Обложка
ищется

Обложка
пщется

XX Сем. 30-го Января 1896 г. № 2.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 230.

НОВАЯ ГЕОМЕТРІЯ
ТРЕУГОЛЬНИКА.

(Géométrie récente du triangle).

Предисловіе.

Въ послѣдніе 25 лѣтъ геометрія на плоскости обогатилась весьма плодотворными изслѣдованіями фигуръ, такъ или иначе связанныхъ съ треугольникомъ. Систематическое изложеніе результатовъ этихъ изслѣдованій въ настоящее время составляетъ уже цѣлый отдѣлъ планиметріи, извѣстный въ заграничныхъ изданіяхъ подъ заглавіемъ *новой геометріи треугольника*. Помимо многочисленныхъ статей по этому предмету, разбросанныхъ въ различныхъ иностранныхъ математическихъ журналахъ, на французскомъ и англійскомъ языкахъ существуютъ уже съ 1890 г. отдѣльныя сочиненія, представляющія собой сводъ новѣйшихъ изслѣдованій свойствъ треугольника. Въ Россіи до сихъ поръ, сколько мнѣ извѣстно, такихъ сочиненій не имѣется. Имѣя въ виду сколько нибудь пополнить этотъ пробѣлъ въ нашей математической литературѣ, я рѣшился предложить читателямъ „Вѣстника“ рядъ краткихъ статей, подъ вышеприведеннымъ общимъ заглавіемъ, содержащихъ въ сжатой формѣ, но въ строгой послѣдовательности, изложеніе свойствъ различныхъ точекъ и линій, геометрически связанныхъ съ треугольникомъ.

Желаніе быть доступнымъ и для учениковъ нашихъ среднихъ учебныхъ заведеній понуждаетъ меня изложить сначала нѣкоторыя статьи планиметріи, не входящія въ программы курса элементарной геометріи. Но основныя теоремы этихъ статей будутъ приведены мною безъ доказательствъ, а лишь съ краткими указаніями на способы доказательства ихъ; теоремы же второстепенныя я приведу (ради ссылокъ на нихъ) какъ упражненія на примѣненіе основныхъ теоремъ каждой статьи.

Въ заключеніе замѣчу, что теоремы, фигуры, линіи и точки, насколько позволятъ мнѣ мои свѣдѣнія я буду называть именами геометровъ, открывшихъ ихъ.

I. Свойство сѣкущей треугольника.

1. *Сѣкущей* или *трансверсалью* (transversale) треугольника наз. прямая, пересѣкающая стороны треугольника, или продолженія ихъ.

Положеніе сѣкущей относительно тр-ка можетъ быть только двоякое: или 1) сѣкущая пересѣкаетъ двѣ стороны тр-ка и продолженіе третьей, или 2) она пересѣкаетъ продолженія всѣхъ трехъ сторонъ (не пересѣкая самого тр-ка).

2. Теорема Θалеса. *Если углы двухъ треугольниковъ попарно равны, то соотвѣтственныя стороны ихъ пропорціональны*, и наоборотъ:

Если стороны двухъ треугольниковъ пропорціональны, то углы ихъ попарно равны.

Теорема эта служитъ основаніемъ теоріи подобія фигуръ.

3. Основное свойство сѣкущей тр-ка выражается слѣдующей теоремой:

Теорема Менелая. *Если стороны треугольника* AB, BC, CA (*или ихъ продолженія*) *пересѣкаются сѣкущей въ точкахъ* c, a *и* b, *то*

$$\frac{aB.\,bC.\,cA}{aC.\,bA.\,cB} = 1.$$

Обратно:

Если точки a, b, c, *взятыя на сторонахъ* BC, CA, AB *треугольника* (*или на ихъ продолженіяхъ*) *удовлетворяютъ условію*

$$\frac{aB.\,bC.\,cA}{aC.\,bA.\,cB} = 1,$$

то эти точки лежатъ на одной прямой.

Для доказательства можно пользоваться свойствами подобныхъ тр-въ (2).

4. Теорема Чевы (*Céva*). *Если прямыя, соединяющія какую нибудь точку съ вершинами треугольника, пересѣкаютъ стороны его* AB, BC, CA *или ихъ продолженія въ точкахъ* c, a, b, *то отрѣзки сторонъ, взятые съ ихъ знаками, удовлетворяютъ равенству*

$$\frac{aB.\ bC.\ cA}{aC.\ bA.\ cB} = -1.$$

Обратно:

Если точки a, b, c, взятыя на сторонахъ BC, CA, AB, треугольника удовлетворяютъ предыдущему равенству, то прямыя Aa, Bb, Cc пересѣкаются въ одной точкѣ.

Доказывается на основаніи теоремы Менелая.

5. Слѣдствія. *Внутренніе биссекторы* тр-ка (т. е. прямыя, дѣлящія внутренніе углы тр-ка пополамъ) пересѣкаются въ одной точкѣ I (*центръ круга, вписаннаго въ тр-къ*).

Два *внѣшнихъ биссектора* тр-ка (прямыя, дѣлящія пополамъ два внѣшнихъ угла тр-ка) и внутренній биссекторъ третьяго угла его пересѣкаются въ одной точкѣ I_1 (*центръ круга, внѣвписаннаго въ тр-къ*).

Медіаны тр-ка (т. е. прямыя, соединяющія вершины тр-ка со срединами противолежащихъ сторонъ) пересѣкаются въ одной точкѣ G (*центръ тяжести тр-ка*).

Высоты тр-ка пересѣкаются въ одной точкѣ H (*ортоцентръ тр-ка*).

Прямыя, соединяющія вершины тр-ка съ точками касанія вписаннаго въ него круга I, пересѣкаются въ одной точкѣ T (*точка Жергона* (*Gergonne*)).

6. Прямая Эйлера. Ортоцентръ (H), центръ тяжести тр-ка (G) и центръ описаннаго около него круга (O) находятся на одной прямой. Эта прямая наз. *прямою Эйлера* (2).

Разстояніе ортоцентра (H) отъ вершины тр-ка вдвое болѣе разстоянія центра описаннаго около него круга (O) до противолежащей стороны; поэтому разстояніе центра тяжести (G) тр-ка отъ ортоцентра (H) вдвое болѣе разстоянія той же точки отъ центра описаннаго круга (O).

7. Прямая Симсона. Основанія перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ какой нибудь точки окружности на стороны вписаннаго въ нее тр-ка, находятся на одной прямой. Прямая эта наз. *прямой Симсона*. Обратно:

Перпендикуляры, возставленные къ сторонамъ тр-ка въ точкахъ пересѣченія ихъ съ прямою, пересѣкаются на окружности, описанной около тр-ка (3).

8. Полный четыреугольникъ. Если въ четыреугольникѣ продолжить каждую пару противоположныхъ сторонъ до ихъ пересѣченія, то полученная фигура наз. *полнымъ четыреугольникомъ*. Прямая, соединяющая точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ чт-ка, наз. *третьей діагональю* полнаго чт-ка.

Теорема. *Средины діагоналей полнаго четыреугольника лежатъ на одной прямой* (3).

9. Гармоническое дѣленіе. Если на отрѣзкѣ AB и на его продолженіи взяты двѣ точки C и D такъ, что

$$\frac{CA}{CB} = -\frac{DA}{DB},$$

то говорятъ, что точки C и D *дѣлятъ гармонически* отрѣзокъ AB. (Противоположныя направленія отрѣзковъ обозначаются противоположными знаками + и —). Очевидно, что если точки C и D дѣлятъ гармонически отрѣзокъ AB, то и точки A и B дѣлятъ гармонически отрѣзокъ CD; поэтому два такихъ отрѣзка наз. *гармонически сопряженными*; точно также, каждая пара точекъ A, B и C, D наз. гармонически сопряженными относительно другой пары. Если одна изъ гармонически сопряженныхъ точекъ (напр. C) находится въ срединѣ отрѣзка AB, то другая точка (D) безконечно удалена, и наоборотъ.

10. Теорема. *Внутренній и внѣшній биссекторы одного угла треугольника дѣлятъ гармонически его противолежащую сторону* (2).

Слѣдствіе. Если два отрѣзка гармонически сопряжены, то отношеніе разстояній точекъ окружности, имѣющей діаметромъ одинъ изъ нихъ, отъ концовъ другого сохраняетъ постоянную величину.

11. Теорема Паппа (*Pappus*). *Каждая діагональ полнаго четыреугольника дѣлится двумя другими діагоналями гармонически* (3, 4).

12. Окружность девяти точекъ. Такъ называется окружность, проходящая черезъ основанія высотъ тр-ка. Названіе это объясняется слѣдующей теоремой:

Теорема Эйлера. *Основанія высотъ треугольника, средины его сторонъ и средины разстояній его вершинъ отъ центра описаннаго круга* (O) *находятся на одной окружности.*

Центръ окружности 9-ти точекъ (O_9) лежитъ на *прямой Эйлера* и дѣлитъ пополамъ разстояніе между центромъ описаннаго круга и ортоцентромъ тр-ка. Радіусъ той же окружности равенъ половинѣ радіуса круга, описаннаго около тр-ка (2, 6).

Упражненія. 13. Теорема Карно (*Carnot*). Если стороны многоугольника, или ихъ продолженія, пересѣкаются прямою; то произведеніе отрѣзковъ сторонъ, не имѣющихъ общихъ концовъ, равно произведенію другихъ такихъ же отрѣзковъ. (Обобщеніе теоремы Менелая).

14. Теорема Понселе (*Poncelet*). Прямыя, соединяющія какую нибудь точку съ вершинами многоугольника, имѣющаго нечетное число сторонъ, образуютъ на сторонахъ его такіе отрѣзки, что произведеніе отрѣзковъ, не имѣющихъ общихъ концовъ, равно произведенію остальныхъ отрѣзковъ. (Обобщеніе теоремы Чевы).

