезвычайной сложности окончательнаго результата; но можно для вычисленія δ по заданному напередъ τ воспользоваться нѣкоторыми вспомогательными величинами, значительно облегчающими вычисленія δ . Вспомогательныя формулы для такого рода вычисленій даны на примѣръ Планск'омъ **), а также Зилловымъ и Столѣтовымъ ***). Итакъ, мы имѣемъ возможность, зная только критическую температуру и критическое давленіе какой-нибудь жидкости, прямо, не пользуясь даже никакими вспомогательными наблюденіями надъ другою какой-нибудь жидкостью, просто вычислить упругость насыщенныхъ паровъ для какой угодно температуры. При этомъ однако надо замѣтить, что если мы при подобнаго рода вычисленіяхъ будемъ исходить изъ

*) См. Die Continuität etc. p. 131.

**) Wied. Ann. 13. p. 535.

***) Ж. Р. Ф.-Х. О. 14. p. 167.

изъ уравненія состоянія Van der Waals'a, то не получимъ, какъ и слѣдовало ожидать, на основаніи того, что намъ извѣстно о непримѣнности этого уравненія при малыхъ объемахъ, особенно хорошаго согласія съ наблюденіями; но за то, наоборотъ, первое уравненіе Clausius'a приводитъ, какъ показали обстоятельныя изслѣдованія Надеждина*), къ весьма удовлетворительнымъ результатамъ, такъ что разница между вычисленными и наблюденными упругостями получается сравнительно незначительная. Конечно уравненіе Clausius'a далеко еще не выражаетъ собою истиннаго уравненія состоянія жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ; эта теорія требуетъ еще дальнѣйшихъ усовершенствованій и обобщеній, но тѣмъ не менѣе тѣ результаты, къ которымъ она теперь уже насъ приводитъ и тѣ средства, которыя она намъ даетъ вычислять, хотя и приближенно, упругость насыщенныхъ паровъ при различныхъ температурахъ, когда извѣстны только критическая температура и критическое давленіе жидкости, сами по себѣ для теоріи жидкостей чрезвычайно важны, такъ что открытіе этихъ законовъ по всей справедливости можно считать однимъ изъ наиболѣе важныхъ моментовъ въ исторіи развитія сравнительной физики.

Въ заключеніе скажемъ нѣсколько словъ о довольно любопытной, хотя и эмпирической зависимости, открытой de Heen'омъ**) между упругостью насыщенныхъ паровъ жидкостей и ихъ внутреннимъ треніемъ.

Если p выражаетъ собою упругость насыщеннаго пара, а η коэффициентъ внутренняго тренія, отнесенный къ единицѣ массы, то мы будемъ имѣть для одной и той-же жидкости

$$\lg p = k \cdot \frac{1}{\eta},$$

гдѣ k есть нѣкоторый постоянный коэффициентъ пропорціональности.

На сколько эта формула дѣйствительно согласуется съ наблюденіями, можно видѣть изъ слѣдующихъ двухъ табличекъ, гдѣ приведены данныя для воды и бензола (C_6H_6).

Темпера- тура.	log p.		Разница.
	Наблюденіе.	Вычисленіе.	
В о д а .			
10°Ц.	0,961	0,964	—0,003
30	1,498	1,514	—0,016
50	1,964	2,013	—0,049
80	2,550	2,550	0,000

*) Физическія изслѣдованія, стр. 149 и слѣд. Киевъ. 1887. Также Exner's Repertorium. Bd. 23.

**) Recherches touchant la physique comparée. Paris. 1888. p. 221. III partie.

Темпера- тура.	log p.		Разница.
	Наблюденіе.	Вычисленіе.	
Бензолъ.			
10°Ц.	1,655	1,725	—0,070
30	2,080	2,104	—0,024
50	2,433	2,430	+0,003
80	2,876	2,876	0,000

(Окончаніе слѣдуетъ).

Б. Голицынъ (Страсбургъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Атмосфера луны и корона солнца. Въ послѣднемъ засѣданіи Кіевскаго Общества Естествоиспытателей (4-го ноября тек. года) проф. М. О. Хандриковъ сдѣлалъ весьма интересное сообщеніе о возможной зависимости явленія такъ называемой „солнечной короны“, наблюдаемой только въ моментъ полнаго солнечнаго затмѣнія, отъ присутствія на лунѣ атмосферы.

