

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# ВѢСТНИКЪ

## ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

### ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 88.

VIII Сем.

15 Февраля 1890 г.

№ 4.

#### ЗАМѢТКА О ЦЕНТРОВѢЖНОЙ СИЛѢ.

Ученіе о центробѣжной силѣ принадлежитъ къ числу тѣмъ, надъ затемненіемъ понятій о которыхъ особенно потрудились составители учебниковъ и курсовъ физики, какъ отечественныхъ, такъ и иностранныхъ. Такого рода явленіе можно объяснить тѣмъ обстоятельствомъ, что еще до сихъ поръ существуетъ огромное число физиковъ, среди коихъ сохранились въ той или другой степени преемственно возрѣнія на задачи и цѣли физики, которыя господствовали въ тѣ отдаленныя времена возникновенія этой науки, когда Порта излагалъ описанія физическихъ опытовъ подъ заглавіемъ „*Magia naturalis*“ и Кирхеръ публиковалъ свои „*Ars magna lucis et umbrae*“, „*Magnes sive de arte magnetica*“ и т. п. Съ тѣхъ поръ ведется обычай, еще до настоящаго времени, при изложеніи физики упоминать объ основныхъ понятіяхъ механики только какъ-бы изъ вѣжливости, гдѣ нибудь въ началѣ, срединѣ или концѣ курса, и притомъ—въ особой, quasi-упрощенной формѣ, яко-бы болѣе доступной пониманію „физиковъ“. Такъ обучаютъ столяровъ и плотниковъ правильно обстругивать доски, вязать двери и окна, не вдаваясь въ объясненія основаній геометріи; такъ обучаютъ слесарей паять и лудить, не заставляя изучать основъ химіи, такъ конечно можно излагать и физику, если ограничить ея задачи рамками натуральной магіи. Но дѣйствительное развитіе физики, наперекоръ уцѣлѣвшимъ средне-вѣковымъ возрѣніямъ нѣкоторыхъ ея популяризаторовъ, идетъ совершенно иными путями, основываясь все болѣе и болѣе на механическихъ началахъ, приводя къ этимъ послѣднимъ обобщеніе и толкованіе результатовъ, добытыхъ путемъ опыта. Какъ химики давно покончили всякіе счеты съ алхиміею, астрономы—съ астрологіею, математики—съ каббалистикою, такъ и физики мало по малу начинаютъ отставать отъ бѣлой магіи.

Возвращаясь къ предмету настоящей замѣтки, посмотримъ прежде всего, насколько понятны разсужденія о центробѣжной силѣ въ ряду случайно выбранныхъ нами учебниковъ.

1) *Учебникъ Краевича*, § 83. „Если привяжемъ камень на нитку и станемъ вращать его около руки, то нитка натянется; увеличивая скорость камня, мы можемъ дойти до того, что нитка наконецъ оборвется“. До сихъ поръ все ясно и вѣрно; но далѣе объясненіе переходитъ уже на болѣе зыбкую почву: „Слѣдовательно при движеніи камня обнару-



живается какая то сила, стремящаяся удалить камень отъ руки". Если бы было сказано, что слѣдовательно обнаруживается сила, натягивающая веревку, то такое заключеніе было-бы строго логическимъ слѣдствіемъ приложенія закона причинности къ данному случаю; оставалось бы еще объяснить откуда эта сила берется; припоминая 3-й законъ Ньютона о томъ, что всякому дѣйствію есть равное противодѣйствіе, мы сказали-бы, что веревку тянетъ отъ руки камень, ибо сама веревка тоже тянетъ камень къ рукѣ. Въ предположеніи-же цитируемаго учебника о силѣ, стремящейся удалить камень отъ руки скрыто не доказанное утвержденіе, что веревка должна быть натянута силою, дѣйствующею не на веревку, а на камень, къ веревкѣ привязанный. Представимъ себѣ, что рука держитъ конецъ веревки, къ которой привязанъ висящій камень; тогда мы имѣемъ право сказать, что веревка натянута силою вѣса камня. Если мы затѣмъ дернемъ рукою за веревку кверху, то веревка въ моментъ дерганія натянется еще сильнѣе, даже можетъ оборваться, имѣемъ-ли мы право сказать, что веревка натянута сильнѣе потому, что на камень подѣйствовала къ низу новая сила, стремящаяся удалить его отъ руки, т. е. что вѣсъ камня какъ-бы увеличился? Очевидно нѣтъ, ибо мы не найдемъ источника этой новой силы. Прибавочное натяженіе подѣйствуетъ только на нить, источникомъ этой силы будетъ камень (не вѣсъ его), который натянетъ сильнѣе нить, потому что сама нить сильнѣе потянетъ за камень.

Посмотримъ теперь, какъ цитируемый учебникъ объясняетъ происхожденіе силы, стремящейся, по его мнѣнію, удалить вертящійся камень отъ руки.

„Это явленіе объясняется инерціею. Свободное тѣло, получивъ толчекъ отъ мгновенной силы, имѣетъ стремленіе двигаться по прямой линіи равномерно и оказываетъ сопротивленіе всякой причинѣ, которая стремится измѣнить такое движеніе“.

Шаткость и неточность приведеннаго разсужденія обусловливается тѣмъ обстоятельствомъ, что цитируемый учебникъ стремится объяснить сравнительно болѣе простое понятіе—дѣйствіе силы, понятіемъ болѣе сложнымъ или, пожалуй, неяснымъ—сопротивленіемъ тѣла силѣ.

Когда мы говоримъ, что на тѣло дѣйствуетъ сила, то, этими словами, описываемъ прежде всего такое явленіе, при которомъ измѣняется движеніе тѣла, т. е. перестаетъ быть однимъ и тѣмъ-же равномернымъ прямолинейнымъ. Если, наоборотъ, тѣло не измѣняетъ своего движенія, то мы говоримъ, что на него сила не дѣйствуетъ или дѣйствуютъ силы взаимно уравновѣшивающіяся (при чемъ, въ случаѣ послѣдняго утвержденія, подразумѣвается, кромѣ отсутствія измѣненія движенія, еще существованіе ряда возможныхъ предыдущихъ или послѣдующихъ явленій).

Теперь вопросъ: какое явленіе учебникъ описываетъ, говоря, что тѣло оказываетъ сопротивленіе всякой причинѣ, стремящейся измѣнить его движеніе? Оказывается, что учебникъ этими словами характеризуетъ заразъ два совершенно несходныя явленія. Съ одной стороны тутъ подразумѣвается то обстоятельство, что тѣло имѣетъ стремленіе двигаться равномерно и прямолинейно, т. е. проще: по прекращеніи дѣйствія силы перестанетъ мѣнять свою скорость по величинѣ и направленію. Съ другой стороны выходитъ, что если сказано: тѣло сопротивляется измѣне-



нію его движенія, то это значитъ, что на него дѣйствуетъ сила въ смыслѣ, обратному происходящему измѣненію движенія. Выходитъ, слѣдовательно, что, если тѣло, подѣ дѣйствіемъ нѣкоторой силы, все-таки стремится двигаться по инерціи, то это значитъ, что на него дѣйствуетъ еще кромѣ того нѣкоторая сила, противоположная данной, и если бы не было этой послѣдней то не было-бы и стремленія двигаться по инерціи. Такимъ образомъ свойство инерціи является обусловленнымъ существованіемъ нѣкоторой, посторонней тѣлу, причины.

Приведенная выше путаница понятій происходитъ вообще отъ того, что въ „физикѣ“, разрабатываемой учебниками, допускаются приемы изложенія, признаваемые абсолютно невозможными въ другихъ дисциплинахъ. Никому въ голову не придетъ допустить возможность смѣшенія, при изложеніи геометріи, понятій о перпендикулярныхъ линіяхъ и наклонныхъ, о параллельныхъ и пересѣкающихся, о линіи и объемѣ или о точкѣ и объемѣ и т. п. Точно также при изложеніи алгебры, сложные и тонкія понятія объ отрицательныхъ, ирраціональныхъ, мнимыхъ количествахъ признано необходимымъ опредѣлять строго, однообразно и не разсматривать ихъ, какъ затрудняющую преподаваніе роскошь, о которой позволительно говорить только въ концѣ курса. Въ „физикѣ“ же считается возможнымъ на каждомъ шагѣ употреблять слова: сила, сопротивленіе, работа, энергія и т. п., связывая съ этими словами самыя неопредѣленныя и расплывающіяся понятія.

