

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 191.

Содержаніе: Введеніе въ методику физики (окончаніе). Проф. *Θ Шведова*. — Приспособляемость молекулъ. Проф. *П. Бажмѣева*. — Простые физическіе приборы и опыты. *А. Королькова*. — Непрерывность и ирраціональные числа. *Р. Dedekind'a*. — Математическія мелочи. Выводъ соотношенія $BC^2 = AB^2 + AC^2 \pm 2AC \cdot AM$, гдѣ АВ, ВС, АС суть стороны треугольника АВС, а АМ есть отръзокъ АС отъ А до основанія М высоты ВМ, независимо отъ теоремы Пифагора. *Чигана*. — Научная хроника. — Разныя извѣстія. — Задачи №№ 62—67—Рѣшенія задачъ 2-ой сер. № 566 и 3-ей серіи №№ 3 и 6. — Полученныя рѣшенія задачъ. — Нерѣшенныя задачи. — Обзоръ научныхъ журналовъ. — Ответы редакціи. — Объявленія.

ВВЕДЕНІЕ

въ

МЕТОДИКУ ФИЗИКИ.

(Окончаніе *).

§ 19. *Планъ преподаванія физики*. Прежде чѣмъ перейти къ разработкѣ плана физики, основаннаго на требованіяхъ дидактики, слѣдуетъ бросить взглядъ на современный порядокъ изложенія этой науки въ среднеучебныхъ заведеніяхъ.

Во первыхъ, нужно замѣтить, что плана физики, въ точномъ смыслѣ этого слова, въ среднеучебныхъ заведеніяхъ не предполагается. Это констатируется въ „Правилахъ и программахъ классическихъ гимназій“. Тамъ, кромѣ программъ, мы находимъ: „учебный планъ русскаго языка съ церковнославянскимъ“; „объяснительную записку къ учебному плану древнихъ языковъ“; такую же записку къ учебному плану математики“; то же къ „плану исторіи“; то же къ „плану географіи“. Но, по отношенію къ физикѣ, существуетъ „объяснительная записка къ программѣ физики“. Въ этомъ отношеніи физика приравнена къ „рисованію“, для котораго тоже нѣтъ плана, а только—программа. За отсутствіемъ намѣченнаго и мотивированнаго плана, распредѣленіе учеб-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 172, 175, 181, 186 и 189.

наго матеріала фізики подчиняється извѣстному обычаю, мѣняющемуся подъ вліяніємъ случайныхъ соображеній утилитарнаго свойства. Обычаемъ введенъ приблизительно слѣдующій порядокъ для гимназій. 1-й годъ: основы физической механики и очеркъ химическихъ явленій. 2-й годъ: теплота, звукъ, свѣтъ, магнитизмъ, электричество. 3-й годъ: теоремы относящіяся къ движенію, понятіе объ энергіи и машинахъ, свѣдѣнія изъ метеорологіи. Для реальныхъ училищъ существуетъ тотъ же порядокъ, приблизительно, но только преподаваніе начинается не съ VI-го, а съ IV-го класса.

Однако такой порядокъ распредѣленія матеріала по классамъ признается многими компетентными лицами несоотвѣтствующимъ утилитарному назначенію учебныхъ заведеній. При настоящемъ порядкѣ, только тотъ можетъ получить ощутительную выгоду отъ прохожденія физики, кто окончилъ курсъ гимназій или реального училища, потому что только въ послѣднемъ классѣ получается законченное представленіе о физическихъ понятіяхъ въ ихъ общей связи. Но до окончанія курса доходитъ небольшая часть воспитанниковъ (около 40%); остальные же выбываютъ ранѣе, по разнымъ причинамъ, затративъ на пребываніе въ заведеніи не мало времени, силъ и денежныхъ средствъ и въ то же время не вынося по физикѣ хотя бы элементарнаго, но цѣльнаго представленія. Нужно имѣть въ виду, что юноша, выбывающій изъ учебнаго заведенія до окончанія курса, не есть необходимо и безвозвратно погибшій для общества человѣкъ. Напротивъ, и современная жизнь и исторія показываютъ, что изъ „недоучекъ“ формируется мощный пластъ общественныхъ наслоеній, связывающій тонкую пленку интеллигенціи съ необъятной массой темнаго люда. Этотъ пластъ тоже имѣетъ право на законченный циклъ полезныхъ знаній, соотвѣтствующій принесеннымъ жертвамъ. Этому праву отвѣчаютъ планы преподаванія всѣхъ наукъ—за исключеніемъ физики, осужденной только на программу. Даже мальчикъ выходящій изъ третьяго класса гимназій, уносить съ собою знаніе всей ариѳметики (а не только сложенія и вычитанія), всей географіи, хотя въ очень краткомъ видѣ (а не одной Франціи или Германіи), всей грамматики (а не только имени существительнаго и мѣстоименія). Полученныя свѣдѣнія онъ можетъ примѣнить въ жизни цѣликомъ, на всѣхъ ступеняхъ общественнаго положенія. Но познанія по физикѣ, выносимыя даже по окончаніи шестого класса гимназій, представляютъ обрывки науки. Въ самомъ дѣлѣ, какая польза отъ затраты на физику двѣнадцати годовъ въ VI-мъ классѣ, когда остаются неизвѣстными ученія о свѣтѣ, звукѣ, теплотѣ, электричествѣ, магнитизмѣ, т. е.—вся физика?

Справедливость требуетъ замѣтить, что преподаватели физики старались внести коррективъ въ существующій порядокъ ея изложенія. Это видно, во первыхъ, изъ новѣйшаго обычая предпосылать собственно курсу физики „введеніе“ или „предварительныя понятія“, обнимающія элементарныя свѣдѣнія, ко всей физикѣ относящіяся; во вторыхъ—изъ попытки переставлять въ учебникахъ различные отдѣлы въ разномъ порядкѣ; въ третьихъ—изъ стремленія перемѣщать начало физики или нѣкоторыя ея отдѣлы изъ высшихъ классовъ въ низшіе или наоборотъ. Такъ, въ послѣднее время поднять вопросъ о перенесеніи начала физики въ реальныхъ училищахъ вновь съ IV-го на V-й классъ (что уже

прежде было), и о перемѣщеніи очерка химическихъ явленій изъ IV-го на VI-й классъ. Съ другой стороны, учебная администрація обратила вниманіе на слабую продуктивность изученія физики для выбывающихъ до окончанія курса, и для поднятія этой продуктивности поставила слѣдующія условія распредѣленія по классамъ различныхъ наукъ, а въ томъ числѣ и физики:

1. Курсъ первыхъ четырехъ классовъ реальныхъ училищъ долженъ быть вполне законченный, а въ особенности по тѣмъ предметамъ, которые имѣютъ значеніе для приобретенія льготъ по отбыванію воинской повинности.

2. Курсъ пяти классовъ долженъ отчасти тоже быть законченный, въ виду того, что окончаніе пятого класса даетъ право поступленія въ среднія техническія училища.

3. Курсъ шести классовъ тоже долженъ быть законченный, такъ какъ дополнительный седьмой классъ не есть необходимая принадлежность реальныхъ училищъ.

Не смотря на цѣлесообразность этихъ условій, выполнить ихъ однако не представляется никакой возможности при существующемъ порядкѣ преподаванія физики. Какой нибудь отдѣлъ этой науки все таки прійдется отставить на послѣдній классъ, а слѣдовательно курсъ предыдущихъ классовъ останется по физикѣ незаконченнымъ.

Вышеизложенныя практическія неудобства и затрудненія имѣютъ для дидактики значеніе не сами по себѣ, а какъ подтвержденіе старой истины, что примѣненіе плохой теоріи влечетъ неизбѣжно къ дурной практикѣ. Мы уже видѣли, что въ современномъ изложеніи начальной физики планъ официально отсутствуетъ, и мы сейчасъ увидимъ, къ какому роду порядковъ это изложеніе относится.

Возможны три способа изложенія матеріала, относящагося къ данной наукѣ. Первый способъ состоитъ въ собраніи въ отдѣлы или *районы* такихъ предметовъ изученія, которые подлежатъ обобщенію съ точки зрѣнія известной *системы*. Второй—имѣетъ въ виду не опредѣленную систему, а известный *уровень развитія* учащагося, и потому сводится къ собранію въ послѣдовательные *концентры* предметовъ, хотя и вполне разнородныхъ, но въ равной мѣрѣ доступныхъ пониманію ученика. Наконецъ, третій способъ примѣняется для известной *утилитарной цѣли* и состоитъ въ послѣдовательномъ чередованіи первыхъ двухъ способовъ, примѣнительно къ практической цѣли обученія. Соотвѣтственно этому, планъ преподаванія науки вообще можетъ быть: *радіальный*, *концентрический* и *смѣшанный*. Болѣе ясное понятіе объ особенностяхъ и о сравнительномъ достоинствѣ этихъ трехъ родовъ распредѣленія научнаго матеріала получимъ только тогда, когда проведемъ тотъ или иной планъ чрезъ какія нибудь науки, напр. чрезъ географію и ариметику.

1. Географія.

а) Концентрический планъ.

1-й концентръ: понятіе о земномъ шарѣ, сушѣ, океанѣ, воздухѣ, климатѣ, растеніяхъ, животныхъ и человѣческихъ расахъ.

2-й концентръ: очертанія частей свѣта, горъ, морей, рѣкъ и озеръ.

3-й концентръ: государства, ихъ орографія и гидрографія, климатъ, естественныя богатства, народонаселеніе.

4-й концентръ: административное подраздѣленіе государствъ, населенныя мѣста, политическій строй, религія, образъ жизни родъ занятій жителей.

б) Радіальный планъ.

1-й районъ: Россія; ея суша и воды, горы, климатъ, растенія, животныя, естественныя богатства, народонаселеніе, политическій строй, религія, образъ жизни и родъ занятій жителей.

2-й районъ: тѣ же предметы относительно прочихъ государствъ Европы.

3-й районъ: тѣ же предметы для Азіи и Африки.

4-й районъ: то же для Америки и Австраліи.

II. Ариѳметика.

а) Концентрический планъ.

1-й концентръ: сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе цѣлыхъ чиселъ.

2-й концентръ: тѣ же дѣйствія надъ дробями простыми и десятичными.

3-й концентръ: отношенія, пропорціи, степени и корни.

б) Радіальный планъ.

1-й районъ: сложеніе цѣлыхъ чиселъ, дробей простыхъ, дробей десятичныхъ, степеней, корней, отношеній и пропорцій.

2-й районъ: вычитаніе цѣлыхъ чиселъ, дробей простыхъ, десятичныхъ, степеней и т. д.

3-й районъ: умноженіе цѣлыхъ чиселъ, дробей, степеней и т. д.

4-й районъ: дѣленіе цѣлыхъ чиселъ, дробей и т. д. до конца.

Этихъ двухъ примѣровъ достаточно для уясненія дидактическихъ свойствъ двухъ указанныхъ плановъ. Радіальный планъ, подбирающій въ одинъ районъ такіе предметы, которые отвѣчаютъ на заглавный терминъ, оказывается пригоднымъ для словарей, справочныхъ книжекъ, энциклопедій и вообще для такихъ произведеній печати, которыя предназначаются для ума вполне освоившагося съ элементами науки. Но въ примѣненій къ среднеучебнымъ курсамъ наукъ этотъ планъ представляетъ нѣчто невозможное, чудовищное.

