

Обложка  
щется

<http://vofem.ru>

Обложка  
щется

<http://vofem.ru>

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 98.

IX Сем.

1 Сентября 1890 г.

№ 2.

## АБЕРРАЦІЯ ЗВѢЗДЪ.

Явленіе такъ называемой абераціи звѣздъ обыкновенно объясняется въ учебникахъ физики и космографіи не достаточно полно и мало понятно для учащихся. Предлагаю съ своей стороны опытъ такого объясненія, которое мнѣ кажется достаточно яснымъ и подробнымъ.

1.

Сначала для сравненія рассмотримъ другое явленіе.

Положимъ, что капли дождя падаютъ по направленіямъ параллельнымъ оси цилиндрической трубки АВ открытой съ обоихъ концовъ. Мы будемъ предполагать, что діаметръ того и другого отверстія трубки меньше внутренняго ея діаметра. Если трубка неподвижна, то всякая капля, упавшая въ центръ верхняго отверстія А, пройдетъ черезъ центръ нижняго отверстія В. Ясно, что стѣнки трубки не будутъ смачиваться каплями дождя и останутся сухими. Если же сама трубка будетъ двигаться, то капли дождя будутъ смачивать ея стѣнки. Въ этомъ случаѣ всякая капля, упавшая въ центръ верхняго отверстія, не пройдетъ черезъ центръ нижняго. Нѣкоторыя капли будутъ проходить черезъ трубку, а другія задержатся ея стѣнками. Допустимъ, что капли дождя и трубка движутся равномерно и что при движеніи трубки ось ея всегда остается параллельною самой себѣ. Значитъ, всѣ точки трубки, а также точки, неизмѣнно связанныя съ нею, будутъ двигаться съ одинаковыми скоростями по линіямъ параллельнымъ между собою. Однимъ словомъ мы предполагаемъ, что трубка движется равномерно и поступательно. При перемѣщеніи трубки можно повернуть ее такимъ образомъ, что капли дождя будутъ проходить чрезъ нее, не смачивая стѣнокъ.

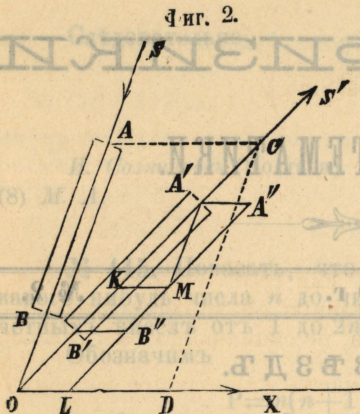
Обозначимъ черезъ О какую нибудь точку на оси трубки, неизмѣнно связанную съ трубкою. Пусть эта точка перемѣщается по линіи ОХ (фиг. 2). Положимъ, что трубка перемѣщается на разстояніе ОD въ то время, какъ одна изъ капель дождя перемѣщается на разстояніе АО. Скорости движенія трубки и дождя обозначимъ черезъ  $v$  и  $V$ . Тогда

$$\overline{OD} : \overline{AO} = v : V.$$

Строимъ параллелограмъ на линіяхъ ОА и ОD и проводимъ его діагональ ОС. Повернемъ трубку такъ, чтобы ось ея ОВА совпала съ



Фиг. 2.



диагональю ОС. Теперь при движении трубки все капли, попавшие в верхнее отверстие, пройдут через нижнее, не смочив стенок. В самом деле, обозначим новое положение оси трубки через  $A'B'$ . Из центра верхнего отверстия  $A'$  проводим прямую параллельную  $AB$  и из какой-нибудь точки  $K$  на оси  $A'B'$  проводим прямую параллельную  $OD$ . Эти две прямые пересекутся в некоторой точке  $M$ . Из подобия треугольников  $OAC$  и  $A'MK$  находим

$$KM:A'M=AC:AO$$

или

$$KM:A'M=v.$$

Капля дождя, упавшая в  $A'$ , перейдет через некоторое время в положение  $M$ . В то же время трубка переместится на расстояние  $OL$ , которое можно определить из пропорции

$$OL:A'M=v.V.$$

Следовательно  $OL=KM$ .

Это показывает, что капля дождя, перейдя из  $A'$  в  $M$ , будет опять находиться на оси трубки  $LB'A'$ . То же самое произойдет во всякий момент времени. Значит при движении трубки всякая капля, попавшая в центр верхнего отверстия, будет постоянно находиться на оси трубки и пройдет через центр нижнего отверстия. Заметим, что мы повернули трубку в ту сторону, куда она двигалась.

Обозначим угол  $AOC$ , на который повернута трубка, через  $\alpha$ , угол  $AOX$  между направлением движения дождя и направлением движения трубки—через  $\theta$  и угол  $COX$ —через  $\theta'$ . Из треугольника  $AOC$  находим

$$\sin \angle AOC : \sin \angle ACO = AC : AO,$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{v}{V} \sin \theta'. \quad (1)$$

Так как

$$\theta' = \theta - \alpha, \quad (2)$$

то

$$\sin \theta' = \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha.$$



Слѣдовательно

$$\sin \alpha = \frac{v}{V} (\sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha)$$

Отсюда

$$\tan \alpha = \frac{v \sin \theta}{V + v \cos \theta} \dots \dots \dots (3)$$

Если  $\theta = 0^\circ$  или  $180^\circ$ , то  $\alpha = 0^\circ$  и  $\theta' = 0^\circ$  или  $180^\circ$ . Въ самомъ дѣлѣ, если трубка перемѣщается по одному направленію съ каплями дождя, то капли будутъ свободно проходить черезъ нее, не смачивая стѣнокъ. Если  $\theta' = 90^\circ$ , то  $\sin \alpha = \frac{v}{V}$ , т. е. уголъ  $\alpha$  принимаетъ наибольшее значеніе.

Если  $\theta = 90^\circ$ , то  $\tan \alpha = \frac{v}{V}$ .

## 2.

Положимъ, что наблюдатель разсматриваетъ звѣзду въ зрительную трубу. Лучи свѣта, проходящіе черезъ зрительную трубу въ глазъ наблюдателя, можно сравнить съ каплями дождя. Если бы труба была неподвижна, наблюдатель увидѣлъ бы звѣзду по направленію линіи, соединяющей его глазъ со звѣздою, или въ направленіи линіи параллельной лучамъ, идущимъ отъ звѣзды къ землѣ. Но зрительная труба перемѣщается въ пространствѣ поступательно вмѣстѣ съ землею. Поэтому всякій лучъ, упавшій въ центръ объектива зрительной трубы, не пройдетъ черезъ центръ окуляра, а пройдетъ сбоку или задержится стѣнкою трубы, если ось ея будетъ параллельна лучамъ, идущимъ отъ звѣзды. Значитъ при такомъ положеніи трубы наблюдатель или не увидитъ черезъ нее звѣзды или увидитъ звѣзду не на оси трубы. Чтобы изображеніе звѣзды получилось на оси зрительной трубы, наблюдатель долженъ повернуть ее въ сторону движенія земли на нѣкоторый уголъ, зависящій отъ отношенія скорости движенія земли къ скорости свѣта. Разсмотримъ это подробно.

Положимъ, что прямая SABO параллельна лучамъ, идущимъ отъ звѣзды S къ землѣ, а прямая OX есть направленіе движенія земли. Пусть отрѣзки AO и OD будутъ пропорціональны скорости свѣта и скорости движенія земли. Если ось зрительной трубы AB будетъ параллельна лучу SA, то наблюдатель не увидитъ черезъ нее звѣзды, потому что зрительная труба успѣетъ перемѣститься на нѣкоторое разстояніе, пока лучъ свѣта распространяется отъ объектива A до окуляра B. Если ось зрительной трубы будетъ параллельна линіи OC, представляющей діагональ параллелограмма AODC, построеннаго на линіяхъ AO и OD, то наблюдатель увидитъ черезъ нее звѣзду S, потому что всякій лучъ, упавшій въ центръ объектива, пройдетъ черезъ центръ окуляра и притомъ все время будетъ находиться на оси трубы. Но за то наблюдатель увидитъ звѣзду не въ направленіи AS, а въ направленіи OC, т. е. не въ точкѣ S, а въ нѣкоторой точкѣ S'. Такимъ образомъ вслѣдствіе дви-



женія земли въ пространствѣ мы видимъ всякую звѣзду не въ истинномъ ея мѣстѣ на небесномъ сводѣ, а впереди истиннаго мѣста по направленію движенія земли. Направленіе движенія земли постоянно мѣняется въ теченіе года. Поэтому видимое положеніе всякой звѣзды на небесномъ сводѣ также должно измѣняться въ теченіе года, и намъ будетъ казаться, что всякая звѣзда описываетъ нѣкоторую сомкнутую кривую около ея истиннаго мѣста. Видъ этой кривой будетъ зависеть отъ положенія звѣзды относительно плоскости эклиптики, т. е. отъ широты звѣзды.