15. Ортоцентры четырехъ тр-въ, составленныхъ сторонами полнаго чет-ка, лежатъ на одной прямой.

16. Если изъ какой нибудь точки окружности, описанной около многоугольника съ четнымъ числомъ сторонъ, опустить перпендикуляры на его стороны чрезъ одну, то произведеніе этихъ перпендикуляровъ равно произведенію перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ той же точки на остальныя стороны мног-ка.

17. Произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ какой нибудь точки окружности на стороны вписаннаго въ нее тр-ка, равно

произведенію перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ той же точки на касательныя къ окружности въ вершинахъ тр-ка.

18. Центры четырехъ круговъ, описанныхъ около четырехъ тр-въ, составленныхъ сторонами полнаго чет-ка, лежатъ на одной окружности.

19. Теорема Микеля (*Miquel*). Если стороны 5-тиугольника ABCDE продолжить до пересѣченія, такъ что на сторонахъ мн-ка получатся пять тр-въ, то окружности, описанныя около этихъ тр-въ пересѣкутся по двѣ еще въ пяти точкахъ, лежащихъ на одной окружности.

20. *Прямыя Симсона*, построенныя для концовъ діаметра круга, описаннаго около тр-ка, взаимно перпендикулярны и пересѣкаются на *окружности девяти точекъ*.

Д. Е.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

ЗНАЧЕНІЕ УЧЕБНИКА
ПРИ ОБУЧЕНІИ
МАТЕМАТИКѢ.

(*Окончаніе* *).

V.

Если признать въ принципѣ обязательность пользованія учебникомъ, то далѣе являются вопросы: съ какого времени пользованіе это представляется цѣлесообразнымъ, какъ подготовить учениковъ къ чтенію книги, какъ пользоваться учебникомъ и т. д. И, во первыхъ, можно ли дать учебникъ въ первомъ классѣ среднеучебныхъ заведеній? Общій отвѣтъ можетъ быть только категорически отрицательнымъ и слѣдуетъ удивляться, что этотъ пунктъ вызвалъ въ свое время разногласія. Въ сущности вопросъ этотъ равносиленъ слѣдующему: можно ли пріобрѣсти какое нибудь умѣнье, совершенно не учась ему? Утвердительный отвѣтъ предполагаетъ, слѣдовательно, что дѣти отъ рожденья одарены способностью читать серьезныя книги. Но:

На все привычка есть, мой другъ:
Дитя у матери не вдругъ
Сперва сосецъ ея беретъ **).

*) См. „Вѣстника Оп. Физики“ № 229.

**) *Гете*, Фаустъ.

Если же они такимъ умѣньемъ не одарены, то ихъ надо научить ему, а такъ какъ это умѣнье дѣло трудное, то ему надо посвятить продолжительное время и серьезное вниманіе. Стоитъ хоть немного вдуматься въ то, какая громадная разница существуетъ между рѣчью ребенка и сжатымъ точнымъ языкомъ учебника со всѣми его условностями, ссылками и пр., чтобы оцѣнить всю величину этой трудности. Затѣмъ чтеніе книги непремѣнно предполагаетъ извѣстное умѣнье фиксировать свое вниманіе, а это умѣнье тоже не можетъ явиться само собой. Безъ сомнѣнія противъ сказаннаго можно возразить, что никто и не предполагаетъ прямого заданія по книжкѣ: сначала урокъ будетъ объясненъ, потомъ прочтенъ въ классѣ по книжкѣ, а затѣмъ уже заданъ для внѣкласснаго усвоенія по учебнику. Но и такой коррективъ долженъ быть положительно отвергнутъ, потому что онъ не можетъ принести пользы вслѣдствіе крайней непропорціональности между цѣлью и средствами. Конечно единственнымъ средствомъ подготовки можетъ быть только живое и гибкое слово преподавателя. Толковая классная работа научитъ мальчика болѣе или менѣе краткому и опредѣленному выраженію своихъ мыслей, а слѣдовательно и подготовитъ къ чтенію учебника. Но странно было бы думать, что эту работу можно исполнить въ часъ, да и вообще ни одинъ благоразумный преподаватель не станетъ форсировать этой подготовки, не станетъ сразу облекать мысль мальчика въ стѣснительныя формулы, потому что онъ рискуетъ потерять все дѣло,—за словами исчезнетъ мысль. Слѣдовательно, подготовительный періодъ есть процессъ деликатный и длительный. Сколько именно времени онъ требуетъ—это вопросъ чисто практическій и долженъ быть рѣшенъ какъ таковой. Интересенъ въ этомъ отношеніи опытъ военно-учебныхъ заведеній. При пересмотрѣ программъ 1882 г. въ спеціальной коммиссіи послѣдняя остановилась на вопросѣ: должно ли въ 1-мъ классѣ безусловно обходиться безъ учебника, какъ это требовалось прежними программами. Нѣкоторые члены коммиссіи находили, что не слѣдуетъ абсолютно запрещать употребленія въ 1-мъ классѣ учебника: онъ можетъ иногда понадобиться для повторенія общихъ правилъ и усвоенія опредѣленій. Коммиссія согласилась отчасти съ этими доводами и постановила замѣнить въ руководящихъ указаніяхъ слово „должно“ словомъ „полезнѣе“ давъ имъ слѣдующую редакцію: „Учебный матерьялъ, указанный въ программѣ для 1-го класса, *полезнѣе* изучать во время самыхъ уроковъ безъ помощи учебника“. Однако педагогическіе комитеты кадетскихъ корпусовъ, запрошенные по этому поводу, высказались отрицательно: „Прохожденіе ариѳметики въ 1-мъ классѣ по учебнику вредно, такъ какъ при сокращеніяхъ и пропускахъ, неизбѣжныхъ въ этомъ классѣ сразу вырабатывается неправильное отношеніе къ учебнику. Если ученику 1-го класса даются въ руки учебники по русской и французской грамматикѣ, то это нисколько не основаніе для ариѳметики, въ которой ничего механически не должно усваиваться. Поэтому, и оговорку, сдѣланную въ новомъ проэктѣ „полезнѣе“ вмѣсто „должно“, слѣдуетъ отмѣнить“. Педагогическій Комитетъ Главнаго Управленія военно-учебныхъ заведеній согласился съ этимъ мнѣніемъ, и такимъ образомъ въ кадетскихъ корпусахъ уже около 13 лѣтъ ариѳметика въ 1-мъ классѣ проходится безъ учебника, къ которому переходятъ только на слѣдующій годъ. Приведенная историческая справка, затрогивая нѣкоторыя довольно интересныя стороны вопроса, важна, главное, въ томъ отношеніи, что указываетъ на продолжительный опытъ, при которомъ оказалось возможнымъ и желательнымъ обходиться на первой ступени обученія безъ всякаго учебника. Если бы въ послѣднемъ чувствовалась необходимость или, наоборотъ, годовой срокъ подготовки къ учебнику былъ бы недостаточенъ, то, вѣроятно, заведенія указали бы на эти обстоятельства.

Что касается усвоенія опредѣленій и правилъ или, лучше сказать, до усвоенія курса вообще, то оно (въ 1-омъ классѣ) должно быть исключительно основано на классной работѣ. Это вполнѣ возможно, потому что курсъ этого класса вездѣ не великъ и умѣлый преподаватель можетъ повести дѣло такъ, что главныя положенія будутъ постоянно повторяться, будутъ въ постоянномъ обиходѣ и такимъ образомъ усвоятся вполнѣ прочно. Тогда не явится никакихъ затрудненій и при подготовкѣ къ экзаменамъ или репетиціямъ; но если при этомъ дѣти вполнѣ будутъ предоставлены самимъ себѣ (что, конечно, неправильно), то слѣдуетъ непремѣнно дать имъ въ руки программы, составленныя однако не по тому шаблону, который общепринятъ. Именно: недостаточно прописать въ программѣ заголовки извѣстныхъ статей, а надо детально разработать цѣлый рядъ вопросовъ, указывающихъ всѣ тѣ пункты, на которыхъ должно быть сосредоточено вниманіе учащихся.

Дальнѣйшая ступень въ подготовкѣ къ пользованію унебникомъ будетъ заключаться въ чтеніи учебника въ классѣ и въ усвоеніи его подъ руководствомъ преподавателя. Преподаватель долженъ научить не только пониманію учебника, но и тому, какъ выучить по книгѣ урокъ. И это опять вовсе не такая работа, съ которой можно раздѣлаться въ 2—3 урока,—дай Богъ, чтобы при самомъ полномъ вниманіи она привела къ ощутимымъ результатамъ въ 2—3 мѣсяца, а въ большинствѣ случаевъ ее нельзя будетъ оставить на всемъ пространствѣ 2-го класса, обращаясь къ ней иногда даже и въ послѣдующихъ классахъ. Но разъ только преподаватель добился толковаго усвоенія учебника, онъ можетъ заклать жирнаго тельца, — успѣхъ дѣла его наполовину обезпеченъ. Слѣдуетъ только замѣтить, что на учебникъ взваливаютъ иногда (въ особенности въ среднихъ и старшихъ классахъ) уже слишкомъ много. Преподаватель переходитъ къ слишкомъ бѣглымъ объясненіямъ, онъ не любитъ „жевать“ и хочетъ пріучить учениковъ къ самостоятельной работѣ. Это „жеваніе“ вошло въ педагогическій жаргонъ, но какое содержаніе въ немъ заключается? Если „я жую“ значитъ: „я объясняю такъ, чтобы всѣ меня понимали“, то это прекрасно при условіи, чтобы жевалъ не одинъ учитель, а вмѣстѣ съ нимъ и его слушатели. При этомъ пониманіи „жеванія“ отрицаніе его указываетъ повидимому на такой характеръ объясненія, который по плечу только способнѣйшимъ, а остальные, частью или вполнѣ, не способны слѣдить за преподавателемъ. Невозможно отнестись иначе какъ съ полнымъ осужденіемъ къ такому по меньшей мѣрѣ странному методу, который совершенно напрасно украшается мотивами самодѣятельности учениковъ. Это очень почтенная цѣль и, конечно, ее можно достигнуть (помимо соотвѣтственнаго веденія урока), ставя себѣ опредѣленныя задачи. Можно сказать ученикамъ: „Я вамъ объясняю только принципъ, детали вы должны разработать сами“, или: „я объясняю одинъ изъ случаевъ, другой, аналогичный, вы разберете сами“, но во всякомъ случаѣ то, что преподаватель объясняетъ, онъ долженъ объяснять для всѣхъ, а не для единицъ. Независимо отъ этого вопроса стоитъ другой — о самостоятельномъ разучиваніи учениками извѣстныхъ статей по учебнику безъ всякаго предварительнаго объясненія преподавателя. Такое разучиваніе безусловно крайне полезно и возможно въ среднихъ и старшихъ классахъ, кажется, даже въ большей мѣрѣ, чѣмъ это практикуется. Для примѣра я могъ бы указать на чрезвычайную доступность для самостоятельнаго усвоенія значительнаго числа теоремъ изъ курса геометріи 5-го класса. Разумѣется, и здѣсь преподавателю должно быть присуще чувство мѣры, между прочимъ ужъ потому, что всякая лишняя внѣклассная работа ложится тяжелымъ бременемъ на ученика. Можно было бы иногда отдавать и часть урока на то, чтобы учащіеся разучивали про себя извѣстную теорему по книгѣ въ присутствіи преподавателя.