Такое смѣшеніе понятій, по нашему убѣжденію, не можетъ быть поставлено въ вину отдѣльно тому или другому автору учебника, ибо причины его коренятся въ томъ общемъ вѣяніи, господство котораго начинается теперь устраняться мало по малу и не безъ затрудненій, но которое въ недалекомъ прошломъ царило безконтрольно надъ умами адептовъ физики, находя себѣ поддержку даже въ средѣ авторитетовъ.

Возвращаясь опять на минуту къ выше цитированному учебнику, мы замѣчаемъ тамъ еще одну странность при изложеніи ученія о центробѣжной силѣ: умолчаніе о силѣ центростремительной. Невольно при этомъ вспоминается другая книга, которая вѣчно будетъ свидѣтельствовать человѣку, до какой вдохновенной высоты можетъ подняться его духъ. Мы говоримъ о „Principia“ Ньютона. Въ этой книгѣ много говорится о центростремительной силѣ; но о центробѣжной силѣ не упоминается. Не сохранились-ли причины такого умолчанія и до настоящаго времени? Ниже мы вернемся къ этому вопросу.

Въ § 452 цитируемаго учебника снова говорится о центробѣжной силѣ; тамъ считается уже своевременнымъ упомянуть о силѣ центростремительной, которая какъ будто-бы существуетъ только въ томъ случаѣ, когда свободное тѣло вращается около даннаго центра подѣ дѣйствіемъ притяженія этого послѣдняго. Свободное состояніе тѣла, по словамъ учебника, является причиною того, что величины взаимно противоположныхъ центробѣжной и центростремительной силъ равны другъ другу; въ противномъ-де случаѣ тѣло или приблизилось-бы къ центру или отъ него удалилось-бы. Выходитъ, стало быть, что для движенія тѣла по кругу необходимо дѣйствіе на него двухъ взаимно уравнивающихъ силъ, т. е. такихъ, которыя по условію не могутъ измѣнять прямолинейнаго равномернаго движенія. Другими словами учебникъ приводитъ читателя



къ тому убѣжденію, что тѣло, не находящееся подъ дѣйствіемъ силъ или находящееся подъ дѣйствіемъ взаимно уравновѣшивающихся силъ, должно двигаться или по прямой, или по кругу.

2) Учебникъ *Малинина и Буренина*. Въ § 76 дается сперва правильное понятіе о центростремительной силѣ; затѣмъ разсматривается примѣръ камня, привязаннаго къ веревкѣ и вращаемаго вокругъ руки, держащей другой конецъ веревки; источникъ центростремительной силы правильно указанъ въ нити которая тянетъ камень къ центру. Наконецъ учебникъ переходитъ къ центробѣжной силѣ въ такихъ выраженіяхъ: „Но по закону дѣйствія равнаго противодѣйствію, камень стремится удалиться отъ центра, и это усиліе, наз. центробѣжною силою, производитъ натяженіе нити“. Затѣмъ объясняется, что, съ прекращеніемъ дѣйствія центростремительной силы, исчезаетъ также центробѣжная сила, и тѣло движется по инерціи; т. е. выходитъ, что случаи отсутствія приложенной силы и присутствія двухъ приложенныхъ равныхъ и взаимно противоположныхъ силъ обуславливаютъ различныя движенія: первый случай соотвѣтствуетъ какъ будто равномерно-прямолинейному движенію, а второй равномерно-круговому.

Учебникъ объясняетъ, какъ мы видимъ изъ вышеприведенной цитаты, существованіе центробѣжной силы, какъ слѣдствіе закона равенства дѣйствія и противодѣйствія, не упомянувъ предварительно нигдѣ о томъ, какому именно ряду явленій упомянутый законъ соотвѣтствуетъ, т. е. въ чемъ онъ состоитъ, что должно подразумѣвать подъ словомъ дѣйствіе и что такое противодѣйствіе. Но очевидно, что авторы учебника имѣли совершенно неправильное представленіе объ упомянутомъ законѣ, ибо ихъ объясненія изъ этого закона существованія у тѣла какого-то усилія удаляться отъ центра приводятъ къ нелѣпости.

Фальшивое представленіе авторовъ цитируемаго учебника о дѣйствіи и противодѣйствіи не представляетъ собою ихъ спеціальнаго заблужденія, но проводится, какъ мы увидимъ ниже, и въ другихъ, весьма солидныхъ, курсахъ физики, являясь слѣдствіемъ вышеупомянутаго непростительнаго обычая неряшливо относиться къ основнымъ понятіямъ механики, составляющимъ сущность объясненія всякихъ наблюдаемыхъ физическихъ явленій. Въ данномъ случаѣ происходитъ смѣшеніе понятій объ *инерціи, сопротивленіи и противодѣйствіи*.

Рискуя очутиться на очень скользкомъ пути мышленія, можно разсматривать свойство инерціи, какъ способность тѣла противиться дѣйствію силы, затруднять результаты приложенія этой послѣдней къ тѣлу. Такъ дѣлалъ и Ньютонъ, излагая свое „третье опредѣленіе“ (Definitio III). Но на упомянутомъ пути нужно наблюдать крайнюю осторожность, чтобы не сойти на совершенно ложную дорогу. Такую осторожность и наблюдалъ Ньютонъ, объясняя смыслъ своего третьяго опредѣленія; составители-же учебниковъ представили примѣръ, какъ легко отъ неясно понятаго утвержденія прійти къ завѣдомымъ нелѣпостямъ.

Нужно помнить, что тѣло, по свойству инерціи, въ томъ смыслѣ затрудняетъ дѣйствіе силы, что одна и таже сила производитъ при ея дѣйствіи на разныя тѣла, разныя послѣдствія, сообщая этимъ тѣламъ разныя ускоренія. Слѣдовательно выходитъ, какъ будто одному тѣлу легче сообщить одною и тою-же силою данное ускореніе, а другому труднѣе.



Если-бы масса тѣла, при дѣйствіи на него одной и той-же силы, увеличилась, то результатъ дѣйствія силы, т. е. сообщенное ею ускореніе, уменьшилось-бы; произошло-бы такое-же явленіе, какъ будто-бы, при одной и той-же массѣ разматриваемаго тѣла, уменьшилась дѣйствующая на него сила или, къ прежде дѣйствовавшей силѣ, прибавилась нѣкоторая новая, ей противоположная.

Хотя-же учебники, въ противность вышеизложенному, представляютъ инертное сопротивленіе тѣла дѣйствію силы, какъ явленіе одинакое съ сопротивленіемъ, напримѣръ, тренія, упругости и т. п., когда къ дѣйствующей на тѣло силѣ дѣйствительно прилагается другая, ей противоположная. Въ дѣйствительномъ существованіи такихъ силъ мы убѣждаемся тѣмъ, что можемъ наблюдать ихъ дѣйствіе въ отсутствіи приложенныхъ силъ, вызвавшихъ сопротивленія: такъ тѣло, которому сообщена приложенной силой нѣкоторая скорость треніемъ останавливается, упругими сопротивленіями не только останавливается, но и получаетъ отъ нихъ обратное движеніе.

Приложенная сила сопротивленіями какъ-бы измѣняется, и для ея уравновѣшиванія потребны другія силы, нежели въ случаѣ отсутствія сопротивленій или измѣненія ихъ величины. То сопротивленіе, которое мы связываемъ съ понятіемъ объ инерціи, не имѣетъ никакого вліянія на условія равновѣсія приложенныхъ силъ, и обуславливаетъ только результатъ дѣйствія данной силы, не измѣняя ея величины. Такъ какъ, слѣдовательно, двоякій смыслъ, придаваемый слову „сопротивленіе“ въ описанныхъ выше явленіяхъ, можетъ повести къ смѣшенію понятій, то и является болѣе предпочтительнымъ правило характеризовать упомянутымъ словомъ только силы, дѣйствительно существующія и имѣющія вліяніе на уменьшеніе ускоренія, сообщаемаго другимъ данными силами въ отсутствіи первыхъ.

Въ разбираемомъ нами случаѣ вращающагося на веревкѣ камня мы имѣемъ право только сказать, что веревка натянута такъ, какъ будто-бы за камень тянула прочь отъ руки нѣкоторая сила. Но предположеніемъ о дѣйствительномъ существованіи такой силы, рядомъ съ центростремительною, мы не могли-бы объяснить возможность другой части явленія, т. е. самаго вращенія камня, который при дѣйствіи двухъ равныхъ и противоположныхъ силъ долженъ-бы былъ двигаться прямолинейно.