И вотъ этотъ-то чудовищный планъ, изгнанный почти изъ всѣхъ областей педагогіи, пріютился въ физикѣ. На лицо ужасающій фактъ, что въ среднеучебныхъ заведеніяхъ физика излагается по радіальному плану. А происходитъ это оттого, что изложеніе элементарныхъ учебниковъ рабски калкируется съ толстыхъ университетскихъ курсовъ, представляющихъ изъ себя не столько учебники, сколько справочныя книжки, пособія для повторенія профессорскихъ лекцій и для самостоятельныхъ работъ. Согласно этому радіальному плану, вся физика разбивается на районы: теплота, свѣтъ, звукъ, электричество, магнетизмъ и механика. Каждый районъ выводится такъ, чтобы въ него не попало случайно ничего, не соответствующаго заглавію. Съ этой цѣлью въ него включается только то, и все то, что соответствуетъ заглавію по со-

звучію, начиная отъ элементарнѣйшихъ свѣдѣній, доступныхъ уму младенца, и кончая сложнѣйшими абстракціями и техническими приложеніями. Такъ, напр., въ районѣ *теплоты* первая страница знакомитъ ученика съ несложнымъ фактомъ, что отъ нагрѣванія тѣла расширяются, а вслѣдъ за тѣмъ идутъ отвлеченные представленія о коэффициентѣ расширения, скрытой теплотѣ, теплоемкости, парахъ насыщенныхъ и ненасыщенныхъ, а также описаніе паровой машины. Такая постановка изложенія подобна тому, какъ если бы мы включили въ курсъ приготовительнаго класса и сложеніе цѣлыхъ чиселъ и сложеніе дробей, потому только, что и то и другое—сложеніе. Въ такомъ-же духѣ излагаютъ районъ свѣта, электричества и т. д.

Принявъ неявнымъ образомъ радіальный планъ для изложенія элементарной физики, преподаватель теряетъ всякую точку опоры для сужденія о цѣлесообразности того или иного порядка въ распредѣленіи матеріала по классамъ. Между классами учебнаго заведенія и дѣятелями природы не существуетъ избирательнаго сродства, а потому съ равнымъ правомъ мы можемъ отнести свѣтъ на седьмой классъ, а теплоту на пятый, или наоборотъ; химическія явленія—на шестой классъ, а механику на восьмой, или наоборотъ. Правильную точку опоры для сужденія о преимуществахъ того или иного порядка изложенія даетъ намъ второе требованіе дидактики: содѣйствовать наиболѣе *прочному* усвоенію предмета.

Вотъ что писалъ по этому вопросу одинъ изъ опытнѣйшихъ педагоговъ. *).

„Для основательнаго изученія учебнаго предмета во всѣхъ его подробностяхъ, необходимо возможно-частое повтореніе одного и того же *подъ различными видами* и въ комбинаціи съ новымъ. Тогда старыя понятія и представленія становятся все прочнѣе и прочнѣе, а новое легко связывается со старымъ, будучи предложено въ небольшомъ объемѣ и въ тѣсной связи со старымъ матеріаломъ. Слѣдовательно, прочному усвоенію учебнаго матеріала содѣйствуетъ *концентрація* его расположенія при прохожденіи курса. Исходя отъ самой сущности предмета, составляющей *центр* учебнаго матеріала, располагаютъ этотъ матеріалъ по постепенно расширяющимся кругамъ, представляющимъ по содержанію *цѣлые, законченные* и однородные курсы, и отличающіеся постепеннымъ возрастаніемъ объема и усложненіемъ матеріала. Каждый предшествующій курсъ служитъ такимъ образомъ подготовкой для курса послѣдующаго, а послѣдующій—повтореніемъ, распространеніемъ предшествовавшаго“.

Посмотримъ теперь, удовлетворяетъ ли радіальный планъ этимъ требованіямъ.

Въ какомъ бы порядкѣ мы ни ставили ученія о различныхъ дѣятеляхъ природы, очевидно, что каждый послѣдующій курсъ не будетъ повтореніемъ предыдущаго. Свѣтъ не можетъ быть повтореніемъ электричества, магнетизмъ—повтореніемъ теплоты и т. д. Слѣдовательно, при радіальномъ планѣ ученіе о каждомъ дѣятелѣ природы можетъ быть проходимо только одинъ разъ, а такъ называемое повтореніе всей

*) Евтушевскій. Методика ариѳметики.

физики въ высшемъ классѣ въ сущности сведется къ пересчитыванію въ десятый разъ однѣхъ и тѣхъ же страницъ учебника. О повтореніи одного и того же подъ *различными видами и въ комбинаціи съ новымъ* здѣсь не можетъ быть и рѣчи.

И такъ, особенности вышеназванныхъ плановъ сводятся къ слѣдующему.

1. Радіальный планъ жертвуетъ для системы интересами ученика, его постепеннымъ развитіемъ, равномернымъ поднятіемъ уровня его познаній по всѣмъ областямъ изучаемой науки. Поэтому, этотъ планъ не удовлетворяетъ первому требованію дидактики.

2. Радіальный планъ охватываетъ сразу весь циклъ познаній относящихся къ данному отдѣлу науки, не оставляетъ мѣста для повторительнаго изученія стараго въ комбинаціи съ новымъ, не содѣйствуетъ прочному, всестороннему усвоенію предмета, т. е. не удовлетворяетъ второму требованію дидактики.

3. Наконецъ, этотъ планъ не даетъ ряда законченныхъ курсовъ и поэтому не продуктивенъ съ точки зрѣнія утилитарной.

Съ другой стороны, всѣмъ означеннымъ требованіямъ удовлетворяетъ концентрической планъ, потому что онъ

1. Группируетъ матеріалъ преподаванія въ концентры постепенно усложняющіеся и расширяющіеся, примѣнительно къ развитію ученика.

2. Содѣйствуетъ прочному усвоенію предмета, путемъ неоднократнаго повторенія пройденнаго въ новой формѣ, представляющей новый интересъ и поддерживающей вниманіе ученика.

3. Даетъ рядъ законченныхъ курсовъ, изъ которыхъ каждый представляетъ свою относительную цѣнность для цѣлей общаго образованія.

§ 20. *Заключеніе.* Вышеизложенное доказываетъ, полагаю, съ достаточной ясностью ненормальность современной постановки физики въ среднеучебныхъ заведеніяхъ, несоотвѣтствие преподаванія этой науки требованіямъ общей методики. Коренная реформа, какъ въ порядкѣ, такъ и въ способѣ изложенія является настоятельной потребностью. Въ настоящемъ „введеніи въ методику“ я старался намѣтить какъ логическія основанія для этой реформы, такъ и общія условія ея осуществленія. Подробное же развитіе концентровъ, соотвѣтственно указаннымъ основаніямъ, должно составлять предметъ самой *методики физики*.

Проф. *Θ. Шведовъ.*

ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТЬ МОЛЕКУЛЪ.

Если играть нѣсколько лѣтъ подрядъ на скрипкѣ, то она съ теченіемъ времени будетъ издавать все болѣе и болѣе нѣжные звуки, она „обыгривается“: молекулы тонкихъ дощечекъ скрипки какъ бы *привыкаютъ* постепенно къ новымъ для нихъ движеніямъ и легче вибрируютъ въ униссонъ съ тонами, издаваемыми струнами. Такая скрипка называется „*обыгранной*“.

Подобныя явленія замѣчены и въ другихъ областяхъ физики.

Такъ *И. И. Борманъ*¹⁾, намагничивая и размагничивая желѣзную проволоку нѣсколько сотъ разъ въ минуту, замѣтилъ, что получаемая при этомъ теплота при всякомъ повтореніи опыта становилась все слабѣе и слабѣе, причемъ величина ея стремилась къ нѣкоторому предѣлу. Такъ какъ опыты всякій разъ производились при одинаковыхъ обстоятельствахъ, то причину этой разности можно объяснить только *приспособляемостью* молекулъ къ новымъ движеніямъ; при этомъ вначалѣ эти обыкновенно несвойственныя себѣ движенія молекулы совершали не такъ легко, — происходило какое то сопротивленіе ихъ движенію и теплоты поэтому выдѣлялось больше, чѣмъ тогда, когда это сопротивленіе мало по малу уменьшалось.

*Стрейниъ*²⁾ нашелъ, что логариѣмическій декрементъ натянутой желѣзной проволоки, приведенной въ крутильные колебанія, дѣлается тѣмъ менѣе, чѣмъ *дольше* проволока колеблется и что уменьшеніе это съ теченіемъ времени постепенно исчезаетъ и логариѣмическій декрементъ дѣлается константнымъ.

*Н. Гезекусъ*³⁾, изслѣдуя упругость каучуковыхъ шнурковъ, замѣтилъ, что при каждомъ *повтореніи* опыта первоначальное измѣненіе длины оказывалось всегда *больше*, чѣмъ прежде.

Мнѣ приходилось нѣсколько разъ сталкиваться съ *приспособляемостью* молекулъ при различныхъ изслѣдованіяхъ. Я опишу здѣсь вкратцѣ два случая.

Изслѣдуя подробнѣе *диафрагменные токи Квинке*⁴⁾, я употребилъ для этого глиняный цилиндръ, поры котораго были настолько малы, что *Пастеръ*, употребляя эти цилиндры, какъ фильтры, могъ отдѣлать бактеріи отъ остальной жидкости. Цилиндръ былъ закрытъ и въ немъ находилась дестилированная вода. Платиновыя свернутыя пластинки, находившіяся внутри и въѣ цилиндра, служили электродами и были соединены съ чувствительнымъ гальванометромъ. При помощи воздушнаго насоса, соединеннаго съ цилиндромъ, давленіе на воду можно было сдѣлать либо болѣе либо менѣе нормальнаго (т. е. одной атмосферы).

Въ первомъ случаѣ вода изъ цилиндра вытекала, а во второмъ текла изъ окружающаго его стакана съ водой.

Получавшійся при этомъ вслѣдствіе *просачиванія* электрическій токъ измѣнялся при помощи компенсаціонной методы *Дю-Буа-Реймона*. Оказалось, что электровозбудительная сила (Е) токовъ просачиванія каждый разъ при *повтореніи* опыта, при всѣхъ прочихъ одинаковыхъ обстоятельствахъ, дѣлалась слабѣе и слабѣе, какъ это видно изъ слѣдующей табл.:

№ опыта:	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Е :	0,151.	0,124.	0,091.	0,041.	0,031.	0,028.	0,020.	0,019.

¹⁾ *И. И. Борманъ*. Жур. Физ.-Хим. Общ. 14, стр. 122. 1882.

²⁾ *Н. Streinz*. Pogg. Ann. 153. p. 387. 1874.

³⁾ *Н. Гезекусъ*. Жур. Физ.—Хим. Общ. 14, стр. 287. 1882.

⁴⁾ *G. Quincke*. Pogg. Ann. 107. p. 1. 1859.

" " 110. p. 38. 1860.

Здѣсь Е выражено въ вольтахъ и получалось при выхожденіи воды изъ цилиндра (подъ давленіемъ 25 см. ртути).

Подобные же опыты со вхожденіемъ воды *внутрь* цилиндра дали:

№ опыта: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Е : 0,204. 0,182. 0,164. 0,129. 0,065 0,063. 0,062. 0,048. 0,046.

