

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

15 Февраля.

№ 387.

1905 г.

Содержаніе: Историческій очеркъ развитія ученія объ основаніяхъ геометріи. (Продолженіе). *Приватъ-доцента В. Казана.* — М. В. Ломоносовъ: первый русскій физикъ и химикъ. (Окончаніе). *Б. Меншуткина.* — Научная хроника: Положеніе земли въ пространствѣ. Динамическая модель радиоактивнаго тѣла. — Задачи для учащихся, №№ 586 — 591 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 498, 500. — Объявленія.

ИСТОРИЧЕСКІЙ ОЧЕРКЪ

развитія ученія объ основаніяхъ геометріи.

Приватъ-доцента В. Казана.

(Продолженіе *).

Отстаивая свой приоритетъ противъ „претензій“ Гаусса, Иоаннъ Больэ не подозрѣвалъ, что онъ на него не имѣетъ права по существу; что та же геометрическая система, которая была изложена въ его Appendix'ѣ, была опубликована на три года раньше его; что въ другомъ концѣ Европы, въ далекой Казани, жилъ человекъ, который еще съ большей настойчивостью боролся за тѣ же самыя идеи.

Николай Ивановичъ Лобачевскій родился 23 октября 1793 года въ Нижегородской губерніи. Отецъ его былъ архитекторомъ. Въ 1797 году отецъ скончался, а мать съ Николаемъ и двумя его братьями переѣхала въ Казань. Въ 1802 году Николай поступилъ въ гимназію, а въ 1807 г. — въ открытый незадолго передъ тѣмъ (въ 1805 г.) Казанскій университетъ.

Лобачевскій предполагалъ сначала изучать медицину, но склонность къ математикѣ взяла верхъ, и въ 1809 г. онъ посвятилъ

*) См. № 384 „Вѣстника“.

себя занятіямъ математикой. Преподаваніе математики было обставлено въ это время въ Казанскомъ университетѣ очень хорошо. Каѳедры математики, астрономіи и физики были поручены приглашеннымъ изъ Германіи ученымъ Бартельсу, Литрову и Броннеру; по составу физико-математическаго факультета, Казанскій университетъ, какъ замѣчаетъ проф. Энгель, „врядъ ли уступалъ какому-либо германскому университету“. Лобачевскій прошелъ, такимъ, образомъ хорошую школу. Здѣсь не мѣсто входить въ подробности его университетской жизни, неразрывно связанной съ исторіей Казанскаго университета ¹⁾. Укажемъ только, что въ 1811 году онъ былъ уже удостоенъ степени магистра, которая въ то время давалась непосредственно по усмотрѣнію факультета (т. е. безъ предварительныхъ экзаменовъ и диспутовъ). Со слѣдующаго 1812 г. начинается продолжительная педагогическая дѣятельность Лобачевского: онъ получилъ порученіе читать ариметику и геометрію чиновникамъ, которымъ предстоялъ экзаменъ на право службы; въ 1814 г. онъ былъ назначенъ адъюнктомъ, а въ 1816 г. экстраординарнымъ профессоромъ.

Въ первые годы своей преподавательской дѣятельности Лобачевскій несъ огромный трудъ. Съ уходомъ Бартельса, Броннера и Литрова, Лобачевскому пришлось преподавать и математику, и физику, и астрономію; одно время онъ завѣдывалъ даже обсерваторіей и университетской бібліотекой. Трудно даже себѣ представить, какъ онъ могъ при этихъ условіяхъ найти время для научной работы; къ тому же условія работы въ Казанскомъ университетѣ въ ту пору менѣе всего были благопріятны для спокойнаго научнаго изслѣдованія. Печатныхъ трудовъ, относящихся къ этому періоду, у Лобачевского нѣтъ. Несомнѣнно лишь то, что уже въ ту пору Лобачевскій больше всего интересовался основаніями геометріи. Въ 1894 г. въ архивѣ физико-математическаго факультета Казанскаго университета была найдена тетрадь, содержащая записки по курсамъ геометріи и алгебры, читаннымъ Лобачевскимъ въ 1815—1817 гг. Эти записки содержатъ три доказательства Евклидова постулата. Первое доказательство основывается на опредѣленіи параллельныхъ линій, какъ прямыхъ, имѣющихъ одинаковое направленіе; второе основывается на такихъ же соображеніяхъ, на какія опирается доказательство Бертрана. Въ третьемъ доказательствѣ Лобачевскій стоитъ уже на точкѣ зрѣнія Саккери и Лежандра и приводитъ вопросъ къ тому, чтобы доказать, что существуетъ треугольникъ, въ ко-

