№ 82.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

*Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.*

**РЕКОМЕНДОВАНЪ:**

Уч. Ком. Мин. Нар. Просв. для гимназій мужскихъ и женскихъ, реальныхъ училищъ, прогимназій, городскихъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій; Гл. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-учебныхъ заведеній.

**№№ 1–48 ОДОБРЕНЫ**

Уч. Ком. при Св. Синодѣ для духовныхъ семинарій и училищъ.

VII Семестра № 10-й.



Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнерѣвъ и Ко, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Бибиковскій бульваръ, домъ № 8-б.
1889.

## Содержаніе № 82.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 82.

VII Сем. 21 Ноября 1889 г. № 10.


## Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ.

*(Продолженіе)* *).

### VI.

81. Vièta (1540—1601) жилъ наканунѣ времени, начиная съ котораго наука стала развиваться весьма крупными шагами. Его современниками были Galileo Galilei (1564—1647) и Keppler (1571—1630), главные труды которыхъ впрочемъ относятся уже къ XVII вѣку, въ самомъ началѣ котораго Vièta умеръ. Этотъ XVII вѣкъ ознаменованъ славными именами Descartes (1596—1650), Huyghens (1629—1695), Newton (1642—1726), Leibnitz (1646—1716)—творцовъ аналитической геометріи, механики и дифференціальнаго исчисленія. Къ нимъ непосредственно примыкаютъ братья Bernoulli, а именно Яковъ (1654—1705) и Иванъ (1667—1748). И на ряду съ первоклассными учеными имѣется большой рядъ другихъ, весьма заслуженныхъ, между прочимъ соотечественникъ Newton'а и современникъ его Wallis (1616—1703).

82. Vièta не вводилъ въ кругъ своихъ символовъ неизвѣстныхъ ему понятій механики. Galilei первый раскрылъ начальныя понятія динамики и среди полнаго господства Аристотелевой философіи первый вступилъ на путь изученія законовъ природы опытомъ. Ему извѣстенъ законъ инерціи и законы равномѣрнаго движенія, онъ изучилъ паденіе тѣлъ, какъ свободное, такъ и по наклонной плоскости, параболическое движеніе горизонтально брошеннаго тѣла и колебаніе простого маятника. Истины, относящіяся къ динамикѣ, изложены имъ въ главномъ его трудѣ „Discorsi e dimonstrazioni matematiche intorno a due nuove scienze" (1638 г.).

Не вдаваясь въ неумѣстныя подробности относительно работъ Galilei, мы должны однако коснуться одной особенности въ способѣ математическаго выраженія раскрываемыхъ имъ истинъ. Всѣ предложенія динамики Galilei выражаетъ не въ видѣ уравненій, но въ формѣ пропорцій. То же дѣлаютъ Huyghens и Newton. Принято усматривать въ этомъ под-

*) См. „Вѣстникъ" №№ 55, 56, 63, 75 и 77.

раженіе древнимъ геометрамъ. Относительно Newton'а такой взглядъ быть можетъ и вѣренъ, потому что онъ дѣйствительно и повидимому нарочно избѣгаетъ примѣнять къ механикѣ имъ же открытыя истины дифференціальнаго исчисленія и прибѣгаетъ къ сложнымъ построеніямъ, которыя подчасъ такъ остроумны, что позволительно предполагать, что Newton придумывалъ ихъ только въ послѣдствіи для доказательства предложеній, открытыхъ другимъ путемъ. Но относительно Галилея, изложеніе котораго отличается посильнымъ стремленіемъ къ простотѣ и ясности, едва ли дозволительно дѣлать приведенное предположеніе. Maximilien Marie удивляется, что такой возвышенный умъ, какъ Galilei, не прибѣгаетъ къ формулѣ для равномѣрнаго движенія

$$s=vt$$

а къ болѣе неудобнымъ пропорціямъ, и объясняетъ это тѣмъ, что „мысль о выраженіи величинъ ихъ отношеніемъ къ единицѣ тогда еще не зародилась". (M. M. III, 130). Но въ этомъ мнѣніи сказывается совершенно напрасное преувеличеніе значенія введенія отвлеченныхъ чиселъ въ формулы. Истинная причина, думаемъ, гораздо проще. Galilei напримѣръ говоритъ: когда тѣло, опускается, выходя изъ состоянія покоя равномѣрно ускореннымъ движеніемъ, то пространства, пройденныя въ какія нибудь времена, находятся между собою въ удвоенномъ отношеніи временъ, т. е. относятся какъ квадраты временъ. Въ такой формѣ этотъ законъ можетъ быть выраженъ въ символахъ пропорцій

$$S:S_1=t^2:t^2_1$$

замѣчательной, очевидно тѣмъ, что въ ней нѣтъ величины ускоренія $g$. Соотвѣтственное же уравненіе

$$S=\frac{1}{2}gt^2$$

требуетъ знанія коэффиціента $g$, т. е. величины ускоренія, которую долженъ дать опытъ. Galilei однако не опредѣлилъ еще $g$, и поэтому нѣтъ ничего удивительнаго въ томъ, что способъ выраженія закона помощію пропорцій вѣроятно кажется ему болѣе простымъ, потому что, выражая съ одной стороны фактъ взаимной пропорціональности величинъ, онъ съ другой стороны принципіально освобождаетъ отъ необходимости знанія числового значенія постоянныхъ коэффиціентовъ при выраженіи формы закона. Съ другой же стороны слѣдуетъ замѣтить, что рѣшеніе неизвѣстнаго члена пропорціи и рѣшеніе числовыхъ уравненій первой и второй степени представляли во время Галилея такія азбучныя истины, что странно предполагать будто онъ избѣгаетъ ихъ по математической причинѣ. Несовершенство же опытныхъ изслѣдованій, первымъ представителемъ которыхъ въ области динамики является Галилей, дѣлаетъ вполнѣ понятнымъ отдаваемое пропорціямъ предпочтеніе.

83. Дальнѣйшее развитіе динамика получила въ рукахъ великаго современника Ньютона, Christian Huyghens'а. Онъ опредѣлилъ величину ускоренія падающихъ тѣлъ; далъ знаменитую теорію колебанія физическаго маятника, т. е. опредѣлилъ длину математическаго маятника, имѣю-

щаго то же время колебанія, какъ данный физическій; онъ далъ выраженіе центробѣжной силы; первый ввелъ въ разсмотрѣнія силы и массы; у него вполнѣ ясное понятіе о работѣ и энергіи, и онъ очень близко подошелъ къ знанію закона сохраненія энергіи; онъ также установилъ вѣрное ученіе объ ударѣ твердыхъ тѣлъ (какъ указано моимъ братомъ и мною въ статьѣ „Объ ударѣ тѣлъ“ Кіевъ. 1883).

Относительно Гюйгенса принято утверждать, что онъ не занимался усовершенствованіемъ методовъ и былъ послѣдній великій представитель способа изслѣдованія древнихъ геометровъ. Это утвержденіе однако вѣрно только въ томъ смыслѣ, что Huyghens не пользовался въ своихъ изслѣдованіяхъ дифференціальнымъ анализомъ, съ которымъ ознакомился только подъ конецъ жизни. Въ области метода Huyghens сдѣлалъ весьма важный шагъ, примѣняя Віетовскую алгебру и ея символы къ механическимъ понятіямъ и величинамъ. Huyghens, раскрывая законы механики, совершаетъ *ductio* и *adplicatio* именованныхъ величинъ. Помню, что когда я въ свое время читалъ „Horologium oscillatorium“ и „De motu corporum ex percussione“, то этотъ способъ выраженія чрезвычайно поразилъ меня; я не понималъ въ чемъ дѣло, хотя смыслъ теоремъ ясно указывалъ, что рѣчь идетъ объ умноженіи и дѣленіи; тогда я не обратилъ на эту особенность дальнѣйшаго вниманія.