Описанное явленіе называется аберраціей неподвижныхъ звѣздъ. Оно имѣетъ мѣсто для всѣхъ небесныхъ свѣтилъ.

Уголъ между истиннымъ и видимымъ направленіемъ свѣтовыхъ лучей называется угломъ аберраціи. Иначе говоря, уголъ аберраціи есть тотъ уголъ, на который видимое или кажущееся мѣсто звѣзды отстоитъ отъ ея истиннаго мѣста. Этотъ уголъ можно опредѣлить изъ равенствъ (1) и (3), если  $v$  будетъ обозначать скорость движенія земли вокругъ солнца,  $V$ —скорость свѣта,  $\theta$ —уголъ между направленіями лучей свѣта и направленіемъ движенія земли,  $\theta'$ —уголъ между направленіемъ движенія трубы и ея осью,  $\alpha$ —уголъ аберраціи.

Средняя скорость движенія земли опредѣляется изъ формулы

$$v = \frac{2\pi r}{t}, \quad (4)$$

гдѣ  $r$  есть среднее разстояніе земли отъ солнца, а  $t$  время обращенія земли вокругъ солнца, выраженное въ секундахъ.

Средняя скорость земли составляетъ около 29 верстъ въ секунду. Скорость свѣта 290000 верстъ въ секунду.

Слѣдовательно

$$\sin \alpha = 0,0001 \sin \theta' \quad (1 \text{ bis})$$

При  $\theta' = 90^\circ$  уголъ  $\alpha$  принимаетъ наибольшее значеніе, опредѣляемое изъ условія

$$\sin \alpha = 0,0001.$$

Это наибольшее значеніе составляетъ около  $20,5''$ . Синусъ и тангенсъ такого угла можно считать равными съ большою точностью. Поэтому можно сказать, что уголъ аберраціи имѣетъ наибольшее значеніе, когда лучи, идущіе отъ звѣзды, составляютъ прямой уголъ съ направленіемъ движенія земли, такъ какъ

$$\tan \alpha = \frac{0,0001 \sin \theta}{1 + 0,0001 \cos \theta} \quad (3 \text{ bis})$$

На самомъ же дѣлѣ уголъ аберраціи имѣетъ наибольшее значеніе, когда этотъ уголъ равенъ  $90^\circ 20,5''$ , какъ это видно изъ равенства (2).

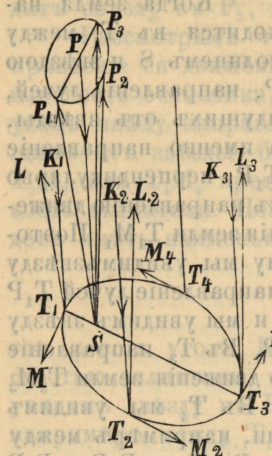
### 3.

Представимъ себѣ звѣзду въ полюсѣ эклиптики на такомъ большомъ разстояніи отъ земли, въ сравненіи съ которымъ размѣры земной орбиты



неуловимо малы. Лучи, идущіе отъ такой звѣзды къ землѣ, будутъ перпендикулярны къ плоскости эклиптики и потому будутъ всегда составлять прямой уголъ съ направлениемъ движенія земли.

Фиг. 3.



Пусть S обозначаетъ солнце, P звѣзду въ полюсѣ эклиптики,  $T_1T_2T_3$  орбиту земли,  $T_1, T_2, T_3, \dots$  разные положенія земли при движеніи ея вокругъ солнца (фиг. 3). Если въ  $T_1$  земля находится въ ближайшемъ разстояніи отъ солнца (въ перигеіи), въ  $T_2$ —въ среднемъ и въ  $T_3$ —въ наибольшемъ (афеліи), то скорость движенія земли будетъ наибольшая въ  $T_1$ , средняя въ  $T_2$  и наименьшая въ  $T_3$ . Лучи, идущіе отъ звѣзды P къ землѣ, представлены линіями  $K_1T_1, K_2T_2, K_3T_3, \dots$  параллельными PS. Направленія движенія земли представлены линіями  $T_1M_1, T_2M_2, T_3M_3, \dots$ . Уголъ аберраціи для каждого положенія земли будетъ опредѣляться изъ равенства

$$\tan \alpha = \frac{v}{V}.$$

Изъ положенія  $T_1$  мы увидимъ звѣзду въ направленіи  $T_1L_1$  параллельномъ  $SP_1$ , а именно въ точкѣ  $P_1$ ; при этомъ плоскость, проходящая черезъ линіи SP и  $SP_1$  будетъ параллельна плоскости, проходящей черезъ линіи  $T_1M_1$  и  $T_1K_1$ . Изъ  $T_2$  мы увидимъ звѣзду въ  $P_2$  въ направленіи  $SP_2$  параллельномъ  $T_2L_2$ . Изъ  $T_3$ —въ  $P_3$  въ направленіи  $SP_3 \parallel T_3L_3$  и т. д. Въ  $P_1$  видимое мѣсто звѣзды будетъ наиболѣе удалено отъ ея истиннаго мѣста P, въ  $P_2$  это разстояніе приметъ среднее значеніе, въ  $P_3$  наименьшее и т. д. Кривая  $P_1P_2P_3$  есть эллипсъ, большая ось котораго  $P_1P_3$  перпендикулярна къ большой оси  $T_1T_3$  эллипса, описываемаго землею вокругъ солнца. Чтобы убѣдиться въ томъ, что кривая  $P_1P_2P_3$  есть, дѣйствительно, эллипсъ и притомъ подобный эллипсу  $T_1T_2T_3$ , только расположенный иначе, надо принять во вниманіе слѣдующія обстоятельства: 1) скорости земли обратно пропорціональны ея разстояніямъ отъ солнца; 2) углы аберраціи въ разсматриваемомъ случаѣ относятся какъ скорости земли. Но земная орбита весьма близко подходитъ къ окружности. Поэтому эллипсъ  $P_1P_2P_3$  вслѣдствіе своихъ малыхъ размѣровъ почти не отличается отъ окружности. Такимъ образомъ вслѣдствіе годичнаго движенія земли вокругъ солнца намъ кажется, что звѣзда, находящаяся въ полюсѣ эклиптики, описываетъ около этого полюса кругъ, угловой радіусъ котораго составляетъ около  $20,5''$ .

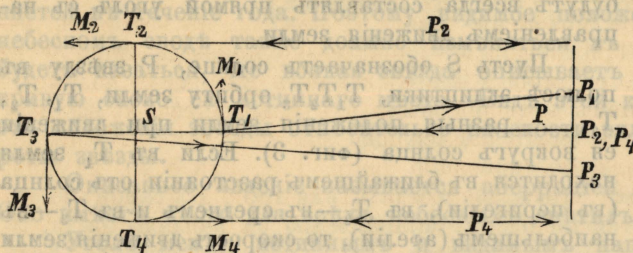
## 4.

Представимъ себѣ звѣзду P въ плоскости эклиптики. Острый уголъ между направлениемъ лучей, идущихъ отъ звѣзды, и направлениемъ движенія земли будетъ измѣняться отъ  $0^\circ$  до прямого. Поэтому уголъ аберраціи будетъ также измѣняться отъ 0 до наибольшей величины  $20,5''$ .



Для простоты разсуждений будемъ предполагать, что земля движется равномерно по окружности (фиг. 4).

Фиг. 4.



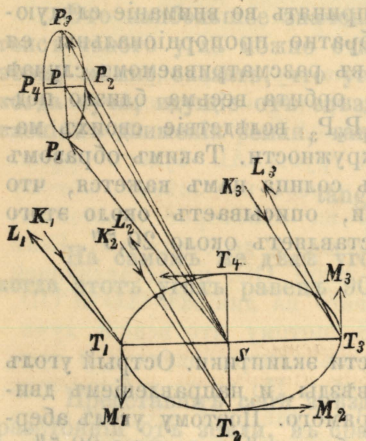
Р по направленію  $T_1P_1$  въ точкѣ  $P_1$ . Въ положеніи  $T_2$  направленіе лучей  $T_1P$  совпадаетъ съ направленіемъ движенія земли  $T_2M_2$  и мы увидимъ звѣзду по направленію  $T_2P_2$  параллельному  $T_1P$  въ точкѣ  $P$ . Въ  $T_3$  направленіе лучей  $PT_1T_3$  опять перпендикулярно къ направленію движенія земли  $T_3M_3$  и мы увидимъ звѣзду по направленію  $T_3P_3$  въ  $P_3$ . Въ  $T_4$  мы увидимъ звѣзду въ  $P$ . Въ промежуточныхъ положеніяхъ земли, напримѣръ между  $T_1$  и  $T_2$ , мы увидимъ звѣзду гдѣ нибудь между  $P_1$  и  $P$ . Дуги  $P_1P$  и  $P_3P$  опредѣляются изъ равенства

$$\text{tang} \overline{PP_1} = \frac{v}{V}$$

и будутъ составлять около  $20,5''$ . Такимъ образомъ вслѣдствіе годичнаго движенія земли вокругъ солнца намъ должно казаться, что всякая звѣзда въ плоскости эклиптики описываетъ прямую около своего истиннаго мѣста. Ея видимое движеніе будетъ сходно съ движеніемъ оконечности маятника.

## 5.

Фиг. 5.



Представимъ себѣ звѣзду  $P$  въ какомъ угодно мѣстѣ на небесномъ сводѣ. Положимъ, что линія  $PS$ , соединяющая звѣзду съ центромъ солнца, проектируется на плоскость эклиптики по линіи  $T_1T_3$  (фиг. 5). Когда земля находится въ  $T_1$ , направленіе ея движенія  $T_1M_1$  должно быть перпендикулярно къ направленію лучей, идущихъ отъ звѣзды, а именно къ  $K_1T_1$ , такъ какъ  $T_1K_1 \parallel SP$  и  $T_1M_1 \perp ST_1$ . Наблюдатель увидитъ звѣзду  $P$  въ  $P_1$  по направленію  $SP_1$  параллельному  $T_1L_1$ . Уголъ  $K_1T_1L_1$  равный углу  $PSP_1$  или дуга  $PP_1$  опредѣляется изъ равенства

$$\text{tang} \angle K_1T_1L_1 = \text{tang} \overline{PP_1} = \frac{v}{V}$$



Точно также въ положеніи  $T_3$  направленіе движенія земли  $T_3M_3$  перпендикулярно къ направленію лучей  $T_3K_3$  или  $PS$  и наблюдатель увидитъ звѣзду въ  $P_3$ , при чемъ дуга  $PP_3$  равна дугѣ  $PP_1$ .

Разсмотримъ такое положеніе земли  $T_2$  или  $T_4$ , въ которомъ направление ея движенія  $T_2M_2$  или  $T_4M_4$  параллельно проекціи линіи  $SP$  на плоскость эклиптики, т. е. линіи  $T_1T_3$ . Въ каждомъ изъ этихъ положеній уголъ между направленіемъ движенія земли и направленіемъ лучей, идущихъ отъ звѣзды, будетъ имѣть наименьшее значеніе, такъ какъ прямая  $T_2M_2$  или  $T_4M_4$  представляетъ проекцію линіи  $T_2K_2$  или  $T_4K_4$  на плоскость эклиптики. Поэтому уголъ абберраціи въ положеніи  $T_2$  или  $T_4$  будетъ имѣть наименьшее значеніе  $\alpha_0$ , опредѣляемое изъ уравненія

$$\operatorname{tang} \alpha_0 = \frac{v \sin \varphi}{V + v \cos \varphi},$$

гдѣ  $\varphi$  есть уголъ  $K_2T_2M_2$ , иначе говоря, уголъ между лучами и плоскостью эклиптики, т. е. широта звѣзды. Въ положеніи  $T_2$  или  $T_4$  мы увидимъ звѣзду въ  $P_2$  или  $P_4$ . Въ промежуточныхъ положеніяхъ земли, напримѣръ между  $T_1$  и  $T_2$ , мы увидимъ звѣзду между  $P_1$  и  $P_2$ , при чемъ угловое разстояніе между кажущимся и истиннымъ положеніемъ звѣзды будетъ менѣе  $PP_1$  и болѣе  $PP_2$ .

Такимъ образомъ вслѣдствіе годичнаго движенія земли вокругъ солнца намъ должно казаться, что звѣзда перемѣщается по нѣкоторой кривой около ея истиннаго мѣста.

Кривая  $P_1P_2P_3P_4$  есть эллипсъ, большая ось котораго перпендикулярна къ плоскости, проходящей черезъ линіи  $PS$  и  $T_1ST_3$ , т. е. къ плоскости, проектирующей лучи звѣзды на плоскость эклиптики.

Абберрація неподвижныхъ звѣздъ представляетъ одно изъ самыхъ строгихъ доказательствъ движенія земли около солнца.

Въ равенство, служащее для опредѣленія наибольшаго угла абберраціи, входятъ три величины: 1) уголъ наибольшей абберраціи; 2) скорость земли или разстояніе земли отъ солнца; 3) скорость свѣта. Всѣ эти величины опредѣляются наблюденіемъ независимо одна отъ другой. Поэтому равенство

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{v}{V}$$

можетъ служить для повѣрки, на сколько правильно опредѣлены эти величины.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

## КЪ РЕФОРМѢ УЧЕБНИКА ФИЗИКИ.

### ВНѢШНІЯ ДѢЙСТВІЯ ТОКА.

(Продолженіе)\*.

§ 14. Сложеніе токовъ. Согласные и несогласные токи. Когда одновременно имѣемъ два (или болѣе) замкнутые проводника съ самосто-

\*) См. „Вѣстникъ“ № 97.



ятельными токами, то въ окружающей ихъ средѣ устанавливается *равнодѣйствующее* электронатяженіе. Когда расположеніе токовъ таково, что внѣшнія ихъ дѣйствія взаимно усиливаются, то такіе токи будемъ называть *согласными*; въ противномъ случаѣ—*несогласными*. (Примѣры и чертежи согласныхъ и несогласныхъ кольцевыхъ токовъ \*)).

§ 15. *Мультипликація проводника*. Все сказанное (въ § 14) о сложеніи самостоятельныхъ токовъ распространяется на отдѣльные части одного и того-же тока, которыя поэтому можно разсматривать расположенными согласно или несогласно. (Доказательство—при помощи „сѣтки“ (§ 13), примѣры, чертежи). Такое расположеніе частей проводника, при которомъ внѣшнія дѣйствія тока (для нѣкоторыхъ точекъ) замѣтно усиливаются, называется *мультипликаціею*. Оно примѣняется, напр., въ устройствѣ гальваноскоповъ и гальванометровъ (§ 9) если желаютъ придать этимъ приборамъ большую чувствительность. Гальваноскопъ съ мультипликаціею часто называютъ *мультипликаторомъ*. (Демонстрація мулът. съ простою магн. стр. и *опытъ* его большей сравн. чувств.).

§ 16. *Дифференціальный гальванометръ*. На принципѣ сложенія несогласныхъ токовъ основано устройство *дифференціальнаго* или разностнаго гальванометра. (Разъясненіе. Демонстрація и *опытъ*—не обязательны).

§ 17. *Вліяніе расположенія проводниковъ* (Аналог. § 10). Внѣшнее дѣйствіе системы токовъ зависитъ отъ ихъ взаимнаго расположенія; для всякихъ двухъ согласныхъ проводниковъ (тсковъ или одного тока) оно тѣмъ больше, чѣмъ они ближе, для несогласныхъ—наоборотъ—чѣмъ они дальше.

(*Опытъ* съ двумя кольцевыми проводниками, которые можно вращать на общемъ діаметрѣ \*\*).

*Примѣчаніе*. Отсюда понятно почему при мультипликаціи проводника (§ 15) обороты спирали располагаются возможно тѣсно.