Напомнимъ нашимъ читателямъ, что въ 1887 г., когда такъ много говорилось о полномъ затмѣніи солнца (7-го авг.), мы не разъ имѣли случай высказать сомнѣніе относительно „реальности“ существованія солнечной короны. Чтобы не повторять тогда сказаннаго, отсылаемъ читателей къ №№ „Вѣстника“ за III-ий сем. (напр. къ № 27, гдѣ кромѣ того приведены рисунки короны, снятые съ собственноручныхъ набросковъ проф. Хандрикова, наблюдавшаго затмѣніе на горѣ Благодать, къ № 29, гдѣ помѣщенъ рисунокъ брюссельскаго астронома Л. Нистена, наблюдавшаго въ г. Юрьевцѣ, гдѣ корона имѣла уже совершенно иной видъ). Проф. Хандриковъ тогда еще говорилъ, что кто имѣлъ случай видѣть солнечную корону собственными глазами, тому трудно отказаться отъ мысли, что это есть лишь переспективно-оптическое явленіе; поэтому теперь, когда существованіе лунной атмосферы почти перестаетъ быть сомнительнымъ, явленіе солнечной короны съ еще большимъ вѣроятіемъ можетъ быть объяснено освѣщеніемъ этой атмосферы солнечными лучами, которое, благодаря неровностямъ лунной поверхности, можетъ принимать для наблюдателя форму весьма разнообразныхъ и причудливыхъ полосъ въ зависимости отъ мѣста и момента наблюденія.

Такъ долго принимаемое отсутствіе вокругъ луны газообразной оболочки основывалось главнымъ образомъ на томъ фактѣ, что при покрытіи звѣздъ луною не наблюдалось передъ началомъ покрытія и послѣ его окончанія никакихъ такихъ уклоненій въ положеніи звѣздъ, которыя требовали бы допущенія особой преломляющей среды на поверхности луны. Но такое отрицательное доказательство теряетъ всю силу, если

вспомнить, что точно также намъ видны звѣзды безъ всякаго замѣтнаго для насъ уклоненія сквозъ кометные хвосты, вещество которыхъ тѣмъ не менѣе способно свѣтить отраженнымъ солнечнымъ свѣтомъ, подчасъ даже весьма яркимъ. Не смотря однакожъ на это, положительнаго доказательства существованія атмосферы на лунѣ до послѣдняго времени не было, хотя нѣкоторые астрономы и высказывали на основаніи своихъ наблюденій предположеніе вѣроятнаго ея присутствія. Только въ самое послѣднее время, 7-го августа текущаго года, когда имѣло мѣсто весьма рѣдкое явленіе покрытія луною Юпитера со всѣми его спутниками, астроному О. Tetens'у въ 11-и дюймовый рефракторъ (при увеличеніи почти въ 270 разъ) удалось видѣть такое затемненіе диска Юпитера и его двухъ полосъ вблизи края луны при концѣ покрытія, когда уже была видна большая часть Юпитера, которое трудно приписать чему либо другому кромѣ присутствія на поверхности луны особой газообразной оболочки *). При этомъ явленіе этого затемненія было на столько рѣзкимъ и опредѣленнымъ, что оказалось возможнымъ опредѣлить его ширину, а именно—около $\frac{1}{5}$ діаметра Юпитера. Слѣдовательно на лунѣ не только имѣется своя атмосфера, но атмосфера эта достигаетъ весьма значительной высоты.

III.

♦ **Чувствительность глаза** Наблюденія Kirschmann'a надъ чувствительностью сѣтчатой оболочки глаза приводятъ къ заключенію, что максимумъ чувствительности находится не въ центрѣ ретины, а на разстояніи 22° — 25° въ горизонтальномъ и 12° — 15° въ вертикальномъ направленіяхъ. При этомъ чувствительность больше въ горизонтальномъ, чѣмъ въ вертикальномъ направленіи и больше въ верхней, чѣмъ въ нижней части сѣтчатой оболочки **).