Изъ историковъ только Maximilien Marie указываетъ, что Huyghens вполнѣ пользуется терминологіей Vièta; но этому факту онъ опять таки даетъ весьма своеобразную оцѣнку. M. M. говоритъ (V, 51): „перемножать вѣсъ и квадратъ длины безъ сомнѣнія казалось Гюйгенсу весьма страннымъ, но онъ стремится всюду къ фигуральному способу выраженія мысли“. Но съ такимъ мнѣніемъ нельзя согласиться; Гюйгенсъ столько лѣтъ работалъ надъ развитіемъ вопросовъ динамики, что едва ли онъ сталъ бы мириться съ пріемами, если бы они ему казались странными; онъ поборолъ въ своихъ изслѣдованіяхъ столько чрезвычайныхъ трудностей, что пользованіе сознательно страннымъ методомъ, въ погонѣ за мнимою наглядностію, представляетъ невозможность.

Во всякомъ случаѣ фактъ несомнѣненъ, что Гюйгенсъ умножаетъ грузы на скорости, на ускоренія, на квадраты скоростей, на длины и на квадраты длинъ; а также производитъ соотвѣтственныя дѣленія. И онъ держится ученія Vièta не только по формѣ, но и по существу, т. е. вполнѣ понимаетъ, что сочетаніе именованныхъ величинъ умноженіемъ и дѣленіемъ порождаетъ новыя величины, разнородныя съ данными. Это доказывается отношеніемъ Гюйгенса къ понятію о живой силѣ и о работѣ. Онъ не даетъ особыхъ названій символамъ $mv^2$ и $Ph$, но изъ чтенія его сочиненій безспорно видно, что онъ весьма ясно и опредѣленно понималъ физическое значеніе этихъ произведеній.

84. Въ XVII вѣкѣ бельгійскій іезуитъ Grégoire de Saint-Vincent (1584—1667) сдѣлалъ попытку геометрическаго построенія произведенія двухъ площадей. Онъ издалъ сочиненіе „О квадратурѣ круга и коническихъ сѣченій“, гдѣ затрогиваетъ много различныхъ вопросовъ (M. M. III, 186). Седьмая книга этого сочиненія озаглавлена „Ductus plani in planum“, и въ ней указывается какъ можно построить произведеніе двухъ площадей, ограниченныхъ какъ прямолинейными, такъ и криволинейными контурами. Эта попытка, конечно, не выдерживаетъ критики

и представляетъ только курьезный образчикъ увлеченія осмысленностію перемноженія геометрическихъ величинъ; но она любопытна какъ доказательство, что въ свое время сознаніе правильности перемноженія именованныхъ величинъ было на столько сильно, что могло доводить даже до крайностей.

## VII.

85. Обратимся къ *Джону Валлису* (1616—1703). Главныя его сочиненія слѣдующія:

De sectionibus conicis. 1655.

Arithmetica infinitorum. 1656.

Mathesis universalis: sive arithmeticum opus integrum, tum Philologice, tum Mathematice traditum, Arithmeticam tum Numerosam, tum Speciosam sive Symbolicam complectens, sive Calculum Geometricum; tum etiam Rationum Proportionumve traditionem; Logarithmorum item Doctrinam; aliaque quae Capitum Syllabus indicabit. 1657 г.

Это и есть интересующій насъ трактатъ Валлиса по алгебрѣ.

Затѣмъ слѣдуетъ еще рядъ сочиненій по математикѣ и наконецъ въ 1670 и 1671 году Wallis напечаталъ трактатъ по механикѣ въ трехъ частяхъ.

86. Валлисъ имѣетъ большія заслуги. Онъ первый разсматривалъ коническія сѣченія какъ кривыя второго порядка, пользуясь для ихъ изслѣдованія только способомъ координатъ и не прибѣгая къ геометрическому сѣченію конуса. Въ arithmetica infinitorum онъ затрогиваетъ многіе вопросы, находящіеся въ связи съ интегральнымъ исчисленіемъ.

Его Mathesis universalis, т. е. *общая математика* (алгебра) была написана уже послѣ нѣкоторыхъ другихъ главныхъ трудовъ, такъ что Wallis приступалъ къ ней съ вполнѣ установившимися взглядами. Чтобы понять почему Wallis въ своей алгебрѣ выступаетъ противъ производства дѣйствій надъ именованными величинами, надо имѣть въ виду слѣдующее,—намъ, по крайней мѣрѣ кажется, что это вѣроятнѣйшая причина. Wallis пользуется въ своихъ изслѣдованіяхъ рядами; такъ напр. онъ опредѣляетъ квадратуры кривыхъ и показываетъ, что если уравненіе имѣетъ видъ

$$y=x^0+x+x^2+x^3+\ldots\ldots,$$

то его площадь выразится чрезъ

$$x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\ldots$$

Въ рядахъ приходится имѣть дѣло со сложеніемъ многихъ членовъ различныхъ степеней. Мы видѣли, что Vieta всегда даетъ коэффиціентамъ надлежащіе размѣры, чтобы сохранить однородность членовъ уравненія. Понятно, что такой способъ въ обращеніи съ рядами приводитъ къ усложненіямъ, которые совершенно исчезаютъ, если вмѣсто геометрическихъ величинъ разсматривать ихъ отвлеченныя числовыя значенія. Если бы Wallis ограничился указаніемъ такого упрощенія и его замѣчательной цѣнности, то введеніе этого новаго пріема составляло бы, въ силу его простоты, великую заслугу. Но къ сожалѣнію Валлисъ, вводя вычисленіе надъ отвлеченными числами въ силу практической необходимости, для достиженія желательной простоты, впадаетъ въ крайность и совершенно отрицаетъ дѣйствія надъ именованными величинами.

Обращаясь къ разбору алгебры Валлиса, замѣтимъ вскользь, что Ньютонъ, поступивъ въ 1661 г. въ Кембриджскій университетъ, между прочимъ учился по сочиненіямъ Валлиса.

87. Чтобы ознакомить съ алгеброю Валлиса, полное заглавіе которой мы выше привели, приведемъ сначала ея оглавленіе, а затѣмъ переводъ нѣкоторыхъ главъ, сопровождая его, въ концѣ каждой главы соотвѣтственными примѣчаніями.

Главы:

88. **Wallis Mathesis universalis.**

## Cap. XI.

*Объ алгебрическомъ обозначеніи.*

Въ предыдущей главѣ X излагалось изображеніе чиселъ, какъ цѣлыхъ, такъ и десятичныхъ дробей, помощію арабскихъ цифръ, пользуясь значеніемъ мѣста и нулемъ. Теперь Валлисъ показываетъ, какъ изображать числа, если за основу системы принято не 10. Напримѣръ число 27, принимая 4 за основаніе, изобразится:

1, 2, 3

а принимая 3 за основное, получаемъ

1, 0, 0, 0.

Пояснивъ тоже для дробей, и объясняя это подраздѣленіями градуса на минуты и секунды, Валлисъ продолжаетъ слѣдующимъ образомъ.