§ 18. *Внѣшняя энергія системы токовъ*. (Дополн. къ § 11). Раньше мы видѣли (§ 11), что въ случаѣ проводника, лежащаго въ одной плоскости, общая возможная работа внѣшнихъ силъ тока обуславливается не только силою этого тока, но еще и величиною площади, обнимаемой проводникомъ. Теперь видимъ, что въ случаѣ системы токовъ общая

\*) При изображеніи на чертежахъ замкнутыхъ проводниковъ рекомендуемъ всегда прибавлять къ нимъ, въ видѣ ручки, скрученную проволоку, весьма близко подходящую къ проводнику нулевого дѣйствія; безъ этого учащійся можетъ недоумѣвать: „а гдѣ же источникъ тока?“

\*\*) Радиусы колецъ не одинаковы, такъ что оба кольца можно расположить въ одной плоскости. На общемъ діаметрѣ, въ общемъ центрѣ помѣщается маленькая магн. стрѣлка; можно принять, что ея разстоянія относительно обоихъ проводниковъ порознь остаются неизмѣнными при всякомъ углѣ между ихъ плоскостями; если поэтому отклоненіе ея возрастаетъ или убываетъ по мѣрѣ сближенія колецъ, смотря по тому направлены ли въ нихъ токи согласно или несогласно, то этимъ доказывается довольно наглядно вліяніе расположенія системы токовъ на величину возможной (въ нѣкоторыхъ точкахъ) работы внѣшнихъ силъ.



потенціальная энергія равнодѣйствующаго электронастяженія будетъ зависѣть не только отъ силъ токовъ, но еще и отъ ихъ взаимнаго расположенія; она будетъ—вообще говоря—тѣмъ больше для всякихъ двухъ согласныхъ токовъ чѣмъ они ближе, а для несогласныхъ—наоборотъ—чѣмъ они дальше.

Отсюда непосредственно вытекаетъ возможность увеличивать или уменьшать общую энергію электронастяженія среды посредствомъ соответственныхъ перемѣщений проводниковъ (или ихъ частей), выполненнѣхъ какими нибудь посторонними механическими силами. (Примѣры: сдвиганіе и раздвиганіе плоскаго проводника (§ 10), сближеніе и удаленіе двухъ кольцевыхъ проводниковъ (§ 17) или спиральныхъ оборотовъ одного и того-же проводника). Ниже мы увидимъ, что на этомъ общемъ принципѣ основано устройство такъ называемыхъ *динамо-электрическихъ машинъ*.

§ 19. *Геометрическій коэффиціентъ проводника*. Чтобы выразить какимъ нибудь общимъ терминомъ вышеизложенную зависимость вѣшной энергіи тока отъ формы проводника и расположенія его отдѣльныхъ частей, будемъ принимать, что всякій проводникъ, неизмѣняемой формы, имѣетъ нѣкоторый *геометрическій коэффиціентъ*, характеризующій вполнѣ какъ его форму, такъ и взаиморасположеніе его частей: точно также всякая данная система проводниковъ имѣетъ нѣкоторый неизмѣнный *геометрическій коэффиціентъ*, характеризующій вполнѣ относительное положеніе всѣхъ ея частей. Очевидно, что если проводникъ почему либо измѣняетъ свою форму или расположеніе частей, то его геометрическій коэффиціентъ, какъ зависящій отъ площадей и разстояній, будетъ тоже измѣняться, либо возрастая, либо убывая. (Примѣры).

§ 20. *Второй основной законъ*. Условившись относительно употребленія (ради краткости) термина „геометрическій коэффиціентъ“ (§ 19) и обобщая все сказанное нами выше (§§ 10, 11, 17, 18) о вліяніи формы и расположенія частей проводника на вѣшнія дѣйствія тока, приходимъ къ слѣдующему *второму основному закону*: *„внѣшняя энергія тока (или системы токовъ) пропорціональна геометрическому коэффиціенту его проводника (или системы проводниковъ)“*.

§ 21. *Первое характерное свойство электронастяженія*. Мы видѣли неоднократно, что вѣшнія силы тока способны отклонять магнитную стрѣлку отъ ея положенія равновѣсія; мы упомянули (въ § 5), что онѣ могутъ обнаруживаться также и другими явленіями. Разсмотримъ ихъ подробнѣе.

(*Опытъ самораздвиженія проводника подъ вліяніемъ тока* \*).

\*) Сюда, напр., относится извѣстный опытъ Ампера съ подплавкомъ (см. учебн. физики). Я не считаю его однакожъ ни особенно убѣдительнымъ, ни удобнымъ (нуженъ специальный приборъ и значительное количество ртути), и потому предлагаю замѣнить его слѣдующимъ опытомъ. Двѣ длинныя прямыя и легкія проволоки подвѣшиваются вертикально такъ, чтобы, вися параллельно и близко одна къ другой, могли свободно отталкиваться, верху онѣ сообщены, каждая порознь, съ полюсами батарей, внизу—разобщены. Поднося снизу небольшую чашку со ртутью до погруженія въ нее обоихъ концовъ, замкнемъ токъ и замѣтимъ, что проволоки слегка расходятся, (т. е. что площадь обнимаемая ими и ртутью, увеличивается). Такое



Подробные опыты показали, что *внѣшнія силы тока стремятся раздвинуть замкнутый проводникъ этого тока, т. е. увеличить площадь, обнимаемую контуромъ этого тока, а слѣдовательно (§ 19) и его геометрической коэффициентъ и внѣшнюю его энергію (§ 20).*

Въ этомъ заключается *первое* характерное свойство того особаго состоянія среды, которое мы назвали (§ 2) „электронатяженіемъ“.

§ 22. *Характерное свойство внѣшнихъ силъ тока\*).* Казалось бы на первый взглядъ, что стремленіе замкнутого проводника къ саморастяженію (§ 21) подъ вліяніемъ тока можно представить себѣ въ видѣ нѣкоторыхъ *внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ въ плоскости проводника на всѣ его точки по направленіямъ внѣшнихъ нормалей.* (Чертежъ), (подобно тѣмъ напр. силамъ, которыя производятъ поверхностное натяженіе жидкости). Но такое представленіе было бы ошибочнымъ. Дѣйствительно, если бы такія „нормальныя силы“ существовали, то при поворачиваніи чертежа на  $180^\circ$ , т. е. при перемѣнѣ направленія тока, ни ихъ величина, ни направленіе не должны бы измѣняться, и при совмѣщеніи двухъ равныхъ проводниковъ съ даннымъ и измѣненнымъ на  $180^\circ$  направленіемъ токовъ такія нормальныя силы должны бы суммироваться и проводникъ послѣ совмѣщенія долженъ бы растягиваться сильнѣе. На самомъ дѣлѣ этого нѣтъ, и мы знаемъ, что внѣшнія дѣйствія обратились бы тогда въ нуль. *Слѣдовательно стремленію къ саморастяженію проводника обусловливается не нормальными силами, а очевидно нѣкоторыми парами силъ, плоскости которыхъ перпендикулярны къ проводнику, а направленія вращенія—зависятъ отъ направленія самого тока.*

§ 23. *Слѣдствія.* Такъ какъ изъ всѣхъ фигуръ даннаго периметра наибольшую площадь имѣетъ кругъ, то всякій плоскій проводникъ подъ вліяніемъ тока стремится принять форму кольца. Въ случаѣ идеально-гибкаго, свободнаго и растяжимаго проводника, онъ принялъ бы подъ вліяніемъ тока форму кольца, радіусъ котораго возрасталъ бы до безконечности. Можемъ сказать еще, что *проводникъ стремится выпрямиться.* Всякая часть проводника уже выпрямленная, сама по себѣ не стремится уже ни къ какому измѣненію формы; (подъ вліяніемъ остальныхъ частей она лишь стремится къ сомоудлиненію). Если когда либо говорится о „прямолінейномъ“ проводникѣ тока, не оказывающемъ на самого себя никакого вліянія, то его всегда надо понимать, какъ нѣкоторую лишь часть замкнутого проводника, уже выпрямленную и удаленную на безконечно большое разстояніе отъ остальной его части.

При такомъ условіи становится понятнымъ, что:

1) *параллельные токи несогласно направленные взаимно отталкиваются.* (Чертежъ). (Доказат. на основ. § 21 и сѣтки).

2) *уголъ между двумя токами, изъ которыхъ одинъ направленъ къ вершинѣ, а другой отъ вершины, стремится увеличиться до  $180^\circ$ .* (Доказ. такое-же). (Чертежъ).

расположеніе опыта напоминаетъ „электроскопъ“; поэтому приборъ для него предназначенный можно называть „простымъ гальваноскопомъ“ (электродинамическимъ).—Замѣну еще, что удачная демонстрація самораздвиганія проводника во всякомъ случаѣ требуетъ довольно значительной силы тока.

\*) Этотъ §—если угодно—можно вовсе пропустить.