Теперь перейдемъ къ понятіямъ, связаннымъ со словами „противодѣйствіе“ и „сопротивленіе“. Хотя въ обыкновенной рѣчи оба приведенныя слова и имѣютъ почти одинакій смыслъ, въ механикѣ тѣмъ не менѣе они связаны съ двумя различными понятіями. Законъ равенства дѣйствія и противодѣйствія совсѣмъ не влечетъ за собою заключенія о необходимости равенства дѣйствія и сопротивленія. Упомянутый законъ (Lex III), установленный Ньютономъ, формулируется этимъ послѣднимъ въ слѣдующихъ выраженіяхъ:

„Дѣйствію есть всегда равное и прямо противоположное противодѣйствіе, или: дѣйствія двухъ тѣлъ другъ на друга всегда взаимно равны и прямо противоположны“.

Вышеприведенныя слова никакъ очевидно не могутъ быть истолкованы въ томъ смыслѣ, что дѣйствіе и его противодѣйствіе приложены



къ одному и тому-же тѣлу. Если дѣйствіе состоитъ, на примѣръ, въ томъ, что веревка тянетъ камень, то, по Ньютону, противодѣйствіе должно состоять въ томъ, что камень самъ тянетъ веревку. Если-бы камень не тянулъ веревку, то мы не имѣли-бы права утверждать, что веревка тянетъ за камень.

Комментируя болѣе пространно Третій Законъ, мы останавливаемся на слѣдующихъ заключеніяхъ. Первая половина этого закона указываетъ на то, что, коль скоро мы наблюдаемъ дѣйствіе силы на какое нибудь тѣло, т. е. замѣчаемъ измѣненіе движенія этого послѣдняго, то мы найдемъ также нѣкоторое другое тѣло, на которое дѣйствуетъ сила, равная и прямо противоположная наблюдаемой въ первомъ явленіи. Вторая половина закона, поясняетъ, что найденное второе тѣло въ указанномъ случаѣ признается нами дѣйствующимъ на первое, т. е. представляетъ собою источникъ наблюдаемаго дѣйствія, само-же первое тѣло будетъ тогда источникомъ противодѣйствія.

Итакъ, наблюдаемое измѣненіе движенія тѣла влечетъ за собою, по Первому Закону Ньютона, представленіе о внѣшней причинѣ (силѣ или дѣйствіи) производящей это измѣненіе. Затѣмъ возникаетъ вопросъ: какая это сила? Второй Законъ объясняетъ, что эта сила направлена также, какъ наблюдаемое ускореніе и по величинѣ равна произведенію изъ массы тѣла и его ускоренія. Наконецъ Третій Законъ даетъ отвѣтъ на третій вопросъ: откуда берется наблюдаемая сила? По смыслу этого закона, мы заключаемъ, что если на тѣло дѣйствуетъ сила, то это значитъ, что на упомянутое тѣло дѣйствуетъ другое тѣло, и именно—то самое, на которое данное оказываетъ равное и противоположное дѣйствію противодѣйствіе. Чтобы найти источникъ силы, стало быть, нужно искать такое тѣло, которое было-бы подвержено само дѣйствію силы обратной и равной наблюдаемой. Положимъ для примѣра, что мы видимъ камень движущійся равномерно по кругу. Разбирая геометрическія свойства этого движенія, мы видимъ, что оно состоитъ изъ ряда послѣдовательныхъ равномерныхъ движеній, по разнымъ направленіямъ, которыя непрерывно мѣняются. Ускореніе при этомъ направлено къ центру круга. Мы заключаемъ, что нѣкоторое другое тѣло должно или тянуть камень къ центру, или его толкать отъ себя по упомянутому направленію. Какое-же это тѣло? То, за которое самъ камень тянетъ прочь отъ центра, какъ, на примѣръ, натянутая веревка, или соответственно то, которое камнемъ толкается прочь отъ центра, какъ на примѣръ, въ другомъ случаѣ—рука, взявшая камень и обводящая его по кругу.

Возвращаясь опять къ учебнику Малинина и Буренина, не можемъ не замѣтить, что въ немъ встрѣчаются еще только ему свойственныя искаженія понятій, не имѣющія мѣста въ другихъ учебникахъ. Такъ на примѣръ, въ § 21 находимъ, что „массою тѣла называется сумма всѣхъ его частицъ“; въ § 262 между прочимъ объясняется, что законъ Мариотта состоитъ въ пропорціональности упругости давленію, и т. п.

3) *Lehrbuch der Physik bearbeitet von Professor Dr. Paul Reis, Gymnasiallehrer in Mainz. Leipzig 1878.*

Въ этомъ учебникѣ параграфъ 46, трактующій о центробѣжной силѣ открывается слѣдующимъ неожиданнымъ и совершенно непонятнымъ утвержденіемъ:



„Если какое либо тѣло движется по прямой линіи, то сила, съ которою оно по этой линіи идетъ, равняется живой силѣ этого тѣла“. Приведенное дикое положеніе тѣмъ болѣе кажется страннымъ, что на предыдущихъ страницахъ учебника дается довольно правильное понятіе о силѣ, работѣ, живой силѣ, и т. п., хотя эти понятія и затуманены кое гдѣ трансцендентальными объясненіями составителя учебника. Затѣмъ въ томъ-же § 46 цитируемаго учебника говорится о стремленіи (Bestreben) тѣла двигаться по прямой линіи, когда оно, вслѣдствіи какого-либо принужденія (Zwang) должно отклоняться отъ прямой. Доказывается это тѣмъ, что, съ устраненіемъ вышесказаннаго принужденія тѣло продолжаетъ двигаться по прямой, Непосредственно вслѣдъ за этимъ объясненіемъ стоятъ такія слова:

„Эта тангенціальная сила“ (какая „эта“—не было прежде разъяснено ни малѣйшимъ намекомъ) „тѣла пропорціональна давленію живой силы (?), ибо она есть ничто иное, какъ стремленіе тѣла идти, слѣдуя закону инерціи, даѣе по прямой линіи. Если же тѣло, съ прекращеніемъ существовавшаго принужденія, продолжаетъ даѣе двигаться по касательной прямолинейно, то оно удаляется отъ своего кривого пути, и, если этотъ послѣдній былъ кругомъ, то—отъ центра круга; слѣдовательно, въ тѣлѣ существуетъ уже напередъ стремленіе удалиться отъ своего пути, отъ центра круга; посему въ направленіи отъ центра къ окружности производится давленіе на путь (ein Druck gegen die Bahn), которое называется центробѣжною силою тѣла“.

Въ приведенныхъ строчкахъ, кромѣ искаженій, знакомыхъ читателю уже изъ прежнихъ нашихъ объясненій, являются еще какое-то *давленіе на путь*, которое совершенно однозначно съ толщиною прямой линіи или съ объемомъ точки. Здѣсь, очевидно, передъ авторомъ мелькало смутное представленіе о давленіи тѣла на связи, заставляющія его идти по данному кривому пути, какъ, напримѣръ, въ случаѣ круглаго жолоба, по которому катится тѣло и на стѣнки котораго оно обнаруживаетъ давленіе. Отъ этого частнаго случая явилось недопустимое обобщеніе о давленіи на путь, т. е. на геометрическое мѣсто.

4) *Курсъ физики Гано*, французскій подлинникъ 1862 г.

Въ этомъ учебникѣ совсѣмъ не объясняется, что такое центробѣжная сила; но о ней упоминается въ § 56, при объясненіи измѣненія вѣса тѣлъ при земной поверхности, въ слѣдующихъ выраженіяхъ:

„Третья причина, которая измѣняетъ напряженіе тяжести, есть центробѣжная сила. Такъ называется сила, возникающая при круговомъ движеніи и вслѣдствіи которой массы, обладающія этимъ движеніемъ, стремятся удалиться отъ оси вращенія“.

Трудно согласиться съ тѣмъ, что послѣ подобнаго объясненія, причины измѣненія вѣса тѣлъ представляются уму читателя въ болѣе ясномъ видѣ, нежели въ томъ случаѣ, когда про нихъ было-бы умолчано, а былъ-бы изложенъ только одинъ наблюдаемый фактъ уменьшенія вѣса.

5) *Lehrbuch der Experimentalphysik, bearbeitet von Dr. A. Wüllner. 1874.*

Въ § 35 этого обширнаго курса дается совершенно правильное понятіе о центробѣжной силѣ, какъ о противодѣйствіи (въ смыслѣ Ньютона)



по отношенію къ центростремительной силѣ; объясняется, что центростремительная сила есть дѣйствіе одного тѣла на другое по направленію къ центру пути, а центробѣжная сила—есть обратное дѣйствіе второго тѣла на первое, по направленію отъ центра.

Однако при дальнѣйшихъ объясненіяхъ явленій, связанныхъ съ понятіемъ о центробѣжной силѣ, учебникъ не удерживается на прежней своей правильной точкѣ зрѣнія и сбивается въ сторону шаблонныхъ курсовъ. Именно, въ § 42, при объясненіи измѣненія ускоренія вѣса на разныхъ мѣстахъ земной поверхности проводится такое воззрѣніе, что „центробѣжная сила являющаяся при вращательномъ движеніи земли стремится всѣ точки этой послѣдней удалить отъ нея“. О неопредѣленности такого рода воззрѣнія и о его несомѣстимости съ основными понятіями о силѣ мы уже имѣли случай говорить выше.

6) *Cours de physique de l'école polytechnique par M. J. Jamin. 1858. Tome premier.*

Изложеніе идетъ въ такомъ порядкѣ: лекція пятая, дѣйствіе и противоѣйствіе; параграфы: ударъ тѣлъ, сила инерціи.

Такимъ образомъ, съ точки зрѣнія учебника, дѣйствіе и противоѣйствіе проявляются при ударѣ тѣлъ и при дѣйствіи нѣкоторой силы инерціи; на этой послѣдней мы и остановимся:

„Каждый разъ, какъ къ тѣлу прилагается нѣкоторая сила черезъ посредство нити, оно получаетъ равномерное ускоренное движеніе, и опытъ показываетъ, что нить испытываетъ постоянное натяженіе \*); это обстоятельство доказываетъ, что нить ежесекундно подвержена дѣйствію двухъ равныхъ силъ: одна сила приложена къ концу нити, противоположному тѣлу, и производитъ движеніе; другая сила дѣйствуетъ на другой конецъ нити. Эта послѣдняя есть противоѣйствіе тѣла; она называется силою инерціи и можетъ быть объяснена нижеслѣдующими разсужденіями“. Затѣмъ слѣдуютъ разсужденія о передачѣ натяженія отъ одной части нити къ другой, и замѣчаніе, что понятіе о силѣ инерціи прилагается къ изученію криволинейнаго движенія.

Вышеприведенное изложеніе болѣе или менѣе точно. Нужно только замѣтить, что рѣчь должна бы была идти не о силѣ, производящей движеніе, а о силѣ, измѣняющей движеніе, и что силою инерціи тутъ названо дѣйствительно существующее противоѣйствіе, а не фиктивная сила, которая обыкновенно, согласно съ Ньютономъ, подразумѣвается подъ этимъ названіемъ. Кромѣ того не высказано съ достаточною точностью,

\*) Строго говоря, значенію означеннаго опыта придана, въ цитируемомъ мѣстѣ учебника, не совсѣмъ правильная окраска. Изъ упомянутаго опыта мы заключаемъ не то, что, при дѣйствіи на тѣло силы чрезъ посредство нити, эта послѣдняя натягивается; но, видя нить натянутаю, мы только поэтому имѣемъ право сказать (на основаніи Третьяго Закона), что сила дѣйствуетъ на тѣло чрезъ посредство нити. Подобнымъ-же образомъ, напримѣръ, условившись называть вѣсомъ силу, обуславливающую свободное паденіе тѣла, мы не имѣли-бы права ссылаться, будто изъ опыта видно, что тѣла отъ дѣйствія вѣса падаютъ. Вслѣдствіе такого-же смѣшенія понятій въ иныхъ учебникахъ объясняется что съ помощію Атвудовой машины можно доказать пропорціональность силы массѣ и ускоренію, о чемъ мы поговоримъ когда нибудь въ особой замѣткѣ.



что въ данномъ случаѣ тѣло тянетъ за нить, а нить за тѣло, и что понятіе о дѣйствіи и противодѣйствіи является только тогда, когда говорится объ источникѣ силы, т. е. о дѣйствіи тѣлъ другъ на друга, но не о дѣйствіи силы на тѣло.

Замѣченная выше нѣкоторая шаткость въ постановкѣ опредѣленій ведетъ уже къ завѣдомо фальшивому утвержденію высказываемому, въ разсматриваемомъ параграфѣ, по поводу центробѣжной силы. Разсуждая о круговомъ движеніи тѣла, привязаннаго къ нити, авторъ, опредѣливши величину центростремительной, силы говорить далѣе:

„Отсюда слѣдуетъ, что во время движенія нить будетъ тянуть за тѣло къ центру съ силою  $\frac{mv^2}{R}$ , и что это тѣло будетъ производить равное и противоположное противодѣйствіе, которое его удалило-бы отъ центра“.

Отмѣченное курсивомъ выраженіе представляетъ собою совершенно неожиданное заключеніе, никакимъ образомъ не вытекающее изъ строгаго смысла того, что было сказано въ предыдущихъ строкахъ цитируемаго мѣста; но желаніе автора сдѣлать подобное заключеніе объясняетъ отмѣченную выше его нерѣшительность въ постановкѣ строгихъ и вполне ясныхъ понятій о дѣйствіи и противодѣйствіи. Самое-же стремленіе автора къ упомянутому заключенію можетъ быть объяснено внутреннимъ нежеланіемъ мириться съ существованіемъ дѣйствія и противодѣйствія; съ одной стороны авторъ признаетъ, что если нить тянетъ за камень, то и камень тянетъ за нить; но съ другой стороны онъ не хочетъ допустить, что камень тянетъ за нить только потому, что самъ тянется нитью; а представляетъ себѣ ходъ явленія такъ, что за камень должна еще тянуть нѣкоторая сила прочь отъ нити, обуславливая натяженіе этой послѣдней. Мы уже имѣли случай выше объяснять, что камень можетъ натягивать нить двояко: или будучи, такъ сказать, посредникомъ дѣйствія силы изъ иного источника, какъ напримѣръ, когда нить натягивается вѣсомъ камня; или самъ камень будетъ источникомъ силы въ смыслѣ противодѣйствія, какъ въ случаѣ, когда вѣсъ его уравновѣшенъ и какое либо тѣло, тянущее за него или толкающее сообщаетъ ему новую скорость; въ этомъ послѣднемъ случаѣ самъ камень обратно тянетъ, но не оттягивается; обратно толкаетъ, но не приталкивается.

Когда солнце тянетъ землю, то оно не имѣетъ стремленія удалиться отъ земли, а напротивъ землею къ ней притягивается; точно также, когда одинъ наэлектризованный шарикъ отталкиваетъ отъ себя другой, одноименно наэлектризованный, то онъ не имѣетъ стремленія къ нему подойти ближе, а напротивъ самъ испытываетъ отталкиваніе. Это для насъ совершенно ясно. Но стоитъ намъ тѣ же притяженія или отталкиванія предоставить себѣ производимыми черезъ посредство промежуточныхъ связей, въ видѣ веревки, негибкой нити, какой либо вообще среды, какъ тотчасъ же отъ насъ ускользаетъ представленіе о прежнемъ источникѣ силы, и мы стараемся безъ достаточнаго основанія перенести его въ другое тѣло, говоря, что теперь тянетъ черезъ посредство связей не прежнее тѣло, но нѣкоторое другое, дѣйствующее на связи черезъ посредство прежняго тѣла. Замѣчая фактъ, что человѣкъ, который тянетъ за веревку прикрѣпленную къ неподвижной стѣнѣ, и который,



несомнѣнно эту, веревкою самъ тянется къ стѣнѣ, долженъ въ тоже самое время стараться отойти отъ стѣны, чтобы натянуть веревку, мы одухотворяемъ камень и приписываемъ ему тоже стремление, какъ въ прежнемъ случаѣ—человѣку.

7) *Cours de Physique de l'école polytechnique par M. J. Jamin et M. Bouly. 1881. Томъ I глава I, параграфъ: Effets attribués à la force centrifuge.*

„Когда матеріальная точка описываетъ кругъ, двигаясь по немъ равномерно или нѣтъ, тогда нормальная составляющая дѣйствующей на точку силы носить названіе центростремительной силы. Ея дѣйствіе состоитъ только въ непрерывномъ измѣненіи направленія движенія безъ вліянія на величину его скорости: поэтому можно отвлечься отъ этой силы и разыскивать ту скорость прямолинейнаго движенія, которою тѣло обладало-бы, если-бы упомянутой силы не было. Для этого достаточно прибавить къ дѣйствующимъ силамъ нѣкоторую воображаемую силу, равную и прямо противоположную центростремительной: такая сила есть центробѣжная“.

Въ приведенномъ отрывкѣ нѣтъ никакой несообразности и центробѣжною силою обозначена нѣкоторая фиктивная сила, въ самомъ дѣлѣ не существующая, дѣйствіе которой выпримило-бы кривой путь тѣла. Однако во второй главѣ того-же руководства въ параграфъ обо измѣненіи  $g$  съ широтою мѣста, утверждается, что отъ вращенія земли вокругъ оси на каждое тѣло при земной поверхности дѣйствуетъ центробѣжная сила, уменьшающая его вѣсъ. Очевидно здѣсь подразумѣвается уже не та центробѣжная сила, о которой говорилось въ приведенной цитатѣ.

8) *Cours de physique par H. Pellat. 1883. Томъ первый, книга II, глава III, § 13.*

„Существуютъ двѣ причины, принимающія участіе въ томъ, чтобы дѣлать тяжесть большею по мѣрѣ увеличенія широты мѣста. Первая изъ нихъ есть сплюсненіе земли у полюсовъ. Тѣла на земной поверхности находятся въ меньшемъ разстояніи отъ центра земли при полюсѣ, нежели при экваторѣ, и потому, согласно съ законами всемірнаго тяготѣнія, они должны въ первомъ случаѣ быть сильнѣе притягиваемы, нежели во второмъ“.

Хотя только что цитированное мѣсто не затрогиваетъ непосредственно предметъ настоящей замѣтки, но мы не можемъ на немъ не остановиться, чтобы снова указать на предосудительный обычай физиковъ повторять общія мѣста, не вникая въ смыслъ сказаннаго.

Легко доказать, съ помощію самыхъ элементарныхъ приѣмовъ, что однородный матеріальный шаръ притягиваетъ матеріальную точку, внѣ его поверхности такъ, какъ будто-бы вся масса шара принадлежала его центру. Отсюда заключеніе, что чѣмъ ближе къ центру будетъ притягиваемая внѣшняя точка, тѣмъ сильнѣе она будетъ притягиваться. Но отсюда еще никакъ не слѣдуетъ, что всякое другое тѣло, имѣющее форму, отличную отъ шара, будетъ притягивать внѣшнюю точку такъ, какъ притягиваетъ ее шаръ, т. е. какъ-бы центромъ. Сфероидъ дѣйствительно притягиваетъ внѣшнюю точку сильнѣе при полюсѣ, нежели при экваторѣ; но это обстоятельство никакъ нельзя-бы было заранѣе предсказать, основываясь на большей близости центра сфероида къ полю-



самъ, ибо равнодѣйствующая притяженія всѣхъ частей сфероида не всегда проходитъ черезъ его центръ.

Теперь будемъ продолжать цитату.

„Во вторыхъ, при вращеніи земли около своей оси, центробѣжная сила, значительная при экваторѣ, уменьшается съ увеличеніемъ широты и дѣлается нулемъ на полюсѣ. Такимъ образомъ, при экваторѣ центробѣжная сила прямо противоположна земному притяженію, и вѣсь, будучи результирующею силою обѣихъ вышеупомянутыхъ, равняется ихъ разности“. И т. д.

Чтобы указать связь между центробѣжною силою и вѣсомъ тѣла, авторъ дѣлаетъ слѣдующее подстрочное примѣчаніе:

„Когда какое-либо тѣло входитъ въ составъ системы, вращающейся около нѣкоторой оси, относительное равновѣсіе этого тѣла, по отношенію къ другимъ движущимся частямъ системы, обуславливаетъ ту же самую зависимость между дѣйствующими на тѣло силами, какъ въ томъ случаѣ, когда система была-бы въ покоѣ и къ упомянутымъ выше силамъ была бы прибавлена еще нѣкоторая воображаемая сила, равная

$\frac{mv^2}{r}$  (гдѣ  $m$  обозначаемъ массу тѣла,  $v$ —его скорость и  $r$ —разстояніе

отъ оси вращенія), перпендикулярная къ оси вращенія, и направленная такъ, чтобы удалить тѣло отъ этой оси. Такой фиктивной силѣ даютъ названіе силы центробѣжной.“

Приведенная цитата даетъ совершенно ясное и правильное понятіе о томъ, какая центробѣжная сила и въ какомъ смыслѣ можетъ считаться приложенною къ вращаемому тѣлу и когда эта сила стремится удалить тѣло отъ центра. Такой силы въ дѣйствительности нѣтъ; но ее нужно себѣ вообразить, если представить, что вращеніе прекратилось, а относительное движеніе или равновѣсіе разсматриваемыхъ тѣлъ осталось тоже самое, какое было при ихъ вращеніи.

Такимъ образомъ въ цитируемомъ курсѣ физики мы находимъ опредѣленіе центробѣжной силы безъ неизбѣжныхъ противорѣчивыхъ послѣдствій. Слѣдовало-бы еще тамъ-же выяснить то обстоятельство, что наблюдаемый вѣсь тѣла представляетъ собою только нѣкоторую часть существующей силы земного притяженія, и при томъ—на разныхъ широтахъ разную.

**Заключеніе.** Если-бы мы теперь пожелали, на основаніи вышеприведенныхъ разъясненій къ цитатамъ изъ различныхъ учебниковъ, составить себѣ опредѣленное понятіе о центробѣжной силѣ, то пришли-бы къ нижеслѣдующему выводу.

Съ терминомъ центробѣжная сила связываются два понятія, отличныя другъ отъ друга. Такъ называется или дѣйствительно существующая сила, представляющая собою противодѣйствіе (въ Ньютонскомъ смыслѣ) по отношенію къ центростремительной силѣ, или такъ-же называется нѣкоторая не существующая сила, которая должна-бы была дѣйствовать, если-бы наблюдаемое относительное движеніе, отвлеченное отъ существующаго вращенія, сдѣлалось-бы абсолютнымъ съ прекращеніемъ упомянутаго вращенія.

Такимъ образомъ должно, собственно говоря, отличать двѣ центробѣжныя силы: одну—дѣйствительную и другую—фиктивную; первую можно



назвать *центробѣжною силою абсолютнаго движенія*, а вторую—*центробѣжною силою относительнаго движенія*.—Обѣ центробѣжныя силы могутъ быть разскаиваемы въ одномъ и томъ-же данномъ движеніи, ибо его всегда можно разлагать на абсолютное и относительное.

*Центробѣжная сила абсолютнаго движенія*, какъ было неоднократно объяснено выше, есть противодѣйствіе по отношенію къ центростремительной силѣ, направленное отъ центра къ окружности и приложенное къ тѣлу, служащему источникомъ центростремительной силы. Въ примѣрѣ камня, вращаемаго, рукою черезъ посредство нити, по кругу, центробѣжная сила дѣйствуетъ черезъ посредство нити на руку, которая представляется источникомъ центростремительной силы, дѣйствующей черезъ нить на камень. Вообще, если какія либо связи измѣняютъ направление движенія тѣла, въ смыслъ приближенія тѣла къ центру нѣкотораго круга, то дѣйствіе связей на тѣло будетъ представлять собою нѣкоторую центростремительную силу, и необходимо при этомъ существующее дѣйствіе тѣла на связи—силу центробѣжную.

Не для всякой данной центростремительной силы найдется такое противодѣйствіе, которое было-бы направлено отъ центра къ окружности; поэтому не для всякой данной центростремительной силы можно подыскать центробѣжную силу абсолютнаго движенія.

*Первый примѣръ.* Представимъ себѣ два взаимнопритягивающіяся свободныя тѣла А и В, которые вращаются около ихъ общаго центра инерціи. Въ этомъ случаѣ мы найдемъ равныя и прямо противоположныя силы дѣйствія и противодѣйствія; но ни одна изъ этихъ силъ не можетъ быть названа центробѣжною, ибо обѣ силы будутъ направлены къ центру, и будутъ центростремительными для тѣлъ, къ которымъ они прилагаются.

*Второй примѣръ.* Центростремительная сила можетъ быть результатомъ дѣйствія на вращающееся тѣло нѣсколькихъ другихъ тѣлъ. Въ такомъ случаѣ мы найдемъ не противодѣйствіе одной центростремительной силѣ, но противодѣйствія ея составляющимъ, которыхъ будетъ столько, сколько есть дѣйствующихъ тѣлъ; ни одно изъ этихъ найденныхъ противодѣйствій конечно не можетъ считаться центробѣжною силою; складываться-же въ одну силу, понятно, они не могутъ, ибо приложены къ разнымъ тѣламъ.

*Третій примѣръ.* Данная центростремительная сила можетъ представлять собою только одну изъ составляющихъ силы, обусловленной однимъ существующимъ источникомъ. Такъ, центростремительная сила, обуславливающая вращеніе тѣлъ при земной поверхности около земной оси, есть только часть земнаго притяженія, дѣйствующаго на упомянутыя тѣла. Земное притяженіе направлено къ земному центру; его-же слагающая, играющая роль центростремительной силы, направлена перпендикулярно къ оси вращенія и вообще не совпадаетъ съ радіусомъ земнаго шара. Точно также, при круговомъ движеніи коническаго маятника или центробѣжнаго регулятора, роль центростремительной силы играетъ только одна изъ слагающихъ силы вѣса маятника, направленная горизонтально, при чемъ другая слагающая направляется вдоль по связямъ, удерживающимъ маятникъ при точкѣ привѣса и уравнивающимъ эту слагающую. Если такимъ образомъ данное тѣло находится



подъ дѣйствіемъ другого, и только часть этого дѣйствія играетъ роль центроостремительной силы, то мы, отыскавъ противодѣйствіе всему дѣйствію, не найдемъ конечно противодѣйствія для каждой изъ воображаемыхъ слагающихъ; и, слѣдовательно, не найдемъ центробѣжной силы абсолютнаго движенія. Такъ, возвращаясь опять къ тѣлу при земной поверхности, мы найдемъ противодѣйствіе притяженію земнаго тѣла въ притяженіи земли тѣломъ; опредѣленная составляющая дѣйствія можетъ быть отмѣчена, какъ центроостремительная сила; но ни одна изъ всевозможныхъ составляющихъ противодѣйствія (приложеннаго къ центру земли) не будетъ подходить подъ понятіе о центробѣжной силѣ.

*Фиктивная центробѣжная сила относительнаго движенія* есть та, которую нужно вообразить себѣ приложенною ко всякому изъ тѣлъ, имѣющихъ вращеніе около общей оси, если потребуется, чтобы упомянутыя тѣла, по прекращеніи общаго ихъ вращенія, сохранили бы то-же самое относительное движеніе или равновѣсіе, какъ и во время вращенія. Фиктивная центробѣжная сила можетъ быть розыскана при всякомъ криволинейномъ движеніи. Такъ, въ случаѣ вращающагося на веревкѣ камня центробѣжною силою, въ указанномъ смыслѣ, будетъ та, которую нужно приложить къ камню, чтобы веревка была натянута безъ вращенія также, какъ при вращеніи. Въ случаѣ тѣла при земной поверхности упомянутая центробѣжная сила будетъ та, которую нужно было приложить къ тѣлу для того, чтобы оно подъ дѣйствіемъ данныхъ силъ двигалось на покоящейся землѣ также, какъ на вращающейся. Если данъ вопросъ: какъ будетъ двигаться относительно земли подъ дѣйствіемъ земнаго притяженія тѣло, вращающееся вмѣстѣ съ землею, то мы можемъ рѣшить этотъ вопросъ, вообразивъ себѣ землю и тѣло лишенными вращенія, при чемъ къ тѣлу должна быть приложена соотвѣтствующая центробѣжная сила. Если два тѣла, подъ дѣйствіемъ взаимнаго притяженія, вращаются около ихъ общаго центра инерціи, то ихъ относительное движеніе, т. е. измѣненіе ихъ взаимнаго разстоянія, можетъ быть сохранено такимъ-же безъ вращенія, какимъ оно было при вращеніи, когда къ каждому изъ тѣлъ будетъ приложена соотвѣтствующая центробѣжная сила. Изъ вышеприведенныхъ объясненій можно заключить, насколько безсодержательно и даже лишено смысла ходячее утвержденіе, что вѣсъ тѣла уменьшается по мѣрѣ приближенія къ экватору вслѣдствіе центробѣжной силы, или что два тѣла, вращающіяся другъ около друга подъ дѣйствіемъ взаимнаго притяженія, стремятся, вслѣдствіи той же центробѣжной силы, удалиться одно отъ другого.

Понятіе о центробѣжной силѣ принадлежитъ къ числу второстепенныхъ, и механическій смыслъ явленій, такъ или иначе находящихся въ связи съ упомянутымъ понятіемъ, можетъ быть уясненъ по мимо представленія о центробѣжной силѣ. Пояснимъ вышесказанное на нѣсколькихъ примѣрахъ.

*Примѣръ первый.* Обратимся къ измѣненію вѣса тѣла отъ вращенія земли около оси. Представляя себѣ землю въ видѣ шара, мы заключаемъ, что она должна одинаково притягивать данное тѣло, гдѣ бы оно ни было помѣщено при ея поверхности. Только небольшое, сравнительно отступленіе формы земли отъ шаровой должно обуславливать нѣкоторую разницу упомянутой величины притяженія на разныхъ мѣ-



стахъ земной поверхности. Упомянутая сила земного притяженія проявляется для насъ въ видѣ двухъ своихъ составляющихъ: непосредственно наблюдаемой силы вѣса, обуславливающей свободное паденіе тѣлъ, и въ видѣ ускользящей отъ нашихъ непосредственныхъ наблюденій центро-стремительной силы, удерживающей тѣло на описываемомъ имъ около земной оси кругѣ. Геометрическая сумма обѣихъ, вышеупомянутыхъ, силъ равна силѣ земного притяженія, которое должно для разныхъ мѣстъ на землѣ приблизительно оставаться однимъ и тѣмъ-же. Такъ какъ центростремительная сила должна съ приближеніемъ къ экватору увеличиваться, то другая составляющая, вѣсъ тѣла, должна понятно уменьшаться.

*Примѣръ второй.* Твердый шаръ надѣтъ на прямой стержень, вращающійся около перпендикулярной къ нему оси; шаръ скользитъ по стержню безъ тренія. Съ одной стороны мы скажемъ, что движеніе шара по стержню будетъ такое-же, какъ еслибы стержень не вращался, а къ шару была приложена центробѣжная сила. Съ другой стороны мы можемъ объяснить, что вращеніемъ стержня шару сообщается въ каждый моментъ времени скорость по касательной; если-бы стержень оставался неподвижнымъ, то всякая скорость, сообщенная подвижному на стержни шару, перпендикулярно къ стержню, уничтожалась-бы сопротивленіемъ этого послѣдняго; но такъ какъ стержень движется, то скорость, сообщенная шару въ данный моментъ, не будемъ уже для послѣдующаго момента перпендикулярна къ стержню и часть ея будетъ направлена вдоль по оному, вслѣдствіи чего и произойдетъ скольженіе шара. Нужно еще прибавить, что каждая скорость сообщается стержнемъ шару не моментально, но въ теченіи нѣкотораго, какъ угодно малого, промежутка времени, за который стержень успѣетъ уже измѣнить свое положеніе въ пространствѣ.

*Примѣръ третій.* Коническій маятникъ. Какъ въ случаѣ предыдущаго примѣра, маятникъ, вслѣдствіи сообщенной ему вращеніемъ скорости, отходить отъ оси вращенія до тѣхъ поръ, пока все увеличивающаяся при этомъ горизонтальная слагающая вѣса маятника не достигнетъ до величины центростремительной силы, потребной для удержанія точекъ маятника на соответствующихъ кругахъ.

*Примѣръ четвертый.* Человѣкъ, который сидитъ въ экипажѣ, заворачиваемомъ по кругу, наклоняется внутрь круга не для того, чтобы противоѣдствовать не существующей центробѣжной силѣ, а для того чтобы вызвать себѣ на помощь дѣйствіе своего вѣса, горизонтальная составляющая котораго будетъ въ данномъ случаѣ играть роль центро-стремительной силы. Здѣсь человѣкъ дѣлаетъ тоже самое, что и въ томъ случаѣ, когда онъ наклоняется, желая увеличить тягу веревки, за которую онъ тащитъ нагруженную повозку. Если-бы мы къ данному случаю желали примѣнить понятіе о центробѣжной силѣ, то сказали-бы, что образъ дѣйствія человѣка, сидящаго на заворачиваемой по кругу повозкѣ и желающаго на ней удержаться, будетъ тотъ-же самый, какъ въ случаѣ, если-бы повозка стояла на мѣстѣ, а на человѣка дѣйствовала-бы центробѣжная сила, для уравновѣшиванія которой онъ и долженъ-бы былъ наклониться въ противоположную сторону, т. е. внутрь круга.