Второй случай приспособляемости молекулъ относится къ физико-химической области.

Въ эксиккаторъ (съ сѣрной кислотой) былъ поставленъ тигель съ цинковымъ купоросомъ, который предварительно былъ доведенъ нагрѣваніемъ (140°) до одноводной соли и поглотилъ снова столько воды изъ окружающаго его водяного пара, что сталъ опять *семи*-воднымъ. Такимъ образомъ имѣлось дѣло съ семи-воднымъ аморфнымъ цинковымъ купоросомъ. Въ эксиккаторѣ онъ, разумѣется, терялъ постепенно свою кристаллизационную воду и приближался къ составу одно-водной соли. Тигель взвѣшивался всякій день; при этомъ оказалось, что соль теряла кристаллизационную воду болѣе или менѣе пропорціонально времени стоянія въ эксиккаторѣ; не доходя однако нѣсколько до одноводной соли, потеря кристаллизационной воды была такъ мала, что въ теченіи нѣсколькихъ дней вѣсъ соли оставался постояннымъ (въ предѣлахъ $\frac{1}{2}$ mgr.). Получался такимъ образомъ *переломъ* кривой, показывающей зависимость вѣса соли отъ времени. Можетъ быть соль, стоя въ эксиккаторѣ еще продолжительное время, и достигла бы состава одно-водной соли, но я ждалъ во время этого „кризиса“ обыкновенно только 5—6 дней и снова ставилъ тигель въ атмосферу водяного пара, чтобы заставить соль сдѣлаться опять 7-водной (т. е. нормальной). Поставивъ второй разъ соль въ эксиккаторъ, я достигъ поворота кривой при меньшемъ содержаніи кристаллизационной воды въ соли; при третьемъ опытѣ еще при меньшемъ и т. д. Слѣдующая табл. показываетъ вѣсъ соли въ каждомъ опытѣ, когда потери кристаллизационной воды болѣе не замѣчалось по крайней мѣрѣ въ теченіи 6 дней (тогда какъ до этого уменьшеніе вѣса соли доходило въ сутки до нѣсколькихъ десятковъ и даже сотенъ mgr.).

№ опыта.	Вѣсъ въ концѣ опыта.
1.	16,938.
2.	16,922.
3.	16,909.
4.	16,903.
5.	16,902.

Отсюда мы заключаемъ, что цинковый купоросъ теряетъ кристаллизационную воду въ эксиккаторѣ только до извѣстнаго предѣла, послѣ чего вѣсъ остается долгое время постояннымъ; при всякомъ повтореніи опыта, т. е. обводненія соли и помѣщенія ея въ эксиккаторъ, этотъ предѣльный вѣсъ соли дѣлается все меньше и меньше и приближается къ вѣсу, соответствующему одноводной соли.

Такъ какъ здѣсь опытъ производился постоянно при одинаковыхъ обстоятельствахъ (колебанія температуры были незначительны), то причину все большей и большей отдачи солю кристаллизаціонной воды мы должны опять таки отнести къ приспособляемости, или, употребляя вульгарное лабораторное выраженіе, къ *дрессировкѣ* молекулъ. Молекулы, вслѣдствіе *повторенія* процесса обезвоживанія и поглощенія воды, стали до того подвижны, дрессированы, что въ 5-мъ опытѣ напр. отдали въ эксиккаторъ безъ всякаго сопротивленія почти всѣ 6 частицъ кристаллизаціонной воды; тогда какъ въ первомъ опытѣ, когда молекулы не были еще дрессированы, эта потеря была на 36 mgr. меньше *).

Я могъ бы привести здѣсь еще нѣсколько спеціально изученныхъ примѣровъ дрессировки молекулъ, но все это только доказывало бы, что молекулы, будучи подвержены повторительному движению, дѣлаются подвижныѣ.

Если мы обратимся теперь къ вопросу относительно самаго механизма приспособляемости молекулъ, т. е. къ вопросу: какія измѣненія должны произойти въ молекулярныхъ силахъ, въ самихъ молекулахъ и въ окружающей ихъ средѣ, чтобы онѣ могли именно приспособиться къ новымъ своимъ движеніямъ, то должно сознаться, что мы знаемъ относительно этого очень мало.

Разсмотримъ однако же нѣкоторые спеціальные случаи приспособляемости молекулъ.

Если соль (цинковый купоросъ) при *повтореніи* процесса обезвоженія (при помощи эксикатора) всякій разъ отдаетъ все больше и больше кристаллизаціонной воды, что это означаетъ, что задерживательная сила молекулъ соли по отношенію къ кристаллизаціонной водѣ постепенно слабѣетъ и движеніе водяныхъ молекулъ становится легче. Масса соли съ каждымъ опытомъ дѣлается рыхлѣе, молекулы ея „*расшатываются*“ и отдача воды происходитъ, какъ показываетъ опытъ, быстрѣе и полнѣе.

Отсюда выходитъ, что удѣльный вѣсъ „разрыхленной“ такимъ образомъ соли долженъ быть меньше, чѣмъ кристаллической, что на самомъ дѣлѣ я и нашелъ съ мѣднымъ купоросомъ. Удѣльный вѣсъ кристаллическаго (5-ти воднаго) мѣднаго купороса (при 30°) былъ 2,276, а аморфнаго (тоже 5-ти воднаго и при 30°) только 2,264 **).

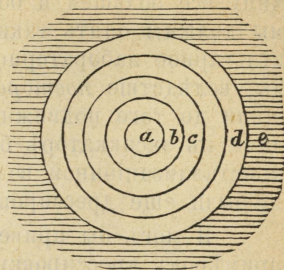
Такимъ образомъ очень вѣроятно, что приспособляемость молекулъ въ этомъ спеціальномъ случаѣ обусловливается увеличеніемъ между-молекулярныхъ пространствъ соли.

Явленіе постепеннаго уменьшенія электровозбудительной силы „діафрагменнаго элемента“ можно объяснить измѣненіемъ внутренней поверхности капиларовъ глиняной стѣнки вслѣдствіемъ омовенія. Послѣ продолжительнаго прохожденія воды всѣ шероховатости стѣнокъ капиларовъ естественно будутъ сглаживаться, треніе будетъ слабѣе и электровозбудительная сила, какъ слѣдствіе этого тренія, тоже будетъ уменьшаться.

*) Интересующіеся числовыми данными и другими подробностями найдутъ ихъ въ моей статьѣ за 1894 г. въ „Zeitschrift für physikal. Chemie“ Оствальда.

**) Жур. Физ.-Хим. Общ. 25. стр. 265. 1893.

Кромѣ этой причины мы должны здѣсь допустить еще и другую, а именно: вода, омывая внутренность капилляра, не идетъ по всѣмъ точкамъ его поперечнаго разрѣза (фиг. 79) одинаково скоро; наибольшей скоростью вода будетъ обладать по оси (а) капилляра (е); второй концентрической слой (b) будетъ обладать скоростью меньшей, слой с еще меньшей и т. д. и наконецъ слой d, непосредственно прилегающій къ стѣнкамъ капилляра (е), будетъ обладать скоростью, очень близкой къ нулю (если только не равной ему) вслѣдствіе огромной прилипаемости. Какъ извѣстно, вода растворяетъ стекло, глину и т. д., а поэтому и слой d будетъ представлять собою растворъ глины въ водѣ, тѣмъ болѣе концентрированный, чѣмъ дальше вода находилась въ соприкосновеніи съ капилляромъ. Мы будемъ такимъ образомъ имѣть дѣло съ треніемъ воды ($a + b + c + \dots$) о капилляръ, покрытый внутри растворомъ глины. Это обстоятельство должно, разумѣется, измѣнить первоначально наблюдаемую электровозбудительную силу.



Фиг. 79.

Отсюда слѣдуетъ, что выше упомянутое приспособленіе молекулъ обусловливается здѣсь довольно сложными факторами и что мы имѣемъ здѣсь дѣло заразъ съ цѣлой группой молекулъ, образующей поперечный разрѣзъ капилляра.

Явленіе замѣченное И. И. Бориманомъ, что „магнитная теплота“ при повторенномъ прерывчатомъ намагничиваніи дѣлается слабѣе, можно объяснить, какъ было сказано выше, уменьшеніемъ сопротивленія движенію молекулъ въ между-молекулярномъ пространствѣ. Какимъ однако образомъ происходитъ уменьшеніе этого сопротивленія: вслѣдствіе ли уменьшенія количества поглощенного желѣзомъ газа, который находился въ этомъ между-молекулярномъ пространствѣ, вслѣдствіе ли „округленія“ физическихъ молекулъ или вслѣдствіе другихъ какихъ нибудь причинъ—сказать трудно. Къ этой же категоріи относятся и явленія, замѣченныя Н. Гезехусомъ и Стрейницемъ.

Приспособляемость представляетъ собою очень распространенное явленіе и въ царствѣ организмовъ, если только вдуматься, въ чемъ состоитъ акклиматизация растений и животныхъ, изошренье ума и проч.

Спеціальное и систематическое изученіе приспособляемости молекулъ заслуживаетъ поэтому особеннаго вниманія, такъ какъ открываетъ намъ внутренній міръ молекулъ, при чемъ это ихъ свойство, какъ можно предвидѣть, играетъ очень важную роль въ культурномъ отношеніи организмовъ.

Объ упругомъ послѣдствіи, тѣсно связанномъ съ приспособляемостью молекулъ, поговоримъ въ слѣдующій разъ.

Проф. П. Бахметьевъ (Софія).

ПРОСТЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ОПЫТЫ.

1. *Конденсаторъ.* Чтобы построить конденсаторъ большой емкости (напримѣръ въ 1 микрофараду) слѣдуетъ взять пачку парафинированной или вощенной бумаги и равную по числу листовъ пачку оловянныхъ листовъ. Размѣры оловянныхъ листовъ нѣсколько меньше размѣровъ бумажныхъ листовъ. На первый листъ бумаги кладется оловянный листъ такъ, чтобы одинъ край его выдавался влѣво; потомъ кладемъ второй листъ бумаги и второй листъ олова такъ, чтобы край второго листа олова выдавался вправо и т. д. Такимъ образомъ всѣ нечетные листы олова будутъ выдаваться влѣво, а всѣ четные листы—вправо. Всѣ концы, выдающіеся влѣво, соединимъ между собою (свертываніемъ олова), а выдающіеся вправо—между собою. Полученный конденсаторъ положимъ въ ящикъ, хорошо покрытый изнутри парафиномъ. На крышкѣ ящика на эбонитовой пластинкѣ укрѣпимъ два зажима, одинъ изъ которыхъ соединимъ металлически съ нечетными оловянными листами, а другой съ четными.

Положимъ, что бумага имѣетъ форматъ почтовой 21×13 см. Толщина 240 листовъ бумаги пусть равна 1,2 см.; тогда толщина d одного листа равна $\frac{1}{200}$ см. Края оловянныхъ листовъ пусть отступаютъ съ каждой изъ трехъ сторонъ на 1 см. отъ краевъ бумаги. Площадь S одного листа олова будетъ $20 \times 11 = 220$ кв. см. Припомнимъ, что емкость C плоскаго конденсатора выражается формулою

$$C = k \frac{S}{4\pi d},$$

гдѣ k —діэлектрическая постоянная, для парафинированной бумаги около 2, для вощенной больше; S —площадь оловянаго листа; d —толщина слоя діэлектрика. Если S и d выражены въ сантиметрахъ, то C получится въ единицахъ C.G.S. Извѣстно также, что микрофарада равна $9 \cdot 10^5$ единицъ C.G.S.