¹⁾ Наиболѣе обстоятельную біографію Лобачевского можно найти въ сочиненіи: *F. Engel. „Nikolaj Iwanowitsch Lobatschevskij“*. Leipzig. 1898. Первая часть этого сочиненія содержитъ переводъ сочиненій Лобачевского „О началахъ Геометріи“ и „Новыя Начала Геометріи“; переводъ снабженъ прекрасными пояснительными примѣчаніями. Вторая часть этого сочиненія содержитъ біографію Лобачевского и относящійся сюда бібліографическій матеріалъ.

торомъ сумма внутреннихъ угловъ равна $2d$. Онъ даетъ доказательство того, что этому требованію удовлетворяетъ всякій прямоугольный треугольникъ, у котораго одинъ изъ острыхъ угловъ составляетъ $\frac{1}{4} d$; это доказательство, конечно, ошибочно. Но оно обнаруживаетъ, что Лобачевскій въ ту пору уже былъ хорошо знакомъ съ работами Лежандра, о которыхъ мы будемъ говорить ниже.

Въ 1823 г. Лобачевскій написалъ учебникъ геометріи и возбудилъ ходатайство передъ попечителемъ округа, Магницкимъ, о томъ, чтобы это сочиненіе было напечатано на казенный счетъ. Попечитель послалъ работу на заключеніе академику Фуссу, который далъ о ней весьма неблагоприятный отзывъ. По мнѣнію Фусса, авторъ „не имѣетъ представленія о необходимости точныхъ опредѣленій и строгихъ доказательствъ, о логическомъ расположеніи матеріала и т. д.“ То же обстоятельство, что авторъ пользуется метромъ, какъ единицей длины, и десятичнымъ дѣленіемъ прямого угла, повидимому, рѣшило вопросъ окончательно не въ пользу Лобачевского. Въ 1898 г. проф. Загоскинъ нашелъ эту рукопись въ архивѣ попечителя Казанскаго округа. Нельзя не выразить удивленія, почему эта рукопись до сихъ поръ не опубликована. По сообщенію профессора А. В. Васильева, въ этомъ сочиненіи Лобачевскій уже не пытается доказать постулата Евклида. Наоборотъ, онъ говоритъ, что всѣ предложенныя доказательства могутъ быть разсматриваемы только какъ поясненія постулата, но доказательной силы не имѣютъ. Былъ ли уже Лобачевскій въ эту пору убѣжденъ, что постулата и вовсе нельзя доказать,—этотъ вопросъ остается открытымъ.

12-го февраля 1826 г. Лобачевскій доложилъ собранію физико-математическаго факультета свою работу подъ заглавіемъ „Exposition succincte des principes de la Géométrie avec une démonstration rigoureuse du théorème des parallèles“. („Послѣдовательное изложеніе основаній геометріи со строгимъ доказательствомъ теоремы о параллельныхъ“). Мемуаръ этотъ во всемъ своемъ объемѣ опубликованъ не былъ и до насъ не дошелъ. Извѣстно только, что странная идея молодого ученаго не встрѣтила никакого сочувствія. Лишь черезъ три года, въ 1829 году, Лобачевскій опубликовалъ въ Казанскомъ Вѣстникѣ статью „О началахъ геометріи“, которая, по его словамъ, представляетъ собой извлеченіе изъ названнаго выше доклада. Содержаніе этой статьи дѣлаетъ мало понятнымъ заглавіе перваго мемуара: здѣсь не только нѣтъ доказательства „теоремы о параллельныхъ линіяхъ“, но, напротивъ того, задача работы въ томъ именно и заключается, чтобы обнаружить невозможность такого доказательства.

Отвергая постулатъ о параллельныхъ, какъ бы съ цѣлью доказать его отъ противнаго, авторъ исходитъ изъ противоположнаго допущенія, именно, принимаетъ, что изъ точки внѣ прямой можно провести нѣсколько прямыхъ, ея не встрѣчающихъ. Исходя от-

сюда, рядомъ чрезвычайно тонкихъ аналитическихъ разсужденій, Лобачевскій находитъ соотношенія между сторонами и углами треугольника, которыя имѣли бы мѣсто при сдѣланномъ предположеніи. Оказывается, что тригонометрическія уравненія, которыя при этомъ получаются, не содержатъ никакого противорѣчія и даютъ возможность рѣшать всѣ тