

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XI Сем.

№ 125.

№ 5.

Содержаніе: О рѣшеніи задачъ безъ помощи линейки, *Шатуновскаго*. — Къ столѣтней годовщинѣ дня рожденія Михаила Фарадея. (Окончаніе) *Перамента*. — Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ. — Задачи №№ 246—252. — Рѣшенія задачъ №№ 74, 80, 81, 82, 120, 125, 146, 151, 160, 171 и 173.

О РѢШЕНИИ ЗАДАЧЪ БЕЗЪ ПОМОЩИ ЛИНЕЙКИ.

Рѣшеніе задачъ элементарной геометріи основано, какъ извѣстно, на слѣдующихъ двухъ допущеніяхъ (постулатахъ): 1) можно (умѣемъ) провести прямую черезъ двѣ данныя точки и 2) можно (умѣемъ) начертить кругъ даннаго центра и даннаго радіуса. Совокупныя работы Ванцеля, Эрмита и Линдемана привели къ строгому доказательству недостаточности этихъ постулатовъ для рѣшенія извѣстнаго рода задачъ, каковы, напримѣръ, задачи о трисекціи угла, кубатурѣ параллелепипеда (Ванцель), квадратурѣ круга (Эрмитъ и Линдеманъ) и проч. Съ другой стороны упомянутые два постулата могутъ быть ограничены въ двухъ направленіяхъ безъ ущерба для того цикла задачъ, которыя могутъ быть разрѣшены принятіемъ этихъ постулатовъ, а именно, можно, во первыхъ, ограничить второй постулатъ умѣніемъ чертить круги одного только опредѣленнаго радіуса (рѣшеніе задачъ однимъ растворомъ циркуля) *) и, во вторыхъ, принимая безъ измѣненія второй постулатъ, можно совсѣмъ отбросить первый, т. е. можно доказать, что *всякое построеніе, совершаемое посредствомъ циркуля и линейки, можетъ быть совершено безъ по-*

*) Объ этомъ см. статью «Рѣшеніе геометрическихъ задачъ при помощи линейки и одного раствора циркуля» А. Шнейдера въ № 1 Журн. Элемент. Математики за 188³/₆ уч. г.

мощи линейки *), что и составляет предмет настоящей статьи. Доказательство этого положенія заключается въ доказательствѣ возможности рѣшенія безъ употребленія линейки слѣдующихъ двухъ задачъ:

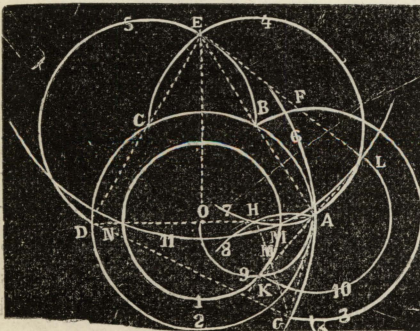
Г. *Опредѣлить безъ помощи линейки пересѣченія прямой, заданной точками А и A_1 , съ даннымъ кругомъ центра О и радіуса r .*

Разсмотримъ нѣсколько случаевъ:

а) Центръ О лежитъ внѣ прямой AA_1 . Точку O_1 , симметричную точкѣ О относительно прямой AA_1 , получимъ какъ пересѣченіе дугъ, описанныхъ изъ А и A_1 радіусами AO и A_1O . Кругъ, описанный изъ O_1 радіусомъ r , встрѣчаетъ данный кругъ въ искомымъ точкахъ.

б) Центръ О лежитъ на данной прямой AO . Точку A_1 можемъ отбросить. Разберемъ три случая:

а) Точка А лежитъ на данномъ кругѣ: она есть одна изъ искомымъ точекъ; вторую искомую точку D (фиг. 13) получимъ, отложивъ въ данномъ кругѣ три хорды AB , BC и CD , равныя r .



Фиг. 13.

б) Точка А лежитъ внѣ даннаго круга (1) (фиг. 13). Изъ О радіусомъ $AO = R$ опишемъ кругъ (2), коего пересѣченіе D съ прямою AO получимъ, отложивъ въ кругѣ (2) три хорды AB , BC , CD , равныя R , что приводится къ описанію трехъ круговъ (3), (4), (5). Пусть Е будетъ пересѣченіе круговъ (4) и (5). Нетрудно видѣть, что прямыя AE и DE дѣлятся соотв. пополамъ въ В и С

и что прямая AD перпендикулярна EO . Опишемъ изъ D радіусомъ $DA = 2R$ кругъ (6), пересѣкающійся съ кругомъ (3) въ точкахъ F и G; изъ точекъ F и G радіусомъ R опишемъ двѣ дуги (7) и (8), встрѣчающіяся въ А и Н. Каждая изъ точекъ А, Н, D равноотстоитъ отъ точекъ F и G, слѣдовательно точки А, Н, О, D лежатъ на прямой. Равнобедренные Δ -ки AFD и AFH , имѣющіе такимъ образомъ при основаніяхъ общій уголъ А, подобны, и изъ пропорціи $AD : AF = AF : AH$ или $2R : R = R : AH$, находимъ, что Н есть середина прямой AO .

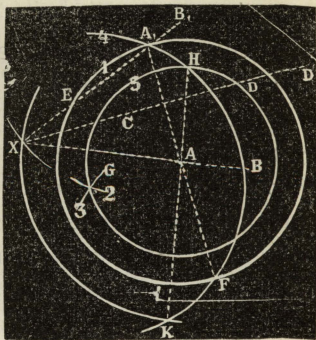
**) Исключая задачи: провести прямую, какъ непрерывный рядъ точекъ.

Опишемъ изъ Н радіусомъ $HO = \frac{1}{2}R$ дугу (9), встрѣчающую кругъ (1) въ К; изъ А радіусомъ АК — кругъ (10), пересѣкающійся съ кругомъ (4) въ L, и наконецъ изъ Е радіусомъ EL — кругъ (11), встрѣчающійся съ кругомъ (1) въ точкахъ М и N. Углы АКО и ALE — прямые, поэтому равныя прямыя АК и AL суть касательныя изъ А къ кругамъ (1) и (11), коихъ радіакальная ось проходитъ, слѣдовательно, черезъ А. Эта ось, перпендикулярная къ линіи центровъ ЕО круговъ (1) и (11), есть прямая АО, встрѣчающая кругъ (1) въ двухъ искомыхъ точкахъ, и въ этихъ же точкахъ радикальная ось АО должна будетъ пересѣкаться съ кругомъ (11), т. е. точки М и N встрѣчи круговъ (1) и (11) суть искомыя точки.

γ). Точка А лежит внутри данного круга. Въ этомъ случаѣ точка А можетъ быть замѣнена какою либо другою точкою A_1 , лежащею на прямой ОА внѣ даннаго круга. Такая точка A_1 можетъ быть получена какъ пересѣченіе двухъ дугъ, описанныхъ равными достаточно большими радіусами изъ какихъ либо двухъ точекъ, расположенныхъ симметрично относительно прямой ОА.

II. Найдти безъ помощи линейки пересѣченіе двухъ данныхъ прямыхъ AB и CD .

Возьмемъ двѣ точки A_1 и B_1 (фиг. 14) соответственно симметричныя точкамъ A и B относительно прямой CD . Прямая A_1B_1 проходитъ, очевидно, черезъ искомую точку. Изъ A радиусомъ AA_1 опишемъ кругъ (1) и возьмемъ его пересѣченія E и F съ прямыми A_1B_1 и A_1A (случаи a и α пред. задачи). Изъ A_1 и F опишемъ пересѣкающіяся въ G дуги (2) и (3) равными радиусами, достаточно большими для того, чтобы кругъ (4), описанный изъ G радиусомъ GA_1 , пересѣкался въ какой либо точкѣ H съ кругомъ (5), описаннымъ изъ A радиусомъ, равнымъ A_1E . Опредѣлимъ пересѣченіе K прямой HA съ кругомъ (4). Двѣ дуги, описанныя изъ A и A_1 радиусами, равными AK , пересѣкутся въ искомой точкѣ x . Дѣйстви-тельно, двѣ пересѣкающіяся въ A хорды HK и A_1F круга (4) даютъ пропорцію $AK : AA_1 = AA_1 : AH$ или $Ax : AA_1 = AA_1 : A_1E$, слѣдовательно, стороны равнобедренныхъ треугольниковъ AxA_1 и A_1AE пропорціональны и углы $xA A_1$, xA_1A , EA_1A , $180^\circ - A_1AB$



Фиг. 14.

равны, т. е. точка x лежитъ на каждой изъ прямыхъ AB , A_1B_1 и есть поэтому искомая точка встрѣчи прямыхъ AB и CD . Построеніе не примѣнимо только тогда, когда $AB \parallel CD$.

Изъ возможности рѣшенія двухъ разсмотрѣнныхъ задачъ вытекаетъ, что всякое построеніе, совершаемое помощію циркуля и линейки можетъ быть ведено безъ помощи послѣдней. Разница будетъ заключаться въ томъ только, что въ первомъ случаѣ точки встрѣчи даннаго круга съ данною прямою даются непосредственно, точно также, какъ и пересѣченіе двухъ данныхъ прямыхъ, между тѣмъ какъ при употребленіи одного только циркуля такія точки должны и могутъ быть найдены рядомъ построеній.

С. Шатуновскій (Бричаны).

КЪ СТОЛѢТНЕЙ ГОДОВЩИНѢ ДНЯ РОЖДЕНІЯ МИХАИЛА ФАРАДЕЯ.

(род. $10/_{22}$ сентября 1791 г. въ Ньюингтонѣ Бутъ, ум. $13/_{25}$ августа 1867 г. въ Гамптонѣ Кортъ).

(Окончаніе).

Мы переходимъ теперь къ послѣднимъ открытіямъ Фарадея: „магнетизаціи свѣта“ и діамagnetизму.

Еще въ 1834 году онъ пользовался поляризованнымъ свѣтомъ для изслѣдованія своихъ электролитовъ, зная, что свѣтъ этотъ является очень тонкимъ и чувствительнымъ пробнымъ камнемъ молекулярнаго состоянія. Въ 1838 году онъ примѣнилъ тотъ-же свѣтъ къ діэлектрикамъ. Онъ покрывалъ двѣ противоположныя грани стеклянаго куба стannіоловыми листочками, одну обкладку соединялъ съ сильной электрической машиной, а другую съ землей и изслѣдовалъ помощію поляризованнаго свѣта состояніе стекла, которое было подвержено, такимъ образомъ, сильному электрическому раздѣленію. Ему не удалось тогда добиться обязательнаго результата, но онъ приписывалъ это лишь неудачному методу экспериментированія. Возвратившись изъ путешествія по Швейцаріи, гдѣ онъ отдыхалъ отъ трудовъ, Фарадей снова взялся за прежнія изслѣдованія и въ ноябрѣ 1845 года оповѣстилъ о своемъ открытіи „магнетизаціи свѣта и освѣщенія магнитныхъ силовыхъ линій“. Это заглавіе возбудило общее недоумѣніе и дало поводъ къ различнымъ недоразумѣніямъ. Поэтому,

Фарадей выпустилъ къ нему объяснительную замѣтку, но и тогда онъ продолжалъ оставаться непонятнымъ, — и дѣйствительно, воззрѣнія Фарадея были непереводимы на тогдашній научный языкъ. Изложимъ вкратцѣ содержаніе этого столь важнаго мемуара. Послѣ небольшого вступленія объ единствѣ природныхъ силъ Фарадей переходитъ къ описанію одного очень интереснаго опыта, произведеннаго имъ съ помощью особеннаго, такъ называемаго, тяжелаго стекла *). Кусокъ этого послѣдняго, имѣвшій около 2 дюймовъ въ квадратѣ, и толщиною въ 0,5 дюйма былъ помѣщенъ какъ „Diamagneticum“ **) между полюсами (которые еще не были намагничены электрическимъ токомъ), такъ что поляризованный лучъ могъ проходить по длинѣ стекла; это послѣднее играло роль воздуха, воды или другого какогонибудь прозрачнаго тѣла; когда окуляру давали такое положеніе, что поляризованный лучъ исчезалъ, или вѣрнѣе, что вызванное имъ изображеніе становилось невидимымъ, то введеніе стекла не порождало никакого измѣненія въ этомъ отношеніи. При этихъ условіяхъ сила электромагнита развивалась тѣмъ, что проводился токъ чрезъ обороты его проволоки, и тотчасъ же изображеніе лампы становилось видимымъ и оставалось таковымъ до тѣхъ поръ, пока поддерживался магнетизмъ. Какъ только прерывали электрическій токъ и, въ силу этого, устраняли магнитную силу, пламя мгновенно исчезало.

Въ обыкновенномъ свѣтовомъ лучѣ частицы свѣтящагося ээира колеблются по всѣмъ направленіямъ перпендикулярно направленію распространенія. Посредствомъ устроенной Фарадеемъ поляризации устраняются всѣ колебанія, за исключеніемъ тѣхъ, которыя параллельны одной опредѣленной плоскости. Когда плоскость колебаній поляризатора совпадаетъ съ плоскостью колеба-

*) Здѣсь необходимо маленькое отступленіе. Фарадей еще задолго до этого занимался приготовленіемъ лучшихъ стеколъ для оптическихъ цѣлей. Хотя ему и удалось соорудить тяжелое стекло большой преломляющей силы, но оказалось, что его пригодность для оптическихъ цѣлей несоизмѣрима съ затраченнымъ трудомъ. Теперь же это стекло Фарадею пригодилось и сторицей вознаградило его. Онъ долгое время неудачно экспериментировалъ надъ прозрачными кристаллами, пока не рѣшилъ испытать свое стекло (кремнеборноокислый свинецъ).

**) «Подъ „Diamagneticum“ — говоритъ Фарадей — я понимаю тѣло, черезъ которое проходятъ магнитныя силовыя линіи, и которое отъ ихъ дѣйствія не приводится въ обыкновенное магнитное состояніе желѣза или магнитнаго камня». Мы увидимъ ниже, что Фарадей сталъ употреблять этотъ терминъ въослѣдствіи въ другомъ смыслѣ.

ній анализатора, то часть лучей проходить через ту и другую; если же названные обѣ плоскости взаимно перпендикулярны, то лучъ исчезаетъ. Если при такомъ взаимномъ расположеніи анализатора и поляризатора какимъ бы то ни было образомъ измѣнить между ними плоскость колебанія поляризованнаго луча, то прониканіе свѣта становится возможнымъ, по крайней мѣрѣ отчасти. Это то и происходило въ опытѣ Фарадея. Его магнитъ поворачивалъ поляризаціонную плоскость луча на нѣкоторый уголъ и давалъ лучу возможность проникать черезъ анализаторъ. Такимъ образомъ, „магнетизація свѣта и освѣщеніе магнитныхъ силовыхъ линій“ есть не что иное, какъ *магнитное вращеніе плоскости поляризаціи*, выражаясь современнымъ языкомъ.

Фарадей показалъ далѣе, что направленіе вращенія зависитъ отъ положенія магнитныхъ полюсовъ, что при поворотѣ этихъ послѣднихъ, поворачивается и направленіе вращенія. Онъ замѣтилъ, что, когда поляризованный лучъ проходитъ чрезъ его стекло по направленію, параллельному направленію магнитныхъ силовыхъ линій, то вращеніе достигало своего maximum'a, что, напротивъ того, всякое вращеніе переставало имѣть мѣсто, какъ только направленія луча и магнитныхъ силовыхъ линій были взаимно перпендикулярны. Наконецъ, онъ доказалъ, что величина вращенія пропорціональна длинѣ *diamagneticum'a*, черезъ которое проникаетъ лучъ свѣта. Тѣ же свойства обнаружили и водные растворы, надъ которыми экспериментировалъ Фарадей. Одни только газы не дали ему тѣхъ же результатовъ. Затѣмъ онъ отъ магнитовъ перешелъ къ электрическимъ токамъ, помѣщая испытуемые вещества въ электромагнитныя спирали. Токъ, проведенный черезъ эти послѣднія, вызывалъ вращеніе плоскости поляризаціи и притомъ всегда въ направленіи, одноименномъ съ направленіемъ самого тока.

Нѣкоторыя тѣла обладаютъ, какъ извѣстно, способностью вращать плоскость поляризаціи и безъ содѣйствія магнетизма: таковы, напримѣръ, терпентинное масло и кварцъ; Фарадей показалъ, что въ первомъ вращеніе независимо отъ направленія луча, въ противоположность тѣламъ намагниченнымъ. Далѣе онъ указалъ на существенную разницу, существующую между обыкновеннымъ и магнитнымъ вращеніемъ *).

*) Попытаемся разъяснить характеръ этого различія. Пусть мы имѣемъ трубку, закрытую съ обоихъ концовъ стеклянными пластинками и наполненную

Съ рѣдкой осторожностью и удивительнымъ искусствомъ сталъ Фарадей осуществлять свои заключенія на практикѣ, подтверждая свои теоретическія соображенія замѣчательно точными опытами. Къ сожалѣнію размѣры настоящей статьи не позволяютъ намъ послѣдовать за нимъ далѣе въ этой области, изученіемъ которой въ пятидесятихъ годахъ нашего столѣтія сталъ заниматься Максвеллъ *).