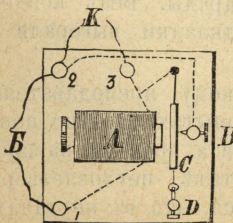
Отсюда емкость конденсатора изъ одного листа бумаги будетъ

$$C_1 = k \cdot \frac{S}{4\pi \cdot d} = 2 \cdot \frac{220 \cdot 200}{4 \cdot 3,14} = \frac{22000}{3,14} = \text{около } 7000 \text{ (C.G.S.)}$$

Чтобы получить емкость въ микрофараду надо ввать число листовъ N

$$N = \frac{9 \cdot 10^5}{7000} = \frac{900}{7} = 129 \text{ листовъ бумаги.}$$

2. *Быстрый и медленный прерыватель тока для опытовъ съ индукціей.* Для опытовъ съ индуктивными токами (спираль Румкорфа, трансформированіе токовъ, опыты Э. Томсона и пр.) очень удобенъ прерыватель Дюкретъ, представляющій небольшое видоизмѣненіе всѣмъ извѣстнаго молоточка Вагнера, употребляемаго въ спиральныхъ Румкорфа и въ электрическихъ звонкахъ. Токъ проходитъ въ прерывателѣ изъ батареи B по обмоткѣ электромагнита A , въ молоточекъ C , укрѣпленный на пружинѣ, въ винтъ B и черезъ зажимъ 2 назадъ въ батарею. Желѣз-



Фиг. 80.

ный молотокъ С притягивается къ электромагниту, и токъ прерывается; дѣйствіе самоиндукціи во время прерыванія устраняется конденсаторомъ, помѣщеннымъ между зажимами 2 и 3. Быстрота прерыванія и замыканія регулируется, во первыхъ, приближеніемъ или удаленіемъ сердечника электромагнита къ молоточку, и, во вторыхъ, большимъ или меньшимъ натяженіемъ пружины, на которой укрѣпленъ молоточекъ; натягивается пружина винтомъ D; сердечникъ электромагнита подвигается впередъ и назадъ также при помощи винта и гайки.

3. *Трансформированіе токовъ.* Трансформированіе токовъ очень легко показать при помощи двухъ небольшихъ бобинъ Фарадея, употребляемыхъ для опытовъ съ индуктивными токами. Токъ отъ батареи пропускается въ первичную бобину съ желѣзнымъ сердечникомъ черезъ самодѣйствующій прерыватель тока (Дюкретэ). При этомъ во вторичной спирали индуктируется токъ, который можетъ зажечь одну или нѣсколько лампочекъ накаливанія. Вотъ, напримѣръ, данныя для одного изъ подобныхъ приборовъ. Первичная катушка содержитъ около 100 оборотовъ проволоки (въ 1,5 мм. діам.), намотанныхъ на катушкѣ длиною въ 15 см.; желѣзный сердечникъ сдѣланъ изъ пучка проволокъ. Вторичная катушка содержитъ около 500 оборотовъ проволоки, раздѣленныхъ на 2 части по 250 оборотовъ каждая. Пропускаю токъ отъ 3 аккумуляторовъ (у которыхъ эл. сила 6 вольтъ и которые поэтому не могутъ накалить 15 вольтовой лампочки на 5 свѣчей, требующей токъ въ 0,8 ампера) черезъ прерыватель и первичную обмотку; сила тока около 5 амперъ. Соединивъ послѣдовательно обѣ части вторичной катушки и соединивъ концы ея съ зажимами 15 вольтовой лампочки накаливанія, замѣтимъ, что послѣдняя свѣтится не вполне нормально, но все таки достаточно ярко, т. е. электровозбудительная сила индуктированнаго тока болѣе электровозбудительной силы батареи (при идеальномъ устройствѣ прибора въ отношеніи $\frac{500 \text{ обор. втор. кат.}}{100 \text{ обор. перв. кат.}} = 5 \text{ разъ}$; въ дѣйствительности менѣе), а сила тока понизилась (при идеальномъ устройствѣ также въ 5 разъ, въ дѣйствительности болѣе, чѣмъ въ 5 разъ).

Обратно, пропустивъ токъ отъ батареи изъ тѣхъ же 3 аккумуляторовъ черезъ прерыватель и катушку съ большимъ числомъ оборотовъ проволоки, замѣтимъ, что въ катушкѣ съ малымъ числомъ оборотовъ индуктируется токъ съ меньшей электровозбудительной силой, но съ болѣею силою тока. Замѣтимъ это потому, что индуктированный токъ можетъ зажечь теперь нѣсколько 2 вольтовыхъ лампочекъ накаливанія, соединенныхъ параллельно, и ни одной 4 вольтовой.

При этомъ приборѣ оказалось, что прерыватель хорошо дѣйствовалъ съ конденсаторомъ емкостью въ 0,2 микрофарады. Безъ конденсатора получались большія искры, платиновыя подкладки выгорали и могли отпасть.

4. *Батарея элементовъ.* Какъ извѣстно всякому преподавателю, гальваническія батареи служатъ при классныхъ опытахъ только поводомъ къ постояннымъ заботамъ и огорченіямъ (тратѣ времени на заряджаніе, пакотня, вонь, порча платья и въ результатѣ неудовлетворительные результаты). Слѣдуетъ, впрочемъ, сознаться, что въ неудачахъ часто виноваты не только элементы, а также и недостаточно уважи-

тельное отношеніе преподавателей къ закону Ома. Всѣ классные приборы (или почти всѣ) имѣютъ малое сопротивленіе; поэтому элементы надо соединять параллельно, а не послѣдовательно, какъ это обыкновенно и, по большей части, неправильно дѣлается. При параллельномъ соединеніи необходимо заботиться о томъ, чтобы всѣ провода къ прибору были малаго сопротивленія, надо имѣть толстые гибкіе кабели для этой цѣли. Для классной цѣли чрезвычайно хороши аккумуляторы (100—150 амперочасовъ емкости), тамъ, конечно, гдѣ можно дешево заряжать ихъ на станціяхъ. 4-хъ аккумуляторовъ вполне достаточно для всѣхъ цѣлей; стоимость каждаго аккумулятора такой емкости около 17 рублей; онъ даетъ безъ вреда для себя токъ въ 10—15 амперъ въ теченіи нѣсколькихъ часовъ безъ замѣтнаго ослабленія. Сопротивленіе такого аккумулятора менѣе 0,01 ома.

Гдѣ нѣтъ аккумуляторовъ, можно приготовить хромовый элементъ съ большою поверхностью, на примѣръ въ фотографическомъ фаянсовомъ ящикѣ для 12 пластинъ, помѣстивъ туда 5 цинковыхъ и 7 угольныхъ пластинъ, соединенныхъ параллельно. Гдѣ есть мастера, умѣющие паять свинецъ, можно составить элементъ въ большомъ деревянномъ ящикѣ, обшитомъ внутри свинцомъ, опять таки соединивъ параллельно нѣсколько пластинъ. Выливать жидкость можно при помощи крана на днѣ сосуда.

А. Корольковъ (Спб.).

НЕПРЕРЫВНОСТЬ

и

ирраціональныя числа.

R. Dedekind'a.

(Съ нѣмецкаго языка перевелъ С. Шатуновскій).

Отъ переводчика.

На числа мы прежде всего должны смотреть, какъ на рядъ произвольно выбранныхъ знаковъ,...

H. von Helmholtz („Zählen u. messen“, 21).

Во всякомъ случаѣ число (numerus, ἀριθμός) есть произвольно созданный нами знакъ, который служитъ средствомъ достиженія весьма многообразныхъ цѣлей.

E. Schroeder. („Lehrbuch d. Arith. u. Alg.“ 2).

Если точно слѣдить за тѣмъ, что мы дѣлаемъ при счетѣ количества (Menge oder Anzahl) вещей, то придемъ къ разсмотрѣнью способности духа относить вещи къ вещамъ, ставить одну вещь въ соотвѣтствіе съ другой, или изображать одну вещь въ другой,...

R. Dedekind. („Was sind u. was sollen die Zahlen?“ VIII).

Приступая къ переводу этого небольшого сочиненія на русскій языкъ, мы, съ одной стороны, руководствовались назрѣвшею у насъ, какъ намъ кажется, потребностью отдать себѣ ясный отчетъ въ тѣхъ

началахъ, которыя лежатъ въ основѣ ариѳметики вообще и ариѳметики ирраціональныхъ въ частности; съ другой стороны, намъ казалось, что въ маленькой брошюрѣ Дедекинда яркая образность и высокая отвѣченность соединены въ той мѣрѣ, въ какой это необходимо для того, чтобы уяснить читателю ходъ возникновенія современной вполнѣ отвѣченной идеи объ ирраціональномъ числѣ и возможность примѣненія этой идеи къ предметамъ болѣе или менѣе конкретнаго характера — къ геометрическимъ образамъ. Нашъ переводъ кажется намъ тѣмъ болѣе умѣстнымъ, что въ послѣднее время появились въ переводѣ на русскій языкъ работы Гельмгольца и Кронеккера, посвященные научному обоснованію теоріи раціональныхъ чиселъ. Знакомство съ этой теоріей существенно необходимо и для пониманія Дедекинда. Особенно важенъ тотъ фактъ, что полная теорія раціональныхъ чиселъ можетъ быть построена только на опредѣленіи чиселъ какъ *знаковъ*, *символовъ*, которые расположены въ установленной разъ навсегда послѣдовательности и которыми могутъ отмѣчаться нѣкоторые соотношенія между вещами. Сами по себѣ эти знаки могутъ быть какой угодно природы — это могутъ быть звуки, цвѣта, тѣла, понятія и т. д., распределенные въ нѣкоторомъ неизмѣнномъ порядкѣ. Важность установленія такой неизмѣнной въ своемъ порядкѣ группы знаковъ заключается въ „способности нашего духа“, какъ говоритъ Дедекинды, устанавливать соотвѣтствіе между этими знаками и индивидуумами какой бы то ни было группы вещей, благодаря чему мы вносимъ опредѣленный порядокъ и въ эту послѣднюю группу.

Когда при ближайшемъ разсмотрѣніи вещей въ нихъ усматриваются такія свойства или соотношенія, которыя не могутъ характеризоваться установленными знаками-числами, то создаютъ, если это выгодно, новые знаки такого рода, чтобы ими могли характеризоваться вновь усмотрѣнныя соотношенія вещей. Можно, если угодно, называть числами и эти новые знаки; можно ихъ такъ и не называть. Выгоднѣе однако бываетъ распространить терминъ „число“ и на вновь вводимые символы. Такимъ образомъ къ ряду символовъ, названныхъ цѣлыми числами, были прежде всего присоединены новые символы, также названные числами, именно дробными числами. Это оказалось необходимымъ потому, что цѣлыми числами нельзя или по крайней мѣрѣ весьма неудобно характеризовать такія явленія, которыя сопровождаются распаденіемъ предмета на части. Когда при нѣкоторыхъ изслѣдованіяхъ оказывается удобнѣе считать предметы, расположенные въ линейномъ порядкѣ, не отъ крайняго (крайняго можетъ и не быть), а отъ какого либо средняго предмета, въ обѣ стороны отъ него, то является выгоднымъ присоединить къ прежнимъ символамъ новые символы — отрицательныя числа.