*Фундаментъ Алгебры.*

„Выяснивъ предыдущее, думаю, что искусство общности, Алгебра или Аналитика, зиждется единственно на этомъ, какъ на фундаментѣ. И если достаточно понято сказанное про разряды (восходящіе или нисходящіе въ какомъ нибудь отношеніи), то этимъ проливается яркій свѣтъ на пониманіе и правильный разборъ *алгебрическихъ степеней* (какъ ихъ принято называть). Ибо въ самомъ дѣлѣ что для насъ теперь *степень* (восходящая или нисходящая) *первая*, *вторая*, *третья* и т. д., то для алгебристовъ *сторона*, *квадратъ*, *кубъ* и т. д., со слѣдующею однако разницею. Что тѣ пытаются объяснить предположеніемъ многихъ геометрическихъ размѣровъ, это мы объясняемъ, не выходя изъ ариѳметическихъ предѣловъ. И даже болѣе: если мы хотимъ объяснить это геометрическими соображеніями, то мы можемъ достичь этого при помощи однородныхъ величинъ (а именно или однѣми линіями, или однѣми поверхностями, или одними объемами) между тѣмъ, какъ другіе принуждены обратиться къ помощи разнородныхъ (а именно къ линіямъ совмѣстно съ поверхностями и объемами, да еще сравниваемыми съ воображаемыми предметами (количествами) большаго числа размѣровъ). Но такъ какъ нѣкогда прежніе алгебристы или не знали этого, или не обратили достаточнаго вниманія, или умышленно скрывали и затемняли, то они должны были спеціально разсматривать и доказывать многое при помощи линій, площадей и объемовъ, что справедливѣе и даже легче можно было разсматривать и доказывать въ общемъ видѣ на числахъ (или, если угодно, на отношеніяхъ), которыя въ случаѣ надобности (ради геометрическихъ или какихъ нибудь иныхъ изслѣдованій) могутъ быть принаровлены къ этому, какъ и вообще вся ариѳметика. Почему однако они обращались предпочтительнѣе къ геометрическимъ количествамъ (чѣмъ къ ариѳметическимъ), и притомъ къ разнороднымъ (чѣмъ къ однороднымъ), тому вѣроятнѣйшая, на мой взглядъ, причина та, что они *единицу* (а не *нуль*, какъ слѣдовало бы,) ариѳметиковъ сравнивали съ *точкою* геометровъ; [см. Примѣчаніе п. с.], и кромѣ того они не понимали, какимъ образомъ высказать ариѳметически то, что наблюдали въ геометріи; или можетъ быть даже они считали элементы геометріи основою всей математики вообще, и даже думали, что вся ариѳметика ими управляется; такъ что ея справедливость не можетъ быть выясняема лучше, чѣмъ геометрическимъ подтвержденіемъ. А между тѣмъ на самомъ дѣлѣ ариѳметическія соображенія по существу иныя и болѣе общія, чѣмъ геометрическія; и не потому два да два даютъ четыре, что двухфутовая линія, сложенная съ двухфутовою даютъ четырехфутовую, а, какъ разъ наоборотъ, второе есть слѣдствіе перваго. Какъ бы однако все это ни было, оно станетъ яснѣе послѣ того, какъ изложу обозначенія или счисленіе алгебраическія (какъ принято говорить) или коссическія, и ихъ происхожденіе,—и къ этому вотъ приступаю.

„Тѣ, которые установили коссическія числа, замѣтили изъ геометрическихъ принциповъ, что если какая нибудь произвольная линія (напримѣръ 3 фута) умножается (ducatur in se) на самое себя, (это значитъ если она настолько расширяется или движется поперекъ себя, сколько въ ней длины), то это производитъ *квадратъ, сторона* котораго данная линія.

„А если этотъ квадратъ умножается на свою сторону (ducatur in suum latus,—это значитъ, если онъ настолько расширяется, или движется прямо поперекъ себя, на сколько онъ протянутъ въ длину и въ ширину; или, что то же самое, если онъ пріобрѣтаетъ высоту, равную ширинѣ), то этимъ производится *кубъ*, сторона котораго данная линія. Далѣе наблюдали, что площадь или величина получается умноженіемъ мѣры стороны (numerum lateris) на самое себя (такъ что когда сторона равна тремъ футамъ, то соотвѣтственно тому, что три раза три равно девяти, квадратъ содержитъ девять квадратныхъ футовъ). И такъ же если площадь квадрата умножается на свою длину, то получается величина куба, или, лучше сказать, количество кубическихъ футовъ, содержащихся въ кубѣ (такъ что если площадь квадрата 9 умножается на сторону 3, то получается число 27, равное величинѣ куба, или количеству куб. футовъ, содержащихся въ томъ кубѣ, ребро котораго равно 3 футамъ). И сравнивая это, и принимая во вниманіе, что фигура, образованная умноженіемъ стороны (ductio) на самое себя называется *квадратомъ*, а фигура полученная умноженіемъ квадрата на сторону, называется *кубомъ*, они такимъ же образомъ произведеніе числа на себя назвали числомъ квадратнымъ (оно въ извѣстномъ смыслѣ выражаетъ площадь квадрата) *стороною* или *корнемъ* котораго называютъ то число, которое по умноженіи на себя даетъ это квадратное; а произведеніе отъ умноженія квадратнаго числа на его сторону или корень, назвали числомъ *кубическимъ*, потому что оно въ извѣстномъ смыслѣ изображаетъ емкость (area) или величину куба. (И отсюда, какъ я думаю, произошло, что *вести* одно число по другому значитъ то же самое, что *умножать* одно число на другое—hinc ortem esse, credo, ut *numerum hunc in illum ducere* idem significat ac *numerum hunc in illum*, seu per illum, multiplicare).

„А затѣмъ замѣтили, что геометрически надо остановиться на кубѣ (такъ какъ онъ имѣетъ три геометрическихъ размѣра, длину, ширину и глубину, которые по сущности вещей единственные возможные); и также замѣтили, что кубъ не можетъ быть умноженъ на ребро (ducere in latus); но такъ какъ съ другой стороны подобнаго предѣла не замѣчали въ ариѳметическихъ умноженіяхъ, ибо корень, или число стороны можетъ перемножаться послѣдовательно сколько угодно;—то рѣшили продолжать и *фигурныя числа* (какъ ихъ называли), въ предположеніи четырехъ, пяти, шести и даже болѣе размѣровъ, и называли ихъ quadrato quadratici, surdesolidi, quadraticubi и т. д., т. е. названіями какъ будто изъ геометріи взятыми.

„Нѣкоторые (въ особенности Итальянцы) вмѣсто quadratum говорятъ *zensus* или *census*, и затѣмъ *zenzicensus*, *zenzicubus* и т. д. вмѣсто *quadratiquadratus, quadraticubus*. Вмѣсто же *radix* говорятъ *res*, и поэтому вмѣсто правила алгебры говорятъ правило *rei et census* (другими словами правило корня и квадрата). А также вмѣсто *res* говорятъ *cosa* (ибо res по италіански значитъ *cosa*, а по французски *chose*); и отсюда фигурныя числа называются *коссическими* (numeri cossici), а правило алгебры правиломъ *коссическимъ;* и такимъ же образомъ принято говорить: *коссическіе знаки*, *коссическія дѣйствія*. Другіе же вмѣсто *radix*, *quadratum*, *cubus*, *quadratoquadratum* (или *biquadratum*) *surdesolidus*, *quadratocubus*, *surdesolidus secundus*, *quadrati quadrati quadratum*, *cubocubus*, *quadratosurdesolidus*, *surdesolidus tertius* и т. д.—говорятъ проще (и много лучше) степень (potestas) первая, вторая, третья, четвертая и т. д. для означенія числа размѣровъ, которыя тамъ содержатся.