VI.

Остается еще разсмотрѣть вопросъ о выборѣ учебника. Къ сожалѣнію здѣсь, кромѣ всѣмъ извѣстныхъ общихъ мѣстъ, сказать что нибудь положительное трудно: разумѣется учебникъ долженъ быть построенъ возможно научно и вмѣстѣ съ тѣмъ доступно, написанъ хорошимъ языкомъ, не многословенъ (частая погрѣшность) и пр. Разбирать съ этой стороны существующіе учебники я не имѣю ни желанія ни возможности, да въ этомъ и нѣтъ надобности, такъ какъ подобные разборы, какъ извѣстно, существуютъ. Я позволю себѣ остановиться только на одномъ спеціальномъ вопросѣ изъ этой области,— именно на научности учебниковъ. Объ этой сторонѣ ихъ и много писали, и много говорили и нельзя не признать, что въ этомъ отношеніи достигнуты весьма существенные результаты. Но не сдѣлали ли мы слишкомъ большаго разбѣга и не перепрыгнули ли дальше, чѣмъ хотѣли? Очевидно, что научность изложенія находится въ частомъ антагонизмѣ съ ограниченностью дѣтскаго пониманія, а эта послѣдняя сторона въ извѣстныхъ предѣлахъ играетъ роль рѣшительно доминирующую. Напримѣръ, ясно, что абсолютно невозможно научное построеніе ариѳметики въ младшихъ классахъ и т. п. Но если и въ этомъ, бьющемъ въ глаза своею выпуклостью случаѣ встрѣчаются погрѣшности и со стороны учебниковъ и со стороны программъ, то въ другихъ областяхъ ихъ гораздо больше. Рѣшительно уклоняясь отъ опредѣленной и детальной критики, я замѣчу только, что нѣкоторые учебники послѣдняго времени подлежатъ упреку съ этой стороны по двумъ пунктамъ: во первыхъ,—за слишкомъ глубокую, почти философскую обработку нѣкоторыхъ вопросовъ, и, во вторыхъ, за крайній символизмъ, въ который они одѣлись, Всему свое время, — и философское обоснованіе, и символика могутъ сослужить прекрасную службу, если будутъ поставлены на свое мѣсто; въ противномъ же случаѣ онѣ создадутъ только туманъ идей и формъ, и здравая педагогика должна отнестись къ нимъ съ полнымъ осужденіемъ. Сила математической дисциплины не можетъ быть ослаблена временными и ясно указанными пробѣлами, а неокрѣпшій умъ иногда совершенно подавляется непосильною работою.

Наши учебники находятся подъ большимъ вліяніемъ французскихъ курсовъ, но мы забываемъ, что у французовъ центръ тяжести изученія математики падаетъ на старшіе классы. И при всемъ томъ во французскихъ курсахъ можно подчасъ встрѣтить гораздо большую осмотрительность и осторожность, чѣмъ въ нашихъ. Мнѣ совершенно случайно вспоминается одинъ примѣръ, именно—дѣленіе многочленовъ. У насъ нѣтъ ни одного курса алгебры, гдѣ это дѣйствіе не было бы такъ или иначе объяснено, а въ Premiers principes d'algèbre par Laisant et Perrin прямо приводится правило безъ объясненія, на томъ основаніи, что „la division des polynomes est une operation assez compliquée". Я не вхожу въ разборъ этого частнаго случая самого по себѣ, а ограничиваюсь только указаніемъ на довольно характерный въ своемъ родѣ фактъ.

Если признать, что извѣстныя трудности и развитія курсовъ должны быть сдвинуты на старшіе классы или, лучше сказать, на повторительный классъ, то возникаетъ вопросъ, не нуждается ли этотъ классъ въ особыхъ, спеціальныхъ учебникахъ. Что касается до алгебры, геометріи и тригонометріи, то по этимъ предметамъ въ особыхъ учебникахъ нѣтъ надобности, потому что необходимыя добавленія и развитія, не нарушая цѣлостности и стройности прежнихъ курсовъ, легко и естественно находятъ себѣ въ нихъ мѣсто и даже по характеру изложенія болѣе или менѣе подходятъ къ общему тону. Это сознано и практикой, которая, хотя и вырабатываетъ иногда курсы особаго, болѣе научнаго типа (Алгебра Бертрана, обработанная Билибинымъ и пр.), но не предназначаетъ ихъ въ роль учебниковъ, а имѣетъ въ виду учителей и вообще любителей математики. Но совсѣмъ въ другомъ положеніи находится вопросъ объ учебникѣ ариѳметики. Во первыхъ, между развитіемъ ученика второго класса и развитіемъ ученика 7-го, 8-го класса цѣлая пропасть. Слѣдовательно, учебникъ, претендующій быть равно полезнымъ для того и другого, намѣренно игнорируетъ эту пропасть. Ученикъ, изучая нумерацію по учебнику для младшихъ классовъ, долженъ прочесть 15—16 страницъ*) текста, на которыхъ онъ встрѣтитъ и орѣшки, и кружечки, и мѣшечки, и это, можетъ быть, необходимо. Но спрашивается, что будетъ дѣлать съ этими орѣшками ученикъ старшихъ классовъ. Ни собственное сознаніе, ни учитель не позволятъ ему играть на кружечкахъ, отъ него потребуютъ ясно и кратко формулированныхъ положеній, въ родѣ тѣхъ, какія приведены въ ариѳметикѣ Серре, и которыми въ сущности исчерпывается все дѣло. Слѣдовательно, давая въ старшихъ классахъ элементарный учебникъ, мы предъявляемъ ученикамъ очень большія требованія: выдѣлить существенные моменты изложенія и дать имъ точную формулировку. Такъ что ратующіе за облегченіе курса элементарными учебниками (ариѳметика) дѣлаютъ крупную ошибку,—они не облегчаютъ, а отягощаютъ учениковъ. Съ другой стороны, всѣ или почти всѣ признаютъ

*) Открываю первый попавшійся учебникъ.

необходимость извѣстныхъ дополненій элементарнаго курса при повтореніи его, и тутъ опять возникаетъ большое недоразумѣніе. Въ сущности курсъ надо не только дополнить, а совершенно переработать, установить новыя точки зрѣнія, дать имъ надлежащія развитія и пр., а универсальный учебникъ этого сдѣлать не можетъ, онъ будетъ класть только рядъ заплатъ, — не болѣе. Куртку, сшитую для 10-тилѣтняго мальчика, какъ передѣлать на взрослаго юношу? Соображенія эти такъ доказательны, что иногда съ ними соглашаются, но все таки настаиваютъ на элементарномъ учебникѣ, указывая на недостаточность времени въ повторительномъ классѣ: проходить курсъ по спеціальному учебнику это значитъ ввести цѣлый новый предметъ, а на него нѣтъ времени. По этому поводу я, во первыхъ, сошлюсь на соображенія, изложенныя ранѣе, а во вторыхъ, замѣчу, что недостатокъ времени на дѣло настоятельной необходимости указываетъ на неправильный распорядокъ курсовъ. Въ крайнемъ случаѣ, не лучше ли поступиться нѣкоторыми частностями изъ другихъ отдѣловъ математики, чѣмъ жертвовать научнымъ обоснованіемъ всей ариѳметики? Если наши ученики не будутъ знать формулы бинома Ньютона, условія равенства призмъ и т. п., то отъ этого большой бѣды не будетъ, а если не привести въ стройную научную систему понятіе о числахъ и операціяхъ надъ ними, то явится существенный, ничѣмъ не вознаградимый пробѣлъ. Кромѣ того, въ интересахъ экономіи времени, научный курсъ ариѳметики можетъ быть совершенно освобожденъ отъ всевозможныхъ правилъ, тройныхъ, процентовъ и пр., и отъ технической стороны. Соотвѣтствующія знанія и умѣнія могутъ и должны быть усвоены въ элементарномъ курсѣ. Важное понятіе о пропорціональности не есть собственно принадлежность ариѳметики и, при нашихъ построеніяхъ курсовъ, найдетъ себѣ достаточное выясненіе въ геометріи, слѣдовательно и къ нему въ повторительномъ курсѣ ариѳметикѣ обращаться нѣтъ безусловной необходимости.

М. Попруженко (Оренбургъ).