§ 24. Второе характерное свойство электрона́тяженія. Всякіе два проводника подъ вліяніемъ токовъ (или одного и того-же тока) стремятся стать согласными и слиться въ одинъ.

(Опытъ притяженія двухъ кольцевыхъ токовъ\*) и вращенія).

Подобные опыты убѣждаютъ насъ, что всякая система токовъ стремится увеличить свой геометрический коэффициентъ, и слѣдовательно и свою вѣйшую потенциальную энергію.

Такъ какъ всякій замкнутый проводникъ можно разсматривать, какъ пучекъ параллельныхъ болѣе тонкихъ согласныхъ проводниковъ, то можемъ сказать, что *внѣшнія силы тока имѣютъ стремленіе сжать поперечно проводникъ этого тока.*

Въ этомъ заключается второе характерное свойство того состоянія, которое мы назвали ради краткости „электрона́тяженіемъ“ среды.

§ 25 \*\*). Соображенія совершенно аналогичныя высказаннымъ въ § 22, приводятъ насъ къ заключенію, что и стремленіе къ поперечному самосжатію проводника тока нельзя себѣ объяснить дѣйствіемъ нѣкоторыхъ силъ, направленныхъ нормально къ поверхности проводника и приложенныхъ ко всѣмъ точкамъ поверхности (какъ бываетъ напр. въ случаѣ подобнаго-же, повидимому, сжиманія проводника, заключеннаго въ нѣкоторую упругую трубку, или внутри жидкости). И въ этомъ случаѣ электрона́тяженіе среды, обуславливающее это поперечное давленіе на проводникъ, характеризуется не какими либо нормальными силами, а нѣкоторыми парами силъ.

§ 26. *Слѣдствія.* Разсматривая отдѣльныя части проводниковъ (и помня условіе § 23), легко понять что:

1) параллельные токи согласно направленные взаимно притягиваются;  
2) уголъ между двумя токами, направленными или оба къ вершинѣ, или оба отъ вершины, стремится уменьшиться до  $0^\circ$ . (Чертежъ).

3) токъ перпендикулярный къ другому и непереходящій по его другую сторону, перемѣщается параллельно самому себѣ въ сторону обратную направленію неподвижнаго тока. (Чертежъ и доказательство). (Схемат. чертежъ повѣрочнаго опыта на приборѣ съ кольцеобразнымъ желобкомъ, наполняемымъ ртутью, и подвижнымъ радіальнымъ проводникомъ; объясненіе—самораздвиганіемъ контура, не имѣющимъ въ этомъ случаѣ предѣла).

\*) Для демонстраціи притяженія согласныхъ (и отталкиванія несогласныхъ) токовъ предлагаю нижеслѣдующее расположеніе опыта. Приготовивъ двѣ плоскія спирали (короткія и широкія катушки, безъ жел. сердечниковъ) изъ тонкой изолированной проволоки, одну изъ нихъ привѣшиваемъ къ вѣсамъ (вмѣсто чашки), а другую располагаемъ внизу на подставкѣ, параллельно первой и неподвижно. Концы первой спирали, отогнутые внизъ, погрузимъ въ двѣ отдѣльныя маленькія, но довольно глубокія чашечки со ртутью. Уравновѣсивъ всю систему гирьками на другой чашкѣ вѣсовъ и пропустивъ черезъ обѣ спирали въ согласномъ направленіи токи (или одинъ токъ), весьма легко замѣтимъ притяженіе спиралей, даже при токахъ отъ двухъ, трехъ элементовъ. (Вѣсы съ такимъ приспособленіемъ можно назвать *этьсовымъ гальванометромъ*).

\*\*) См. примѣчаніе къ § 22.



§ 27. *Электродинамика*. Часть физики, специально разсматривающая различные частные случаи взаимодействия токовъ, называется *электродинамикой*. Мы видѣли (§§ 21, 23, 24, 26) что всѣ элементарныя явленія перемѣщений проводниковъ подъ вліяніемъ внѣшнихъ силъ токовъ вытекаютъ какъ непосредственныя слѣдствія изъ двухъ основныхъ фактовъ, характеризующихъ электронатяженіе среды, а именно 1) изъ стремленія увеличить площадь, обнимаемую проводникомъ и 2) изъ стремленія согласныхъ проводниковъ слиться въ одинъ. (*Амперъ, В. Веберъ*).

§ 28. *Общій законъ электродинамики* (3-ій осн. законъ). Обобщая оба вышеприведенные факта, служащіе основаніемъ всѣмъ электродинамическимъ явленіямъ, и помня все сказанное нами ранѣ (§§ 10, 11, 17, 18, 19, 20) о зависимости внѣшней энергіи тока отъ геометрическаго коэффиціента системы, приходимъ къ *третьему основному закону* вѣдѣствія токовъ: „подъ вліяніемъ токовъ внѣшняя энергія системы *стремится увеличиться*“.

Такъ какъ на основаніи этого закона легко и просто объясняются всѣ явленія взаимодействия токовъ, то мы будемъ его называть *общимъ закономъ электродинамики*.

§ 29. *Электродинамометръ*. Каждое изъ вышеуказанныхъ (§§ 23, 26) частныхъ электродинамическихъ явленій можетъ быть положено въ основу устройства гальванометра или гальваноскопа (§ 9). Такъ напр. въ опытѣ самораздвиженія проводника тока (§ 21 и примѣчаніе) мы пользовались приборомъ, который могъ бы служить „электродинамическимъ“ гальваноскопомъ, или гальванометромъ; такую же роль могъ бы выполнять и тотъ приборъ, при помощи котораго мы демонстрировали притяженіе согласныхъ и отталкиваніе несогласныхъ проводниковъ тока (§ 24 и примѣчаніе: вѣсовой гальванометръ). Всѣ подобныя гальванометры, основанные на электродинамическихъ явленіяхъ взаимодействия токовъ, называются вообще *электродинамометрами*.

(*Электродинамометръ Вебера*—схем. чертежъ и объясненіе).

Каковъ бы ни былъ элктродинамометръ, если только по тѣмъ проводникамъ, взаимодействие которыхъ наблюдается, проходитъ одинъ и тотъ-же испытуемый токъ, измѣряемый (посредствомъ уравнивающаго) электродинамическій эффектъ, будетъ, очевидно, пропорціоналенъ не силѣ тока, а квадрату этой силы тока. (Разъясненіе). Итакъ: *показанія всякаго электродинамометра пропорціональны квадрату силы тока*. (NB. Если бы въ одномъ изъ взаимодействующихъ проводниковъ проходилъ всегда одинъ и тотъ-же токъ неизмѣнной силы, а въ другомъ—испытуемый токъ, тогда показанія электродинамометра были бы, очевидно, пропорціональны силѣ испытуемаго тока). III.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 9-ое очередное засѣданіе 13-го сентября. Предсѣдательствовалъ проф. Н. Н. Шиллеръ; присутствовало 37 членовъ и—въ числѣ гостей—бывш. проф. Н. А. Любимовъ.—Были сдѣланы научныя сообщенія:



1) *Н. А. Любимовъ*: „О нѣкоторыхъ физическихъ приборахъ“. а) Напомнивъ вкратцѣ о своемъ сообщеніи, сдѣланномъ въ предыдущемъ засѣданіи Общества \*) и о показанномъ тогда новомъ приборѣ для образованія Гериковской пустоты, референтъ демонстрировалъ теперь другой приборъ, предназначенный для той же цѣли и основанный на томъ же принципѣ увеличиванія вмѣстимости герметическаго сосуда, наполняемаго какою либо жидкостью. Отличіе новаго типа этого прибора отъ прежняго, заключается главнымъ образомъ въ томъ, что металлическіе цилиндры, одинъ въ другой входящіе и составляющіе нижнюю часть сосуда, снабжены винтовыми нарѣзками (по наружной поверхности одного и по внутренней поверхности другого цилиндра). Вращая при помощи двухъ діаметрально расположенныхъ рукоятокъ подвижный цилиндръ около неподвижнаго, можно безъ труда измѣнять вмѣстимость сосуда по желанію, и такимъ образомъ въ верхней его части, стеклянной и снабженной по прежнему герметической крышкою, можно или образовать пустоту, или—если сосудъ былъ наполненъ жидкостью не по края—разрывать или сгущать находящійся надъ жидкостью воздухъ. Для демонстраціи измѣненія въ послѣднемъ случаѣ давленія этого воздуха, въ крышку прибора вставленъ ртутный манометръ. Чтобы можно было наполнять приборъ не только глицериномъ, но и ртутью, цилиндры сдѣланы не изъ мѣди (какъ въ прежнемъ типѣ), а изъ желѣза. Какъ бы плотно ни приставали цилиндры другъ къ другу, наружный воздухъ будетъ понемногу проникать внутрь по винтовой нарѣзкѣ; въ виду этого авторъ рекомендуетъ при тщательномъ изготовленіи его прибора снабжать наружный цилиндръ расширеніемъ въ верхней его части, чтобы можно было въ кольцеобразное пространство между цилиндрами наливать той-же жидкости, которою наполненъ сосудъ и внутри.—Приборъ этотъ, кромѣ учебнаго предназначенія, можетъ быть примѣняемъ въ нѣкоторыхъ случаяхъ какъ воздушный насосъ; такъ, напримѣръ, по мнѣнію автора, имъ было бы удобно пользоваться для отдѣленія газовъ изъ крови и пр.