### *Коссическіе знаки.*

„И степени, и фигурныя числа имѣютъ свои означенія, которыя укажу. Нѣкоторые означаютъ radix, quadratum, cubus, surdesolidus начальными буквами R, Q, C, S, а иногда вмѣсто R пишутъ N (numerus). Другіе пользуются особыми знаками, происходящими отъ буквъ *r*, *z*, *c*, *s* и означающими res, census, cubus, surdesolidus. Иные же (въ особенности послѣ Франциска Віета, который, какъ говорятъ, или первый ввелъ специозную ариѳметику, или весьма подвинулъ ее) означаютъ radix какою нибудь произвольною буквою, напримѣръ A, а остальныя степени означаютъ, приписывая буквы $q$ и $c$; такъ что A$q$, A$c$, A$qq$ означаетъ квадратъ, кубъ, квадратоквадратъ корня A. Этимъ означеніемъ пользуется англичанинъ Oughtred (достопочтенный старецъ, находящійся еще въ живыхъ) въ своемъ Clavis Mathematicae (ключъ къ математикѣ), изданномъ впервые въ 1631 г. (но написанномъ нѣсколько раньше), и затѣмъ нѣсколько разъ изданномъ. Послѣ него (или въ то же приблизительно время) Harriot, тоже англичанинъ и замѣчательный математикъ, въ сочиненіи *Artis Analyticae praxis* (изданномъ послѣ его смерти Вагнеромъ, тоже математикомъ, въ 1631) пользовался произвольными буквами азбуки, повторяемыми столько разъ, сколько требуетъ данная степень; напримѣръ $a$, $aa$, $aaa$, $aaaa$ вмѣсто корень, квадратъ, кубъ, биквадратъ и т. д. Наконецъ Декартъ, и послѣ него другіе, во избѣжаніе обременительнаго многократнаго повторенія буквъ, означаютъ, какъ и прежде, корень произвольной буквой, а его остальные степени приписанными числовыми значками (для означенія разряда степени), напримѣръ $a$, $a^2$, $a^3$, $a^4$ и т. д.

Образчики этого представляю въ слѣдующей табличкѣ.

| НАЗВАНІЯ. | | Означенія. | | | | Степень или разрядъ. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Radix ................. | | R | A | $a$ | $a$ | 1 |
| Quadratum .............. | | Q | A$q$ | $aa$ | $a^2$ | 2 |
| Cubus ................. | Старинные знаки опускаемъ. | C | A$c$ | $aaa$ | $a^3$ | 3 |
| Quad. quadratum ........ | | QQ | A$qq$ | $aaaa$ | $a^4$ | 4 |
| Surdesolidum ............ | | S | A,$c$ | | $a^5$ | 5 |
| Quad. Cubi.............. | | QC | A$cc$ | | $a^6$ | 6 |
| $2^{m}$ Surdesolidum ......... | | bS | A$qqc$ | | $a^7$ | 7 |
| Quad. quad. quad. ....... | | QQQ | A$qcc$ | | $a^8$ | 8 |
| Cubi cubus ............. | | CC | A$ccc$ | | $a^9$ | 9 |
| Quad. Surdesol .......... | | QS | A$qqcc$ | | $a^{10}$ | 10 |
| $3^{m}$ Surdesolidum ......... | | cS | A$qccc$ | | $a^{11}$ | 11 |
| Quad. quad. cubi......... | | QQC | A$cccc$ | | $a^{12}$ | 12 |
| $4^{m}$ Surdssolidum ......... | | dS | A$qqccc$ | | $a^{13}$ | 13 |
| Quad. $2^{i}$ Surdesolidi...... | | QbS | A$qcccc$ | | $a^{14}$ | 14 |
| Cubus Surdesol. ......... | | CS | A$ccccc$ | | $a^{15}$ | 15 |
| Quad. quad. quad. quad.*) | | QQQQ | A$qqcccc$ | | $a^{16}$ | 16 |

[Затѣмъ слѣдуетъ на полустраницѣ указаніе нѣкоторыхъ несогласій между математиками въ словесномъ названіи равныхъ степеней выше четвертой. Это опускаю. А далѣе слѣдуетъ оцѣнка степеней].

---

*) *Примѣчаніе.* Такія высокія степени и ихъ уродливыя обозначенія, въ дѣйствительности, на сколько я знаю, не употреблялись. Валлисъ желаетъ очевидно показать ихъ, чтобы противопоставить простотѣ показательнаго обозначенія.

*Алгебрическія степени лучше поясняются ариѳметическими разрядами, чѣмъ геометрическими размѣрами.*

„Однако то, что другіе объясняли помощію разныхъ геометрическихъ протяженій, я считаю и гораздо лучше объяснимымъ ариѳметическими разрядами, и совершенно не выходящимъ изъ предѣловъ ариѳметики. Для насъ первый, второй, третій и т. д. восходящіе разряды *) то же, что для нихъ корень, квадратъ, кубъ и т. д. И какъ они полагаютъ, что сколько разъ единица содержится въ корнѣ, сколько же разъ корень содержится въ квадратѣ, а квадратъ въ кубѣ; такъ и мы говоримъ, что сколько разъ единица содержится въ *первомъ восходящемъ разрядѣ*, столько же разъ содержится этотъ первый во второмъ, и второй въ третьемъ и т. д. [см. Примѣчаніе n. b.] То же самое, что сказано про разряды, восходящіе надъ единицей, относится и къ нисходящимъ подъ единицу разрядамъ. Такъ что если корень больше единицы, то отдѣльные степени постоянно возрастаютъ; а если корень меньше единицы, то они убываютъ. Если же корень равенъ единицѣ, то они не возрастаютъ и не убываютъ, но всякая степень тоже равна единицѣ; ибо единица умноженная сколько угодно разъ на единицу, остается единицей. А я предпочитаю излагать дѣло помощію ариѳметическихъ разрядовъ, а не помощію геометрическихъ размѣровъ, и притомъ по слѣдующимъ причинамъ.

„1. Такъ какъ общая алгебра не что иное, какъ ариѳметика, а не геометрія, то она скорѣе должна быть объясняема ариѳметическими, а не геометрическими принципами. И хотя геометрическія истины часто открываются или поясняются алгебрическими принципами, то отсюда все таки не слѣдуетъ, чтобы алгебра была геометрическая наука или опиралась бы на геометрическіе принципы (и если кто такъ дѣлаетъ, то онъ очевидно фантазируетъ); упомянутое обусловливается интимной связью ариѳметики и геометріи, или скорѣе тѣмъ, что геометрія до извѣстной степени подчинена ариѳметикѣ, и прилагаетъ къ своимъ истинамъ общія ариѳметическія предложенія.

„А если кто подтверждаетъ тотъ фактъ, что число два и число три складываясь даютъ число пять, тѣмъ, что двухфутовая линія, прибавленная къ трехфутовой даетъ пятифутовую,—то пусть приметъ во вниманіе, что это вычисленіе не геометрическаго свойства, а чисто ариѳметическаго, какая бы ни была при этомъ геометрическая мѣра. Ибо утвержденіе это, о равенствѣ числа пять и сочетанія чиселъ два и три, вполнѣ общее, приложимое ко всякимъ предметамъ не менѣе, чѣмъ къ геометрическимъ, ибо и два да три англичанина составляютъ пять англичанъ. И всѣ подобныя дѣйствія имѣютъ одну и ту же причину, ариѳметическую или спеціально алгебрическую; а эти двѣ науки основаны на болѣе общихъ принципахъ, чѣмъ вытекающіе изъ геометрическихъ измѣреній. [См. Примѣчаніе n. d.]

„2. Вторая причина та, что алгебрическія степени не рѣдко восходятъ дальше, чѣмъ геометрическіе размѣры. Ибо геометрія допускаетъ

*) Wallis употребляетъ слова gradus и potestas. Подъ potestas понимается алгебрическая степень; gradus же имѣетъ значеніе разрядовъ ариѳметической системы счисленія; поэтому переводимъ gradus словомъ разрядъ.

не болѣе трехъ размѣровъ, длину, ширину и высоту, такъ что твердое тѣло, или кубъ, не восходитъ выше,—алгебра однако доходитъ до quadrato quadrati или surdesolidi и другихъ произвольныхъ высшихъ степеней. И поэтому удобнѣе обращаться съ ариѳметическими разрядами, которые свободно могутъ неопредѣленно расширяться, чѣмъ съ геометрическими размѣрами, которыхъ всего только три, а если ихъ больше, то они становятся воображаемыми и совершенно невозможными. [См. Примѣчаніе n. e.]