ПО ПОВОДУ ГРАФИЧЕСКАГО ИЗОБРАЖЕНІЯ СУММЫ РЯДА НАТУРАЛЬНЫХЪ ЧИСЕЛЪ.

Графическое изображеніе суммы натуральныхъ чиселъ, помѣщенное въ записной книжкѣ г. Попруженко*), напоминаетъ построеніе такъ называемаго численнаго цирка Пиѳагорейцевъ, встрѣчающееся въ сочиненіи одного изъ учебниковъ Пиѳагоровой школы Ямблиха (Jamblicus), жившаго въ IV вѣкѣ. Вотъ это построеніе.

*) См. „В. О. Ф.“ № 228, стр. 282.

Чтобы получить квадратъ какого либо числа нужно написать числа въ два ряда, начиная отъ единицы до даннаго числа, и помѣстить данное число въ концѣ между рядами, образуя такимъ образомъ численный циркъ, напр., для числа 7:

$$\begin{array}{cccccccc} 1. & 2. & 3. & 4. & 5. & 6 & \\ & & & & & & 7. \\ 1. & 2. & 3. & 4. & 5. & 6 & \end{array}$$

Сумма всѣхъ чиселъ цирка дастъ $49 = 7^2$.

Справедливость построенія Ямблиха доказывается обыкновенно такъ. Пусть

$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n - 1 = S_{n-1}.$$

Тогда сумма чиселъ, составляющихъ циркъ:

$$\begin{array}{cccccc} 1. & 2. & 3. & 4\,.\,.\,.\,n-1 & \\ & & & & n \\ 1. & 2. & 3. & 3\,.\,.\,.\,n-1 & \end{array}$$

будетъ:

$$2S_{n-1} + n$$

но

$$S_{n-1} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Слѣдовательно,

$$2S_{n-1} + n = n^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Съ другой стороны, признавая теорему Ямблиха доказанной послѣдовательными построеніями численныхъ цирковъ, изъ равенства (1) можно вывести значеніе S_{n-1}.

Въ замѣткѣ о Пиѳагорейскомъ циркѣ, помѣщенной нами въ „Вѣстникѣ математическихъ наукъ“ *), складывая равенства, составленныя подобно (1):

$$2S_{n-1} + n = n^2$$

$$2S_{n-2} + n - 1 = (n-1)^2$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$2S_2 + 3 = 3^2$$

$$2S_1 + 2 = 2^2$$

$$1 = 1^2,$$

и полагая:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = S_n^{(2)},$$

мы выводимъ:

*) Издавался въ Вильнѣ астрономомъ М. Гусевымъ въ 1861—62 гг.

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{n-1}) + S_n = S_n^{(2)},$$

что можно также написать въ видѣ численнаго цирка:

$$\begin{matrix} S_1 \,.\, S_2 \,.\, S_3 \ldots S_{n-1} & \\ & S_n. \\ S_1 \,.\, S_2 \,.\, S_3 \ldots S_{n-1} & \end{matrix}$$

И вообще, если назовемъ сумму ряда какихъ либо чиселъ

$$P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_{n-1} = S_{n-1},$$

то, располагая такія числа въ видѣ цирка

$$\begin{matrix} P_1 \,.\, P_2 \,.\, P_3 \ldots P_{n-1} & \\ & P_n \\ P_1 \,.\, P_2 \,.\, P_3 \ldots P_{n-1} & \end{matrix}$$

и затѣмъ складывая ихъ, получимъ:

$$2S_{n-1} + P_n = P_n^2$$

при условіи

$$P_n = \frac{1 \pm \sqrt{8S_n + 1}}{2}.$$

Напримѣръ циркъ

$$\begin{matrix} \frac{4}{3} \,.\, \frac{5}{6} \,.\, \frac{41}{30} & \\ & 3 \\ \frac{4}{3} \,.\, \frac{5}{6} \,.\, \frac{41}{30} & \end{matrix}$$

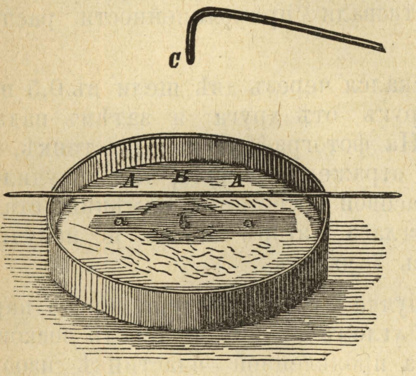
даетъ сумму 9.

И. Износковъ (Казань).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Представляютъ ли лучи Рёнтгена потокъ заряженныхъ матеріальныхъ частицъ? Слѣдующій простой опытъ проф. Пильчикова заставляетъ отвѣтить отрицательно на этотъ вопросъ.

Надъ заряженной фотографической касеткой помѣщалась натянутая мѣдная проволока. Часть этой проволоки прикрывалась непрозрачнымъ экраномъ, а открытая часть проэктировалась x-лучами на фотографическую пластинку въ видѣ полосы. Затѣмъ проволока заряжалась электричествомъ, сфотографированная часть ея прикрывалась экраномъ, а та часть, которая раньше была закрыта, теперь открывалась и отбрасывала тѣнь на ту же фотографическую пластинку. Относительное расположеніе приборовъ не измѣнялось. По проявленіи пластинки получилось изображеніе проволоки въ видѣ прямой полосы, которая *на всемъ своемъ протяженіи имѣла одинаковую ширину.* Между тѣмъ, если бы лучи Рёнтгена представляли потокъ заряженныхъ матеріальныхъ частицъ, слѣдовало бы ожидать, что ширина изображенія заряженной части проволоки будетъ отлична отъ ширины изображенія незаряженной, подобно тому, какъ проф. Пильчиковъ наблюдалъ это на „электрическихъ тѣняхъ", получающихся отъ различныхъ экрановъ на поверхности жидкихъ діэлектриковъ*). Если напр. расположить надъ поверхностью кастороваго масла, налитого въ плоскій сосудъ, остріе *C*, съ котораго истекаетъ электричество (фиг. 4), то отъ горизонтальной стекляной палочки *AA*, помѣщенной между остріемъ *C* и масломъ въ сосудѣ, образуется на поверхности масла продолговатое возвышеніе, соотвѣтствующее по своимъ размѣрамъ и положенію той тѣни, которая получилась бы отъ палочки, если бы остріе *C* замѣнить свѣтящейся точкой. Если какую нибудь часть



Фиг. 4.

B палочки наэлектризовать, то „электрическая тѣнь" въ соотвѣтствующемъ мѣстѣ *b* расширяется, когда часть *B* заряжена электричествомъ, одноименнымъ по знаку съ электричествомъ острія, и суживается, когда часть *B* заряжена электричествомъ противоположнаго знака. Объясняется это тѣмъ, что въ первомъ случаѣ наэлектризованный участокъ *B* палочки отклоняетъ несущіяся съ острія *C* частицы, отталкивая ихъ, во второмъ—притягивая. Такъ какъ лучи Рёнтгена не даютъ подобныхъ явленій, то можно съ увѣренностью сказать, что они не имѣютъ ничего общаго съ электрической конвекціей.

Что же представляютъ лучи Рёнтгена? Проф. Пильчиковъ склоняется къ предположенію, что x-лучи суть поперечныя колебанія эфира съ чрезвычайно короткими волнами, настолько короткими, что полированныя поверхности, отражающія обыкновенный свѣтъ, являются для x-лучей какъ бы матовыми и разсѣиваютъ ихъ.

В. Г.

О нѣкоторыхъ свойствахъ лучей Рёнтгена. *Jean Perrin* (C. R. CXXII, 186).—Повторивши основной опытъ Рёнтгена еще въ то время, когда ежедневныя газеты доставили первыя извѣстія объ его открытіи, авторъ тотчасъ же занялся изученіемъ свойствъ новаго дѣятеля. Прежде всего онъ изслѣдовалъ степень прозрачности различныхъ веществъ для x-лучей; оказалось, что изъ всѣхъ изслѣдованныхъ имъ веществъ наиболѣе прозрачны *дерево, бумага, воскъ, парафинъ, вода;* остальныя вещества могутъ быть расположены приблизительно въ слѣдующій нисходящій рядъ: *уголь, кость, слоновая кость, шпатъ, стекло, кварцъ* (па-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики" № 205, стр. 3—5.

раллельно оси и перпендикулярно оси), *каменная соль*, *сѣра*, *желѣзо*, *сталь*, *мѣдь*, *латунь*, *ртуть*, *свинецъ*.

Чтобы убѣдиться въ прямолинейности распространенія лучей Рёнтгена, авторъ помѣщалъ передъ трубкой Крукса одну за другой на разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ другъ отъ друга двѣ круговыхъ діафрагмы изъ латуни, а за ними — фотографическую пластинку. На пластинкѣ получилось ясно опредѣленое круглое пятно, окруженное полутѣнью, размѣры котораго соотвѣтствовали прямолинейности распространенія.

Пучекъ лучей Рёнтгена пропускался черезъ двѣ щели въ 0,5 mm, находившіяся на разстояніи 4 cm другъ отъ друга и затѣмъ падалъ на полированное стальное зеркало. На фотографической пластинкѣ, помѣщенной на предполагаемомъ пути отраженнаго луча, не получилось никакого изображенія даже послѣ часовой экспозиціи. Замѣнивъ стальное зеркало пластинкой изъ флинтгласа авторъ также не получилъ изображенія, хотя экспозиція длилась 7 часовъ.

Пропуская нижнюю половину пучка лучей Рёнтгена черезъ парафиновую призму съ преломляющимъ угломъ въ 20^0 и черезъ восковую призму въ 90^0, авторъ получилъ на проявленной пластинкѣ изображеніе щели въ видѣ прямой полоски, изъ чего слѣдуетъ, что лучи Рёнтгена не преломляются замѣтно при этихъ условіяхъ. Во всякомъ случаѣ отклоненіе лучей, если оно существуетъ, не превышаетъ 1^0.