Дальнѣйшимъ великимъ шагомъ Фарадея на пути открытій былъ его трактатъ „о магнитномъ состояніи всей матеріи“, сообщенный Королевскому обществу 18 декабря 1845 года.

Еще значительно раньше былъ замѣченъ отдѣльными наблюдателями **) тотъ фактъ, что висмутъ отталкивается магнитомъ, въ противоположность желѣзу, которое имъ притягивается. Но эти наблюденія стояли отдѣльно и не получили обобщенія. Фарадей сдѣлалъ совершенно независимо то же наблюденіе и высказалъ предположеніе, что эти два вида дѣйствія являются лишь частными случаями одного общаго закона. Онъ показалъ, что нѣкоторыя тѣла, какъ желѣзо, находясь подъ дѣйствіемъ магнита, располагаются аксіально, другія же, какъ висмутъ, — экваторіально. Эти послѣднія онъ назвалъ діамангнитными, употребляя это

терпентиннымъ масломъ; пусть трубка эта расположена по направленію N — S. Приложимъ глазъ къ южному концу ея, а черезъ сѣверный пропустимъ поляризованный лучъ. Наблюдателю при такихъ условіяхъ покажется, что вращеніе плоскости поляризаціи при посредствѣ терпентиннаго масла совершилось въ правую сторону. Помѣщая глазъ у сѣвернаго конца и пропуская лучъ чрезъ южный, мы снова увидимъ, что вращеніе совершилось направо. Сосѣмъ не то имѣетъ мѣсто, когда кусокъ тяжелаго стекла подверженъ дѣйствію электрическаго тока. Въ этомъ случаѣ, если вращеніе при первомъ положеніи глаза казалось совершившимся справа на лѣво, то при второмъ положеніи оно покажется обратнымъ. Изъ этого слѣдуетъ, что, если поляризованный лучъ, прошедши черезъ терпентинное масло, какимъ бы то ни было образомъ снова былъ отброшенъ сквозь жидкость, то вращеніе испытанное прямымъ лучемъ, уничтожилось тѣмъ вращеніемъ, которое испыталъ лучъ отраженный. Другое дѣло при дѣйствіи, вызываемомъ магнетизмомъ. Здѣсь очевидно вращеніе при прохожденіи взадъ и впередъ удваивается. Отсюда заключалъ Фарадей, что тѣ молекулы терпентиннаго масла, которыя своей естественной силой вызываютъ вращеніе, и тѣ, которыя это дѣлаютъ лишь вслѣдствіе намагничиванія, находятся не въ одномъ и томъ же состояніи.

*) Въ математическомъ изслѣдованіи, напечатанномъ въ „Proceedings of the Royal Society“ за 1856 годъ Максвеллъ приходитъ къ заключенію, что магнитная среда находится въ состояніи молекулярнаго вращенія.

**) Бругмансъ, Беккерель, Ле-Байфъ (Le Baillif), Зебекъ и др.

выраженіе уже въ другомъ смыслѣ, нежели въ своемъ мемуарѣ о „магнетизаціи свѣта“. Впослѣдствіи Фарадей называлъ всѣ тѣла, какъ желѣзо, парамагнитными, разсматривая діамagnetизмъ и парамагнетизмъ, какъ частные случаи общаго дѣйствія—магнетизма. Фарадей не остановился на этомъ и рядомъ блестящихъ опытовъ показалъ, что не только всѣ твердыя тѣла, но и жидкости и газы подчиняются общему закону.

Установивъ эти законы, Фарадей старался дать имъ объясненіе теоретическаго характера. „Теоретически, говорилъ онъ, можно было бы объяснить движеніе діамagnetныхъ тѣлъ и всѣхъ діамagnetныхъ явленій, происходящихъ отъ воздѣйствія магнитовъ на эти тѣла, предположеніемъ, что магнитная индукція приводитъ ихъ въ состояніе, противоположное тому, которое вызывается ею въ другихъ тѣлахъ“. Т. е. въ то время, какъ при обыкновенномъ магнитномъ дѣйствіи возбуждающій полюсъ индуцируетъ по своей близости противоположный магнетизмъ, въ діамagnetныхъ тѣлахъ, напротивъ, магнетизмъ индуцированный одноименнъ съ индуцирующимъ полюсомъ. Но это предположеніе обратной полярности, по увѣренію Тиндалля, никогда не составляло твердаго убѣжденія Фарадея; его собственные опыты не служили подтвержденіемъ этому мнѣнію, и, какъ кажется, онъ отрѣшился впослѣдствіи отъ него, придерживаясь неполярности діамagnetной силы *).

Затѣмъ Фарадей вступилъ въ новую, хотя и родственную область изслѣдованій, а именно занялся изученіемъ явленій въ кристаллахъ, подверженныхъ дѣйствію магнетизма. Явленія въ кристаллахъ, отчасти теоретически предсказанныя Пуассономъ, были въ значительной степени дѣйствительно изучены Плюкеромъ. Изслѣдованія Фарадея въ этой области, сообщенныя въ мемуарѣ, поданномъ Королевскому Обществу 7 декабря 1848 года, вполне исчерпали этотъ предметъ. Явленія эти, говоритъ Фарадей, существенно отличны отъ явленій діамagnetизма и магнетизма; они представляютъ намъ новую силу или новое проявленіе силы въ молекулахъ матеріи. Эту силу онъ назвалъ особеннымъ терминомъ: „магнито-кристаллическая“. Давъ общее понятіе объ этой послѣдней, Фарадей высказывается слѣдующимъ образомъ о характерѣ ея дѣйствія. „Законъ этого послѣдняго, говоритъ онъ,

*) Фарадей доказалъ также существованіе діамagnetныхъ и парамагнитныхъ свойствъ пламени; первымъ, замѣтившимъ это свойство былъ итальянскій ученый Банкалари. Фарадею и въ этой области принадлежитъ честь обобщенія.

заключается, какъ кажется, въ томъ, что направленіе или ось магнито-кристаллической силы (которая является равнодѣйствующей вліянія всѣхъ молекулъ), стремится расположиться параллельно или касательно къ магнитной силовой линіи, проходящей черезъ данное мѣсто кристалла.“ Магнито-кристаллическая сила отличается, по его мнѣнію, отъ магнитныхъ и діаманитныхъ силъ тѣмъ, что не производитъ ни притяженія, ни отталкиванія, а сообщаетъ лишь массамъ, находящимся подъ ея вліяніемъ, нѣкоторое направленіе *).

Постараемся теперь вкратцѣ резюмировать научныя заслуги Фарадея. Главныя открытія его могутъ быть разбиты на пять группъ. Центромъ первой можно считать великое открытіе магнито-электрической индукціи. Къ этой послѣдней примыкають изслѣдованія экстратока, полярныхъ и другихъ состояній діаманитныхъ тѣлъ, магнитныхъ силовыхъ линій, ихъ особеннаго характера и раздѣленія; примѣненіе индуцированныхъ электромагнитныхъ токовъ, какъ мѣры и критерія магнитнаго дѣйствія, и изслѣдованія отталкивательныхъ явленій въ магнитномъ полѣ.

Вторая группа его открытій обнимаетъ химическія явленія электрическаго тока. Ядромъ ея является великій законъ электрохимическихъ эквивалентовъ. Сюда же относится его разборъ теорій соприкосновенія, изслѣдованія источника Вольтова электричества и окончательное изложеніе химической теоріи Вольтова столба.

Третье великое открытіе, которымъ онъ обогатилъ науку, есть магнетизація свѣта. Оно, точно исполнѣ, стоитъ совершенно отдѣльно отъ другихъ.

Центромъ четвертой группы является открытіе діаманетизма, къ которому относятся изслѣдованія общаго магнитнаго состоянія всей матеріи, магнетизма пламени и газовъ, магнитной силы кристалловъ и атмосфернаго магнетизма.

Пятая группа обнимаетъ собой изслѣдованія въ области химіи, центромъ которой являются работы надъ сжиженіемъ газовъ.

Вотъ капиталнѣйшія изъ его открытій, не считая остальныхъ, достаточныхъ самихъ по себѣ для составленія выдающагося имени. Каждая минута жизни Фарадея есть эпоха для науки.

*) Желаящихъ прослѣдить дальнѣйшее развитіе вопроса о магнетизмѣ въ кристаллахъ мы принуждены отослать къ главѣ «Magnetismus der Krystalle» р. 96 въ уже выше цитированной книгѣ Тиндалля.

Точно одаренный какимъ то шестымъ чувствомъ, онъ умѣлъ проникать въ глубь тайнъ природы и разоблачать ихъ предъ удивленными современниками. Его заслуги въ области электричества въ особенности неисчислимы. Онъ установилъ вѣдъ всякаго сомнѣнія, что всякое химическое дѣйствіе есть источникъ электрическаго движенія, пропорціональнаго его напряженности, подчиненнаго его продолжительности, одноименнаго по направленію, тождественнаго, наконецъ, для всѣхъ эквивалентовъ тѣлъ, вступающихъ въ подобныя соединенія.