Мы не будемъ больше говорить объ этомъ. Укажемъ только, что поводъ ко введенію новыхъ символовъ можетъ заключаться не въ объективныхъ свойствахъ вещей, къ которымъ мы обыкновенно эти символы относимъ, а въ стремленіи подчинить старые символы нѣкоторымъ новымъ требованіямъ, несомѣстимымъ съ тѣми свойствами символовъ, которыя служили имъ опредѣленіемъ. Такъ, напр., когда мы располагаемъ только тѣмъ рядомъ знаковъ, который мы называемъ системой раціональныхъ чиселъ, и ищемъ число x (конечно раціональное, ибо другихъ чиселъ мы не установили), котораго квадратъ равенъ дан-

ному положительному числу a , то оказывается, что для нѣкоторыхъ a этотъ x существуетъ; для другихъ-же его вовсе нѣтъ, т. е. бываетъ такъ, что среди символовъ—раціональныхъ чиселъ—нѣтъ такого, квадратъ котораго равенъ a . Мы можемъ въ этомъ случаѣ ввести въ наши изслѣдованія новый символъ, квадратъ котораго равенъ a , можемъ называть и этотъ символъ числомъ—положимъ радикальнымъ числомъ, можемъ его обозначить черезъ $a^{\frac{1}{2}}$, \sqrt{a} или какъ нибудь иначе. Можемъ всего этого и не дѣлать. Во второмъ случаѣ установимъ такую теорему: нѣкоторые положительные числа имѣютъ, другія не имѣютъ квадратныхъ корней; въ первомъ случаѣ теорема будетъ такая: всѣ положительные числа имѣютъ квадратные корни. Обѣ теоремы вѣрны, ибо въ послѣдней подразумѣвается, что тѣ положительные числа, которые не имѣютъ корней среди старыхъ символовъ, имѣютъ корни среди новыхъ.

У самого Дедекинда опредѣленіе числа, какъ символа, нигдѣ явно не высказывается, но такое опредѣленіе числа явно вытекаетъ изъ разсуждений, изложенныхъ въ другомъ его сочиненіи: „Was sind und was sollen die Zahlen?“ По нашему мнѣнію, существенно важно знать, что ирраціональныя числа (также какъ и всякія другія) суть чистые знаки, которые могутъ быть и дѣйствительно бываютъ весьма полезны потому только, что этими знаками удобно выражаются реальныя свойства вещей.

Предисловіе автора.

Разсужденія, составляющія предметъ этого маленькаго сочиненія, относятся къ осени 1858 года. Тогда я, въ качествѣ профессора Союзнаго политехникума въ Цюрихѣ, въ первый разъ по своему положенію обязанъ былъ излагать элементы дифференціального исчисленія и при этомъ чувствовалъ живѣе, чѣмъ когда либо, недостатокъ въ дѣйствительно научномъ обоснованіи ариеметики. При изложеніи понятія о приближеніи переменнѣй величины къ постоянному предѣлу и именно при доказательствѣ того положенія, что величина, которая возрастаетъ постоянно, но не сверхъ всякихъ границъ, должна приближаться къ нѣкоторому предѣлу, я прибѣгалъ къ геометрическимъ очевидностямъ. Да и теперь я изъ дидактическихъ основаній считаю такое привлеченіе геометрической наглядности при первомъ обученіи дифференціальному исчисленію необычайно полезнымъ, даже неизбѣжнымъ, если не хотятъ потратить слишкомъ много времени. Но никто не станетъ отрицать того, что этотъ способъ введенія въ изученіе дифференціального исчисленія не можетъ имѣть никакого притязанія на научность.

Во мнѣ тогда это чувство неудовлетворенности преобладало въ такой степени, что я принялъ твердое рѣшеніе думать до тѣхъ поръ, пока ни найду чисто ариеметическаго и вполне строгаго основанія для началъ анализа безконечныхъ. Говорятъ часто, что дифференціальное исчисленіе занимается непрерывными величинами, однако же нигдѣ не даютъ опредѣленія этой непрерывности и даже при самомъ строгомъ изложеніи дифференціального исчисленія доказательство основываютъ не на непрерывности, а аппеллируютъ болѣе или менѣе сознательно

либо къ геометрическимъ представлѣніямъ, либо къ представленіямъ, которыя берутъ свое начало въ геометріи, или наконецъ доказательство основываютъ на положеніяхъ, которыя сами никогда не были доказаны чисто ариометическимъ путемъ. Сюда относится, напримѣръ, и вышеупомянутое положеніе; болѣе же точное изысканіе убѣдило меня въ томъ, что это или всякое другое эквивалентное ему предложеніе можетъ до извѣстной степени быть разсматриваемо, какъ достаточный фундаментъ для анализа безконечныхъ. Все сводится только къ тому, чтобы открыть настоящее начало этого положенія въ элементахъ ариометики и вмѣстѣ съ этимъ приобрести дѣйствительное опредѣленіе существа непрерывности. Это удалось мнѣ 24 Ноября 1858 года, и, нѣсколько дней спустя, я сообщилъ результаты своихъ размышленій моему дорогому другу Durège'у, что повело къ продолжительной и оживленной бесѣдѣ. Впослѣдствіи я излагалъ эти мысли о научномъ основаніи ариометики то одному, то другому изъ моихъ учениковъ, читалъ также объ этомъ предметѣ докладъ въ ученомъ обществѣ профессоровъ здѣсь, въ Брауншвейгѣ, но я не могъ окончательно рѣшиться на дѣйствительное опубликованіе, потому, во-первыхъ, что изложеніе представляется не легкимъ, и потому еще, что и самый предметъ такъ мало плодovitъ. Между тѣмъ какъ я наполовину сталъ уже подумывать о томъ, чтобы избрать эту тему предметомъ настоящаго юбилейнаго сочиненія*), ко мнѣ въ руки нѣсколько дней назадъ, 14 марта, попала, благодаря любезности ея автора, статья E. Heine (Crelle's Journal, Bd. 74) и подкрѣпила меня въ моемъ рѣшеніи. По существу я вполне согласенъ съ содержаніемъ этого сочиненія, но долженъ откровенно сознаться, что мое изложеніе кажется мнѣ болѣе простымъ по формѣ и болѣе точно выдвигающимъ настоящее ядро вопроса. Въ то время, какъ я писалъ это предисловіе (20 марта 1872), я получилъ интересную статью „Ueber die Ausdehnung eines Satzes aus der Theorie der trigonometrischen Reihen“ G. Cantor'a (Mathem. Annalen von Clebsch und Neumann, Bd. 5), за которую высказываю искреннюю благодарность остроумному автору. Какъ мнѣ кажется при быстромъ чтеніи, аксіома въ § 2 вполне согласуется, независимо отъ внѣшней формы ея изложенія, съ тѣмъ, что я отмѣчаю ниже въ § 3, какъ сущность непрерывности. Какую же пользу представить выдѣленіе, хотя бы только въ понятіи, дѣйствительныхъ чиселъ еще болѣе высокаго порядка, я прямо еще не въ состояніи признать сообразно моему пониманію системы дѣйствительныхъ чиселъ, совершенной въ самой себѣ.

§ 1.

Свойства раціональных чиселъ.

Хотя ариометика раціональных чиселъ предполагается здѣсь уже извѣстной, но мнѣ думается, что полезно будетъ выдвинуть нѣкоторые главные моменты, не подвергая ихъ обсужденію, а съ тою только цѣлю, чтобы заранѣе намѣтить точку зрѣнія, на которую я стано-

*) Авторъ выпустилъ это сочиненіе къ юбилею своего отца.

влюсь въ послѣдующемъ изложеніи. Я смотрю на всю ариметику, какъ на необходимое или, по крайней мѣрѣ, натуральное слѣдствіе простѣйшаго ариметическаго акта, счета; самый же счетъ представляетъ собою не что иное, какъ послѣдовательное созиданіе безконечнаго ряда положительныхъ цѣлыхъ чиселъ, гдѣ каждый индивидуумъ опредѣляется непосредственно ему предшествующимъ. Простѣйшій актъ заключается въ переходѣ отъ созданнаго уже индивидуума къ слѣдующему, вновь созидаемому. Уже сама по себѣ цѣль этихъ чиселъ образуетъ необычайно полезное вспомогательное средство для человѣческаго ума и представляетъ неизсякаемое богатство замѣчательныхъ законовъ, къ которымъ мы приходимъ посредствомъ введенія четырехъ основныхъ ариметическихъ дѣйствій. Сложеніе есть соединеніе въ одинъ актъ упомянутыхъ простѣйшихъ актовъ, повторенныхъ сколько угодно разъ. Такимъ же образомъ изъ сложенія проистекаетъ умноженіе. Между тѣмъ какъ обѣ эти операціи всегда выполнимы, выполнимость обратныхъ операцій, вычитанія и дѣленія, оказывается ограниченной. Каковъ бы ни былъ здѣсь ближайшій поводъ, какія бы сравненія и аналогіи съ опытомъ и наблюденіемъ ни приводили къ этому—мы этотъ вопросъ оставимъ въ сторонѣ; достаточно того, что именно эта ограниченность въ выполненіи обратныхъ операцій всякій разъ становилась настоящей причиной новаго творческаго акта. Такъ созданы человѣческимъ умомъ отрицательныя и дробныя числа, благодаря чему приобрѣтено было орудіе безконечно болѣе высокаго совершенства въ видѣ системы всѣхъ раціональныхъ чиселъ. Эта система, которую я обозначу черезъ R , обладаетъ прежде всего тою полнотою и законченностью, которую я въ другомъ мѣстѣ*) отмѣтилъ, какъ признакъ *числового корпуса* (Zahlkörper), и которая состоитъ въ томъ, что четыре основныя операціи со всякими двумя индивидуумами изъ R всегда выполнены, то есть, что результатомъ этихъ операцій всегда опять является опредѣленный индивидуумъ изъ R , если только исключить единственный случай дѣленія на нуль.

Для нашей ближайшей цѣли гораздо болѣе важнымъ представляется другое свойство системы R , которое можетъ быть выражено тѣмъ, что система R представляетъ правильно распределенную, безконечно простирающуюся въ двѣ стороны область одного измѣренія. Что этимъ хотятъ сказать—достаточно указывается выборомъ выраженій, заимствованныхъ изъ геометрическихъ представленій; поэтому тѣмъ болѣе необходимо выдѣлить соотвѣтствующія имъ чисто ариметическія особенности, чтобы не могло быть и виду, будто ариметика нуждается въ такихъ чуждыхъ ей представленіяхъ.

Если нужно выразить, что знаки a и b означаютъ одно и то же раціональное число, то полагаютъ одинаково $a=b$, какъ и $b=a$. Различіе двухъ раціональныхъ чиселъ сказывается въ томъ, что разность $a-b$ имѣетъ или положительное, или отрицательное значеніе. Въ первомъ случаѣ a больше b , b меньше a , что и указывается знаками

*) „Vorlesungen ueber Zahlentheorie von P. G. Lejeune Dirichlet“. Zweite Auflage. § 159.