Авторъ пытался еще получить диффракціонныя полосы отъ рёнтгеновскихъ лучей. Дѣятельная часть трубки помѣщалась передъ очень узкой щелью; на разстояніи 5 cm отъ первой была помѣщена вторая щель въ 1 mm, а на разстояніи 10 cm отъ нея—заряженная касетка. Черезъ девять часовъ было получено изображеніе щели въ видѣ полосы съ рѣзкими краями и безъ диффракціонныхъ полосъ, тогда какъ при открытой касеткѣ черезъ нѣсколько минутъ получились диффракціонныя полосы отъ зеленой флуоресцирующей поверхности стекла круксовой трубки. Очевидно, что и этотъ опытъ доказываетъ прямолинейность распространенія рёнтгеновскихъ лучей.

В. Г.

Опытъ, обнаруживающій, что x-лучи исходятъ изъ анода.— Въ № 7 Comptes Rendus (CXXII, 383) помѣщена выдержка изъ письма de Henn'a изъ Люттиха отъ $^1/_{13}$ февраля, въ которой описанъ слѣдующій опытъ. Между трубкой Крукса и свѣточувствительной пластинкой помѣщался свинцовый экранъ съ нѣсколькими отверстіями, пропускавшими пучки лучей. Положеніе изображеній этихъ отверстій на пластинкѣ указываетъ на то, что лучи исходятъ изъ положительнаго полюса, а не изъ отрицательнаго. Это, слѣдовательно, *анодные* лучи.

В. Г.

О прохожденіи лучей Рёнтгена черезъ жидкости. *Bleunard* и *Labesse*. (C. R. CXXII, 527).—Такъ какъ стекло и металлы въ значительной степени задерживаютъ лучи Рёнтгена, то авторы, желая избѣжать вліянія сосуда, остановились на покрытой саломъ черной бумагѣ, совершенно прозрачной для x-лучей по ихъ опытамъ.

Свѣточувствительная пластинка завертывалась въ черную бумагу и на нее ставились небольшіе бумажные просаленные сосуды, содержавшіе различныя жидкости. Всѣ слои жидкостей имѣли одинаковую толщину. Оказалось, что вода легко принизывается лучами Рёнтгена, растворы бромистаго калія, хлористой сурьмы, двухромовокислаго кали въ значительной степени поглощаютъ лучи, тогда какъ растворы буры, марганцовокислаго кали пропускаютъ ихъ легче.

Цвѣтъ жидкости повидимому совершенно не вліяетъ на степень ея прозрачности: вода, окрашенная различными анилиновыми красками, столь же прозрачна, какъ и чистая вода.

Проф. Пильчиковъ произвелъ слѣдующій опытъ: двѣ одинаковыя стеклянныя пробирки были помѣщены рядомъ. Въ одну были налиты чернила, въ другую — безцвѣтный и прозрачный растворъ свинцовой соли. Черныя чернила совершенно не вышли на снимкѣ, а прозрачный растворъ свинцовой соли оказался почти совершенно непрозрачнымъ для рёнтгеновскихъ лучей.

В. Г.

О дѣйствіи x-лучей на алмазъ. *Abel Buguet* и *Albert Gascard* (C. R. CXXII, 457). — Прозрачность угля и углеродистыхъ соединеній для лучей Рёнтгена и относительная непрозрачность стекла даетъ возможность легко отличать настоящіе алмазы отъ поддѣльныхъ. На фотографической пластинкѣ при достаточно продолжительной позѣ совершенно не получается изображеній алмаза, тогда какъ различные его поддѣлки даютъ явственные силуеты. Если помѣстить алмазъ между круксовой трубкой и листомъ бумаги, покрытымъ флуоресцирующимъ веществомъ (напр. двойной ціанистой солью платины и барія), то онъ отбрасываетъ на бумагу болѣе блѣдную тѣнь, чѣмъ расположенныя возлѣ него поддѣлки. Тотъ же способъ пригоденъ и для отличія настоящаго чернаго янтаря отъ его минеральныхъ поддѣлокъ.

В. Г.

Вліяніе химическаго состава тѣлъ на ихъ прозрачность по отношенію къ лучамъ Рёнтгена. *Maurice Meslans* (C. R. CXXII, 309).—Опыты автора дали пока слѣдующіе результаты:

Уголь въ различныхъ его видоизмѣненіяхъ (алмазъ, графитъ, антрацитъ и т. д.), а также всѣ изслѣдованныя органическія соединенія, содержащія кромѣ углерода водородъ, кислородъ и азотъ,—чрезвычайно прозрачны. Сѣра, селенъ, фосфоръ, іодъ сильно задерживаютъ x-лучи. Органическія соединенія, содержащія хлоръ, іодъ, фторъ, сѣру, фосфоръ и т. д. оказались очень мало прозрачными. Соли различныхъ металловъ обладаютъ весьма малой прозрачностью, которая однако измѣняется въ зависимости отъ металла и отъ кислоты.

Такъ какъ различныя ткани организма не въ одинаковой степени прозрачны, то нѣтъ сомнѣнія, что удастся получать ихъ на фотографическихъ снимкахъ *).

Авторъ намѣренъ продолжать свои изслѣдованія и изучить зависимость между химической функціей различныхъ веществъ и степенью ихъ прозрачности.

В. Г.

Опыты надъ лучами Рёнтгена. *Albert Nodon.* (С. R. CXXII, 237).—Авторъ убѣдился въ томъ, что вольтова дуга, богатая ультрафіолетовыми лучами, не заключаетъ лучей, обладающихъ свойствами x-лучей. Чувствительная броможелатинная пластинка, завернутая въ нѣсколько слоевъ черной бумаги, была помѣщена на 15 мин. въ 40 cm отъ вольтовой дуги въ 20 амперовъ. При проявленіи на ней не замѣчено никакого отпечатка.

Слѣдующій опытъ автора доказываетъ, что окраска тѣла не вліяетъ на степень его прозрачности по отношенію къ лучамъ Рёнтгена. Въ цинковомъ листѣ былъ сдѣланъ рядъ окошечекъ, закрытыхъ пластинками желатины, окрашенными въ различные цвѣта. Одно окошечко было оставлено открытымъ, а одно было закрыто кускомъ неокрашенной желатины. На чувствительной пластинкѣ, освѣщенной лучами Рёнтгена сквозь эти окошечки, не замѣтно никакой разницы между интенсивностью изображенія этихъ окошечекъ.

В. Г.

Прозрачность металловъ для x-лучей. *V. Chabaud.* (С. R. CXXII, 237).—Прямоугольныя пластинки ($35 \times 7 mm^2$) различныхъ металловъ, толщиною въ 0,2 mm были наклеены рядомъ на картонъ. Продолжительность экспозиціи равнялась 45 мин. Платиновая пластинка оказалась совершенно непрозрачной, алюминіевая — весьма прозрачной, остальные металлы (свинецъ, цинкъ, мѣдь, амальгамированный цинкъ, олово, сталь, золото, серебро) обладаютъ замѣтной прозрачностью. При толщинѣ въ 0,01 mm и платина легко пронизывается x-лучами. Ртуть, налитая въ деревяную коробочку въ 0,1 mm глубиною и прикрытая *стекляной пластинкой*, оказалась совершенно непрозрачной. Опытъ этотъ нельзя однако считать убѣдительнымъ, какъ совершенно справедливо замѣчаетъ г. *Вбг.*, рецензентъ работы Шабо въ „Ж. Р. Ф. Х. Общ.“, въ виду непрозрачности стекла для лучей Рёнтгена.

В. Г.

*) На снимкѣ лягушки, сдѣланномъ проф. Пильчиковымъ, совершенно ясно видны доли головного мозга и спинной мозгъ; въ грудной области вырисовывались бѣлыя пятна, соотвѣтствующія, вѣроятно, легочнымъ мѣшкамъ. На снимкѣ золотой рыбки довольно отчетливо видны различныя внутренности.

ЗАДАЧИ.

№ 302. Найти двузначное число, которое при дѣленiи на цифру единицъ даетъ въ частномъ также цифру единицъ, а въ остаткѣ цифру десятковъ.

Н. Соболевскiй (Москва).

№ 303. Въ магическомъ квадратѣ изъ 9 клѣтокъ разставлены числа такъ, что сумма чиселъ каждой горизонтальной строки, каждаго вертикальнаго столбца и каждаго дiагональнаго ряда равна $3m$. Доказать, что при этихъ условiяхъ въ центральной клѣткѣ непремѣнно должно стоять число m.

М. Зиминъ (Орелъ).

№ 304. Два угла имѣютъ общую вершину и одинъ изъ нихъ— постоянную величину. Изъ двухъ произвольныхъ точекъ, взятыхъ на сторонахъ постояннаго угла, опущены перпендикуляры на стороны другого угла и основанiя перпендикуляровъ соединены прямыми. Подъ какимъ угломъ будутъ пересѣкаться эти прямыя?

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 305. Въ треугольникѣ ABC вершины A, B и C соединены съ центромъ O круга описаннаго; прямыя AO, BO и CO продолжены до пересѣченiя со сторонами даннаго треугольника въ точкахъ P, Q и R. По даннымъ сторонамъ треугольника ABC вычислить стороны треугольника PQR.

Э. Заторскiй (Вильно).

№ 306. Опредѣлить площадь прямоугольнаго треугольника, зная стороны двухъ квадратовъ, вписанныхъ въ него.

В. Сахаровъ (Тамбовъ).

№ 307. Построить четыреугольникъ $ABCD$, вписанный въ данную окружность, зная разность между дiагональю AD и стороной DC, если $AB = BC = AC$.

Ученики Кiево-Печерской гимназiи Л. и Р.

РѢШЕНIЯ ЗАДАЧЪ.