Н. Шиллеръ.



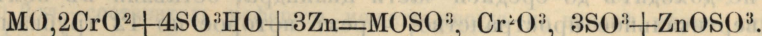
(Продолженіе)\*).

не осаждаются на свинцовый электрод, и элемент без угольного стакана или цилиндра обойдется дешевле. Наружный сосуд—из песчаника, —эмальированный внутри. Деполяризатором служить раствор двухромандревой или двухромалокалиевой соли.  $E=2$  вольтам. Готовятся растворы так: на литр воды берут:

- |  |   |
|--|---|
| 1) Для наружного сосуда                            | $\left\{ \begin{array}{l} \text{двухромово } \left\{ \begin{array}{l} \text{калиевой} \\ \text{или натріевой} \end{array} \right. \text{ соли. . . 200 грам.} \\ \text{обыкновенной сѣрной кислоты. . . 600 } \quad \text{”} \end{array} \right.$ |
| 2) Для діафрагмы: сѣрной кислоты (около) . . . . . |   |

Подкисленная вода должна быть переиженена дважды на 1 зарядженіе.

**Батарея Рено и Девернэ.** Деполяризаторъ и возбуждатель своей батареи изобрѣтатели назвали: „динаможень“. Составъ его соответствуетъ слѣдующей, хорошо извѣстной, реакціи:



Въ динаможенъ содержится достаточное количество ртути для поддержания амальгамаци цинковъ. Вещества, входяція въ составъ динаможена берутся въ слѣдующей пропорціи:

SO <sup>3</sup> HO	62,41.
KO,2CrO <sup>3</sup> .	13,47.
NaO,2CrO <sup>3</sup> .	12,06.
NaO,SO <sup>3</sup> .	7,78.
HgO,SO <sup>3</sup> .	2,12.
AzO <sup>3</sup> ,7HO	2,12.

Динаможентъ готовится кусками конической или полуэллипсоидальной формы въ 50 граммовъ вѣсомъ, благодаря чему можно готовить растворъ, не прибѣгая къ вѣсамъ. Одного куска довольно на 200 куб. сантиметровъ воды, а на литръ пойдетъ 5 кусковъ. Динаможентъ можно употреблять въ элементахъ съ одной и съ 2-мя жидкостями: въ послѣднемъ случаѣ

\*) См. „Вѣстникъ“ № 86.



цинкъ долженъ находиться въ соленой водѣ. Наружные сосуды дѣлаются изъ графита, который прокаливаютъ безъ доступа воздуха для увеличенія проводимости; такимъ образомъ наружный сосудъ служитъ вмѣстѣ и электродомъ (положительнымъ полюсомъ). Форма наружныхъ сосудовъ двойкая: это или стаканы или ящички.

**Сухой элементъ.** Деполяризаторомъ служитъ хромовая кислота, распущенная въ смѣси желатина съ жидкимъ стекломъ. (la silice gélatineuse). Кромѣ хромовой кислоты изобрѣтатели употребляютъ еще соли ртути и полторахлористое желѣзо. Обычная форма элемента—цилиндрическая съ наружнымъ сосудомъ изъ графита; верхняя часть его изолирована воскомъ. Въ такомъ сосудѣ 2 слоя динаможена: 1-ый на днѣ сосуда, содержащій 0,5 динаможена, 2-ой наверху съ 0,01 ртутной соли. Наименьшая модель имѣетъ 16 сантиметровъ высоты и 4 сантиметра наружнаго діаметра. Большія модели приводятъ въ движеніе электродвигатели. Для лабораторныхъ и лекціонныхъ опытовъ важно имѣть сильную батарею съ одной жидкостью и съ вынимающимся цинкомъ. Такіе элементы готовятся изобрѣтателями: цинки одного типа—полукруглые и прикрѣплены къ горизонтальной оси въ крышкѣ элемента; ручка поворачиваетъ валъ (ось) и опускаютъ цинкъ въ растворъ динаможена ( $\frac{1}{4}$  динаможена и  $\frac{3}{4}$  воды). Въ другомъ типѣ такихъ элементовъ надъ крышкой цинкъ не выдается, и когда батарея въ бездѣйствіи, то цинкъ лежитъ подъ крышкой параллельно ей и опускается въ жидкость ручкой, прикрѣпленной къ валу параллельно цинку. Для соединенія элементовъ въ батарею они ставятся другъ на друга.

**Батарея Лагарда.** Наружный сосудъ состоитъ изъ большого эбонитоваго цилиндра, раздѣленнаго по радіусамъ на 12 элементовъ. Перегородки не доходятъ до средней части цилиндра, оставляя въ немъ трубчатое вертикальное пространство, черезъ которое по 12 трубкамъ распредѣлителя разливается жидкость по элементамъ. Эбонитовый чанъ стоитъ на желѣзномъ подносі въ высокихъ краяхъ, не позволяющими выливаться вытекающей на подносъ жидкости. Подносъ имѣетъ 4 ножки на колесахъ и отводную трубку для стока отработавшей жидкости. Такимъ образомъ видно, что батарея можетъ, какъ кресло, перекачиваться съ одного мѣста на другое. Надъ батареей вѣшается на кронштейнѣ резервуаръ соответствующей емкости. Изъ резервуара черезъ кранъ жидкость вливается въ вертикальную свинцовую трубку съ воронкой; трубка эта проводитъ растворъ въ среднюю часть чана, а оттуда черезъ распредѣлитель по элементамъ. Каждый элементъ снабженъ выходящимъ наружу сифономъ, черезъ который поднимается болѣе тяжелая отработавшая жидкость и выливается на подносъ, а оттуда черезъ отводную трубку въ отверстіе въ каменномъ полу. Цинки и угли (по 2) (200 милл. длины и 130 шир.) прикрѣплены къ деревянному обручу, а обручъ къ коромыслу, на противоположномъ концѣ котораго гири для уравновѣшиванія электродовъ. Цинки и угли соединены послѣдовательно. Обыкновенно пользуются этой батареей, постоянно приливая жидкость изъ резервуара. Батарея легко даетъ 15 амп., расходуя 0,5 литра жидкости



въ часть на 5 свѣчную лампу, но изобрѣтатель считаетъ нормальной работой батареи 5—8 амп. при 15 в. Батарея въ 12 эл. стоитъ 500, а въ 8—280 фр. Растворъ составляется изобрѣтателемъ двояко:

- |                                    |   |         |
|------------------------------------|---|---------|
| а) двухромнатріевой соли . . . . . | 1 | килогр. |
| сѣрной кислоты . . . . .           | 2 | литра.  |
| воды . . . . .                     | 6 | "       |
| б) воды . . . . .                  | 8 | частей. |
| кислоты . . . . .                  | 2 | части.  |
| двухромкаліев. соли } . . . . .    | 1 | часть.  |
| или двухромнатр.                   |   |         |

П. П.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики. Одесса 24 Ноября 1889 года \*).

Засѣданіе происходило подъ предсѣдательствомъ И. В. Слешинскаго.

Открывъ засѣданіе, предсѣдатель сообщилъ, что гг. редакторы „Школьнаго Обзорнія“ и „Циркуляра Одесскаго Учебнаго Округа“ изъявили готовность помѣщать протоколы засѣданій Математическаго Отдѣленія по вопросамъ элементарной математики и физики въ означенныхъ журналахъ.—Постановили благодарить гг. редакторовъ.

Былъ заслушанъ протоколъ предыдущаго засѣданія. По прочтеніи помѣщеннаго въ протоколѣ реферата И. М. Занчевскаго: „О преподаваніи ариметики въ 1-омъ классѣ“ референтъ заявилъ, что составленіе подобнаго рода полныхъ рефератовъ и печатаніе ихъ, какъ это предполагено, не желательно въ виду во 1-хъ того, что воспроизведеніе реферата представляетъ значительный трудъ для секретаря, такъ что члены общества неохотно будутъ принимать на себя эту обязанность; во 2-хъ—составитель реферата можетъ иногда не вполне вѣрно передать мысль референта, и въ 3-хъ—сообщеніе сдѣланное въ засѣданіи составляетъ собственность референта, которою никто никоимъ образомъ воспользоваться не вправѣ.