б) Референтъ обратилъ вниманіе преподавателей на неудачную формулировку закона Архимеда во многихъ учебникахъ физики и показалъ къ какимъ сбивчивымъ и ошибочнымъ понятіемъ приводитъ учащихся невѣрно усвоенная идея о *потерѣ тѣла*, погруженнаго въ жидкость. Напомнивъ въ нѣсколькихъ словахъ опыты и приборы, описанные имъ въ своемъ учебникѣ физики \*), референтъ демонстрировалъ теперь новый приборъ, предназначенный для той-же цѣли и отличающійся крайнею простотою. Приборъ состоитъ изъ глубокаго стекляннаго сосуда, на днѣ котораго помѣщена спиральная металлическая пружина, наполненная въ верхней части небольшою площадкою; помѣстивъ на эту площадку какое нибудь тѣло, напр. металлическій цилиндръ, замѣтимъ, что подъ вліяніемъ тяжести цилиндра, пружина сожмется; если прильемъ теперь въ сосудъ воды или иной жидкости, то давленіе цилиндра на пружину уменьшится и она растянется, приподымая цилиндръ вверхъ. Чтобы удобнѣе было издала слѣдить за такими измѣненіями давленія тѣла въ воздухѣ и въ жидкости, къ площадкѣ, на которую его кладутъ, прикрѣплена вертикальная тонкая проволока съ указателемъ, который въ случаѣ надобности можно соединить еще, для увеличенія показаній, съ рычагомъ. Если въ боковой стѣнкѣ сосуда сдѣлать отверстіе съ тою цѣлью, чтобы при погруженіи цилиндра въ воду уровень ея не измѣнялся, и если выливающийся черезъ это отверстіе излишекъ воды

\*) См. „Вѣстникъ“ № 95, отчетъ о 8-мъ очер. зас., сообщеніе *Н. А. Любимова*: „О новомъ приборѣ для образованія пустоты“ (стр. 210—212, сем. VIII).

\*) См. „Начальная Физика“ *Н. Любимова*, изд. 2-ое, Часть I, стр. 70—74 рис. 99, 100, 101.



собрать въ особый стаканчикъ, то, приливая этотъ излишекъ воды обратно въ особую для этой цѣли придѣланную къ верхней части цилиндра чашечку, легко показать, что подъ влияніемъ этой прибавочной тяжести пружина сожмется опять до того предѣла, до котораго она сжималась цилиндромъ въ воздухѣ. Такимъ образомъ при помощи этого прибора весьма наглядно доказывается, что при погруженіи тѣла въ жидкость, давленіе производимое имъ сверху внизъ уменьшается на величину, соответствующую въ точности давленію вѣса вытѣсняемой имъ жидкости.

с) Референтъ демонстрировалъ свой приборъ, придуманный и устроенный много лѣтъ тому назадъ, для доказательства сохраненія плоскости качанія маятника и для нагляднаго воспроизведенія опыта Фуко, убѣждающаго насъ во вращеніи земли. Приборъ этотъ, основанный на замѣнѣ вѣсового маятника пружиннымъ, описанъ въ учебникѣ физики референта \*), но до сихъ поръ не получилъ особеннаго распространенія по физическимъ кабинетамъ учебныхъ заведеній, гдѣ обыкновенно довольствуются только воспроизведеніемъ явленія качанія маятника Фуко на полюсѣ; между тѣмъ законъ видимаго отклоненія плоскости качанія маятника въ зависимости отъ географической широты мѣста, выводится лишь теоретически и, непробѣренный опытомъ, представляется для учениковъ довольно труднымъ. Приборъ референта, въ которомъ качающійся на стальной упругой проволоцѣ шарикъ замѣняетъ обыкновенный маятникъ на нити, имѣетъ то преимущество, что при помощи соответственной установки можно маятнику дать относительно оси вращенія такое положеніе, какое имѣетъ маятникъ Фуко подъ произвольной широтою относительно земной оси, и пробѣдить такимъ образомъ на опытѣ пропорціональность угла видимаго отклоненія плоскости качанія синусу широты мѣста.

д) Въ заключеніе референтъ объяснилъ причину одного оптическаго обмана, имѣющаго мѣсто при употребленіи двояковыпуклой линзы въ качествѣ увеличительнаго стекла; когда мы смотримъ сквозъ такое стекло на увеличенное (мнимое) изображеніе разсматриваемаго предмета, напр. на строки мелкой печати, то всякій разъ когда мы удаляемъ глазъ отъ стекла, намъ кажется, что изображеніе предмета еще увеличивается, когда на самомъ дѣлѣ вслѣдствіе удаленія глаза отъ изображенія оно скорѣе должно казаться уменьшающимся. Причина этого оптическаго обмана заключается въ томъ, что при удаленіи глаза отъ стекла, изображеніе на нашей сѣтчаткѣ самаго отверстія стекла уменьшается значительно, между тѣмъ какъ изображеніе самаго изображенія разсматриваемаго предмета, почти вовсе не измѣняется. Поэтому, если, держа глазъ близко возлѣ стекла, мы видимъ сквозъ него напр. 10—12 строкъ печати, то при удаленіи глаза мы будемъ видѣть сквозъ то-же стекло все меньшее и меньшее число строкъ, напр. 3—4 строки, и тогда намъ будетъ казаться, что сравнительно съ прежнимъ, эти строки сильнѣе увеличены, хотя въ дѣйствительности этого нѣтъ, и на сѣтчаткѣ нашего глаза не изображенія строкъ увеличиваются при этомъ, а—напротивъ—уменьшается только районъ, занимаемый этими изображеніями \*\*).

2) В. П. Ермаковъ: „Опредѣленіе и цѣль алгебры“. Не смотря на то что алгебра зародилась 1000 лѣтъ почти тому назадъ, до сихъ поръ не существуетъ точнаго опредѣленія этой науки. Референтъ полагаетъ, что алгебру слѣдуетъ опредѣлять, какъ ту часть математики, которая занимается *преобразованіемъ однихъ дѣйствій въ другія*. Съ такой точки зрѣнія *рѣшеніе уравненій* слѣдуетъ считать уже

\*) См. „Нач. Физика“ Н. Любимова, изд. 2-ое. Часть II, стр. 84—88, рис. 669.

\*\*) Подробнѣе объ этомъ см. „Нач. Физика“ Н. Любимова изд. 2-ое, Часть I, стр. 369—371, рис. 374, 375, 377.