H. C.

♦ **Цвѣтоусталость глаза.** Опыты надъ порядкомъ, въ какомъ глазъ, утомленный долгимъ дѣйствіемъ одного какого либо цвѣта, приобретаетъ способность оцѣнивать цвѣта, привели къ слѣдующимъ результатамъ. Первымъ является цвѣтъ дополнительный къ тому, которымъ глазъ былъ утомленъ; этотъ послѣдній—напротивъ—начинаетъ быть различаемъ позже всѣхъ. Порядокъ различаемости остальныхъ цвѣтовъ измѣняется въ зависимости отъ того, какимъ цвѣтомъ была вызвана усталость глаза, а именно: послѣ красной цвѣтоусталости глазъ отличаетъ сперва зеленый, потомъ голубой, желтый и, наконецъ, красный; при утомленіи зеленымъ цвѣтомъ—сперва красный, потомъ голубой, желтый и зеленый; при утомленіи голубымъ—сперва желтый, потомъ красный, зеленый и голубой; наконецъ при утомленіи желтымъ—сперва красный, потомъ голубой, зеленый и желтый.

H. C.

*) См. „Astr. Nachr.“ В. 122.—Рисунокъ этого интереснаго явленія, въ томъ видѣ какъ онъ данъ Tetens'омъ, постараемся помѣстить въ одномъ изъ слѣдующихъ №№ „Вѣстника“.

**) Не есть-ли различіе чувствительности глаза въ горизонтальномъ и вертикальномъ направленіяхъ лишь слѣдствіе нашей привычки къ чтенію и писью по горизонтальнымъ строкамъ? Въ виду этого допущенія было бы интереснымъ подвергнуть испытанію глаза людей неграмотныхъ, дѣтей различнаго возраста и пр.

III.

ЗАДАЧИ.

№ 530. Построить возможно проще по данным углам a и b при радиусъ равномъ единицѣ величину $\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg}(a+b)}$.

Н. Черняковъ (Иркутскъ).

№ 531. Рѣшить уравненія:

$$x^{2n}(y^n - z^n) = a$$

$$y^{2n}(z^n - x^n) = b$$

$$z^{2n}(x^n - y^n) = c.$$

Я. Теляковъ.

№ 532. Двѣ стороны треугольника соответственно равны $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ и 4, а уголъ между ними $= 27^\circ$. Определить геометрическимъ способомъ площадь этого треугольника.

С. Писаревъ (Новозыбковъ).

№ 533. Построить треугольникъ по суммѣ двухъ сторонъ, биссектору ихъ угла и третьей сторонѣ.

Н. Паатовъ (Спб.).

№ 534. Доказать, что сумма разстояній ортоцентра треугольника (точки пересѣченія высотъ) отъ его вершинъ равняется суммѣ диаметровъ вписаннаго и описаннаго круговъ.

П. Севинниковъ (Троицкъ).

№ 535. Даны двѣ точки на одномъ диаметрѣ сферическаго зеркала. Найти путь, по которому лучъ, выходя изъ одной точки и отразившись отъ зеркала, пройдетъ черезъ вторую точку.

В. Ермаковъ.

№ 536. Найти путь, по которому лучъ, выходя изъ одной данной точки и отразившись отъ сферическаго зеркала (вогнутаго или выпуклаго), пройдетъ черезъ вторую данную точку. Показать, что задача рѣшается при помощи циркуля и линейки въ слѣдующихъ трехъ случаяхъ:

а) Когда данныя точки равноудалены отъ центра зеркала,

б) Когда данныя точки лежатъ на одномъ диаметрѣ,

с) Когда въ треугольникъ, вершины котораго находятся въ данныхъ точкахъ и въ центрѣ, разность угловъ при данныхъ точкахъ равна прямому углу.