$a > b$, $b < a$ *). Такъ какъ во второмъ случаѣ $a = b$ имѣетъ положительное значеніе, то $b > a$, $a < b$. Сообразно съ этой двойственностью въ характерѣ различія двухъ чиселъ a и b имѣютъ мѣсто слѣдующіе законы:

I. Если $a > b$, $b > c$, то $a > c$. Всякій разъ, когда a , c будутъ два различныхъ (или неравныхъ) числа и когда b будетъ больше одного и меньше другого, мы, не опасаясь отголоска геометрическихъ представлений, будемъ это выражать такъ: b лежитъ между обоими числами a , c .

II. Если a , c два различныхъ числа, то всегда существуетъ безконечное множество чиселъ, лежащихъ между a , c .

III. Если a есть опредѣленное число, то всѣ числа системы R распадаются на два класса A_1 и A_2 , изъ коихъ каждый содержитъ безконечно много индивидуумовъ. Первый классъ A_1 обнимаетъ собою всѣ тѣ числа a_1 , которыя меньше a ; второй классъ A_2 обнимаетъ всѣ числа a_2 , которыя больше a . Само число a можетъ быть отнесено по произволу къ первому или ко второму классу, и тогда оно соотвѣтственно бываетъ наибольшимъ числомъ въ первомъ классѣ или наименьшимъ числомъ во второмъ. Въ каждомъ случаѣ разложеніе системы R на два класса A_1 , A_2 таково, что каждое число перваго класса A_1 меньше каждаго числа втораго класса A_2 .

§ 2.

Сравненіе раціональных чиселъ съ точками прямой линіи.

Поставленные нами на видъ свойства раціональных чиселъ напоминаютъ о взаимномъ относительномъ положеніи точекъ прямой линіи L . Если различать два принадлежащія ей противоположныя направленія словами „вправо“ и „влѣво“ и если p , q —двѣ различныя точки, то либо точка p расположена вправо отъ q , и въ то же время q —влѣво отъ p , или, наоборотъ, q —вправо отъ p и въ то же время p —влѣво отъ q . Третій случай невозможенъ, если p и q дѣйствительно различныя точки. Сообразно съ этимъ различіемъ въ положеніи имѣютъ мѣсто слѣдующіе законы.

I. Если p лежитъ вправо отъ q и q опять вправо отъ r , то и p лежитъ вправо отъ r ; говорятъ тогда, что q лежитъ между точками p и r .

II. Если p , r двѣ различныя точки, то существуетъ безконечное множество точекъ, лежащихъ между p и r .

III. Если p есть опредѣленная точка на L , то всѣ точки на L распадаются на два класса P_1 , P_2 , изъ коихъ каждый содержитъ безконечное множество индивидуумовъ. Первый классъ P_1 обнимаетъ собою всѣ тѣ точки p_1 , которыя лежатъ влѣво отъ p , а второй классъ P_2 обнимаетъ всѣ точки, которыя лежатъ вправо отъ p . Сама точка p можетъ быть отнесена по произволу къ первому или ко второму классу. Въ каждомъ случаѣ разложеніе прямой L на два класса или куска таково, что каждая точка перваго класса P_1 лежитъ влѣво отъ каждой точки втораго класса P_2 .

Эта аналогія между раціональными числами и точками прямой становится, какъ извѣстно, дѣйствительною зависимою, когда на пря-

*) Въ послѣдующемъ подразумѣвается такъ называемое „алгебраическое“ больше и меньше, если только не прибавлено слово „абсолютно“.

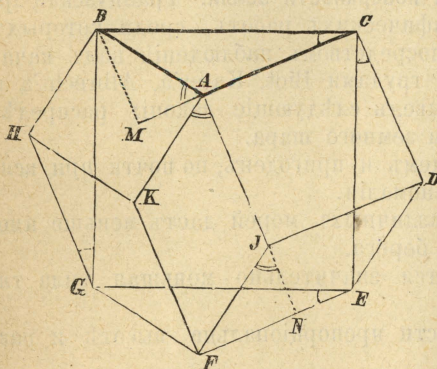
мой выбирают определённую начальную или нулевую точку o и определённую единицу длины для измерения отрезковъ. При помощи последней можно для каждого рациональнаго числа a построить соответствующую длину, и если нанести ее на прямую отъ точки o вправо или влево, смотря по тому, есть ли a положительное или отрицательное число, то получимъ определённую конечную точку p , которая можетъ быть обозначена какъ точка, соответствующая числу a . Рациональному числу нуль соответствуетъ точка o . Такимъ образомъ каждому рациональному числу a , т. е. каждому индивидууму въ R , соответствуетъ одна, и только одна, точка p , т. е. индивидуумъ на L . Если двумъ числамъ a, b отвѣчаютъ двѣ точки p, q и если $a > b$, то p лежитъ вправо отъ q . Законамъ I, II, III предыдущаго параграфа вполне отвѣчаютъ законы I, II, III настоящаго.

(Продолженіе слѣдуетъ).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Выводъ соотношенія $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \pm 2AC \cdot AM$, гдѣ AB, BC, AC суть стороны треугольника ABC , а AM есть отрезокъ AC отъ A до основанія M высоты BM , независимо отъ теоремы Пифагора.

Положимъ, что уголъ A въ треугольникѣ ABC будетъ тупой (фиг. 81). Пусть $BC = a, AC = b, AB = c, AM = m, \angle ABM = \vartheta$, площадь треугольника $ABC = s$. Построимъ на сторонѣ BC внутренний квадратъ $BCEG$, а на сторонахъ его CE, EG, GB — треугольники CDE, EFG, GHB , равные треугольнику ABC , такъ что



Фиг. 81.

Пусть $BC = a, AC = b, AB = c, AM = m, \angle ABM = \vartheta$, площадь треугольника $ABC = s$. Построимъ на сторонѣ BC внутренний квадратъ $BCEG$, а на сторонахъ его CE, EG, GB — треугольники CDE, EFG, GHB , равные треугольнику ABC , такъ что

$$\angle BCA = \angle DCE = \angle FEG = \angle BGN.$$

Очевидно, что площ. $BCDEGH =$ = площ. $BACDEFGH$. . . (1).

Но

$$\text{пл. } BCDEGH = \text{пл. } BCEG + \text{пл. } CDE + \text{пл. } GHB = a^2 + 2s. \quad (2).$$

Проведя $AK \parallel BH, HK \parallel BA, AJ \parallel CD$ и $DJ \parallel CA$ и соединивъ точки

ки K и J съ точкой F , легко докажемъ, что фигуры $BAKH$ и $ACDJ$ суть квадраты, а $HKFG, AJFK, JDEF$ — параллелограммы.

Площ. $BACDEFGH = \text{пл. } HBAK + \text{пл. } ACDJ + \text{пл. } AJFK + \text{пл. } JDEF + \text{пл. } HKFG$.

Но пл. $HBAK = c^2$; пл. $ACDJ = b^2$; пл. $AJFK = 2s$, ибо $AK = c, AJ = b$ и $\angle KAJ = \angle BAM = \angle B + \angle C$, $\angle AKF = \angle AJF = \angle A$; пл. $JDEF =$ = пл. $HKFG = bm$, ибо $\angle JFE = \angle MAK = \angle ABM = \angle \vartheta$, $\triangle FJN = \triangle BAM$ ($JN \perp FE$) и $JN = AM = m$.

Подставляя эти выражения площадей въ предыдущее равенство, получимъ

$$\text{пл. } BACDEFGH = b^2 + c^2 + 2s + 2bm \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Приравнивая (2) и (3) на основаніи равенства (1), получимъ окончательное выраженіе

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Когда уголъ ϑ уменьшается, ломанныя DJF и DEF сближаются, и при $\vartheta = 0^\circ$ сливаются въ одну прямую. Уголъ BAC обращается въ прямой, а площади параллелограммовъ JDEF и HKFG—въ нуль. Равенство (4) обращается тогда въ равенство

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

При дальнѣйшемъ уменьшеніи угла ϑ ломанная DJF переходитъ за ломанную DEF, такъ что площадь DEFJ=пл. HKFG выходитъ изъ площади BACDEFGH, т. е. тогда

$$\text{пл. } BACDEFGH = b^2 + c^2 + 2s - 2bm$$

и

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm.$$

Чапанъ (Уральскъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Распредѣленіе силы тяжести на поверхности земли. Французская армія недавно произвела рядъ географическихъ работъ, среди которыхъ было 41 измѣреніе силы тяжести посредствомъ наблюденія надъ качаніями маятника. Этими работами и трудами Biot, Kater'a, Albrecht'a и др. воспользовался Defforges и вывелъ слѣдующіе законы распредѣленія силы тяжести на поверхности земного шара.

a) Хотя законъ Клеро въ общемъ и пригоденъ, но почти при всякомъ его примѣненіи замѣчаются аномаліи.

b) Сила тяжести на берегу различныхъ морей даетъ меньше аномалій, чѣмъ для одного и того же берега.

c) На островахъ констатируется значительно меньшая сила тяжести противъ нормы.

d) На континентѣ сила тяжести пропорціональна высотѣ и расстоянію отъ моря.

Послѣдній законъ иллюстрируется данными аномалій по линіи, проведенной отъ Шпицбергена черезъ Англію, Францію и Средиземное море до Бискры.

И. В—о.

М. Schulhof вычислилъ эллиптические элементы орбиты кометы a, 1894 (открытой Denning'омъ) и нашелъ, что періодъ ея вращенія равенъ приблизительно $6\frac{3}{4}$ года. Комета въ настоящее время чрезвычайно быстро блѣднѣетъ.

И. Б—о.

Новая комета. Комета b, 1894 открыта 3-го мая (нов. ст.) астрономомъ Gale въ Сидни. Комета имѣетъ видъ свѣтящагося шара съ сгу-

щеніемъ въ центрѣ, находится въ данное время въ сѣверо-западной части созвѣздія Льва и постепенно приближается къ созв. Б. Медвѣдцы. Данные для этой кометы $RA=2^h31^m$, $NPД=140^{\circ}35'$.

Комета с, 1894 открыта Е. Halmeу'емъ въ Islington'ѣ вечеромъ 9 мая (нов. ст.) и находится въ созвѣздіи Дракона.

Ея $RA=17^h58^m$, $NPД=18^{\circ}30'$.

И. Б—о.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

✧ Педагогическіе Курсы въ г. Одессѣ для приготовленія учителей гимназій и реальныхъ училищъ получили новое развитіе: помимо учрежденныхъ въ истекшемъ году „Физико.-Математическихъ Курсовъ“, съ начала будущаго 1894—95 учебнаго года открываются, съ разрѣшенія Г. Министра Народнаго Просвѣщенія, согласно ходатайству Попечителя Одесскаго Учебнаго Округа, въ видѣ опыта на 4 года „Педагогическіе Курсы для приотовленія учителей французскаго языка“ (см. объявленіе на обложкѣ настоящаго №).