№ 228 (3 сер.). Показать, что сумма квадратовъ разстоянiй отъ центра круга, описаннаго около треугольника, до точекъ касанiя круга вписаннаго равна

$$4R(R-r)-(R^2+r^2),$$

гдѣ R есть радіусъ круга описаннаго, а r—вписаннаго.

Пусть въ треугольникѣ ABC точка O есть центръ описаннаго круга, M—средина стороны AC, а N, N_1 и N_2—точки касанія вписаннаго круга соотвѣтственно со сторонами $AC=b$, $AB=c$ и $BC=a$. Изъ треугольника OAM имѣемъ:

$$\overline{OM}^2=R^2-\frac{b^2}{4};$$

далѣе находимъ

$$MN=AM-AN=\frac{b}{2}-\frac{b+c-a}{2}=\frac{a-c}{2}$$

и

$$\overline{ON}^2=\overline{OM}^2+\overline{MN}^2=R^2-\frac{b^2}{4}+\frac{(a-c)^2}{4}=R^2-(p-a)(p-c),$$

гдѣ p есть полупериметръ треугольника ABC (теорема Стеварта).

Подобнымъ же образомъ найдемъ:

$$\overline{ON}_1^2=R^2-(p-a)(p-c),$$

$$\overline{ON}_2^2=R^2-(p-b)(p-c).$$

Сложивъ послѣднія три равенства, получимъ:

$$\overline{ON}^2+\overline{ON}_1^2+\overline{ON}_2^2=3R^2-[(p-a)(p-b)+(p-a)(p-c)+(p-b)(p-c)].$$

Такъ какъ

$$(p-a)(p-b)+(p-a)(p-c)+(p-b)(p-c)=\frac{abc}{p}+\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p^2};$$

$$\frac{abc}{p}=4Rr \text{ и } \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{p^2}=r^2,$$

то

$$\overline{ON}^2+\overline{ON}_1^2+\overline{ON}_2^2=4R(R-r)-(R^2+r).$$

М Зиминъ (Орелъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*

№ 229 (3 сер.). Показать, что

$$n=E\left[\frac{1}{2.3.4\ldots n(e-2)-\{1+n+n(n-1)+\cdots+n(n-1)\ldots 4.3\}}\right],$$

гдѣ n есть произвольное цѣлое положительное число, e—основаніе Неперовой системы логариѳмовъ, а знакъ E означаетъ цѣлое число, содержащееся въ дробномъ выраженіи, стоящемъ въ скобкахъ.

Знаменатель дробнаго выраженія, стоящаго въ скобкахъ, можетъ быть представленъ въ такомъ видѣ:

$$S = n!\left[e - 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} - \cdots - \frac{1}{n!}\right] =$$

$$= n!\left[\frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{(n+2)!} + \frac{1}{(n+3)!} + \cdots\right] =$$

$$= \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} + \cdots$$

Очевидно, что

$$\frac{1}{n+1} < S < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^3} + \cdots,$$

или

$$\frac{1}{n+1} < S < \frac{1}{n}.$$

Отсюда

$$n < \frac{1}{S} < n+1,$$

а слѣдовательно

$$\frac{1}{S} = n + \alpha,$$

гдѣ α есть правильная дробь, и

$$n = E(n+\alpha).$$

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и *Р.*; *М. Зиминъ* (Орелъ).

№ 235 (3 сер.). Показать, что если n есть цѣлое не кратное пяти число, то выраженіе

$$(11^{2n} - 2^{6n})(n^4 - 1)$$

дѣлится на 285 безъ остатка.

Представивъ данное выраженіе въ видѣ

$$(121^n - 64^n)(n^4 - 1),$$

легко видѣть, что оно дѣлится на $121 - 64 := 57$; такъ какъ n не кратно пяти, то

$$n = \text{кр. } 5 \pm 1 \text{ или } n = \text{кр. } 5 \pm 2;$$

въ обоихъ случаяхъ

$$n^4 - 1 = \text{кр. } 5,$$

а потому данное выраженіе дѣлится на $5 \times 57 = 285$.

М. Зиминъ (Орелъ); *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *С. Григорьевъ* (Самара); *А. Терентьевъ* (Гельсингфорсъ); *ученики Рижскаго реальнаго училища Имп. Петра I Р. З. и И. Л.*

№ 237 (3 сер.). Въ треугольникѣ ABC ($\angle A > \angle C$) проведена высота BD и отъ точки B по сторонѣ CB и на ея продолженіи отложены отрѣзки $EB = BE' = AB$. Кромѣ того на сторонѣ AC отъ точки D отложенъ отрѣзокъ $DF = DA$. Показать, что около четыреугольника $AEE'F$ можно описать кругъ.

Такъ какъ $AB = BE' = BE = BF$, то кругъ, описанный изъ точки B радіусомъ AB, пройдетъ черезъ точки E, E' и F.

М. Зиминъ (Орелъ); *Э. Заусцинскій*, *С. Циклинскій* (Пинскъ); *Ю. Идельсонъ* (Одесса); *Э. Заторскій* (Спб.); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *В. Евгеновъ* (Бѣлгородъ); *L.* (Тамбовъ); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *В. Винтеръ*, *принцъ Хосро-Мирза* (Симбирскъ).

№ 238 (3 сер.). Рѣшить уравненія:

$$(2k+1)x = (2r+1)y$$

$$(2k+1)^x 2^{kx} = (2r+1)^y 2^{ry}$$

и показать условіе возможности ихъ.

Логариѳмируя второе изъ данныхъ уравненій и дѣля полученный результатъ на первое, получимъ

$$\frac{\log(2k+1) + k\log 2}{2k+1} = \frac{\log(2r+1) + r\log 2}{2r+1}$$

или

$$\frac{(2k+1)2^k}{2k+1} = \frac{(2r+1)2^r}{2r+1},$$

откуда

$$2^k = 2^r, \text{ т. е. } k = r.$$

Ири этомъ условіи очевидно $x = y$.

С. Адамовичъ (Двинскъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *Э. Заторскій* (Вильна).

№ 239 (3 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 - 14x^3 + 57x^2 - 196x + 260 = 0.$$

Данное уравненіе можетъ быть представлено въ видѣ

$$(x-2)(x-10)(x^2-2x+13)=0.$$

Ю. Идельсонъ (Одесса); *В. Соковичъ, ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.* (Кіевъ); *L., В. Морозовъ, Б. К., Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Э. Заторскій* (Спб.); *М. Зиминъ* (Орелъ); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *ученики Рижскаго реальн. училища Имп. Петра I Р. З. и И. Л.*; *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 240 (3 сер.). Въ треугольникѣ ABC уголъ $B=15^0$, уголъ $C=30^0$. Перпендикуляръ въ точкѣ A къ сторонѣ AB встрѣчаетъ BC въ точкѣ D. Показать, что $BD=2AC$.

1. Пусть O есть средина гипотенузы BD прямоугольнаго треугольника ABD. Тогда $OB=OA$. Такъ какъ $\angle AOD=\angle B+\angle A=30^0$, то треугольникъ AOC равнобедренный, т. е. $AC=AO=BO=OD$ и $BD=2AC$.

2. Имѣемъ:

$$\frac{AB}{\sin 30^0}=\frac{AC}{\sin 15^0} \text{ и } AB=BD.\cos 15^0,$$

откуда

$$\frac{AC.\sin 30^0}{\sin 15^0}=BD.\cos 15^0,$$

или

$$AC.\sin 30^0=BD.\cos 15^0.\sin 15^0,$$

т. е. $BD=2AC$.

L., L. R., Д. (Тамбовъ); *В. Поздюнинъ, С. Григорьевъ* (Самара); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *В. Соковичъ* (Кіевъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Э. Заторскій* (Спб.); *В. Евгеновъ* (Бѣлгородъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *Е. Заусцинскій* (Пинскъ); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ); *кн. Енгалычевъ* (Симбирскъ); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *М. Агаѳоновъ* (Троицкъ).

№ 241 (3 сер.). Показать, что сумма квадратовъ отрѣзковъ двухъ взаимно перпендикулярныхъ хордъ, пересѣкающихся въ кругѣ, есть величина постоянная.

Пусть AB и CD суть двѣ взаимно перпендикулярныя хорды, пересѣкающіяся въ точкѣ E. Проведя діаметръ BF и хорду AF и замѣтивъ, что $AF=\pm(DF-CE)$, изъ треугольника BAF получимъ:

$$(DE-CE)^2+(AE+EB)^2=\overline{DE}^2+\overline{CE}^2+\overline{AE}^2+\overline{EB}^2=4R^2,$$

гдѣ R есть радіусъ круга.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *Э. Заторскій* (Спб.); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *В. Винтеръ, кн. Енгалычевъ, принцъ Хосро-Мирза* (Симбирскъ).

№ 242 (3 сер.). Въ выраженіи

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}$$

уменьшить число различныхъ по величинѣ радикаловъ, не вводя новыхъ.

Такъ какъ

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}=\pm\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}};\quad \sqrt{3+\sqrt{5}}=\pm\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{2}},$$

то

$$\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\pm\frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{3}}=\pm\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})(\sqrt{3}-1).$$

Опредѣливъ отсюда $\sqrt{3+\sqrt{5}}$ и подставивъ въ данное выраженіе, находимъ

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}=[1\pm\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})(\sqrt{3}-1)]\sqrt{2+\sqrt{3}}.$$

Правая часть, заключая только 3 различныхъ радикала вмѣсто 4-хъ, имѣетъ однако 16 различныхъ значеній, какъ и лѣвая.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *М. Зиминъ* (Орелъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л.* и *Р.*

NB. За исключеніемъ г-на Полушкина, всѣ рѣшившіе задачу потеряли при своихъ преобразованіяхъ 8 значеній даннаго выраженія.

№ 243 (3 сер.). Найти геометрическое мѣсто срединъ отрѣзковъ хордъ, проходящихъ черезъ данную внутри круга точку.