„3. Третья причина та, что если бы даже геометрія изобиловала столькими размѣрами, какъ ариѳметика степенями, то все таки они не были бы впору алгебрическимъ операціямъ. Ибо весьма часто случается, что въ уравненіе входятъ различныя степени, т. е. величины различнаго размѣра; а это весьма приличествуетъ ариѳметическимъ степенямъ и совершенно не годится для геометрическихъ размѣровъ. Вотъ примѣръ для третьей степени; возможны такія уравненія 2Q=6R, или 2C=6Q, т. е. два квадрата равны шести корнямъ, или два куба равны шести квадратамъ. Кому же спрашивается, не ясно, что квадраты и кубы, или квадраты и ребра, не могутъ быть сравниваемы по ихъ разнородности? И кубъ даже не состоитъ изъ квадратовъ, (хотя ограничивается ими), а квадратъ изъ сторонъ. Всѣ же сравненія величинъ относительно ихъ равенства должны дѣлаться между однородными. Такъ что объемъ можетъ равняться или не равняться объему, а площадь площади, а линія линіи, объемъ же не можетъ ни равняться площади, ни быть неравнымъ съ нею, по ихъ разноводности. И поэтому говорятъ, что объемъ прибавляется къ объему или отнимается отъ него, а не къ площади, и тѣмъ болѣе къ линіи. Однако, выражаясь ариѳметически, прекрасно можно сказать, что двѣ сотни равны двадцати десяткамъ, или двѣ тысячи двадцати сотнямъ; т. е. число, соотвѣтствующее какому-нибудь взятому разряду, можетъ равняться нѣкоторому числу, соотвѣтствующему другому взятому разряду; и такимъ же образомъ двѣ тріады равны шести тройкамъ, т. е. (если корень равенъ 3) два квадрата равны шести сторонамъ. А такъ какъ всѣ числа (въ точномъ смыслѣ слова) составлены изъ единицъ (или по крайней мѣрѣ имѣютъ точное отношеніе къ единицѣ) то они въ точности однородны, (хотя быть можетъ и несоизмѣримы, если рѣчь идетъ, объ ирраціональныхъ числахъ), и поэтому они могутъ быть названы или равными или не равными, большими или меньшими другъ друга, и могутъ взаимно складываться и вычитаться,—чего всего нельзя дѣлать съ геометрическими величинами, если только онѣ не однородны. [См. Примѣчаніе n. f.]

„Если же кто нибудь возразитъ, что въ алгебрическихъ уравненіяхъ, гдѣ сравниваются кубы, квадраты и стороны, стоятъ не кубы, квадраты и стороны, а числа кубическія, квадратныя и линейныя, и что квадратныя числа могутъ равняться нѣкоторымъ кубическимъ,—то долженъ признать, что это вѣрно; но такъ какъ рѣчь пошла бы о числахъ (къ чему мы стремимся), а не о величинахъ, то и разсужденіе становится чисто ариѳметическимъ, а не геометрическимъ. А вѣдь числа линейныя, квадратныя, кубическія и другія не что иное какъ наименованія разрядовъ (восходящихъ или нисходящихъ) перваго, второго, третьяго и т. д. соотвѣтственно какому нибудь опредѣленному отношенію. Такъ, напримѣръ, при основаніи три разряды будутъ тройки различныхъ порядковъ (triades, ternionum triades, ternionum triades triplicatae), соотвѣтствуя корню, квадрату, кубу и т. д. Такъ что ternio (тройка) опредѣляетъ корень, ternionum trias число квадратное, т. е. тройка, умноженная на себя, а ternionum trias triplicata число кубическое, т. е. тройка, умноженная на свой квадратъ, и т. д. *).

„А давать эти отношенія **) достаточно, почему думаю, что алгебрическія степени лучше могутъ быть поясняемы ариѳметическими разрядами, или непрерывно пропорціональными числами, чѣмъ разнородными геометрическими размѣрами.

*Причина почему буду называть алгебрическія степени старыми именами.*

„Но такъ какъ слова, которыми обыкновенно называются алгебрическія степени, уже общеприняты, то думаю, что и для меня удобно примкнуть къ этому; ибо разъ принятыя термины, хотя бы недостаточно приспособленныя къ точному смыслу дѣла, рѣдко могутъ причинить серьезное неудобство. Кромѣ того если по каждому личному желанію будутъ дѣлаться частыя измѣненія такого рода, то память напрасно обременяется лишними словами, ибо и старыя и новыя должны запоминаться и связываться, чтобы разные авторы, пользующіеся различной терминологіей понимали другъ друга; и это гораздо важнѣе того обстоятельства, что употребленіе одного и того же слова, различными авторами въ различномъ смыслѣ можетъ приводить хотя и часто, но за то къ небольшимъ недоразумѣніямъ ***);—стоитъ только помнить, что различныя алгебрическія степени, какъ бы онѣ ни назывались, не что иное какъ или числа, или линіи, или какія-нибудь величины, взаимно однородныя и непрерывно пропорціональныя. [См. Примѣчаніе n. g.].

*Дальнѣйшее изложеніе алгебрическихъ означеній.*

„Чтобы вполнѣ изложить аргебрическое счисленіе, нужно еще указать какимъ образомъ этого рода степени или разряды различаются въ зависимости отъ присвоенныхъ имъ выше указанныхъ знаковъ (ибо они не могутъ обозначаться такъ удобно своими мѣстами, какъ простыя числа идущія по десятичному отношенію). Когда нѣсколько степеней взаимно сочетаются, они не могутъ такъ непосредственно слѣдовать одна за другою, какъ это принято дѣлать въ изображеніи простыхъ чиселъ; но для ихъ сочетанія пользуются особыми знаками, изобрѣтенными для этой цѣли. Ихъ главнымъ образомъ два $+$ и $-$, изъ которыхъ первый знакъ сложенія, второй знакъ вычитанія, или первый утвердительный, второй отрицательный, или первый положительный, второй уменьшительный

*) Надо замѣтить, что Wallis здѣсь употребляетъ, и очень не кстати, слово ducere, а не multiplicare, въ полномъ разногласіи со строгимъ разграниченіемъ, котораго Віета держался относительно этихъ словъ.

**) Отвлеченныя числа.

***) Довольно своеобразный взглядъ.

(ablativus), или (какъ принято ихъ называть) плюсъ и минусъ. Къ этимъ знакамъ я считаю долгомъ прибавить $\times$ (слѣдуя въ этомъ Oughtred'y), какъ знакъ умноженія. А также $=$ или $\infty$ какъ знакъ равенства. Такимъ образомъ вышеупомянутое число 27 въ десятичной системѣ выразится $2R+7$ или $2A+7$, т. е. два корня, или два десятка и семь единицъ. По системѣ счисленія съ основаніемъ 4, оно изобразится $1Q+2R+3$, или $Aq+2A+3$, или $a^2+2a+3$, т. е. одинъ квадратъ и два корня и три единицы. По системѣ счисленія съ основаніемъ 3 число изобразится $1C$, или $1A_c$, или $a^3$, т. е. одинъ кубъ, или одна утроенная тріада троекъ (ternionum trias tripla). Но кромѣ того по десятичной системѣ то же число 27 можетъ и такъ писаться: $3R-3$, или $3A-3$, или три корня (десятка) безъ трехъ единицъ. А по системѣ съ основаніемъ 4: $1Q+3R-1$, или $1Aq+3A-1$, или $a^2+3a-1$, или одинъ квадратъ и три корня безъ одной единицы. И такимъ же образомъ въ другихъ системахъ. И этому соотвѣтствуютъ формы словеснаго выраженія, когда говорятъ undeviginti, duodeviginti *). Въ этомъ сказывается означеніе алгебраическое, или коссическихъ чиселъ.