Онъ открылъ новый видъ электрическаго движенія, наименѣе дорогой, наиболѣе могущественный, легче всего поддающійся управленію, наиболѣе гибкій и универсальный въ своихъ эффектахъ — индукцію.

Онъ превратилъ магнетизмъ въ электричество и электричество въ магнетизмъ помощью приѣмовъ, не оставляющихъ никакого сомнѣнія относительно тождественности происхожденія этихъ двухъ проявленій одной и той же силы. Онъ открылъ дѣйствіе магнетизма на свѣтъ, и, если ему не удалось установить обратнаго соотношенія, то онъ по крайней мѣрѣ намѣтилъ путь болѣе счастливымъ изслѣдователямъ. Онъ установилъ существованіе общаго дѣйствія магнетизма на всѣ извѣстныя тѣла: твердыя, жидкія и газообразныя, живыя и безжизненные. Онъ доказалъ несомнѣнными опытами, ставшими теперь общимъ достояніемъ, что магнетизмъ дѣйствуетъ на матерію во всѣхъ ея видахъ и на силу во всѣхъ ея проявленіяхъ: свѣтъ, теплоту, электричество, механическую и химическую силу.

Уже этихъ нѣсколькихъ строкъ достаточно, чтобы обрисовать ту грандіозную роль, которую Фарадей сыгралъ въ переломѣ человѣческой мысли. Тиндалль безусловно правъ, говоря, что Фарадея должно считать величайшимъ изслѣдователемъ въ области опыта, что развитіе и прогрессъ будущихъ изслѣдованій могутъ только еще больше возвысить и увеличить заслуги незабвеннаго ученаго, но нисколько не умалить ихъ.

О. Периментъ.

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Кіевское Физ.-Мат. Общество. 14-е очер. засѣданіе 13 сентября. Предсѣдательствовалъ Н. Н. Шиллеръ; присутствовало 27 членовъ. Были сдѣланы сообщенія:

1) *Г. К. Суловъ*: „Доказательство параллелограмма силъ G. Darboux“. Референтъ изложилъ содержаніе Note I къ курсу механики Despeyroux.

2) *Р. Н. Савельевъ*: „О теплопрозрачности воздуха и солнечной постоянной“.

3) *О. О. Косоноговъ*: „Опыты Герца“ (окончаніе).

4) *В. В. Игнатовичъ-Завилейскій* демонстрировалъ динамомашину, сдѣланную въ Кіевѣ.

Проф. университета Св. Владиміра П. М. Покровскій заявилъ о своемъ желаніи вступить въ члены Общества. Предложены новые члены: Н. А. Аничковъ, С. П. Слѣсаревскій, Р. Ф. Фогель.

Выборъ товарища предсѣдателя, вмѣсто сложившаго съ себя это званіе Э. К. Шпачинскаго, рѣшено произвести въ слѣдующемъ засѣданіи, назначенномъ на 27 сентября.

Надзоръ за библіотекой Общества рѣшено поручить Я. Н. Жуку.

Прочитанъ отвѣтъ Кіевского Общества Естественныхъ наукъ на приглашеніе со стороны Физ.-Мат. Общества войти въ болѣе тѣсныя сношенія.

Прочитаны программы публичныхъ лекцій Р. Н. Савельева и В. В. Игнатовича-Завилейскаго. Разсмотрѣніе и обзоръ программъ для публичныхъ лекцій на будущее время рѣшено поручить Распорядительному Комитету.

Прочитанъ списокъ поступившихъ въ библіотеку Общества журналовъ и брошюръ.

О. О. Косоноговъ.

Мат. Отд. по элем. мат. и физикѣ Новоросс. Общ. Естеств. 1-ое очер. засѣданіе 4 октября 1891 г.

Предсѣдатель И. В. Слешинскій прочелъ краткій отчетъ о дѣятельности Отдѣленія за истекшій учебный годъ, выразившейся рефератами и замѣтками въ засѣданіяхъ, преимущественно изъ области физики, геометріи и ариметики.

Были сдѣланы сообщенія:

1) *В. В. Преображенскій*: „Къ теоріи квадратныхъ уравненій“ *).

2) *Г. Г. Де-Метцъ* въ двухъ краткихъ сообщеніяхъ отмѣтилъ:

1) тотъ историческій фактъ, что первая законченная мысль объ

*) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникѣ“.

устройствъ анероиднаго барометра принадлежить Лейбницу, и 2) полную возможность обходиться при приготовленіи ртутнаго барометра безъ кипяченія ртути; такъ приговленный барометръ Краевича, находящійся въ Морской Академіи*), надо признать вполне удовлетворительнымъ.

3) *И. Злотчанскій* изложилъ одно изъ доказательствъ теоремы: „разность степеней на разность корней дѣлится безъ остатка“ и его распространеніе на случаи дѣленія суммы степеней.

4) *Э. К. Шпачинскій* сдѣлалъ предварительное сообщеніе объ устроенномъ имъ новомъ гальваническомъ элементѣ, не дающемъ никакихъ газовъ и ползучихъ солей, въ которомъ неамальгмированный цинкъ абсолютно не подвергается никакому химическому дѣйствію при разомкнутой цѣпи. Жидкость для такого угле-цинковаго элемента, не требующаго пористой перегородки, готовится изъ раствора виннокаменной кислоты и двуххромокислаго калия**).

Въ заключеніе проф. *Ө. Н. Шведовъ* обратился къ членамъ Отдѣленія съ предложеніемъ раздѣлить между собою трудъ систематическаго ознакомленія присутствующихъ въ засѣданіяхъ съ содержаніемъ специальныхъ журналовъ по физикѣ и математикѣ, а *Г. Г. Де-Метцъ* далъ списокъ тѣхъ изъ нихъ, которые по содержанію наиболѣе подходятъ къ программѣ дѣятельности Отдѣленія.

В. Н. Габбе (Одесса).

1-е собраніе учителей физики, химіи и космографіи въ Солянѣ 9-го октября 1891 года.

Предсѣдательствовалъ Директоръ Педагогическаго Музея *А. Н. Макаровъ*.

По прочтеніи протокола предшествующаго засѣданія и отчета ***)) за прошлый годъ, проф. *И. П. Борманъ* сообщилъ о нѣ-

*) Этотъ барометръ былъ предметомъ сообщенія г. Краевича на VIII Сѣздѣ русскихъ естеств. и врачей (См. Труды VIII Сѣзда, отдѣлъ физики, стр. 169).

**) Элементъ этотъ, удобный для быстрого снаряженія и перевозки, такъ какъ всѣ нужные для него матеріалы могутъ быть сохраняемы и перевозимы въ сухомъ видѣ, не портящійся, подобно другимъ, при герметическомъ его закрытіи и позволяющій увеличивать поверхность цинка по желанію, могъ бы быть наиболѣе пригоденъ для военныхъ телеграфныхъ парковъ, а также для установокъ на пароходахъ. Для электрическаго освѣщенія элементъ этотъ не пригоденъ.

***)) Въ прошломъ 90—91 году состоялось 7 засѣданій, въ которыхъ дѣлались сообщенія, демонстрировались приборы и опыты, давались отчеты о книгахъ и т. п. Присутствовало на засѣданіяхъ среднимъ числомъ по 20 человекъ (отъ 13 до 23).

которыхъ видѣнныхъ имъ заграницею физическихъ учрежденіяхъ, которыя теперь называются не „кабинетами“, а „лабораторіями“ и „институтами“; перемѣна названія соотвѣтствуетъ измѣненію ихъ характера: здѣсь не только показываютъ физическіе опыты и приборы, но дѣйствительно работаютъ съ ними. Даже въ самыхъ маленькихъ университетахъ, въ родѣ іенскаго или грейфс-галдскаго, имѣются обширные физическіе институты, подобнымъ которымъ не обладаетъ ни одинъ изъ русскихъ университетовъ.