В. Ермаковъ.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 390. Определить наименьшее положительное значеніе для x изъ уравненія:

$$\operatorname{Cotg} 2^{x-1}\alpha - \operatorname{Cotg} 2^x\alpha = \operatorname{Cosec} 3\alpha.$$

Замѣняя здѣсь $\text{Cotg}'y$ отношеніемъ $\text{Cos}'a$ къ $\text{Sin}'y$, найдемъ

$$\frac{\text{Sin}(2^x a - 2^{x-1} a)}{\text{Sin} 2^{x-1} a \cdot \text{Sin} 2^x a} = \frac{1}{\text{Sin} 3a'}$$

или

$$\frac{1}{\text{Sin} 2^x a} = \frac{1}{\text{Sin} 3a'}$$

отсюда, для наименьшаго, положительнаго значенія x , имѣемъ выраженіе

$$(x) \quad 2^x = 3,$$

т. е.

$$x = \frac{\log 3}{\log 2}.$$

Н. Шимковичъ (Харьковъ), *Н. Николаевъ* (Пенза), *С. Блажко* (Москва).
Ученики: 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Ров. р. уч. (5) *Х. Ш.*, Оренб. г. (8) *А. П.*

✓ **№ 394.** Найти $2n+1$ цѣлыхъ послѣдовательныхъ чиселъ, при условіи, что сумма квадратовъ $(n+1)$ первыхъ равна суммѣ квадратовъ n послѣднихъ.

Обозначивъ первое число черезъ x , по условію получимъ:

$$x^2 + (x+1)^2 + \dots + (x+n)^2 = (x+n+1)^2 + (x+n+2)^2 + \dots + (x+2n)^2,$$

или

$$(n+1)x^2 + 2(1+2+\dots+n)x + (1^2+2^2+\dots+n^2) = \\ = nx^2 + 2\{(n+1)+(n+2)+\dots+2n\}x + \{(n+1)^2+(n+2)^2+\dots+(2n)^2\}.$$

Пусть s_1 будетъ сумма натуральныхъ чиселъ отъ 1 до n включительно, а s_2 сумма вторыхъ степеней ихъ; S_1 сумма натуральныхъ чиселъ отъ 1 до $2n$ включительно и S_2 — квадратовъ ихъ, тогда

$$(n+1)x^2 + 2s_1x + s_2 = nx^2 + 2(S_1 - s_1)x + (S_2 - s_2)$$

или

$$x^2 + 2(2s_1 - S_1)x + (2s_2 - S_2) = 0.$$

Замѣнивъ здѣсь s_1 , s_2 , S_1 и S_2 ихъ величинами, опредѣлимъ x чрезъ n . Именно

$$x = n^2 + n(n+1).$$

И. Чуприна (Кіевъ), *П. Свѣиниковъ* (Троицкъ), *П. Трипольскій* (Полтава), *С. Блажко* (Москва) Ученики: Курск. г. (6) *В. Х.*, Кам.-Под. г. (6) *Я. М.*, и (7) *А. Р.*, 1-й Кіев. г. (8) *В. Б.*, 2-й Кіев. г. (7) *В. М.*

№ 417. Определить x , y , z изъ уравнений

$$x+y+z+a,$$

$$xy-xz-yz=b,$$

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=c.$$

Полагая $x+y=s$, $xy=p$, приведемъ данныя уравненія къ такому виду:

$$\left. \begin{aligned} s+z &= a \\ p-sz &= b \end{aligned} \right\} \quad (\alpha)$$

$$s^3+z^3-3p(s+z)=c. \quad (\beta)$$

Исключая s и z , находимъ

$$p = \frac{a^3 + 3ab - c}{6a}.$$

Тогда изъ (α) получимъ

$$s^2 - as + \frac{a^3 - 3ab - c}{6a} = 0,$$

откуда опредѣляется s . Такимъ образомъ изъ уравненій

$$x+y=s \quad \text{и} \quad xy=p$$

опредѣлимъ x и y . Остается теперь найти значеніе для z . Для этого изъ (α) и (β) исключимъ s и p , тогда найдемъ

$$6az^2 - 6a^2z + a^3 - 3ab - c = 0,$$

отсюда

$$z = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^3 + 6ab + 2c}{12}}.$$

Н. Шимковичъ (Харьковъ), *С. Ржаницынъ* и *П. Свѣшниковъ* (Троицкѣ), *П. Трипольскій* (Полтава), *С. Охлобыстинъ* (Харьковъ), *Н. Карповъ* (Лубны). Ученіи: 4-й Кіевск. г. (5) *К. Якобъ*, 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Курск. г. (6) *В. Х.*, Полт. р. уч. (5) *М. З.* и *Е. Ц.*, Ворон. г. (6) *И. С.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (6) *Н. С.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 27 Ноября 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества *И. Н. Купшневъ* и К^о.