Пусть будетъ O—центръ круга, A—данная внутри его точка, C—точка на окружности, B—средина отрѣзка AC, O_1—средина OA. Такъ какъ $OC \parallel O_1B$, то

$$O_1B:OC=AB:AC=\tfrac{1}{2},\text{ откуда } O_1B=\tfrac{1}{2}\,OC,$$

т. е. средина отрѣзка каждой хорды, проходящей черезъ A, находится на постоянномъ разстояніи отъ точки O_1, лежащей на срединѣ разстоянія данной точки отъ центра. Поэтому искомое геометрическое мѣсто есть окружность, описанная изъ точки O_1 радіусомъ, равнымъ половинѣ радіуса данной окружности.

М. Зиминъ (Орелъ); *А. П—гинъ* (Оренбургъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Григорьевъ* (Самара); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *С. Циклинскій* (Пинскъ).

№ 244 (3 сер.). Безъ помощи тригонометріи вычислить стороны прямоугольнаго треугольника по данной суммѣ (или разности) катетовъ и данной суммѣ (или разности) проэкцій высоты на катеты.

Пусть A—вершина прямого угла, BC—гипотенуза, AD—высота, AM—ея проэкція на катетъ AC, AN—на катетъ AB. Обозначимъ катеты треугольника черезъ b и c, гипотенузу черезъ a, данную сумму $b+c$ черезъ s, а данную сумму проэкцій черезъ p. Имѣемъ:

$$AD=\frac{bc}{a},\ \overline{AD}^2=AC.AM;\ \overline{AD}^2=AB.AN,$$

откуда

$$AM+AN=p=\frac{bc(b+c)}{a^2}=\frac{bc.s}{s^2-2bc};$$

изъ этого уравненія находимъ

$$bc=\frac{ps^2}{2p+s}.$$

Поэтому b и c суть корни квадратнаго уравненія

$$z^2-sz+\frac{ps^2}{2p+s}=0,$$

которое даетъ

$$z=\frac{s}{2}\cdot\frac{\sqrt{s+2p}\pm\sqrt{s-2p}}{\sqrt{s+2p}}.$$

Подобно этому рѣшается задача и въ томъ случаѣ, когда даны разности.

М. Зиминъ (Орелъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *В. Евгеновъ* (Бѣлгородъ); *Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *А. П—гинъ* (Орербургъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *Е. Заусцинскій* (Пинскъ); *С. Григорьевъ* (Самара); *В. Винтеръ* (Самара); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.*; *П. Хлѣбниковъ* (Тула).

№ 245 (3 сер.). По даннымъ радіусамъ вписаннаго въ треугольникъ и описаннаго около него круговъ опредѣлить его стороны, зная, что онѣ составляютъ ариѳметическую прогрессію.

Обозначимъ стороны искомаго треугольника черезъ a, b, c. Пусть R есть радіусъ описаннаго круга, r—вписаннаго. Имѣемъ:

$$2b=a+c;\ \ldots\ldots\ (1)$$

$$R=\frac{abc}{4\triangle};\ r=\frac{2\triangle}{a+b+c},\ \ldots\ldots\ (2)$$

гдѣ $\triangle$ есть площадь искомаго треугольника. Перемноживъ уравненія (2), найдемъ

$$Rr=\frac{abc}{2(a+b+c)}=\frac{ac}{6},\text{ откуда } ac=6Rr\ \ldots\ (3)$$

Изъ ур. (1) имѣемъ:

$$a-b+c=b;\ a+b-c=\frac{3a-c}{2};\ b+c-a=\frac{3c-a}{2}.$$

Подставляя эти значенія въ выраженіе

$$r=\frac{\sqrt{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}}{2(a+b+c)},$$

получимъ:

$$r=\frac{\sqrt{3(3c-a)(3a-c)}}{12},$$

откуда, принимая во вниманіе ур. (3), найдемъ

$$a^2+c^2=20Rr-16r^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Уравненія (3) и (4) даютъ

$$a+c=4\sqrt{2r(R-r)}.$$

Такимъ образомъ a и c суть корни квадратнаго уравненія

$$X^2-4\sqrt{2r(R-r)}\,X+6Rr=0,$$

откуда

$$a=2\sqrt{2r(R-r)}\pm\sqrt{2r(R-2r)}$$

$$c=2\sqrt{2r(R-r)}\mp\sqrt{2r(R-2r)}$$

$$b={}^1/_2(a+c)=2\sqrt{2r(R-r)}.$$

П. Бѣловъ (с. Знаменка); *М. Зиминъ* (Орелъ); *Э Заторскій* (Вильно); *А. П—гинъ* (Оренбургъ); *ученики Кіево-Печеской гимназіи Л. и Р.*; *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 246 (3 сер.). Опредѣлить предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$(\cos\sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$$

при уменьшеніи x до нуля.

Пусть $x=\frac{1}{n}$; тогда при увеличеніи n до безконечности x стремится къ нулю. Поэтому

$$\lim_{x=0}(\cos\sqrt{x})^{\frac{1}{x}}=\lim_{n=\infty}\left(\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n=\lim_{n=\infty}\left(\cos^2\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{n}{2}}=$$

$$=\lim_{n=\infty}\left(1-\sin^2\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{n}{2}}=\lim_{n=\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{2}}=$$

$$=\lim\left[\left(1+\frac{-1}{n}\right)^n\right]^{\frac{1}{2}}=e^{-{}^1/_2}=\frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.; *М. Зиминъ* (Орелъ).

№ 247 (3 сер.). Рѣшить уравненіе:

$$\sin 2x = \cos 5x.$$

Замѣнивъ во второй части уравненія $\cos 5x$ синусомъ дополнительнаго угла, получимъ

$$\sin 2x = \sin(90^0 - 5x).$$

Если синусы двухъ угловъ равны, то углы либо разнятся на четное число полуокружностей, либо въ суммѣ даютъ нечетное число полуокружностей. Поэтому

$$\pi k + (-1)^k 2x = \frac{\pi}{2} - 5x,$$

гдѣ k есть цѣлое число. Отсюда

$$x = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1-2k}{2(-1)^k - 5}.$$

Давая k различныя положительныя и отрицательныя значенія, получимъ рядъ значеній для x.

В. Соковичъ, ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р. (Кіевъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *В. Винтеръ* (Симбирскъ); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка); *Лежебокъ* (Иваново-Вознесенскъ).

NB. Почти всѣ, приславшіе рѣшенія этой задачи, либо упустили изъ виду большую часть значеній x, либо даютъ для x выраженія, приводящія къ такимъ значеніямъ x, которыя не удовлетворяютъ данному уравненію.

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *Д.* (Тамбовъ) 283 (3 сер.); *Николаева* (Тамбовъ) 281 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 285, 289 (3 сер.) и дополненіе къ 287 (3 сер.); *Э. Заторскаго* (Вильно) 260, 266, 268, 272, 273, 274, 275, 266, 277 (3 сер.); *учениковъ Кишиневскаго реальн. училища В. и Л.* 278, 281, 283 (3 сер.); *К. .ова* (Пенза) 275 (3 сер.); *В...аго* (Пенза) 273 (3 сер.); *С. Петрашкевича* (Скопинъ) 227, 230, 240 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 242, 269, 271 (3 сер.); *учениковъ Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.* 71, 80, 193, 194, 195, 223, 233 (3 сер.); *В. Сахарова* (Тамбовъ) 272, 275 (3 сер.); *А. Терентьева* (Гельсингфорсъ) 235 (3 сер.); *П. Бѣлова* (с. Знаменка) 275, 277 (3 сер.); *М. Зимина* (Орелъ) 164, 242 (3 сер.); *П. Хлѣбникова* (Тула); 380 (2 сер.); 193, 194, 197, 206, 208, 209, 210, 212, 213, 214, 218, 219, 221, 223, 227, 230, 234, 236, 237, 240, 244, 245, 248, 255, 288 (3 сер.); *И. Л—каго* (Оренбургъ) 279 (3 сер.).

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

П. Х. (Тула). Письмо было получено.

М. Зимину (Орелъ). Задача № 242 рѣшена вѣрно. Можно опредѣлить разстояніе точки пересѣченія отъ большаго катета въ функціи сторонъ. Опечатку исправляемъ. Задачи будутъ напечатаны.

Н. Н. (Пенза). Получены.

ПРОПУЩЕНЫ ПОДПИСИ: *П. Хлѣбниковъ* (Тула) — подъ рѣшеніями задачъ 206, 208, 209, 210, 213, 219 и 227 (3 сер.); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ) — подъ рѣш. задачи 227 (3 сер.); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л. и Р.* — подъ рѣшнніями задачъ 189, 192 (3 сер.).

ПОПРАВКИ. 1) Въ задачѣ № 273 (3 сер.), знаменатель первой дроби слѣдуетъ читать такъ:

$$(x+a+c)^5+(x+b+d)^5.$$

2) Къ задачѣ № 295 (3 сер.) надо добавить условіе: „Отношеніе параллельныхъ сторонъ трапеціи = 3:2".

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

Bulletin de la Société Astronomique de France.

1896 № 1.

Statuts de la Société Astronomique de France.

Les curiosités du Calendrier. *C. Flammarion.*

Société Astronomique de France. *Séance du 6 Decembre.*

Arc crépusculaire sur la planète Mars. *D. Klumpke.*

Percival Lowel на основаніи микрометрическихъ измѣреній полярнаго и экваторіальнаго діаметровъ Марса, произведенныхъ Douglass'омъ и W. Pickering'омъ во время послѣдней оппозиціи, пришелъ къ слѣдующимъ двумъ заключеніямъ:

1) Марсъ обладаетъ сжатіемъ,

2) на немъ есть сумерки.