Въ Цюрихѣ физическій институтъ (подъ руководствомъ проф. Вебера) открытъ только 1 Окт. 1890 года. Это громадное зданіе около 70 м. длиною, помѣщенное уединенно отъ другихъ зданій. Въ немъ 84 комнаты; кромѣ того внутренніе дворы, покрытые стеклянными крышами, служатъ для помѣщенія динамомашиинъ, паровыхъ машинъ и т. п. Имѣется помѣщеніе съ постоянною температурою, состоящее изъ 4-хъ подземныхъ залъ. Количество приборовъ громадно; напримѣръ, динамомашины имѣются почти всевозможныхъ системъ, аккумуляторовъ болѣе 300 и т. д. Много-численность приборовъ, иногда однородныхъ, производитъ впечатлѣніе базара. Во всѣ комнаты проведены проводники, газъ, вода. Изъ готовящихся работъ интересенъ искусственный кабель очень большой емкости и сопротивленія. Кабель состоитъ изъ 250 послѣдовательно соединенныхъ лампъ накаливаія особенно большого сопротивленія; каждая лампа соединена съ конденсаторомъ. При пропусканіи черезъ этотъ кабель тока отъ 15 аккумуляторовъ оказалось, что при замыканіи тока стрѣлка апериодическаго гальванометра Сименса отклонялась не сразу, а постепенно въ теченіе почти 3 минутъ; при размыканіи тока онъ ослабѣвалъ также почти въ теченіе 3 минутъ.

Однако число работающихъ въ Институтѣ не очень велико; быть можетъ, потому, что онъ еще не вполне устроенъ.

Близъ Берлина въ Шарлотенбургѣ имѣется Technische Reichsanstalt, руководимое Гельмгольцемъ; въ этомъ учрежденіи, не смотря на то, что оно не совсѣмъ окончено, всюду кипитъ работа. Reichsanstalt состоитъ изъ техническаго и научнаго отдѣловъ; въ первомъ изслѣдуются техническіе матеріалы, инструменты и пр., а во второмъ изслѣдуются спеціально научные вопросы. Изъ множества работъ, производившихся при немъ въ техническомъ отдѣленіи, докладчикъ упомянулъ объ изслѣдованіяхъ: растворимости калиеваго стекла въ водѣ (чувствительный реактивъ — растворъ эозина въ эфирѣ); о выработкѣ стекла, мало

измѣняющаго свои свойства со временемъ (іенское нормальное стекло); изслѣдованіе свойствъ платины. Какъ нормальный термометръ, тамъ употребляется термометръ Фусса, который можетъ употребляться при температурахъ выше 400°C . Чтобы избѣжать кипѣнія ртути (при 360°) надъ нею введенъ азотъ; давленіе азота повышаешь температуру кипѣнія. Для единицъ электрическихъ сопротивленій въ Reichsanstaltъ выработанъ особый сплавъ Sn, Mn и Ni (манганитъ), который обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что его сопротивление почти не мѣняется съ измѣненіемъ температуры.

Научное отдѣленіе помѣщается въ особомъ 3-хъ этажномъ зданіи, удаленномъ отъ другихъ домовъ. Стѣны зданія двойныя, такъ что между наружною и внутреннею стѣною имѣется что-то въ родѣ узкаго корридора; крыша покрыта землею и дерномъ; внутренній дворъ при помощи стеклянныхъ половъ и потолковъ также раздѣленъ на три этажа, служащихъ помѣщеніями для различныхъ работъ; свѣтъ въ эти помѣщенія достигаешь слѣдовательно сверху черезъ полы верхнихъ этажей. Всѣ эти мѣры имѣютъ цѣлью установить въ помѣщеніи по возможности равномерную и постоянную температуру. Отопленіе весьма сложно и представляетъ сочетаніе парового, водяного и воздушнаго отопленія. Имѣется нѣсколько отдѣльныхъ помѣщеній для динамомашинъ, аккумуляторовъ, паровыхъ машинъ, для приготовленія льда и т. п. Одна комната предназначена для постоянной температуры въ 0° .

Я. И. Ковальскій сообщилъ свое мнѣніе о книгѣ Нечаева „Общедоступная химія“, которая содержитъ въ себѣ множество ошибокъ и ни въ какомъ случаѣ не общедоступна.

Г. Павловъ предостерегъ присутствующихъ противъ пріобрѣтенія небрежно изданныхъ книгъ: Фика „О зрѣніи“ и Стрекалова „Записная книжка для учителей физики и математики“.

А. К. (Спб.).

ЗАДАЧИ

№ 246. Два игрока, изъ которыхъ у перваго до начала игры было a рублей, у втораго b рублей, сыграли нѣсколько партій, при чемъ ставку каждый разъ составляли всѣ деньги того игрока, у котораго ихъ передъ началомъ партіи было меньше. Предполагается, что выигрываетъ постоянно тотъ, чьи деньги опредѣляли ставку. Можно ли эту игру продолжать какъ угодно долго,

или же она прекратится послѣ нѣкотораго числа партій вслѣдствіе того, что у играющихъ окажется поровну денегъ? Можетъ ли случиться, что послѣ нѣсколькихъ партій у каждаго изъ играющихъ будетъ столько денегъ, сколько ихъ было до начала игры? (Ср. задачу № 293 (1-й серіи) въ № 42 „Вѣстника Оп. Физ.“)

Д. Селивановъ (Спб.).

№ 247. Показать, что если среднее арифметическое квадратовъ нѣкоторыхъ n чиселъ равно квадрату средняго арифметическаго тѣхъ же чиселъ, то они равны между собою.

В. Коганъ (Одесса).

№ 248. Доказать теорему: во всякомъ четырехугольникѣ, описанномъ около круга, произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ двухъ противоположныхъ вершинъ на какую нибудь касательную и произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ двухъ другихъ вершинъ на ту же касательную, находятся въ постоянномъ отношеніи, не зависящемъ отъ положенія этой касательной.

И. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 249. Определить предѣлъ суммы членовъ ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{4}{2.3.4.5} + \dots$$

И. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 250. Построить прямоугольный треугольникъ по данному катету и отрѣзку гипотенузы, опредѣляемому высотой и прилежащему другому катету.

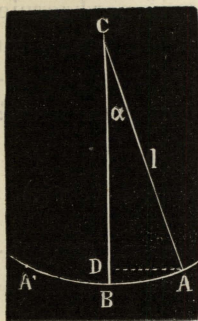
Н. Николаевъ (Пенза).

№ 251. Даны два угла ABC и DEF . Въ извѣстномъ направленіи провести прямую, отрѣзки которой въ углахъ находятся въ данномъ отношеніи.

(Займств.) *И. Александровъ* (Тамбовъ).

Задача о маятникѣ.

№ 252. Пусть $AB = l\alpha$ бесконечно малая амплитуда маятника. Разыщемъ время t , употребляемое маятникомъ на ея прохожденіе.



Фиг. 15.

§ 1. На бесконечно маломъ пути АВ ускореніе силы, движущей маятникъ, измѣняется сплошнымъ образомъ отъ $g \cdot \sin \alpha$ (или, по малости α , отъ $g\alpha$) до нуля. Сила, движущая маятникъ, переменна, но такъ какъ разсматривается лишь бесконечно малое перемѣщеніе маятника, то переменную силу замѣнимъ постоянною, сообщающею ускореніе среднее изъ значеній ускоренія переменной силы въ началѣ и въ концѣ бесконечно малаго пути АВ, т. е. $\frac{1}{2}g\alpha$. Такимъ образомъ получится движеніе подъ дѣйствіемъ постоянной силы, при чемъ, какъ извѣстно,

$$\text{время} = \sqrt{\frac{2 \cdot \text{пространство}}{\text{ускореніе}}},$$

слѣдовательно:

$$t = \sqrt{2AB \frac{2}{g\alpha}},$$

но $AB = l\alpha$, поэтому

$$t = 2 \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

То же время употребить маятникъ на прохожденіе дуги $A'B = AB$, слѣдовательно время T полного колебанія маятника будетъ

$$T = 4 \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1)$$

§ 2. На бесконечно маломъ пути АВ скорость маятника измѣняется отъ 0 до $\sqrt{2g \cdot BD}$. Такъ какъ АВ бесконечно мало, то движеніе по немъ будемъ разсматривать какъ равномерное со скоростью среднею изъ скоростей въ началѣ и концѣ пути АВ. При равномерномъ движеніи

$$\text{время} = \frac{\text{пространство}}{\text{скорость}},$$

слѣдовательно

$$t = \frac{AB}{\sqrt{2g \cdot BD}}.$$

Но по известной теоремѣ

$$BD = \frac{AB^2}{2l},$$

слѣдовательно

$$l = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

и

$$T = 2 \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (2)$$

Извѣстно, однако, что въ дѣйствительности

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Въ чемъ погрѣшность аргументаціи?

Проф. Н. Пильчиковъ (Харьковъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 74 (2 сер.). Данный прямоугольный параллелепипедъ пересѣчь плоскостью такъ, чтобы въ сѣченіи получился квадратъ.

На большемъ ребрѣ беремъ точку Q и въ одной изъ граней проводимъ QF параллельно среднему ребру; изъ Q радіусомъ QF въ другой грани описываемъ дугу, которая пересѣчетъ большее ребро въ точкѣ Р. Плоскость, проведенная черезъ QF и QR и будетъ искомой.