*Прежняя и новѣйшая алгебра нѣсколько различны.*

„Надо однако замѣтить, что между прежней алгеброй и новѣйшей существуетъ слѣдующая разница: прежде коссическими знаками обозначались только неизвѣстныя, искомыя величины; новѣйшіе же алгебристы означаютъ такимъ образомъ какъ неизвѣстныя, такъ и извѣстныя величины.

„Быть можетъ кто-нибудь насъ спроситъ, чего ради эти новые знаки употребляются для обозначенія чиселъ предпочтительно предъ обыкновеннымъ способомъ ихъ изображенія?

„Отвѣчу: причина этого обстоятельства тройная; отчасти ради необходимости, отчасти ради краткости, отчасти ради лучшаго уразумѣнія (т. е. ради пользы).

[Далѣе до конца главы слѣдуетъ развитіе преимуществъ алгебрическаго означенія, а именно, что получается общность постановки вопроса. Разсмотрѣнія ведутся на рѣшеніи задачи, приводящей къ условію первой степени].

89. *Примѣчаніе* къ Wallis Mathesis universalis. Cap. XI.

*a*) Первая мысль, на которую наводитъ чтеніе изложенной главы, состоитъ въ томъ, что Wallis не читалъ сочиненія Vièta, а знакомъ по алгебрѣ только съ новѣйшими авторами того времени Oughtred и Harriot. На это наводятъ слова Валлиса: „Vièta, *какъ говорятъ* или первый ввелъ специозную ариѳметику, или значительно подвинулъ ее“. Эта мысль подтверждается тѣмъ, что Wallis нигдѣ явно не полемизируетъ съ Віетомъ и умалчиваетъ о его пріемахъ. Объ этомъ еще упомянемъ, а теперь замѣтимъ, что многое во взглядахъ Валлиса становится понятнымъ при предположеніи нѣкоторой слабости его историческихъ свѣдѣній.

*) Опускаю 4 строки, относящіяся къ способу произношенія чиселъ.

Далѣе бросается въ глаза, что Wallis говоритъ объ умноженіи именованныхъ величинъ, а именно геометрическихъ, какъ о существующемъ, многими признанномъ ученіи; и, опровергая его, онъ такимъ образомъ борется противъ наличнаго факта. Мы уже упомянули, что причина этой борьбы вѣроятно кроется въ томъ, что Wallis, обращаясь въ своихъ изслѣдованіяхъ съ рядами, убѣдился въ томъ, что введеніе отвлеченныхъ чиселъ въ геометрическія изслѣдованія вноситъ замѣчательную простоту въ сложныя изслѣдованія, а потому представляетъ первостепенной цѣнности методъ. Но явно Wallis высказываетъ не эту мысль, и даже не намекаетъ на нее, а силится выставить на видъ несостоятельность по существу дѣйствій надъ именованными (геометрическими) величинами. Посмотримъ какъ онъ принимается за это.

*b*) Wallis для уясненія понятія о степени кладетъ въ основу аналогію степеней съ разрядами чиселъ при ариѳметическомъ счисленіи и усматриваетъ полное тождество этихъ двухъ случаевъ. Онъ знаетъ и указываетъ, что понятіе объ алгебрической степени развивалось при посредствѣ геометрическихъ соображеній, но отвергаетъ ихъ необходимость и говоритъ, что въ его глазахъ разряды ариѳметическаго счисленія имѣютъ тоже самое значеніе, какое прежніе геометры придавали корню, квадрату, кубу и т. д, При этомъ онъ замѣчаетъ, что какъ прежде полагали, что сколько разъ единица содержится въ корнѣ, столько же разъ корень содержится въ квадратѣ, а квадратъ въ кубѣ, такъ теперь онъ будетъ говорить, что сколько разъ единица содержится въ первомъ восходящемъ разрядѣ, столько же разъ содержится этотъ первый во второмъ, а второй въ третьемъ, и т. д. Однако Wallis не видитъ, что именно въ этомъ пунктѣ аналогія нарушается, и вообще умалчиваетъ о значеніи слѣдующаго обстоятельства. Въ прогрессіи, представляемой единицами различныхъ разрядовъ ариѳметическаго счисленія, всѣ единицы различныхъ разрядовъ между собою *однородны*, и каждая старшая представляетъ нѣкоторую совокупность младшихъ, такъ что можетъ быть получена изъ нихъ путемъ сложенія; въ прогрессіи же геометрическихъ величинъ—линія, квадратъ, кубъ,—отдѣльные члены *разнородны*, и каждая послѣдующая единица не представляетъ совокупности предшествующихъ, и можетъ быть получена изъ нихъ не путемъ сложенія, а только умноженіемъ въ томъ смыслѣ, какъ понималъ это дѣйствіе Віета и его послѣдователи, т. е. въ смыслѣ ductio, гдѣ перемноженіе двухъ величинъ даетъ новую, разнородную съ данными. Wallis, такимъ образомъ начинаетъ свое ученіе о степеняхъ тѣмъ, что à piori элиминируетъ изъ своихъ разсмотрѣній возможность именованнаго знаменателя отношенія. И онъ этого не оговариваетъ; а между тѣмъ ясная оговорка была бы вполнѣ необходима, въ виду того что, Vièta жилъ въ слишкомъ еще недавнее время. Чтобы объяснить такое умолчаніе, не дѣлая упрека Валлису, остается только предположить, что онъ не былъ знакомъ съ ученіемъ Віета. И такое предположеніе вполнѣ подтверждается тѣмъ, что Валлисъ, разбирая геометрическія соображенія предшественниковъ, старается рѣшить вопросъ какимъ образомъ случилось, что будто „вести одно число по другому (ducere) значитъ тоже самое, что умножить одно число на другое". Wallis впадаетъ здѣсь самымъ явнымъ образомъ въ историческую ошибку, потому что дѣйствія multiplicatio и ductio вовсе не имѣли тождественнаго смысла, а напротивъ того Viѣta строго разграничивалъ ихъ.

*c*) Отсутствіе историческаго пониманія со стороны Валлиса доказывается тою странною причиною, которую онъ подыскиваетъ для объясненія поражающаго его факта, что его предшественники для выясненія понятія о степени обращались предпочтительнѣе къ геометрическимъ количествамъ, а не къ ариѳметическимъ, и притомъ къ разнороднымъ, а не къ однороднымъ. Вѣроятнѣйшею причиною онъ считаетъ то, что они сравнивали единицу (а не нуль, какъ слѣдовало бы) ариѳметиковъ съ точкою геометровъ.

На сколько мнѣ позволяютъ судить мои свѣдѣнія по исторіи, мнѣ кажется, что причина, выставляемая Валлисомъ, составляетъ неосновательную гипотезу. Мнѣ по крайней мѣрѣ неизвѣстны случаи сравненія единицы съ точкою, и во всякомъ случаѣ можно достовѣрно утверждать, что крупные изслѣдователи никакъ не руководились такого рода соображеніями. Wallis повидимому сопоставляетъ представленіе о точкѣ, какъ объ элементѣ, изъ котораго составляются линіи, съ пресловутымъ ученіемъ Пиѳагорейцевъ о томъ, что единица не число, но только матеріалъ для составленія чиселъ. Это ученіе, вытекшее изъ Паѳагорейской мистики, дѣйствительно встрѣчается въ нѣкоторыхъ старинныхъ сочиненіяхъ на ряду со здравыми представленіями о единицѣ. Яснѣе всего оно было въ древности высказано Теономъ Смирнскимъ (Cantor. Gesch. d. Mathematik, стр. 368): „единица не число, но начало чиселъ“. Но особымъ вниманіемъ оно пользовалось только со стороны подобныхъ математиковъ, какъ Psellius, жившій въ XI вѣкѣ, про котораго Cantor (Gesch., стр. 429) говоритъ, что данный ему Византійскимъ дворомъ титулъ „старшаго философа“ не столько украшаетъ его, какъ позоритъ его современниковъ. Встрѣчаются отдѣльные отголоски этого ученія и у арабовъ (Cantor 613, 673) не взирая на то, что арабы ввели въ геометрію правильное понятіе о единицѣ. Но, повторяю, мнѣ неизвѣстны факты, позволяющіе обвинить математиковъ, создавшихъ алгебру, въ подвластности подобнаго рода соображеніямъ. Но нельзя не сказать, что тотъ фактъ, что Wallis считаетъ возможнымъ искать въ упомянутой нелѣпости объясненіе значенія геометріи для развитія алгебры, не лишенъ интереса, потому что онъ доказываетъ, что правильное историческое пониманіе науки было ему чуждо.