на

„ВОЛЫНЬ“

газету политическую, литературную и общественной жизни.

Годъ двѣнадцатый. Съ будущаго 1890 года „ВОЛЫНЬ“ будетъ выходить ежедневно, за исключеніемъ праздниковъ и дней послѣ оныхъ, по прежней программѣ.

1) Руководящія статьи по городскому самоуправленію и по вопросамъ жизни и нуждъ западнаго края вообще и въ особенности Волынской губерніи. 2) Телеграммы. 3) Городская хроника. 4) Хроника Волыни и Западнаго края: текущія событія и статьи научнаго содержанія. 5) Извѣстія о важнѣйшихъ событіяхъ по остальной Россіи. 6) Политическое обозрѣніе иностранныхъ Государствъ. 7) Новые открытія и изобрѣтенія. 8) Библиографическій отдѣлъ. 9) Разныя извѣстія. 10) Виржевыя свѣдѣнія. 11) Свѣдѣнія о разныхъ подрядахъ и торгахъ, по преимуществу въ предѣлахъ Волынской губерніи. 12) Разныя объявленія частныхъ лицъ, казенныхъ и общественныхъ учреждений и 13) Фельетоны.

Подписка принимается въ г. Житомирѣ, въ конторѣ редакціи, б. Бердичевская ул., домъ Духовнаго училища.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА

12 м. 5 руб., 11 м. 4 р. 75 коп., 10 м. 4 р. 40 коп., 9 м. 4 руб., 8 м. 3 руб. 50 коп. 7 м. 3 руб., 6 м. 2 р. 60 коп., 5 м. 2 р. 10 коп., 4 м. 1 р. 80 коп., 3 м. 1 руб. 50 коп., 2 м. 1 руб., 1 м. 75 коп.

Вмѣсто мелкихъ денегъ допускается приложеніе почтовыхъ марокъ. Иногородніе подписчики за перемѣну адреса приплачиваютъ къ подписной цѣнѣ 20 коп.

Издатель И. И. Коровицкій.

Редакторъ Н. И. Коровицкій.

1—3

БИБЛЮГРАФЪ

1890.

ВѢСТНИКЪ

Годъ VI.

ЛИТЕРАТУРЫ, НАУКИ И ИСКУССТВА.

Журналъ библиографическій, критическій и историческій.

ВЫХОДИТЪ ЕЖЕМѢСЯЧНО.

Ученымъ Комитетомъ М—ства Народн. Просв. РЕКОМЕНДОВАНЪ для основныхъ библиотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній мужскихъ и женскихъ.—Учебнымъ Комит. при Св. Синодѣ ОДОБРЕНЪ для пріобрѣтенія въ фундаментальныя библиотеки духовныхъ семинарій и училищ.—По распоряженію Военно-Ученаго Комитета ПОМѢЩЕНЪ въ основ. ной каталогъ для офицерскихъ библиотекъ.

Отд. 1-й. Историческіе, историко-литературные и библиографическіе матеріалы, статьи и замѣтки; разборы новыхъ книгъ; издательское и книжно-торговое дѣло въ его прошедшемъ и настоящемъ; хроника.

Отд. 2-й. (справочный). Полная библиографическая лѣтопись: 1) каталогъ новыхъ книгъ; 2) указатель статей въ періодич. изданіяхъ; 3) Rossica; 4) правительственныя распоряженія; 5) объявленія.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА

за годъ: съ дост. и перес. въ Россіи 5 руб., за границу 6 руб. Отдѣльно номеръ 50 коп., съ пересылкой 60 коп.

Плата за объявленія: страница—8 р.; $\frac{3}{4}$ стран.—6 руб. 50 коп.; $\frac{1}{2}$ стран.—4 руб. 50 коп. $\frac{1}{4}$ стран.—2 р. 50 коп.; $\frac{1}{8}$ стран.—1 р. 50 коп.

О новыхъ книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, печатаются безплатно объявленія или помѣщаются рецензіи.