П. Андреевъ, Е. Карновичъ (Москва), Г. Ширжикинъ, А. Кочанъ, Н. Вонсикъ, О. Самбурская-Евневичъ, А. Семеновъ, М. Смиговъ (Воронежъ), В. Россовекая, Я. Я. (Курскъ), І. Теплицкій (Кременчугъ), А. П. (Пенза), А. Рубиновскій (Кіевъ).

№ 80. (2 сер.). Рѣшить уравненія

$$x^3 + y^3 = ny \quad \dots \quad (1)$$

$$x^2 y = n(x + y) \quad \dots \quad (2)$$

Очевидно

$$(x + y)^3 = 3xy(x + y) + ny \quad \dots \quad (3)$$

Дѣля (3) на (2) получимъ

$$(x+y)^2 x^2 - 3nx(x+y) - n^2 = 0,$$

откуда

$$x(x+y) = \frac{n}{2} (3 \pm \sqrt{13}) \dots \dots (4)$$

Сравнивая величину y изъ (4) и (2), получаемъ биквадратное уравненіе относительно x .

Г. Ширинкинъ, В. Захаровъ, М. Варавинъ, А. Кочанъ и И. Вонсикъ (Воронежъ), И. Свинниковъ (Троицкъ), А. Дукельскій и М. Арештейнъ (Кременчугъ), И. Бискъ (Кіевъ), Н. Карновъ (Златополь), С. Карновичъ (Москва), А. Охитовичъ (Спб.).

№ 81 (2 сер.). По данной высотѣ прямого конуса опредѣлить, на какомъ разстояніи отъ его вершины нужно провести плоскость, параллельную основанію, чтобы объемъ конуса раздѣлился въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

Пусть h высота конуса, x искомое разстояніе.

Объемъ конуса V выразится

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}.$$

По условію

$$\frac{\pi R^2 h}{3} : \frac{\pi r^2 x}{3} = \frac{\pi r^2 x}{3} : \frac{\pi R^2 h - \pi r^2 x}{3},$$

(гдѣ R и r обозначаютъ радіусы основанія и сѣченія).

Или

$$\frac{R^2 h}{r^2 x} = \frac{r^2 x}{R^2 h - r^2 x}.$$

Такъ какъ

$$\frac{R}{r} = \frac{h}{x},$$

то

$$\frac{h^3}{x^3} = \frac{x^3}{h^3 - x^3},$$

откуда

$$x = h \sqrt[3]{\frac{5-1}{2}}$$

А. П., Н. Николаевъ (Пенза), В. Тюнинъ, А. Даниловъ (Уфа), Н. Волковъ, С. Тисъ (Спб.), В. Россовская (Курскъ), И. Левицкій (Житомиръ), В. Глазовъ (Черниговъ), Теплицкій, А. Дукельскій (Кременчугъ), П. Андреевичъ (Москва), Е. Приоровскій (Спб.).

№ 82 (2 сер.). Показать, что если

$$m \sin (\alpha + \beta) = \cos (\alpha - \beta),$$

то выражение

$$(1 - m \sin 2\alpha)^{-1} + (1 - m \sin 2\beta)^{-1}$$

не зависит от α и β .

Данное выражение равно

$$\frac{2[1 - m \sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)]}{1 - 2m \sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta) + m^2 \sin 2\alpha \sin 2\beta}$$

Разлагая выражение $\sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta$ на разность косинусов и

замѣняя $\sin (\alpha + \beta)$ черезъ $\frac{\cos (\alpha - \beta)}{m}$, получимъ величину нашего вы-

раженія равной $\frac{2}{1 - m^2}$.

И. Свѣшниковъ (Троицк.), *И. Николаевъ* (Пенза), *А. Кочанъ* и *И. Вонсикъ* (Воронежъ), *А. Охитовичъ* (Спб.). *М. Арештейнъ* (Кременчугъ).

№ 120. (2 серия). Рѣшить безъ помощи тригонометріи задачу (изъ „Прямол. Тригонометріи“ Пржевальскаго, изд. 3-е, стр. 207 за № 18):

„На горизонтальной поверхности стоятъ двѣ башни: АВ и CD на разстояніи a . Если станемъ поочередно у подошвы каждой изъ нихъ, то найдемъ, что угловая высота одной будетъ вдвое болѣе другой; а если станемъ въ срединѣ разстоянія F между башнями, то угловая высота одной будетъ служить дополненіемъ до прямого угла угловой высотѣ другой башни. Найти высоты башенъ“.

Положимъ $BM = x$ и $DN = y$ ($AM = CN = h$ означаетъ высоту угломернаго снаряда).

Изъ подобія треугольниковъ BMF и DNF найдемъ:

$$4xy = a^2 \dots \dots (1)$$

Проведемъ въ треугольникѣ DMN биссекторъ MP угла M; тогда изъ равенства треугольниковъ BNM и PMN

$$PM = BN = \sqrt{x^2 + a^2}.$$

Пользуясь выраженіемъ биссектора угла черезъ стороны

треугольника, найдемъ

$$\frac{\sqrt{a\sqrt{a^2+y^2}[(a+\sqrt{a^2+y^2})^2-y^2]}}{a+\sqrt{a^2+y^2}} = \sqrt{x^2+a^2} \quad (2)$$

Изъ (1) и (2) легко найдемъ

$$y = DN = \frac{3}{4}a, \quad x = BM = \frac{1}{3}a.$$

А. Кочанъ, И. Вонсикъ, Г. Ширинкинъ, А. Семеновъ, П. Ползуновъ, А. Пивневъ (Воронежъ), И. Бискъ (Кіевъ), Поповъ 13-й, В. Апостоловъ, А. (Донск. К. К.), С. Ждановскій, В. Костинъ (Симбирскъ), А. Дукельскій (Кременчугъ), А. П. (Пенза), В. Шидловскій (Полоцкъ), Я. Тепляковъ (Радомысль), К. Цицолевъ, В. Россовская (Курскъ), М. Акоюлицъ (Тифлисъ).

№ 125 (2 сер.). Вершины равносторонняго треугольника ABC лежатъ на трехъ параллельныхъ прямыхъ L, M и N; разстояніе между L и M равно m , а разстояніе между M и N равно n . Вычислить стороны треугольника.

Опустимъ перпендикуляры AP и BQ на прямую N и обозначимъ черезъ x искомую сторону. S — точка пересѣченія прямыхъ AP и M.

Изъ треугольниковъ ABC, ACP и BCQ находимъ

$$BS = PQ = \sqrt{x^2 - m^2},$$

$$CP = \sqrt{x^2 - (m+n)^2},$$

$$CQ = \sqrt{x^2 - n^2},$$

Поэтому

$$\sqrt{x^2 - n^2} = \sqrt{x^2 - m^2} + \sqrt{x^2 - (m+n)^2},$$

откуда

$$x^2 = \frac{4}{3}(m^2 + mn + n^2),$$

А. Шубинъ, Н. Платоновъ, К. Цицолевъ (Курскъ), А. Шульженко, В. Живильдовъ (Кіевъ), К. К. (Кам. Под.), П. Свинниковъ (Троицкъ), К. Шеткевичъ и И. Глузовъ (Пермь), М. Павловъ (Винница), В. Дмитріевъ (Симбирскъ), Н. Соловьевъ (Москва), Г. Ширинкинъ и Н. Деннеръ (Воронежъ), В. Шидловскій (Полоцкъ), Я. Тепляковъ (Радомысль).

№ 146 (2 сер.). Построить трапецію по тремъ сторонамъ a , b , c при условіи, что въ нее можно вписать кругъ.

Называя четвертую сторону черезъ x , по свойству сторонъ четырехугольника, описаннаго около круга, имѣемъ:

$$x + b = a + c \quad \text{или} \quad x = a + c - b$$

Построение такое: строимъ треугольникъ ВСЕ по сторонамъ b , x и $a-c$; продолжая сторону ВЕ, отложимъ $ВА=a$ и чрезъ точку С проводимъ СD параллельно ВА; откладывая $CD=c$ и соединяя А и D, получимъ искомую трапецію ABCD.

А. Семеновъ, Н. Черевковъ, Д. Овсянниковъ, Л. Штрель, Г. Ширинкинъ, Н. Деннеръ, И. Воленикъ (Воронежъ), А. П. (Пенза), В. Россовская, Н. Щеткинъ (Курскъ), П. Свинниковъ (Троицкъ), Поповъ 13-й, П. Аргиповъ (Донск. К. К.) К. Шеткевичъ (Пермь).