приложеніемъ алгебры къ рѣшенію задачъ. Цѣль алгебры заключается въ томъ, чтобы для всякой данной задачи дать возможно простой приемъ ея рѣшенія. Хотя нельзя для специальныхъ для всѣхъ частныхъ случаевъ указаній и было бы совершенно бесполезнымъ гоняться за подраздѣленіемъ этихъ частныхъ случаевъ на известное число рубрикъ, но можно сказать вообще, что для того чтобы прійти къ возможно простому рѣшенію данной задачи нужно предварительно рѣшить ее на буквахъ и затѣмъ упростить полученныя формулы. Чтобы показать на примѣрѣ какъ важно бываетъ предварительное упрощеніе формулъ, референтъ привелъ рѣшеніе задачи: „шаръ разсѣченъ плоскостью на два сегмента; опредѣлить поверхности обоихъ по данной площади сѣченія  $q$  и площади большого круга  $Q$ “. Если площади  $Q$  и  $q$  заданы въ числахъ, то, не составивъ окончательныхъ формулъ для искомыхъ поверхностей  $S$  и  $s$ , и не упростивъ ихъ ранѣе подстановки данныхъ чиселъ, мы во 1-хъ получили бы результатъ лишь приближенный и во 2-хъ принуждены были бы выполнить цѣлый рядъ совершенно ненужныхъ въ данномъ случаѣ дѣйствій. Дѣйствительно, опредѣливъ сперва численное значеніе радіусовъ большого круга  $R$  и сѣченія  $r$  по формуламъ:

$$R = \sqrt{\frac{Q}{\pi}}; \quad r = \sqrt{\frac{q}{\pi}}$$

мы бы получили приближенныя значенія радіусовъ; по нимъ нашли бы разстояніе  $d$  сѣченія отъ центра шара

$$d = \sqrt{R^2 - r^2};$$

тогда высоты обоихъ шаровыхъ отрѣзковъ  $H$  и  $h$  получились бы:

$$H = R + d; \quad h = R - d;$$

зная  $H$  и  $h$ , мы бы вычислили наконецъ искомыя поверхности по формуламъ:

$$S = 2\pi RH; \quad s = 2\pi Rh.$$

Между тѣмъ, найдя предварительно формулы для  $S$  и  $s$  въ зависимости отъ данныхъ  $Q$  и  $q$ , и упростивъ ихъ путемъ сокращеній, мы получимъ окончательно выраженія:

$$S = 2Q + 2\sqrt{Q(Q-q)}; \quad s = 2Q - 2\sqrt{Q(Q-q)},$$

не заключающія ни  $\pi$ , ни неточно вычисленныхъ вспомогательныхъ величинъ, и дающія намъ возможность вычислить искомыя величины гораздо проще и скорѣе.

По мнѣнію референта, при преподаваніи алгебры необходимо разъяснять учащимся вышеуказанную цѣль алгебры и въ applicаціяхъ къ рѣшенію задачъ отучать ихъ отъ выполненія ненужныхъ дѣйствій и вычисленій.

3) Г. К. Суловъ: „Равновѣсіе тяжелыхъ тѣлъ и простыя машины въ изложеніи общепринятыхъ учебниковъ физики“.

Во многихъ учебникахъ физики условія равновѣсія тяжелыхъ тѣлъ излагаются неточно и невѣрно. Какъ примѣръ можно указать такое положеніе: тяжелое тѣло, подпертое въ одной точкѣ, лежащей на одной вертикальной линіи съ центромъ тя-



жести тѣла, но ниже этого центра, находится въ положеніи равновѣсія неустойчиваго. Здѣсь не указано то необходимое условіе, чтобы точка опоры при неподвижности своей была кромѣ того неизмѣнно связана съ самымъ тѣломъ. Поэтому равновѣсіе тяжелаго сегмента на горизонтальной плоскости является въ глазахъ ученика какъ бы исключеніемъ изъ общаго правила. Если даже оставить въ сторонѣ подобныя недомолвки и ошибки, все таки нельзя обойти молчаніемъ того главнаго недостатка, что обыкновенно указываются условія равновѣсія пригодны лишь для частныхъ случаевъ и вовсе не упоминается *общій* признакъ устойчивости равновѣсія тяжелыхъ несвободныхъ тѣлъ, а именно тотъ, что тяжелое тѣло находится въ положеніи устойчиваго равновѣсія, если центръ тяжести его въ этомъ положеніи ниже, чѣмъ во всѣхъ возможныхъ смежныхъ, и что, наоборотъ, если въ разсматриваемомъ положеніи тѣла центръ тяжести его выше чѣмъ во всѣхъ смежныхъ, то это положеніе неустойчиво. Частные же признаки устойчивости равновѣсія должны служить лишь иллюстраціями приведеннаго общаго положенія.

Еще проф. Reuleaux въ своей „Theoretische Kinematik“ обратилъ вниманіе на способъ изложенія въ элементарныхъ курсахъ физики, теоріи такъ называемыхъ простыхъ машинъ: рычага, наклонной плоскости, винта, блоковъ, и указывалъ даже на неумѣстность ихъ въ физикѣ. Съ послѣднимъ едва ли можно согласиться: изученіе статьи о простыхъ машинахъ можетъ принести большую услугу учащимся и поможетъ имъ уяснить себѣ основныя механическія понятія, но для такой цѣли при изложеніи этой статьи надо смотрѣть на рычагъ, на тѣло, лежащее на наклонной плоскости и т. п., какъ на примѣры *несвободныхъ* твердыхъ тѣлъ и пользоваться ими, чтобы осязательно познакомить учащихся какъ съ удерживающими (н. рычагъ), такъ и неуправляющими (н. наклонная плоскость) кинематическими связями, съ оказываемыми ими реакціями, а также съ кажушимися отступленіями отъ общихъ знаковъ сложения силъ при равновѣсіи ихъ на несвободномъ тѣлѣ. Обыкновенно, часть механики, трактующая о несвободномъ тѣлѣ, вполне игнорируется; между тѣмъ, на сколько важно изученіе ея, видно, напримѣръ, изъ того, что лишь при помощи ея ученикъ сможетъ себѣ вполне уяснить тотъ парадоксъ, на который онъ наталкивается въ статьѣ о центробѣжной силѣ: невѣсомый камень, привязанный къ нити, конецъ которой удерживается рукою, подъ вліяніемъ первоначальнаго толчка, слѣд. *по инерціи*, совершаетъ движеніе *по окружности*.

Что касается блоковъ и полиспастовъ, то, быть можетъ, въ виду особеннаго принципа, примѣняемаго при ихъ объясненіи, было бы основательно помѣстить изложеніе ихъ послѣ гидростатики, такъ какъ тогда рельефнѣе выказалась бы быющая въ глаза аналогія между полиспастомъ и гидравлическимъ прессомъ, какъ слѣдствіе аналогіи въ передачѣ давленія съ помощью жидкости и натяженія при помощи нити\*).

Сообщеніе Г. К. Суслова вызвало нѣсколько замѣчаній со стороны Н. Н. Шиллера.

4) *Б. Я. Букрѣевъ*: „О несоизмѣримыхъ числахъ“. Референтъ изложилъ въ нѣсколькихъ словахъ опредѣленіе несоизмѣримости, данное Вейеритрассомъ, указавъ на недостаточную его ясность, и обѣщалъ въ будущемъ познакомить съ опредѣленіями Дедекинда, Кантора и др.

Сообщеніе *Н. Н. Шиллера*: „Объ Атвудовой машинѣ“ отложено до слѣдующаго засѣданія.

Закрытой баллотировкой былъ избранъ въ дѣйств. члены Общества И. И.

\*) Отчетъ объ этомъ сообщеніи составленъ самимъ референтомъ.



Александровъ (въ г. Тамбовѣ).—Предложены въ дѣйств. члены: А. П. Бородинъ (гг. Шиллеромъ и Шпачинскимъ), А. И. Гольденбергъ (въ С.-Петербургѣ) (гг. Ермаковымъ и Шпачинскимъ), В. И. Заіончевскій (гг. Шилл. и Шпач.), Я. О. Врублевскій (гг. Ерм. и Букр.), С. К. Кулжинскій (гг. Шилл. и Шпач.), и Б. К. Римша (гг. Ерм. и Михновымъ).

Слѣдующее 10-ое очер. засѣданіе назначено на 27 сентября. III.

Засѣданіе Матем. Отд. Новор. Общ. Естеств. по вопросамъ элементарной математики и физики. 21 Сентября 1890 г.

П. И. Злотчанскій сдѣлалъ сообщеніе о параллельныхъ линіяхъ. Въ этомъ сообщеніи указаны недостатки въ изложеніи статьи о параллельныхъ линіяхъ въ учебникѣ геометріи Давидова и взамѣнъ предложено новое изложеніе, разнящееся отъ изложенія Давидова главнымъ образомъ въ двухъ пунктахъ. Прежде всего доказывается, что линіи параллельны, если сумма внутреннихъ одностороннихъ угловъ равна  $2d$ . Остальныя условія выводятся отсюда; затѣмъ аксіома параллельныхъ линій берется въ Евклидовскомъ видѣ, вслѣдствіе чего доказательство обратныхъ предложеній о параллельныхъ линіяхъ значительно облегчается.

Изъ обсужденія этого сообщенія выяснилось, что предлагаемая измѣненія упрощаютъ доказательства и дѣлаютъ расположеніе истинъ болѣе естественнымъ. Высказано было также мнѣніе, что теорія параллельныхъ линій представляется всего проще, если принять аксіому параллельныхъ линій въ томъ видѣ, что къ данной прямой черезъ данную точку можно провести только одну параллельную.