*d*) Изложивъ ученіе объ алгебрическихъ степеняхъ, Wallis выставляетъ еще разъ три причины, почему онъ предпочитаетъ основываться не на геометрическихъ представленіяхъ, а на разрядахъ счисленія. Первая причина заключается въ томъ, что ариѳметика, наука болѣе общая чѣмъ геометрія, что ея предложенія по существу не зависятъ отъ геометрическихъ соображеній, и что въ силу этого человѣкъ, который утверждалъ бы, что алгебра нуждается для своего подтвержденія въ геометрическихъ принципахъ, явно фантазировалъ бы.

Приведенная причина по существу чисто философская. Wallis, очевидно, смотритъ на ариѳметическія истины какъ на апріорныя, т. е. независимыя отъ опыта и могущія вырабатываться и помимо него. Раціональная теорія познаванія, выяснившая, что математическія аксіомы не апріорны, а являются какъ результатъ опыта и наблюденія, получила свое развитіе послѣ Валлиса. Поэтому, быть можетъ, неудивительно, что Wallis явно гнушается подтвержденіемъ начальныхъ ариѳметическихъ истинъ наглядными геометрическими соображеніями. Но съ другой стороны исторія математики могла бы научить Валлиса, что ариѳметика, понимаемая въ смыслѣ изученія количественныхъ зависимостей, а не въ узкомъ только смыслѣ правилъ дѣйствій надъ числами, долго черпала изъ геометріи, прежде чѣмъ начала съ своей стороны содѣйствовать успѣху развитія геометрическихъ истинъ. Въ предыдущемъ мы старались по возможности подтвердить такой характеръ развитія ариѳметики и алгебры. Валлисъ же, очевидно, не знакомъ съ ходомъ историческаго развитія науки. Констатируя этотъ фактъ, мы конечно не желаемъ дѣлать какихъ бы то ни было упрековъ Валлису, потому что въ его время было неизмѣримо труднѣе заниматься исторіей, чѣмъ теперь; мы желаемъ только ясно указать при какихъ условіяхъ и путемъ какихъ соображеній сложилось ученіе о невозможности производства дѣйствій надъ именованными величинами.

*e*) Во второй причинѣ Wallis весьма справедливо указываетъ, что степени выше третьей не поддаются геометрическому толкованію, и что всякіе quadrato-quadrati или surdesolidi представляютъ изъ себя геометрическія невозможности; между тѣмъ какъ отвлеченныя числа могутъ возводится въ произвольныя степени. Несомнѣнная заслуга Валлиса заключается въ томъ, что онъ ясно понялъ, что выраженія, содержащія степени выше третьей годятся для геометрическихъ изслѣдованій, и что удобнѣйшій способъ обращаться съ ними—введеніе отвлеченной числовой мѣры разсматриваемыхъ величинъ, т. е. величины ихъ отношеній къ однородной съ ними единицѣ.—Но только отсюда ровно ничего не слѣдуетъ относительно осмысленности производства умноженій именованныхъ величинъ по существу.

*f*) Третья причина, выставляемая Валлисомъ, заключается въ необходимости сохраненія однородности отдѣльныхъ членовъ уравненія. Валлисъ весьма справедливо указываетъ, что при введеніи отвлеченныхъ чиселъ эта однородность сохраняется; онъ также дѣлаетъ въ высшей степени вѣрное замѣчаніе, что равняться другъ другу, и взаимно складываться и вычитываться могутъ только однородныя величины. Но, какъ мы видѣли, и Vieta высказываетъ то же со всею желательною опредѣленностію, и придаетъ, ради сохраненія однородности уравненій, коэффиціентамъ отдѣльныхъ членовъ соотвѣтственные размѣры, Объ этомъ Wallis умалчиваетъ и утверждаетъ, что уравненіе вида 2Q=2R, т. е. $2x^2=6x$, при сохраненіи геометрическаго значенія степеней, выражаетъ нелѣпое равенство площади и линіи. Онъ очевидно не знакомъ съ алгеброю Віета, и не знаетъ, что примѣняя взятое уравненіе къ геометріи, слѣдуетъ считать коэффиціентъ второй его части линіею, такъ что уравненіе можно истолковать какъ равенство между удвоенною площадью квадрата и нѣкоторымъ прямоугольникомъ, форма котораго можетъ быть весьма разнообразна въ зависимости отъ того на какіе цѣлые или дробные множители разложить коэффиціентъ 6, считая одинъ множитель отвлеченнымъ, а другой линейнымъ. Если бы Валлисъ зналъ алгебру Віета, то онъ конечно не рѣшился бы приписывать кому бы то ни было никѣмъ не высказанную нелѣпость.

*g*) Wallis вообще нѣсколько своеобразенъ въ своихъ критическихъ пріемахъ; это видно изъ того, что онъ считаетъ совершенно несущественною ту путаницу, которая можетъ возникнуть отъ употребленія различными авторами одного и того же термина въ различныхъ смыслахъ. Wallis не мало посодѣйствовалъ бы ясности, если бы онъ отказался отъ употребленія *терминовъ* квадратъ и кубъ,—тогда ему не удалось бы изгнать изъ алгебры *понятія* квадратъ и кубъ.

Начальникъ Кіевскаго техническаго ж. д. училища *Ѳ. Ю. Мацонъ.*

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Электрическіе часы г. Прохорова.** Въ одномъ изъ послѣднихъ засѣданій Кіевскаго Техническаго Общества (25 ноября 1889 г.) В. А. Эрдели сдѣлалъ интересное сообщеніе объ электрическихъ часахъ, изобрѣтенныхъ и устроенныхъ въ Кіевѣ Н. П. Прохоровымъ. Они существенно отличаются отъ электрическихъ часовъ прежнихъ системъ, такъ какъ не требуютъ никакой гальванической батареи и основаны на принципѣ электромагнитныхъ машинъ.

Система г. Прохорова состоитъ изъ двухъ частей: „регулятора" и произвольнаго числа „повторителей". Регуляторъ представляетъ собою обыкновенные часы съ гирей или пружиной, къ механизму котораго прибавлена электро-магнитная машинка (съ катушкой Сименса), дающая періодически, черезъ всякую минуту, индуктированный токъ то того, то другого направленія. Токъ этотъ, направляясь по проводникамъ къ одному или ко многимъ повторителямъ, состоящимъ изъ обыкновенныхъ часовъ съ гирею, но безъ маятника, а только съ электромагнитнымъ анкеромъ, качаетъ этотъ анкеръ то въ ту, то въ другую сторону черезъ всякую минуту, и такимъ образомъ всѣ введенные въ цѣпь повторители будутъ въ точности указывать своими стрѣлками такое же время, какъ и регуляторъ.

Такая система безспорно имѣетъ многія преимущества, въ особенности въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ не такъ важна астрономическая точность времени, даваемаго часами, сколько тождественность показаній нѣкоторой серіи часовъ.