№ 151 (2 сер.). Первые девять цифръ, напечатанныя на отдѣльной табличкѣ, были разданы тремъ мальчикамъ, какъ карты, каждому по три. Изъ этихъ цифръ каждый мальчикъ долженъ былъ составить наименьшее трехзначное число, произнести его въ слухъ и записать. Послѣ первой сдачи оказалось, что у каждого мальчика сумма цифръ была одинакова. При второй сдачѣ каждый изъ нихъ получилъ по одной цифрѣ уже бывшей у него при первой сдачѣ и опять сумма цифръ у всѣхъ троихъ оказалась одинаковою. Когда затѣмъ мальчикамъ предложено было сложить записанныя каждымъ изъ нихъ трехзначныя числа, то еще оказалось, что у каждого получилось въ суммѣ одно и то-же число 516. Какія цифры были у мальчиковъ при первой и второй сдачѣ?

Сумма первыхъ 9 чиселъ = 45, а потому сумма цифръ у каждого мальчика = 15. Единицами искомымъ чиселъ не могутъ быть 1, 2, 3, 4, 5, ибо наибольшее число, которое возможно составить изъ данныхъ цифръ — 345, а сумма его цифръ = 12.

Такъ какъ сумма единицъ оканчивается 6 (516), то единицами искомымъ чиселъ могутъ быть только 7 и 9 или 8 и 8. Для сотенъ и десятковъ остаются первые 6 цифръ. Сумма единицъ = $7+9$ или $8+8=16$. $516-16=500$.

Итакъ, сумма десятковъ оканчивается нулемъ. Слѣдовательно десятками могутъ быть 4 и 6, 5 и 5. Далѣе находимъ, что сумма сотенъ = 4, т. е. сотнями могутъ быть 1 и 3, 2 и 2.

У каждого мальчика одна цифра въ двухъ числахъ повторялась. Если у перваго повторялось 8, то десятками могли быть только 4 и 6, а сотнями 3 и 1 (числа 348 и 168). Положимъ у втораго повторялось 5; единицами могли быть 7 и 9, а сотнями 1 и 3 (числа 357 и 159). У третьяго повторялось 2, и у него десятками были 4 и 6, а единицами 9 и 7 (числа 249 и 267).

В. Россовская, П. Писаревъ, А. Шубинъ (Курскъ), П. Аргиповъ (Донск. К. К.), А. Поповъ (Скопинъ), И. Домихъ (Пермь), А. Байковъ (Москва), Ватскій (Воткинскъ).

№ 160 (2 сер.). Даны двѣ окружности, касающіяся въ A внѣшнѣ или внутренне. Прямую $BC = a$ помѣстить концами на окружностяхъ такъ, чтобы она изъ точки A была видна подъ прямымъ угломъ.

Положимъ прямая построена. Соединяемъ B и C съ A и съ центрами O и O' окружностей. Для окружностей, касающихся внѣшнѣ имѣемъ

$$\angle CAO' + \angle BAO = 90^\circ \text{ или}$$

$$\angle ACO' + \angle ABO = 90^\circ$$

и

$$\angle BCA + \angle CBA = 90^\circ$$

Сложивъ послѣднія два равенства, найдемъ

$$\angle O'SB + \angle OBC = 180^\circ, \text{ слѣдов. } BO \text{ параллельно } CO'$$

Для окружностей, касающихся внутренне, имѣемъ

$$\angle BCA + \angle CBA = 90^\circ \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\angle ACO' + \angle ABO = 90^\circ \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Вычтя изъ (1) равенство (2), получимъ

$$\angle O'SB = \angle OBC, \text{ слѣдов. } OB \text{ параллельно } O'C.$$

Четырехугольникъ $BCOO'$ (внѣшнее касаніе) — трапеція. Пусть MN соединяетъ середины непараллельныхъ сторонъ; тогда $MN = \frac{BO + CO'}{2}$

и для внутренняго касанія $MN = \frac{BO - CO'}{2}$.

Итакъ середина BC находится на окружности, описанной на OO' какъ на діаметрѣ.

Такъ какъ треугольникъ BAC прямой при A , то разстояніе середины BC отъ $A = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

Поэтому построеніе будетъ слѣдующее: на линіи OO' какъ на діаметрѣ описываемъ окружность и изъ A радіусомъ $\frac{a}{2}$ описываемъ дугу до пересѣченія съ окружностью OO' въ точкѣ N (середина BC). Наконецъ изъ N радіусомъ $\frac{a}{2}$ описываемъ дугу, точки пересѣченія которой съ данными окружностями опредѣляютъ искомую прямую. Задача возможна, если $BC < 2BO$ и $BC > 2CO'$.

А. И. (Пенза), В. Россовская, М. Цыбульская, А. Шубинъ (Курскъ), А. Байковъ (Москва), П. Свѣтлицковъ (Троицкъ).

№ 171 (2 сер.). Найти въ цѣлыхъ числахъ длины сторонъ прямоугольнаго треугольника, периметръ и площадь котораго выражаются однимъ числомъ.

Обозначая катеты и гипотенузу соотвѣтственно черезъ x , y и z , имѣемъ

$$x + y + z = \frac{xy}{2} \dots \dots \dots (1)$$

$$x^2 + y^2 = z^2 \dots \dots \dots (2)$$

Опредѣливъ изъ (1) z и вставивъ въ (2), найдемъ

$$x = \frac{4y-8}{y-4} = 4 + \frac{8}{y-4}.$$

Такъ какъ x и y числа цѣлыя, то 8 должно дѣлиться на $y-4$, т. е. $y-4$ можетъ быть 1, 2, 4 или 8, такъ что

$$y_1 = 5; y_2 = 6; y_3 = 8 \text{ и } y_4 = 12,$$

Соотвѣтственно

$$x_1 = 12; x_2 = 8; x_3 = 6 \text{ и } x_4 = 5.$$

$$z_1 = 13; z_2 = 10; z_3 = 10 \text{ и } z_4 = 13.$$

В. Россовская, К. Щиолевъ, А. Шубинъ (Курскъ), Г. Ширинкинъ, Н. Сафоновъ, М. Смыковъ (Воронежъ), А. Байковъ (Москва), А. П. (Пенза), П. Свѣтлицковъ (Троицкъ), I. Каменскій (Пермь).

№ 173 (2 сер.). Около круга описанъ треугольникъ MNP, стороны котораго соотвѣтственно параллельны сторонамъ треугольника ABC, вписаннаго въ тотъ же кругъ. 1) Определить стороны описаннаго треугольника MNP по даннымъ сторонамъ впис. треуг. ABC и наоборотъ 2) по даннымъ сторонамъ описаннаго определить стороны вписаннаго треугольника.

1) Пусть $NP = x$, $MP = y$ и $MN = z$; площадь $MNP = U$, а площадь $ABC = \Delta$. Треугольники ABC и MNP подобны, а потому:

$$\frac{U}{\Delta} = \frac{x^2}{a^2}, \quad \frac{U}{\Delta} = \frac{y^2}{b^2} \text{ и } \frac{U}{\Delta} = \frac{z^2}{c^2}, \text{ откуда}$$

$$x = \frac{a\sqrt{U}}{\sqrt{\Delta}}, \quad y = \frac{b\sqrt{U}}{\sqrt{\Delta}}, \quad z = \frac{c\sqrt{U}}{\sqrt{\Delta}} \quad (1)$$

Радиусъ окружности, описанной около ABC равенъ $\frac{abc}{4\Delta}$, а пло-

щадь треугольника MNP, $U = \frac{(x+y+z)abc}{8 \Delta}$.

Подставивъ въ эти выраженія величины x , y и z изъ (1), найдемъ

$$U = \frac{(a+b+c)^2 a^2 b^2 c^2}{64 \Delta^3} \text{ и}$$

$$x = \frac{2a^2 bc}{(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}; \quad y = \frac{2ab^2 c}{(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)};$$

$$z = \frac{2abc^2}{(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}.$$

2) Называя стороны треугольника MNP черезъ a , b и c , треугольника ABC черезъ x , y и z , а площади MNP— u , ABC— Δ , найдемъ

$$\frac{\Delta}{u} = \frac{x^2}{a^2}, \quad \frac{\Delta}{u} = \frac{y^2}{b^2} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta}{u} = \frac{z^2}{c^2}, \quad \text{откуда}$$

$$x = \frac{a\sqrt{\Delta}}{\sqrt{u}}, \quad y = \frac{b\sqrt{\Delta}}{\sqrt{u}} \quad \text{и} \quad z = \frac{c\sqrt{\Delta}}{\sqrt{u}}.$$

Извѣстно, что радіусъ круга, вписаннаго въ треугольникъ MNP, равенъ $\frac{2u}{a+b+c}$, а площадь треугольника ABC, $\Delta = \frac{xyz(a+b+c)}{8u}$.