Подписка и объявленія принимаются въ книжномъ магазинѣ „Новаго Времени“—А. Суворина (Спб., Невскій просп., д. № 38) и въ редакціи. Кромѣ того подписка принимается во всѣхъ болѣе извѣстныхъ книжныхъ магазинахъ.—Гг. иногородные подписчики и заказчики объявленій благоволитъ обращаться непосредственно въ редакцію.

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, Забалканскій (Обуховскій) просп., домъ № 7, кв. 13.

Оставшіеся въ ограниченномъ числѣ полныя комплекты „Библюграфа“ за 1885, 1886, 1887, 1888 и 1889 гг. продаются по 5 руб. (съ дост. и перес.) за годовой экземпляръ.

Редакторъ Н. М. Лисовскій.

1—2

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1890 Г.

НА ЕЖЕНЕДЕЛЬНУЮ ГАЗЕТУ

„ЗЕМСКІЙ ВРАЧЪ“

ИЗДАНИЕ ПОСВЯЩЕННОЕ ВОПРОСАМЪ ЗЕМСКОЙ МЕДИЦИНЫ.

Выходитъ въ г. Черниговѣ съ 1 іюля 1888 г. въ объемѣ отъ 1 до 2 печатныхъ листовъ въ недѣлю по слѣдующей программѣ:

- 1) Руководящія статьи по общимъ вопросамъ земской медицины; статьи по медицинской статистикѣ и медико-топографическіе очерки. Фабричная медицина.
- 2) Оригинальныя и переводныя статьи по гигиенѣ и профилактикѣ. Казуистика.
- 3) Популярныя статьи (въ видѣ приложений) по вопросамъ гигиены и профилактики.
- 4) Рефераты, хроника, смѣсь.
- 5) Корреспонденціи. Отчеты о врачебныхъ сѣздахъ.
- 6) Объявленія.

Подписная цѣна съ доставкой и пересылкой въ годъ: 9 р. (для фельдшеровъ, фельдшерницъ и акушеровъ—6 р.). На полгода—4 р. 50 к. (для фельдшеровъ, фельдшерницъ и акушеровъ—3 р.).

Подписка принимается: г. Черниговъ, Евгенію Владиміровичу Святловскому.

2—3.

Редакторъ-Издатель Д-ръ Е. Святловскій.

ПОДПИСКА НА 1890 ГОДЪ.

„ЗАПИСКИ“

Кіевскаго Отдѣленія Императорск. Русскаго Техническ. Общества.

ПО СВЕКЛОСАХАРНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ.

Программа „Записокъ“, протоколы общихъ собраній Отдѣленія, заведеній Совѣта Отдѣленія и назначаемыхъ Отдѣл. комиссій, правительственные распоряженія, оригинальныя изслѣдованія, разныя статьи, замѣтки, извѣстія и корреспонденціи, касающіяся разныхъ сторонъ свеклосахарной промышленности; обзоръ литературы по тому же предмету. Кромѣ того, въ „Запискахъ“ будутъ печататься статистическія свѣдѣнія о свеклосахарной промышленности въ Россіи, составляемые по отчетамъ, обязательно доставляемымъ въ Департаментъ Неокладныхъ Сборовъ.

„Записки“ выходятъ два раза въ мѣсяцъ, 24 выпуска въ годъ.

Подписная цѣна „Записокъ“ для подписчиковъ внутри и внѣ Россіи 10 рублей въ годъ, а для гг. членовъ Отдѣленія—5 рублей.

Подписка принимается въ Бюро Кіевскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, Кіевъ, Крещатикъ, д. № 40, Барскаго.

Объявленія принимаются на слѣдующихъ условіяхъ:

	За каждую строку или ея часть до 16 строкъ	болѣе 16 строкъ
За одинъ разъ	15 коп.	10 коп.
За каждый разъ свыше одного	7½ „	5 „

За разсылку при „Запискахъ“ печатныхъ объявленій, рекламъ и т. п., которыя будутъ доставлены въ Бюро, взимается за одинъ разъ, съ cadaго лота по 6 руб.

Гг. подписчики и члены Отдѣленія, извѣщая Бюро о своихъ адресахъ, благоволятъ обозначать точно: имя, отчество и фамилію, также то почтовое мѣсто (съ указаніемъ губерніи и уѣзда), чрезъ которое желаютъ получать „Записки“.