Физико-Матем. Курсы за первый годъ своего существованія, не смотря на новизну дѣла, дали вполне удовлетворительный результатъ; изъ числа 7 слушателей, выбылъ въ концѣ перваго полугодія одинъ, за выѣздомъ изъ Одессы; остальные шесть (бывшій учитель Надворный Совѣтникъ Ф. Бискупскій, исп. об. преподавателя одной изъ Одесскихъ женскихъ гимназій И. Драго, сверхштатные учителя Одесскихъ мужскихъ гимназій Д. Инглези, А. Маньковский, П. Погорѣльскій и кандидатъ физ.-мат. наукъ И. Фредро), прослушавшіе полный курсъ, читавшіе въ теченіе всего втораго уч. полугодія пробные уроки въ мѣстныхъ учебныхъ заведеніяхъ, выдержали съ успѣхомъ установленныя Совѣтомъ испытанія (по педагогикѣ и методикамъ физики и математики) и удостоены особыхъ свидѣтельствъ. Преподавателями въ теченіе истекшаго года состояли: профессора Новороссійскаго университета О. Н. Шведовъ, В. В. Преображенскій, И. В. Слешинскій, приватъ-доцентъ Н. Н. Ланге и редакторъ-издатель „Вѣстн. Оп. Физ.“ Э. К. Шпачинскій. Изъ нихъ проф. Шведовъ напечаталъ изъ своихъ лекцій „Введеніе въ Методику Физики“. Въ будущемъ году, по всей вѣроятности, и другіе преподаватели приступятъ къ изданію своихъ лекцій. Библіотека курсовъ продолжаетъ формироваться, благодаря любезности многихъ авторовъ и издателей, присылающихъ свои книги черезъ посредство редакціи „В. О. Ф.“.

ЗАДАЧИ.

№ 62. Даны двѣ свѣтящіяся точки, яркости которыхъ соответственно равны a и b . Показать, что всѣ точки, одинаково освѣщенныя этими двумя источниками свѣта, расположены на нѣкоторой шаровой

поверхности. Определить положение центра и радиус этой шаровой поверхности.

П. Свинниковъ (Троицкѣ).

№ 63. Въ данный секторъ AOB вписать прямоугольникъ $MNPQ$ такъ, чтобы вершины M и N лежали на дугѣ AB и чтобы удовлетворялось равенство $p \cdot MN + q \cdot MQ = s$, гдѣ p и q суть данные числа, а s — данная прямая.

И. Александровъ (Тамбовѣ).

№ 64. Показать, что при a цѣломъ уравненіе

$$x^3 - y^3 = 3a$$

не имѣетъ цѣлыхъ рѣшеній, если a не есть кратное трехъ.

С. Ш. (Одесса).

№ 65. Построить четырехугольникъ $ABCD$, по даннымъ сторонамъ AD , CD и діагонали BD , такъ чтобы $AB = BC = AC$.

К. Щиголевъ (Курскѣ).

№ 66. Безъ помощи логарифмовъ рѣшить систему

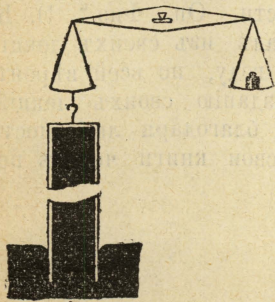
$$\operatorname{cs} \frac{x-y}{2} = -2; \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{2}{\sqrt{3}},$$

при $x < y < 360^\circ$.

С. Копровский (с. Дяткевичи).

№ 67. 1) Цилиндрический стеклянный сосудъ вѣситъ въ воздухѣ 500 gr. Его внутренняя высота равна 70 см, внутренний діаметръ = 3 см, и толщина стѣнокъ = 0,3 см.

Его наполняютъ ртутью, опрокидываютъ въ сосудъ со ртутью и подвѣшиваютъ (фиг. 82) вертикально къ одной изъ чашекъ вѣсовъ. На другую чашку накладываютъ грузъ до равновѣсія вѣсовъ. Определить этотъ грузъ, если извѣстно, что колоколъ погружается во ртуть на 6 см, температура = 15° , давленіе атмосферы = 750 mm.



Фиг. 82.

Плотность ртути при $10^\circ = 13,56$; плотность водорода по отношенію къ воздуху = 0,069.

(Заимств.) *В. Г. (Одесса).*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 566 (2 сер.). Вывести известное соотношеніе между сторонами треугольника ABC : $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \pm 2AB \cdot AM$ (гдѣ AM есть отръзокъ AB отъ A до основанія M высоты CM), не пользуясь теоремой Пиеагора:

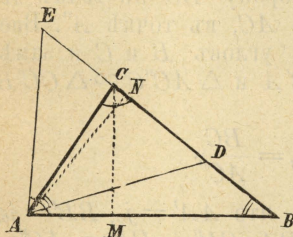
Пусть $\angle A$ въ $\triangle ABC$ острый (фиг. 83). Проводимъ прямыя AE и AD такъ, чтобы $\angle BAE = \angle ACB$ и $\angle CAD = \angle ABC$. Такъ какъ

$\triangle EAB \sim \triangle ABC \sim \triangle CAD$, то

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{AB}, \text{ откуда } \overline{AB}^2 = BC \cdot BE$$

и

$$\frac{AC}{DC} = \frac{CB}{AC}, \text{ откуда } \overline{AC}^2 = BC \cdot DC.$$



Фиг. 83.

Складывая эти равенства, находимъ:

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = BC(BE + DC).$$

Такъ какъ $BE = BD + DE$ и $DC = BC - BD$, то

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = BC(BC + DE) = \overline{BC}^2 + BC \cdot DE. \quad . \quad . \quad (\alpha).$$

Проведя высоты AN и CM , изъ подобныхъ треугольниковъ ANB и $СМВ$ получимъ:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AN}{CM}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

а такъ какъ $\triangle AMC \sim \triangle ANE$ (ибо $\angle CAM = \angle AEN$), то

$$\frac{AN}{CM} = \frac{EN}{AM} = \frac{DE/2}{AM}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma)$$

(ибо $\angle AED = \angle ADE$, т. е. $\triangle ADE$ равнобедренный).

Изъ (β) и (γ) получаемъ

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{2AM}, \text{ откуда } BC \cdot DE = 2AB \cdot AM.$$

Подставляя же $2AB \cdot AM$ вмѣсто $BC \cdot DE$ въ равенство (α) , получимъ:

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + 2AB \cdot AM, \text{ откуда } \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2AB \cdot AM.$$

Подобнымъ образомъ выводится соответствующее соотношеніе для тупоугольного треугольника.

Рѣшеніе автора задачи, г. Николаева (Пенза).

НВ. Было получено еще рѣшеніе отъ г. Ушакова (ст. Усть-Медвѣдницкая), авторъ котораго изъ вершинъ A и B описываетъ два круга радіусами, соответственно равными AM и BM , и, пользуясь теоремой: квадратъ касательной равенъ произведенію съкущей на внѣшнюю ея часть, получаетъ теорему Пиеагора, а затѣмъ выводитъ требуемое соотношеніе.

См. также „Вѣстникъ Оп. Физики“, сем. II, № 23. стр. 262 и „Математ. мелочи“ настоящаго №.

№ 3 (3 сер.). Обозначимъ биссекторы данного треугольника ABC черезъ j_a, j_b, j_c . Черезъ вершины треугольника проведемъ прямыя, параллельныя его сторонамъ, и, продолживъ биссекторы въ круговомъ порядкѣ до пересѣченія съ этими прямыми, назовемъ внѣшніе относительно данного треугольника ABC отрѣзки биссекторовъ до встрѣчи ихъ съ проведенными прямыми соотвѣтственно черезъ l_a, l_b, l_c . Требуется показать, что

$$j_a \cdot j_b \cdot j_c = l_a \cdot l_b \cdot l_c.$$

Пусть биссекторъ угла A пересѣкаетъ сторону BC въ точкѣ A' , а прямую, проведенную черезъ B параллельно AC , въ точкѣ A'' . Введя аналогичныя обозначенія для биссекторовъ угловъ B и C и замѣчая, что $\triangle BA''A' \sim \triangle AA'C$, $\triangle CB''B' \sim \triangle BB'A$ и $\triangle AC''C' \sim \triangle CC'B$, получаемъ:

$$\frac{AA'}{A'A''} = \frac{AC}{BA''} = \frac{BB'}{B'B''} = \frac{AB}{CB''} = \frac{CC'}{C'C''} = \frac{BC}{AC''}.$$

Перемножая эти равенства и замѣчая, что $AA' = j_a$, $BB' = j_b$, $CC' = j_c$, $A'A'' = l_a$, $B'B'' = l_b$, $C'C'' = l_c$; $BA'' = BA$, $CB'' = CB$ и $AC'' = AC$, получимъ требуемое соотношеніе.

С. Копровский (с. Дяткевичи); *Г. Сивчинскій* (Варшава); *Н. С.* (Тифлисъ); *Е. Краснитская*, *К. Щиголевъ* (Курскъ); *П. Ивановъ* (Одесса); *Л. Клементиъ* (Царское Село); *М. Прясловъ* (Ревель); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *М. Селиховъ* (Полтава).

№ 6 (3 сер.). Пневматическая машина состоитъ изъ цилиндра съ поршнемъ емкостью въ 0,5 литра и не имѣетъ вреднаго пространства. Ее соединяють съ сосудомъ емкостью въ одинъ литръ, наполненнымъ сухимъ воздухомъ подъ давленіемъ въ 76 центиметровъ. Каково будетъ давленіе воздуха въ этомъ сосудѣ послѣ двухъ поднятій поршня?

Такъ какъ послѣ перваго поднятія поршня объемъ воздуха увеличивается въ отношеніи $\frac{3}{2}$, то давленіе уменьшается въ отношеніи $\frac{2}{3}$, т. е. послѣ двухъ поднятій поршня оно будетъ

$$76 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 33\frac{7}{9} \text{ см.}$$

А. Вареницовъ (Ростовъ н. Д.); *Е. и О.* (Тамбовъ); *В. Новиковъ* (Троицкъ); *О. Ривошъ* (Вильна); *Я. Блюмбергъ* (Рига); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *С. Д-цеевъ* (Москва).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *С. Гирмана* (Варшава) — № 33 (3 сер.); *О. Ривоша* (Вильна) — №№ 23, 30, 34, 37, 38 (3 сер.); *П. Хлыбникова* (Тула) — №№ 541, 550, 555, 573, 580 (2 сер.) и 4, 7, 16, 22, 23, 27, 34, 35, 39, 42, 45, 48, 49, 60 (3 сер.); *К. Щиголева* (Курскъ) — №№ 461, 467 (2 сер.) и 1, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 15, 16, 19, 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 34 (3 сер.); *Г. Сивчинскаго* (Варшава) — №№ 27, 41, 42 (3 сер.); *А. Гинзбургъ* (Харьковъ) — № 8 (Мал. вопр.); *П. Блюва* (с. Знаменка) — №№ 54, 65 (2 сер.); *В. Вареницова* (Рост. н. Д.) — №№ 43, 48, 49, 54 (3 сер.) и 7, 9 (Мал. вопр.); *Г. Леюшина* (с. Знаменка) — №№ 48, 49 (3 сер.); *С. Д-цеева* (Москва) — №№ 6, 27, 28, 30 (3 сер.); *П. Иванова* (Одесса) — №№ 521, 579, 591 (2 сер.) и 25, 30, 34 (3 сер.).

ОСТАЛИСЬ НЕРѢШЕННЫМИ изъ предложенныхъ въ XIII, XIV и XV семестрахъ задачи: 394, 402, 425, 426, 439, 444, 453, 490, 511, 533, 545, 548, 554, 556, 577, 578.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 28-го Мая 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1894 ГОДЪ
НА

„ЗАПИСКИ“

Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

(двадцать восьмой годъ изданія).