Подставляя величины x , y и z , найдемъ

$$x = \frac{(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)}{2bc}$$

$$y = \frac{(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)}{2ac}$$

$$z = \frac{(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)}{2ab}$$

В. Россовская, К. Щиоловъ (Курскъ), А. П. (Пенза), А. Байковъ (Москва), И. Бялякинъ (Кіевъ), Г. Ширинкинъ (Воронежъ).

Въ Книжномъ Складѣ редакціи
„Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“
и у автора въ г. Симбирскѣ (Духовная Семинарія)
продается

УЧЕНІЕ О ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХЪ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХЪ ЧИСЛАХЪ ВЪ АЛГЕБРАИЧЕСКОМЪ АНАЛИЗѢ.

Въ помощь учащимся

Составилъ препод. матем. В. К. Горизонтовъ.

Симбирскъ 1891 г.

Цѣна 40 коп. съ пересылкой.

6—3

„ИЗВѢСТІЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА ПРИ ИМПЕРАТОРСКОМЪ КАЗАНСКОМЪ УНИВЕРСИТЕТѢ“.

3—2

„Извѣстія“, издаваемые подъ редакціей Совѣта Общества, выходятъ
выпусками отъ четырехъ до шести въ годъ, изъ которыхъ къ концу
года составляется томъ не менѣе 20-ти листовъ.

„Извѣстія“ раздѣляются на два отдѣла.

1) Въ первомъ отдѣлѣ помѣщаются научныя и педагогическія статьи изъ
области Физико-математическихъ наукъ, читанныя въ засѣданіяхъ Общества.

2) Второй отдѣлъ содержитъ:

а) Лѣтопись Физико-математическаго Общества (протоколы засѣданій, изъ-
влечения изъ протоколовъ засѣданій Совѣта Общества, годичные отчеты, списки
книгъ и періодическихъ изданій, поступившихъ въ бібліотеку Общества и т. п.).

б) Библиографическіе отзывы и замѣтки о вновь появляющихся въ Россіи и
заграницею сочиненіяхъ по Физико-математическимъ наукамъ. Научныя новости.

с) Задачи и вопросы, предлагаемыя для рѣшенія, и рѣшенія ихъ.

Въ „Извѣстіяхъ“ могутъ быть съ разрѣшенія Совѣта помѣщаемы объявле-
нія библиографическія и другія, имѣющія отношеніе къ Физико-математическимъ
наукамъ.

Члены Физико-математическаго Общества пожизненные, а равно и упла-
тившіе установленный членскій взносъ за предыдущій годъ, получаютъ „Извѣстія“
бесплатно.

Для постороннихъ лицъ подписная цѣна на „ИЗВѢСТІЯ“ въ годъ 3 руб.
(съ доставкой и пересылкою).

Подписка принимается Предсѣдателемъ Физико-математическаго Общества
проф. А. В. Васильевымъ и Секретаремъ Общества М. С. Сегелемъ.

ГЛАВНАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРІЯ

доводить до всеобщаго свѣдѣнія, что подписка на издаваемый ею

„МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКІЙ БЮЛЛЕТЕНЬ“

на 1892 г. открыта и принимается какъ отъ иногороднихъ, такъ и городскихъ
подписчиковъ въ Комитетѣ Правленія ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи
Наукъ (въ зданіи Академіи, Васильевскій островъ, противъ Университета, въ
С.-Петербургѣ) ежедневно, кромѣ воскресныхъ и праздничныхъ дней, отъ 11 ч.
до 3 ч. дня.

Цѣна Бюллетеня на годъ съ доставкой и пересылкою во всѣ города
Имперіи двѣнадцать руб. (12 р.), съ пересылкою за границу восемнадцать
руб. 50 коп. (18 р. 50 к.)

С.-Петербургскимъ подписчикамъ Бюллетень будетъ доставляться вечеромъ
въ самый день выхода.

РЕМЕСЛЕННУЮ ГАЗЕТУ.

8-й годъ
изданія.

Еженедельное общепользное изданіе съ рисунками въ тексты и съ приложениемъ, сверхъ того, при каждомъ номерѣ не менѣе двухъ листовъ исполнительныхъ чертежей и образцовыхъ рисунковъ новыхъ издѣлій, инструментовъ, станковъ, приспособленій и пр. предметовъ по различнымъ ремесламъ, а также кустарнымъ и мелкимъ фабрично-заводскимъ производствамъ съ подробными описаніями и наставленіями къ нимъ относящимися.

«Ремесленная Газета» необходима специальнымъ школамъ, технику, ремесленнику, кустарю, торговцу, сельскому хозяину, любителю ремеселъ и потребителямъ ремесленныхъ издѣлій, т. е. во всякомъ семействѣ.

Для того, чтобы выбрать или заказать нужный предметъ, полезно и необходимо знать, какимъ современнымъ требованіямъ онъ долженъ удовлетворять. Въ этомъ отношеніи «Ремесленная Газета» оказываетъ необходимое содѣйствіе и потребителю, и производителю ремесленныхъ издѣлій — Въ ней постоянно помѣщаются рисунки и чертени самыхъ модныхъ образцовъ по слѣдующимъ ремесламъ: столярному, драпировочному, портновскому (моды Руссели), сапожно-башмачному, пузничному, слесарному, токарному и пр. При этомъ въ общепонятномъ изложеніи даются надлежащія описанія, указанія и рецепты практическаго свойства.

Кромѣ множества разнообразнѣйшихъ чертежей и рисунковъ, въ «Ремесл. Газетѣ» будетъ помѣщенъ рядъ описаній: различныхъ ремесленныхъ производствъ, новѣйшихъ изобрѣтеній, усовершенствованій выставокъ, музеевъ, образцовыхъ ремесленныхъ и техническихъ школъ, частныхъ промышленныхъ мастерскихъ и пр.

Кромѣ еженедельныхъ сообщеній о различныхъ заграничныхъ новостяхъ, редакция будетъ давать бесплатно ответы и совѣты на запросы гг. подписчиковъ, относящіеся до ихъ специальности.

Получая всѣ извѣстнѣйшія иностранныя изданія по различнымъ ремесламъ, Редакция располагаетъ лучшимъ изъ помѣщенныхъ въ нихъ статей и рисунковъ и даетъ возможность своимъ подписчикамъ пользоваться массою полезнаго, необходимаго и дорогаго (многимъ недоступнаго) матеріала за крайне дешевую цѣну.

Редакция имѣетъ специальныхъ корреспондентовъ за границей въ большихъ промышленныхъ центрахъ, получаетъ отъ нихъ лучшіе образцы новѣйшихъ издѣлій и множество рисунковъ съ описаніями.

Контора изданія оказываетъ гг. иногороднимъ подписчикамъ бесплатно всевозможное содѣйствіе по различнымъ справкамъ, также по выпискѣ книгъ, инструментовъ и др. предметовъ, которые высылаются по первому требованію немедленно съ наложеннымъ платежемъ.

«Ремесленная Газета», въ теченіе истекшихъ 6-и лѣтъ успѣла приобрести огромный составъ читателей, не только въ виду ея характера и крайней дешевизны, но главнымъ образомъ въ слѣдствіе того обилія полезнаго и необходимаго для всякаго матеріала, который она даетъ своимъ подписчикамъ, а именно:

50 №№ въ годъ, содержащихъ до 1000 статей со множествомъ рисунковъ (гравюръ) въ тексты и болѣе ста листовъ приложений (замѣняющихъ преміи въ «Рем. Газ.»), которыя отдѣльно стоятъ въ розничной продажѣ выше 20 р. с. — Изящно иллюстрированный календарь.

Сверхъ того прилагаются бесплатно отдѣльныя книги, содержащія описанія разныхъ производствъ.

Редакция въ состояніи давать все это своимъ читателямъ лишь въ виду ихъ многочисленности и широкаго развитія своего дѣла.

Объемъ изданія еще съ 1891 г. увеличенъ въ $1\frac{1}{2}$ раза упомянутыми приложениями. Подписная цѣна остается прежняя: 6 р. въ годъ съ перес. и достав. (за полгода 4 р.) Полные экземпляры «Ремесл. Газеты» со всеми приложениями за 1886 г. по 10 руб., а за 1887, 1889, 1890 и 1891 г. (безъ книгъ, высылаются по первому требованію съ наложеннымъ платежемъ).

Экземпляры за 1885 и 1888 гг. всѣ разошлись.

«Ремесленная Газета» одобрена Учен. Комит. Мин. Нар. Просвѣщенія: 1) для техническихъ и ремесленныхъ училищъ — мужскихъ и женскихъ; 2) для городскихъ и сельскихъ училищъ, 3) для учительскихъ институтовъ и семинарій, а также 4) для библиотекъ реальныхъ училищъ.

АДРЕСЪ РЕДАКЦІИ: Москва, Малая Дмитровка, домъ № 12.

Обложка
щется

Обложка
щется