И. Слешинскій (Одесса).

## ЗАДАЧИ.

№ 78. Доказать слѣдующій признакъ дѣлимости чиселъ на 19. Если къ первой цифрѣ слѣва прибавимъ удвоенную вторую, затѣмъ четверенную третью, 8 разъ взятую четвертую и т. д., то дѣлимости этой суммы на 19 служить признакомъ дѣлимости на 19 всего числа. (NB. При послѣдовательномъ суммированіи можно отбрасывать числа кратныя 19 и какъ отъ суммы, такъ и отъ множителей вида  $2^n$ , вмѣсто того чтобы прибавлять новое произведеніе, напр. на 16, 32 и т. д. можно вычитывать произведеніе на 3, на 6 и т. д. Примѣръ:  $9859271$  дѣлится на 19 потому что:  $9+2.8=25$ ;  $25-19=6$ ;  $6+4.5=26$ ;  $26-19=7$ ;  $7+8.9=79$ ;  $79-19=60$ ;  $60-3.2=54$ ;  $54-6.7=12$ ;  $12+7.1=19$ ).

№ 79. На одной сторонѣ АВ треугольника ABC дана еще точка D основанія высоты CD, дѣлящей уголъ C на двѣ части, изъ которыхъ одна, напр.  $\angle BCD$ , равна суммѣ угловъ  $A+B$ . По этимъ даннымъ построить треугольникъ.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 80. Рѣшить уравненія:

$$x^3 + y^3 = ny$$

$$x^2 y = n(x+y).$$

И. Ивановъ (Спб.)



№ 81. По данной высотѣ прямого конуса опредѣлить на какомъ разстояніи отъ его вершины слѣдуетъ провести плоскость параллельную основанію, чтобы объемъ конуса раздѣлился въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

П. Свѣшниковъ (Троицкѣ).

№ 82. Показать что если

$$m \sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - \beta),$$

то выраженіе

$$(1 - m \sin 2\alpha)^{-1} + (1 - m \sin 2\beta)^{-1}$$

не зависитъ отъ  $\alpha$  и  $\beta$ .

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 83. Показать, что въ гармоническомъ четырехугольникѣ разстоянія точки пересѣченія его діагоналей отъ сторонъ пропорціональны соответственнымъ сторонамъ (почему эту точку, по аналогіи, можно назвать *точкою Лемуана* четырехугольника). Обратно: если внутри вписаннаго четырехугольника есть точка, разстоянія которой отъ сторонъ пропорціональны этимъ сторонамъ, то эта точка представляетъ пересѣченіе діагоналей и четырехугольникъ будетъ гармоническій.

И. Пламеневскій (Тем.-х.-Шура).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 13 (2-я серія). Внутри треугольника ABC возьмемъ такую точку М, чтобы:

$$\angle BMC = \frac{2}{3}d + A, \quad \angle CMA = \frac{2}{3}d + B, \quad \angle AMB = \frac{2}{3}d + C$$

и опустимъ изъ нея перпендикуляры МА', МВ', МС' соответственно на стороны ВС, СА и АВ. Требуется доказать, что треугольникъ А'В'С' будетъ равносторонній.

Такъ какъ

$$\angle B'CM + \angle BA'M = 2d,$$

то четырехугольникъ ВС'МА' есть вписуемый, слѣдовательно

$$\angle C'VM = \angle C'A'M.$$

Точно также

$$\angle B'CM = \angle MA'B'.$$

Теперь

$$\angle C'A'B' = \angle C'A'M + \angle B'A'M = \angle C'VM + \angle B'CM,$$

но

$$\angle C'VM = \angle B - \angle CBM \text{ и } \angle B'CM = \angle C - \angle BCM,$$



значить

$$\angle C'A'B' = \angle B + \angle C - (\angle CBM + \angle BCM),$$

или

$$\angle C'A'B' = 2d - \angle A - \left[ 2d - \left( \frac{2}{3}d + \angle A \right) \right] = \frac{2}{3}d.$$

Такимъ же образомъ доказывается, что

$$\angle A'C'B' = \frac{2}{3}d \quad \text{и} \quad \angle A'B'C' = \frac{2}{3}d,$$

т. е.  $\triangle$ -къ  $A'B'C'$  равносторонний.

*Н. Юрковский и Н. Волковъ* (Спб.). Ученики: Урюп. р. уч. (7) П. У-а, 3-й Моск. г. (6) Н. С., Курск. г. (6) Л. Л., Киев. р. уч. (6) А. Ш.

**№ 29** (2-я серия). Показать, что если въ кубическомъ уравненіи

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

между коэффициентами существуетъ зависимость

$$q^2 = 2pr,$$

то сумма четвертыхъ степеней корней его равняется квадрату суммы вторыхъ степеней корней.

Пусть корни уравненія будутъ  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Тогда имѣемъ:

$$\alpha + \beta + \gamma = -p \dots \dots \dots (1)$$

$$\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = +q \dots \dots \dots (2)$$

$$\alpha\beta\gamma = -r \dots \dots \dots (3)$$

Возвышая обѣ части (1) въ квадратъ, получимъ, принявъ во вниманіе (2),

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = p^2 - 2q \dots \dots \dots (4)$$

Возвысивъ (2) въ квадратъ, находимъ:

$$\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^2 = q^2 - 2\alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma) = q^2 - 2pr = 0.$$

Наконецъ, возведя въ квадратъ (4), найдемъ:

$$\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 = (p^2 - 2q)^2 - 2(\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\gamma^2 + \beta^2\gamma^2) = (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2.$$

*Н. Николаевъ* (Пенза), *Н. Волковъ* (Спб.). Ученики: Курск. г. (8) С. Г., Киев. к. к. (7) С. К. и С. Т.

**№ 35** (2-я серия). Въ арифметической прогрессіи отношеніе суммы всякихъ  $n$  первыхъ ея членовъ къ суммѣ слѣдующихъ за ними  $2n$  членовъ есть



величина постоянная. Найти это постоянное отношение и составить такую прогрессию.

Обозначимъ 1-й членъ черезъ  $a$ , а разность черезъ  $r$ ; отношение  $n$  первыхъ членовъ къ суммѣ  $2n$  слѣдующихъ за ними равно

$$\frac{2a + nr - r}{4a + 8nr - 2r}.$$

Полагая  $n=m$  и приравнивая, согласно условію задачи, эти отношенія, имѣемъ:

$$\frac{2a + nr - r}{4a + 8nr - 2r} = \frac{2a + mr - r}{4a + 8mr - 2r}.$$

Но разность предыдущихъ относится къ разности послѣдующихъ, какъ предыдущій къ своему послѣдующему, слѣдовательно:

$$\frac{2a + nr - r}{4a + 8nr - 2r} = \frac{1}{8}.$$

Отсюда  $r=2a$ , т. е. въ искомой прогрессіи разность вдвое больше перваго члена.

А. П. (Пенза), С. Карновичъ (Воронежъ), С. Блажко (Москва), Н. Волковъ (Спб.), М. Акопянъ (Тифлисъ).

**№ 228.** На двухъ данныхъ отрѣзкахъ, не лежащихъ на одной прямой, построить два подобные треугольника, одинаково расположенные такъ, чтобы они имѣли общую вершину и чтобы данные отрѣзки были соответственными сторонами.

Пусть одинъ отрѣзокъ будетъ АВ, другой CD; продолживъ эти отрѣзки до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ М и соединивъ А съ D, а В съ С, опишемъ около  $\triangle$ -ковъ MAD и MBC окружности, которыя, кромѣ общей точки М, будутъ имѣть еще другую общую точку F.  $\triangle$ -ки AFB и CFD искомые.

Такъ какъ четырехугольникъ MAFD вписанный, то  $\angle FDM = \angle BAF$ , точно такъ же изъ четырехугольника MBFC имѣемъ  $\angle FCD = \angle MBF$ . Отсюда и слѣдуетъ, что  $\triangle$ -ки AFB и CFD—искомые.

П. Никульцевъ (См.), Венрицкий (Барсъ), А. Бобятинскій (Барнаулъ), П. Сетиниковъ (Троицкъ), С. Блажко (Москва), Д. Левандо (Кишиневъ), И. Кукуджановъ (Кіевъ), Мисковъ (Слонимъ), Н. Волковъ (Спб.), С. Кричевскій (Харьковъ).



Обложка  
щется

<http://vofem.ru>



Обложка  
щется

<http://vofem.ru>