Заключенія эти получены слѣдующимъ образомъ:

275 измѣреній разбиты на 3 группы по отношенію къ моменту оппозиціи и для среднихъ величинъ каждой группы получены такія цифры:

время	полярный діаметръ	экваторіальный д.
15—23 окт.	9″,379	9″,420
12—30 „	9″,378	9″,440
2—21 ноября	9″,390	9″,545

При полученіи этихъ цифръ приняты во вниманіе поправки, завися̆щія отъ погрѣшностей микрометрическаго винта, отъ рефракціи, иррадіаціи, фазы и разстоянія. При взглядѣ на эти цифры сейчасъ же замѣтно, что въ то время какъ для полярнаго діаметра получаются цифры очень мало разнящіяся другъ отъ друга, для экваторіальнаго онѣ возрастаютъ. Такъ какъ поправки извѣстны съ большой точностью, то остается для объясненія этого возрастанія предположить, что Марсъ обладаетъ атмосферой, производящей сумерки, которые удлиняютъ кажущуюся величину экваторіальнаго діаметра и тѣмъ болѣе, чѣмъ планета дальше отъ оппозиціи. По вычисленіямъ Lowel'я сумерочная дуга должна равняться 10°. Принявъ во вниманіе эту цифру, для исправленныхъ діаметровъ получимъ для тѣхъ же датъ цифры довольно близкія другъ къ другу, а именно — 9″,356, 9″,354, 9″353 для полярнаго діаметра и 9″,404, 9″396 и 9″,402 для экваторіальнаго. Изъ сравненія этихъ цифръ для сжатія получается $^1/_{191}$ — величина, лежащая внутри предѣловъ, данныхъ теоріей ($^1/_{175}$ и $^1/_{227}$). Наблюденія 20, 23 сентября и 5 октября даютъ очень большую цифру для полярнаго діаметра (9",50 и 9",42), что можно объяснить иррадіацией: южное полярное пятно, расположенное экцентрически относительно полюса, вслѣдствіе вращенія планеты видно то на дискѣ, то на лимбѣ.

Сумерочная дуга до сихъ поръ ускользала отъ наблюденія потому, что иррадіація полярныхъ снѣговъ увеличиваетъ кажущуюся величину полярнаго діаметра, сумерки же—величину экваторіальнаго, такъ что весь дискъ казался больше. Этого не произошло бы, еслибъ сравнили наблюденія за большой періодъ, такъ какъ оба фактора—сумерки и иррадіація—имѣютъ различные періоды.

Nouveau pas sur la planète Mars. Lowel на основаніи наблюденій своихъ, а также Дугласса и Пиккеринга, составилъ карту Марса, содержащую 288 деталей; изъ 183 каналовъ 104 новыхъ. По мнѣнію Lowel'я „каналы, моря, озера" представляютъ собой не водныя вмѣстилища, а растительность; окраска ихъ мѣняется вмѣстѣ съ временами года. Приложена карта съ поясненіемъ.

Nouvelles observations sur Jupiter. *E. M. Antoniadi.* Юпитеръ въ сентябрѣ—октябрѣ представлялся въ слѣдующемъ видѣ: полоса южнаго умѣреннаго пояса казалась интенсивнѣе, чѣмъ въ 1894 г., иногда являясь двойной (13 сентября и 15 октября); красное эллиптическое пятно видно очень слабо, причемъ центральная часть его настолько же свѣтла, какъ и окружающій фонъ; южная экваторіальная полоса широка и двойная, какъ и прежде; свѣтлая линія, ее раздѣляющая, очень узка; 15 октября на этой линіи видно было огромное бѣлое пятно, вдоль нижняго (сѣвернаго) края этой полосы виденъ рядъ темныхъ пятенъ; сѣверная экваторіальная полоса тоньше и отчетливѣе, чѣмъ въ 1894 г.; внизъ отъ нея появилось темное, гранатово-красное пятно; полоса сѣвернаго умѣреннаго пояса очень слаба; полярный сегментъ сѣроватаго цвѣта.

Deux taches remarquables sur Jupiter. *Leo Brenner.* 10 ноября Бреннеръ замѣтилъ на Юпитерѣ два пятна гранатово-краснаго цвѣта; дальнѣйшія наблюденія показали, что первое изъ нихъ (подъ 15^0 сѣв. шир.) движется, хотя никакой правильности въ этомъ движеніи подмѣтить не удалось. Пятна эти видны даже въ кометоискатель.

Double ascension nocturne, exécutée en ballon par G. Hermite et Besançon. 4 сентября въ Парижѣ изъ одного и того же мѣста поднялось два аэростата, одинъ послѣ другого черезъ 7 минутъ, съ цѣлью изслѣдовать, можно ли обмѣниваться звуковыми сигналами и маневрировать, т. е. приближаться другъ къ другу и удаляться, пользуясь разницей въ скорости вѣтра на различной высотѣ. Вскорѣ послѣ поднятія верхній отнесло вѣтромъ на СВ, нижній на ЮЗ, такъ что пришлось отказаться отъ намѣченной цѣли. Путешествіе нижняго шара показало, что направленіе вѣтра, будучи ЮЗ до высоты 300 метровъ, выше становится СВ, благодаря чему, то поднимаясь, то опускаясь, шаръ совершилъ четыре рейса почти по одному и тому же пути.

Nouvelles de la Science. Variétés.

Le ciel en Janvier.

К. Смоличъ (Умань).

1896. № 2.

La photographie de l'invisible. *C. Flammarion.*

Société Astron. de Erance. *Séance du 8 Janvier.*

La lumière zodiacale. Observations faites au Pic-du-Midi. *E, Marchand.* Въ обсерваторіи на Pic-du-Midi (въ Пиринеяхъ на высотѣ 2860 м.), благодаря прозрачности атмосферы, Marchand'у удалось наблюдать зодіакальный свѣтъ впродолженіи цѣлаго года, причемъ обнаружилось такое интересное обстоятельство: *зодіакальный свѣтъ виденъ не только на горизонтѣ въ той сторонѣ, гдѣ солнце, но въ видѣ широкой полосы (около 14^0), свѣтъ которой къ краямъ ослабѣваетъ, обходитъ все небо почти по большому кругу.* Трехлѣтнія наблюденія дали возможность нанести на карту положеніе этой полосы, причемъ оказалось, что центральная часть ея—такъ сказать ось—представляется большимъ кругомъ, наклоненнымъ къ плоскости эклиптики подъ угломъ $6 - 7^0$ при долготѣ восходящаго узла въ 70^0. Хотя эти цифры нельзя еще считать совершенно точными, но можно установить, *что ось зодіакальнаго свѣта лежитъ въ плоскости солнечнаго экватора*, для которой наклоненіе къ эклиптикѣ $= 7^0$, долгота восх. узла $= 74^0$. Такъ какъ зодіакальный свѣтъ виденъ и въ сторонѣ неба, прямо противоположной солнцу, то космическая матерія, которой онъ приписывается, должна простираться за предѣлы земной орбиты. На основаніи всего этого является правдоподобной такая гипотеза: зодіакальный свѣтъ происходитъ отъ космической матеріи, расположенной внутри эллипсоида вращенія, весьма сплюснутаго, экваторъ и ось котораго совпадаютъ съ солнечными экваторомъ и осью; матерія эта тѣмъ болѣе сгущена, чѣмъ ближе къ солнцу, такъ какъ яркость зодіакальнаго свѣта съ приближеніемъ къ солнцу возрастаетъ очень быстро. Если размѣры этого эллипсоида не очень превышаютъ размѣры земной орбиты, то при годичномъ движеніи земли должно обнаружиться вліяніе параллакса въ видѣ нѣкотораго перемѣщенія свѣтовой полосы на небѣ, такъ какъ при годичномъ движеніи земля переходитъ съ верхней – сѣверной стороны солнечнаго экватора на нижнюю южную. Наблюденія Marchand'а повидимому подтверждаютъ это, но во всякомъ случаѣ нужны дальнѣйшія наблюденія.

Observations de Jupiter. *Th. Moreux.* 18 декабря и 11 января Moreux удалось наблюдать темныя пятна, замѣченныя раньше Antoniadi; пятна эти, расположенныя подъ сѣв. тропической полосой, казались отдѣленными отъ нея свѣтлымъ промежуткомъ (подобное раньше было замѣчено для большаго краснаго пятна южнаго полушарія); что это не оптическая иллюзія, видно изъ того, что тѣнь спутника, при прохожденіи его предъ планетой 11 января, свѣтлой каемки не имѣла.—Послѣ прохожденія II спутника черезъ дискъ Юпитера, минуты черезъ двѣ послѣ выхода, замѣтно было курьезное явленіе: спутникъ имѣлъ видъ двояко-выпуклаго стекла, обращеннаго къ планетѣ своей болѣе плоской стороной; явленіе съ удаленіемъ спутника ослабѣвало, пока онъ не принялъ обычной круглой формы. Подобное явленіе наблюдалось раньше W. Pickering'омъ 12 января 1893 г. и объяснить его можно существованіемъ у Юпитера довольно толстаго слоя атмосферы.

Variations de latitudes sur Jupiter. *Leo Brenner.* Сравненіе наблюденій надъ Юпитеромъ за 1894, 95 и 96 гг. показываетъ, что широты его полосъ и самые размѣры ихъ измѣнились; такъ напр., южная умѣренная полоса расширилась, южная экваторіальная слегка уменьшилась, сѣверная экваторіальная стала вдвое уже, сѣв. умѣренная увеличилась и измѣнила красный цвѣтъ на мышино-сѣрый. Въ южномъ полушаріи полосы подвинулись къ экватору. Собственное движеніе двухъ гранатово-красныхъ пятенъ подтверждается также наблюденіями Brenner'а, причемъ также замѣчается въ этомъ движеніи неравномѣрность.

Climatologie de l'année 1895. *C. Flammarion.*

Nouvelles de la Science. Variétés.

Le ciel en Février.

К. Смоличъ (Умань).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 28-го Марта 1896 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

Обложка
ищется

Обложка
ищется