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Работы и изслѣдованія, составляющія доклады въ Отдѣлахъ и общихъ собраніяхъ Имп. Русскаго Техническаго Общества, главнымъ образомъ по химической технологіи и металлургіи, механикѣ и механической технологіи, инженерно-строительному и горному дѣлу, военному и морскому дѣлу, фотографіи и ея примѣненіямъ, воздухоплаванію и отчасти по электротехникѣ, желѣзнодорожному дѣлу и техническому образованію—имѣющихъ свои спеціальныя органы.

2) Спеціальныя доклады на съѣздахъ, устраиваемыхъ Техническимъ Обществомъ.

3) Отчеты о систематическихъ изслѣдованіяхъ, произведенныхъ спеціальными комиссіями: экспертными на выставкахъ, устраиваемыхъ Техническимъ Обществомъ и конкурсными; отчеты о произведенныхъ работахъ въ лабораторіи Техническаго Общества и командиремыхъ Обществомъ лицъ.

4) Обзоръ важнѣйшихъ явленій въ области техническихъ усовершенствованій и изобрѣтеній въ Россіи и за границею.

5) Правительственныя распоряженія, относящіяся до нашей заводской и фабричной промышленности.

6) Указатель испрашиваемыхъ и прекращенныхъ привилегій.

7) Дѣятельность Общества: журналы засѣданій Совѣта и Отдѣловъ Техническаго Общества и его Отдѣленій и пр.

8) Объявленія.

Записки выходятъ ежемѣсячно книжками въ размѣрѣ 8—10 печатныхъ листовъ.

Подписчики въ видѣ приложенія получаютъ отъ 3 до 4 книгъ, составляющихъ:

„СВОДЪ ПРИВИЛЕГІЙ“

на изобрѣтенія и усовершенствованія. Число привилегій ежегодно простирается до 250 и представляется въ точной копіи съ подлинныхъ привилегій и съ объяснительными чертежами.

Подписная цѣна журнала „ЗАПИСКИ“:

	Съ пересылкою и доставкой.	Съ пересылкою за границу.
На годъ	12 руб.	16 руб.
На полгода	7 „	9 „

Объявленія принимаются:

Разовыя за 1 стр.	10 руб.
„ „ $\frac{1}{2}$ „	6 „
Годовыя со всякаго срока:	
На обложкѣ за 1 стр.	50 „
Впереди текста за $\frac{1}{2}$ стр.	20 „
„ „ „ 1 „	35 „
„ „ „ 2 „	50 „
Вкладныя за 1.000 шт. (до 1 л. вѣса)	10 „

Подписка принимается въ редакціи: С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2 и у книгопродавцевъ. Гг. иногородніе благоволятъ обращаться преимущественно въ редакцію.

„Записки“ И. Р. Техническаго Общества за прежніе года можно приобрести въ Редакціи. Съ 1867—1889 годъ — 4 руб. за годъ и 1 руб. за отдѣльный выпускъ, за 1890—93 г. 8 руб. за годъ и 2 руб. за отдѣльный выпускъ. При приобретеніи „Записокъ“ за 19 лѣтъ цѣна въ сложности опредѣлена въ 70 руб. съ доставкой и пересылкой, а для школьныхъ, общественныхъ и частныхъ библіотекъ, согласно постановленія Совѣта И. Р. Т. О.—40 р. За года 1868, 1884, 1885 и 1888 „Записки“ всѣ разошлись.

3—3

Спеціальный редакторъ **А. Васильевъ.**

Только что ПОСТУПИЛА въ ПРОДАЖУ въ самомъ ограниченномъ количествѣ экзем. книга
Прив.-Доцента И. ИВАНОВА:

ЦѢЛЫЯ КОМПЛЕКСНЫЯ ЧИСЛА.

Разсужденіе на степень магистра чистой математики. СПБ. 1891. Ц. 2 р. Раньше
КНИГА ВЪ ПРОДАЖѢ НЕ БЫЛА. 2—2

Въ книжный складъ редакціи „Вѣстника Опытной Физики“ поступила для продажи новая книга:

КРАТКІЙ КУРСЪ

прямолинейной тригонометріи.

Составилъ **К. ТОРОПОВЪ,**

преподаватель Пермскаго Алексіевскаго реальнаго училища.
ПЕРМЬ. 1894.

Цѣна 75 коп., съ пересылкою 83 коп.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ гг. рѣшающихъ и предлагающихъ задачи присылать рѣшенія напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ задачъ на отдѣльныхъ листкахъ, не соединяя ихъ съ предлагаемыми для рѣшенія задачами. Лица, предлагающія задачи, приглашаются присылать вмѣстѣ и краткія ихъ рѣшенія.



Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ своихъ сотрудниковъ дѣлать чертежи къ статьямъ возможно тщательно на отдѣльныхъ бумажкахъ, а не въ текстѣ рукописи и отмѣчать желаемое число отдѣльныхъ оттисковъ на самой статьѣ.

1894.—№ 3.

Notice historique sur la sommation des progressions géométriques décroissantes.

Par M. A. Aubry. Задача о суммированіи бесконечно убывающей геометр. прогрессіи явилась слѣдствіемъ примѣненія метода исчерпыванія. Изъ древнихъ ею занимались Евклидъ и Архимедъ. У перваго встрѣчается такое положеніе: „Если отъ отрѣзка АВ отнять отрѣзокъ $BH \geq \frac{AB}{2}$, отъ остатка АН отнять отрѣзокъ $NK \geq \frac{АН}{2}$ и т. д., то такимъ образомъ можно получить остатокъ, менѣе произвольно малого даннаго отрѣзка“. Отсюда слѣдуетъ, что сумма $\frac{AB}{2} + \frac{AB}{4} + \frac{AB}{8} + \dots$ имѣетъ предѣломъ АВ. Евклиду-же принадлежитъ слѣдующая теорема:

Если s есть сумма n членовъ геометр. прогрессіи $\div a_1, a_2, \dots, a_n$, то

$$\frac{s - a_n}{s - a_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

Архимедъ указалъ особый приемъ суммированія геом. прогрессіи, знаменатель которой $= \frac{1}{4}$.

Спустя много времени, Декартъ, развѣсивъ софизмъ Зенона объ Ахиллѣсѣ и черепахѣ, нашелъ методъ, который можетъ быть примѣненъ къ суммированію какой угодно убывающей геометр. прогрессіи (1637).

Почти въ тоже время Fermat, занимаясь квадратурой параболы, показалъ, что если s есть сумма бесконечно убывающей геом. прогр. $\div a_1, a_2, a_3, \dots$, то

$$\frac{s}{s + a_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

Къ тому же времени относятся методы Torricelli (*Quadratura parabolae*. Florenсe. 1644) и Grégoire de Saint-Vincent'a (*Opus geometricum*. Anvers. 1647). Послѣдній примѣнилъ свой методъ къ дѣленію дуги на три равныя части посредствомъ послѣдовательныхъ дѣленій пополамъ.

Всѣ указанныя изслѣдованія основывались на геометрическихъ соображеніяхъ.

Алгебраическое выраженіе суммы геометр. прогрессіи встрѣчается въ 1-й разъ у Merkator'a (*Logarithmotechnia*. Londres. 1668). Изслѣдованія его были направлены къ отысканію выраженія логарифма числа въ функціи степеней этого числа. Идея такого изслѣдованія была высказана Ньютономъ.

Une construction de la tangente à l'ellipse. Новое построеніе касательной въ данной точкѣ эллипса основывается на слѣдующей теоремѣ:

Пусть касательная въ точкѣ М эллипса пересѣкаетъ большую ось его АА' въ точкѣ Т; если изъ Т опустить перпендикуляры ТС и TD на радіусъ векторъ MF и на линію МК, параллельную большой оси, то $\frac{MC}{MD} = \frac{c}{a}$, гдѣ c геом. эксцентръ эллипса и a большая полуось его.

Note d'arithmétique sur les caractères généraux de divisibilité. Лемма. Всякое число А, написанное по нумераціи съ основаніемъ a , имѣетъ видъ

$$A = Da + \alpha$$

гдѣ α есть число единиц 1-го разряда, а D нѣкоторое цѣлое число.

Теорема. Если въ числѣ A отбросить послѣднюю цифру a и обозначить чрезъ q и r частное и остатокъ отъ дѣленія получившагося числа на некоторое число n , то число A можетъ быть представлено въ видѣ:

$$A = (na \mp 1)q \pm (q \pm ra \pm a),$$

гдѣ a есть основаніе нумерации.

Ибо, обозначивъ чрезъ D число A безъ послѣдней цифры, будемъ имѣть: $A = D.a + a$; но $D = nq + r$; слѣдовательно

$$A = nqa + ra + a, \text{ или}$$

$$A = (na \mp 1)q \pm (q \pm ra \pm a).$$

Теорема эта даетъ общій способъ для нахождения признака дѣлимости на какое угодно первоначальное число. Въ самомъ дѣлѣ, первоначальныя числа могутъ оканчиваться только на 1, 9, 3 и 7; въ первыхъ двухъ случаяхъ они имѣютъ видъ $na \pm 1$; въ послѣднихъ-же двухъ, какъ легко убѣдиться, существуютъ кратныя ихъ того-же вида. Возьмемъ нѣсколько примѣровъ.

Признакъ дѣлимости на 11. Возьмемъ число $A = 74613$; такъ какъ $11 = 10 + 1$, то положивъ $n = 1$, по предыдущей теоремѣ получимъ:

$$74613 = \text{кр. } 11 - 7461 + 3,$$

$$7461 = \text{кр. } 11 - 746 + 1,$$

$$746 = \text{кр. } 11 - 74 + 6,$$

$$74 = \text{кр. } 11 - 7 + 4,$$

откуда $74613 = \text{кр. } 11 + (3 - 1 + 6 - 4 + 7)$;

вторая часть этого равенства обнаруживаетъ признакъ дѣлимости на 11.

Признакъ дѣлимости на 19. Пусть $A = 114323$; такъ какъ $19 = 2 \cdot 10 - 1$, то положивъ $n = 2$, получимъ

$$114323 = \text{кр. } 19 + 5716 + 3,$$

$$5719 = \text{кр. } 19 + 285,$$

$$285 = \text{кр. } 19$$

т. е. число дѣлится на 19, если половина его десятковъ, сложенная съ единицами, дѣлится на 19*).

Признакъ дѣлимости на 13. Такъ какъ $4 \cdot 10 - 1 = \text{кр. } 13$, то, положивъ $n = 4$, на основаніи общей теоремы, найдемъ, что число дѣлится на 13, если четверть его десятковъ, сложенная съ единицами (включая въ нихъ остатокъ отъ дѣленія десятковъ на 4) дѣлится на 13.

Въ концѣ статьи авторъ указываетъ способъ составленія таблицы, при помощи которой можно узнать, составное ли данное число, или первоначальное.

Correspondance. Замѣчанія гг. Соллертинскаго и Brokard'a относительно нѣкоторыхъ задачъ, предложенныхъ въ Ж. Е.

Exercices divers. Par. M. Boutin. (№№ 312—316). Рѣшенные здѣсь вопросы выходятъ изъ области элемент. геометрии.

Bibliographie. Archives des lycées, fournisseurs et censeurs. Par Ch. Fierville. Baccalauréats.

Д. Е.

*) Въ единицы включается и остатокъ отъ дѣленія десятковъ на 2.

Обложка
щется

Обложка
щется