Замѣтимъ тутъ, что при такомъ присоединеніи электромагнитной машинки къ часовому механизму основного прибора—регулятора, намъ кажется очень трcaptured трнымъ регулировать вполнѣ точно его ходъ. По всей вѣроятности на практикѣ и не стоитъ особенно за этимъ гоняться, а проще будетъ провѣрять отъ времени до времени показанія регулятора и, по накопленіи ошибки, вводить поправку во всей системѣ въ цѣломъ числѣ минутъ. А такъ какъ всю серію часовъ г. Прохорова очень легко задержать на извѣстное число минутъ—для этого стоитъ только задержать ходъ регулятора—и очень неудобно подвигать впередъ на цѣлое число минутъ, то отсюда прямо слѣдуетъ, что на практикѣ удобнѣе придавать такой ходъ регулятору, чтобы онъ скорѣе спѣшилъ, чѣмъ отставалъ.

Во время засѣданія въ залѣ общества для демонстраціи системы г. Прохорова были въ дѣйствіи одинъ регуляторъ и два повторителя. Та же система изъ одного регулятора и четырехъ повторителей установлена, въ видѣ опыта, нѣсколько мѣсяцевъ тому назадъ въ зданіи управленія Юго-Западныхъ желѣзныхъ дорогъ. *Ш.*

## ЗАДАЧИ.

**№ 544.** Построить параллелограмъ возможно малаго периметра такъ, чтобы одна его вершина лежала на данной прямой, а двѣ смежныя съ нею вершины—въ двухъ данныхъ внѣ прямой точкахъ.

*Н. Черняковъ* (Иркутскъ).

**№ 545.** Показать, что если

$$x = by + cz + dt + \ldots$$
$$y = ax + cz + dt + \ldots$$
$$z = ax + by + dt + \ldots$$
$$t = ax + by + cz + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

то

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} + \frac{d}{d+1} + \ldots\ldots = 1.$$

*Ивановскій* (Дятлово).

**№ 546.** Найденъ осколокъ пушечнаго ядра съ частью его шаровой поверхности. Опредѣлить діаметръ ядра при помощи циркуля и линейки.

*А. Боговъ* (Харьковъ).

**№ 547.** Даны двѣ непересѣкающіяся окружности $C$ и $C_1$ и между ними прямая $MN$. Построить равносторонній треугольникъ такъ, чтобы его высота совпадала съ $MN$ и обѣ вершины при основаніи лежали на данныхъ окружностяхъ $C$ и $C_1$. *Н. Николаевъ* (Пенза).

**№ 548.** Рѣшить уравненія:

$$x + y + z = a$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + 2b^2$$
$$x^3 + y + z^3 = a^3.$$

*П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

**№ 549.** Доказать теорему: если перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ треугольника $ABC$ на стороны треугольника $A'B'C'$, пересѣкаются въ одной точкѣ, то и перпендикуляры, опущенные изъ вершинъ треугольника $A'B'C'$ на стороны треугольника $ABC$, также пересѣкаются въ одной точкѣ. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

**№ 550.** Даны двѣ точки $A$ и $B$ и отрѣзокъ прямой $CD$. Провести окружность черезъ точки $A$ и $B$, дѣлящую отрѣзокъ $CD$ гармонически.

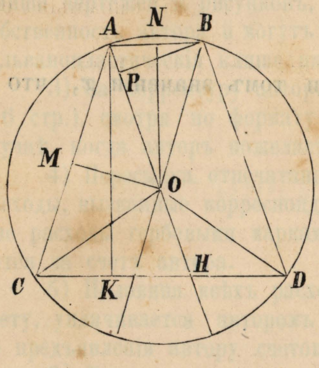
*А. Бобятинскій* (Барнаулъ).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 426**. Въ кругъ радіуса R вписана трапеція такъ, что прямыя, проведенныя изъ концовъ основанія параллельно бокамъ, проходятъ черезъ центръ. Опредѣлить площадь трапеціи и показать, что сдѣлается съ центральнымъ угломъ, опирающимся на нижнее основаніе, зная величину $a$ верхняго основанія.

Проведемъ $OM \perp AC$ (фиг. 27), $ON \perp AB$ и $BP \perp AO$. Изъ равныхъ $\triangle$-ковъ BPO и AMO имѣемъ $OM = BP$. Изъ $\triangle$-ка ABO находимъ, что

Фиг. 27.




$$BP = \frac{a}{2R}\sqrt{4R^2 - a^2}.$$

Потомъ изъ равнобедреннаго $\triangle$-ка AOC получимъ:

$$AC = \frac{2R^2 - a^2}{R}.$$

Подобные треугольники ACH и AOB даютъ отношеніе

$$AK : AC = ON : AO,$$

отсюда

$$AK = \frac{(2R^2 - a^2)\sqrt{4R^2 - a^2}}{2R^2}.$$

Зная AK, опредѣлимъ и CH; именно

$$CH = \frac{a}{R^2}(2R^2 - a^2).$$

Слѣдовательно основаніе трапеціи

$$CD = \frac{a}{R^2}(3R^2 - a^2).$$

Итакъ площадь ABCD трапеціи будетъ равна

$$\frac{a(4R^2 - a^2)(2R^2 - a^2)\sqrt{4R^2 - a^2}}{4R^4}.$$

Продолженія радіусовъ AO и BO дѣлятъ уголъ COD на три равныя части и каждая часть равна углу AOB, такъ что центральный уголъ, опирающійся на основаніе CD, втрое больше центральнаго угла, опирающагося на основаніе AB.

*Н. Николаевъ* (Пенза).

**№ 428**. Глазъ наблюдателя, смотрящій на вертикальный предметъ AB, двигается по горизонтальной линіи DC, которая пересѣкаетъ продолженное направленіе AB въ точкѣ C. Найти наивыгоднѣйшее положеніе для глаза, т. е. такую точку D, чтобы уголъ ADB былъ maximum; $AC = a$, $BC = b$.

Прежде всего замѣтимъ, что уголъ ADB, при всякомъ положеніи точки D будетъ острымъ, ибо онъ равенъ разности двухъ острыхъ угловъ ADC и BDC, слѣдовательно его maximum будетъ одновременно съ maximum'омъ его тангенса. Найдемъ выраженіе этого послѣдняго.

$$\operatorname{tg}ADB=\frac{\operatorname{tg}ADC-\operatorname{tg}BDC}{1+\operatorname{tg}ADC.\operatorname{tg}BDC};$$

такъ какъ $\operatorname{tg}ADC=\frac{a}{x}$ и $\operatorname{tg}BDC=\frac{b}{x}$, то

$$\operatorname{tg}ADB=\frac{(a-b)x}{x^2+ab}.$$

Maximum этого выраженія будетъ при томъ значеніи $x$, что и maximum выраженія

$$\frac{x}{x^2+ab}.$$

Пусть

$$\frac{x}{x^2+ab}=u,$$

тогда

$$x=\frac{1\pm\sqrt{(1+2u\sqrt{ab})(1-2u\sqrt{ab})}}{2u}.$$

Отсюда видимъ, что при дѣйствительномъ значеніи $x$, должно быть соблюдено условіе

$$1-2u\sqrt{ab}\geqq 0,$$

т. е.

$$u\leqq\frac{1}{2\sqrt{ab}},$$

другими словами, maximum $u$ равенъ $\frac{1}{2\sqrt{ab}}$, а это будетъ при $x=\sqrt{ab}$. Слѣдовательно и искомое значеніе $x$, опредѣляющее найвыгоднѣйшее положеніе глаза будетъ $\sqrt{ab}$. Положеніе это легко опредѣлить геометрически, такъ какъ выраженіе $\sqrt{ab}$ легко построить извѣстными пріемами.

*В. Э—нъ* (Москва), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *С. Блажко* (Москва), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *Я. Блюмбергъ* (Ревель). Ученики: 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Могил. г. (7) *Я. Э.*, Курск. г. (8) *В. Г.*

---

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 12 Декабря 1889 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

---