По поводу 2-го довода г. Занчевскаго секретарь предыдущаго засѣданія К. В. Май замѣтилъ, что онъ обращался къ референту съ просьбою дать ему рукопись реферата, а такъ какъ таковой не оказалось, то онъ, при составленіи реферата, могъ пользоваться только тѣми замѣтками, какія успѣлъ сдѣлать во время сообщенія.

Г. Занчевскій, ничего не имѣя противъ обстоятельно составленнаго г. Маємъ реферата, находилъ необходимымъ, не касаясь даннаго случая, рѣшить возбужденный имъ вопросъ въ принципѣ.

В. В. Преображенскій замѣтилъ, что репортеръ всякой газеты, не испрашивая разрѣшенія референта, можетъ воспользоваться его рефератомъ для газетной статьи и претендовать въ такомъ случаѣ на нарушеніе правъ собственности нельзя.

Предсѣдатель, съ своей стороны, высказалъ мнѣніе, что всякое сообщеніе, сдѣланное въ засѣданіи Общества, перестаетъ быть собственностью референта и поступаетъ въ полное распоряженіе каждаго слушателя, который вправѣ рефератъ литографировать или печатать.

\*) Печатается вторично (см. № 84, стр. 234 сем. VII) съ большими подробностями по просьбѣ Общества.



Такъ какъ г. Занчевскій съ приведенными доводами не согласился, то председатель поставилъ на очередь для обсужденія въ ближайшемъ засѣданіи слѣдующіе вопросы:

1) Въ какой мѣрѣ можно признать за референтомъ право не позволять составленіе и печатаніе рефератовъ?

2) Въ какой формѣ составлять протоколы рефератовъ; въ видѣ ли обстоятельнаго воспроизведенія сдѣланнаго сообщенія или только дѣлать краткія извлеченія, которыя служили бы матеріаломъ для годичнаго отчета.

3) Слѣдуетъ ли печатать протоколы?

Н. А. Каминскому предложено принять на себя обязанность секретаря текущаго засѣданія.

Затѣмъ профессоръ физики О. Н. Шведовъ сдѣлалъ сообщеніе „О лучахъ электрической силы по опытамъ Герца“, сопровождая изложеніе опытами \*).

## ЗАДАЧИ.

№ 20. 1) Построить прямоугольный треугольникъ, удовлетворяющій такому условію, чтобы квадратъ, построенный на большемъ катетѣ, былъ равновеликъ съ прямоугольникомъ, построеннымъ на гипотенузѣ и меньшемъ катетѣ.

2) Выразить оба катета этого треугольника черезъ гипотенузу;

3) Показать, что раздѣливъ квадратъ, построенный на гипотенузѣ, въ крайнемъ и среднемъ отношеніи найдемъ величины площадей обоихъ квадратовъ, построенныхъ на катетахъ;

4) Вычислить углы этого треугольника и найти зависимость между тригонометрическими величинами каждаго изъ острыхъ угловъ;

5) Показать, что удвоенный больший катетъ даетъ съ достаточнымъ приближеніемъ длину полуокружности, построенной на гипотенузѣ, какъ на діаметрѣ, и—точно также—удвоенный меньшій катетъ даетъ приближенную длину полуокружности, построенной на большемъ катетѣ, какъ на діаметрѣ.

6) Показать, что квадратъ, построенный на средне-пропорціональной между гипотенузой и большимъ катетомъ, равенъ приблизительно площади круга, построеннаго на гипотенузѣ какъ на діаметрѣ, и—точно также—квадратъ, построенный на средне-пропорціональной между обоими катетами, равенъ приблизительно площади круга, построеннаго на большемъ катетѣ какъ на діаметрѣ. Соответственно—этому какъ найдется прил. квадратура круга, построеннаго на меньшемъ катетѣ?

НВ. Такой прямоугольный треугольникъ, обладающій столь замѣчательными свойствами, можно условиться называть *Хеопсовымъ треугольникомъ*, потому что апогея и высота пирамиды Хеопса, построенной за 2000 слѣшкомъ лѣтъ до Р. Х., представляютъ гипотенузу и больший изъ катетовъ такого треугольника \*\*).

III.

\*) Сообщеніе проф. Шведова помѣщается цѣликомъ, въ видѣ отдѣльной статьи въ слѣдующемъ № „Вѣстника“ см. стр. 81.

\*\*) Не слѣдуетъ смѣшивать Хеопсова треугольника съ прямоугольнымъ *треугольникомъ Бита* (см. № 4 „Вѣстника“ стр. 81 сем. I). Этотъ послѣдній, имѣющій



№ 21. Найти предѣлъ суммы

$$S = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{2x^2}{x^4-1} + \frac{2x^4}{x^6-1} + \dots + \frac{2(x^2)^n}{(x^2)^{n+1}-1}$$

при возрастаніи  $n$  до безконечности.

Я. Тепляковъ.

№ 22. Даны длины сторонъ обоихъ основаній тетраэдра, усѣченнаго параллельно основанію. На его граняхъ проведены діагонали и ихъ точки пересѣченія соединены прямыми. Требуется опредѣлить положеніе и длину сторонъ такимъ образомъ полученнаго треугольника.

Н. Николаевъ (Пенза)

№ 23. Найти внутри даннаго четырёхугольника такую точку, соединивъ которую съ вершинами, раздѣлимъ его на четыре равновеликіе треугольника.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

№ 24. Найти наибольшую величину выражений:

$$\frac{(ax+by)^2}{x^2+y^2} \text{ и } \frac{(ax+by+cz)^2}{x^2+y^2+z^2}.$$

В. Ермаковъ.

№ 25\*. \*) Найти наибольшую величину выраженія

$$\frac{(a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n)}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}.$$

В. Ермаковъ.

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 488. Уничтожить ирраціональность въ знаменателѣ дроби

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} \pm \sqrt[n]{c}}$$

гдѣ  $n$  есть цѣлое и положительное число. Разсмотримъ четыре случая.

Замѣтивъ, что  $b$  есть  $n$ -ая степень выраженія  $\sqrt[n]{b}$ , на основаніи

отношеніе катетовъ приблизительно равно  $\frac{23}{44}$ , отличается другими свойствами: его большій катетъ прямо даетъ сторону квадрата равновеликаго площади круга, построеннаго на гипотенузѣ какъ на діаметрѣ. Точная величина острого угла треугольника Бинга такая:  $27^\circ 35' 49''$ , 636... а въ Хеопсовомъ треугольникѣ она значительно больше.

\*) Звѣздочкой отмѣчены болѣе трудныя задачи.



теоремы о частныхъ случаяхъ дѣленія биномовъ имѣемъ, при  $n$  четномъ и нечетномъ:

$$b-c = \left( \sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{c} \right) \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} + \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \dots + \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-1}} + \sqrt[n]{c^{n-1}} \right)$$

Вслѣдствіе этого, будетъ ли  $n$  четное или нечетное, получимъ:

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{c}} = \frac{a \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} + \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \sqrt[n]{b^{n-3}} \sqrt[n]{c^2} + \dots + \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-2}} + \sqrt[n]{c^{n-1}} \right)}{b-c}$$

Такъ какъ при  $n$  нечетномъ

$$b+c = \left( \sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c} \right) \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} - \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \dots - \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-2}} + \sqrt[n]{c^{n-1}} \right),$$

то дробь

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}}$$

при  $n$  нечетномъ преобразуется такъ:

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}} = \frac{a \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} - \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \dots + \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-2}} + \sqrt[n]{c^{n-1}} \right)}{b+c}$$

Въ четвертомъ случаѣ, при  $n$  четномъ находимъ:

$$b-c = \left( \sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c} \right) \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} - \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \dots + \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-2}} - \sqrt[n]{c^{n-1}} \right),$$

и потому, при  $n$  четномъ

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}} = \frac{a \left( \sqrt[n]{b^{n-1}} - \sqrt[n]{b^{n-2}} \sqrt[n]{c} + \dots + \sqrt[n]{b} \sqrt[n]{c^{n-2}} - \sqrt[n]{c^{n-1}} \right)}{b-c}$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), И. Пастуховъ (Пермь), Вл. Шидловскій (Полоцкъ).  
Ученики: Ворон. в. в. (7) Н. В., Курск. г. (7) В. Х., 1-й Киевск. г. (8) А. Шж.,  
Короч. г. (8) И. С.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Киевъ, 14 Марта 1890 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К<sup>о</sup>.



Обложка  
щется



Обложка  
щется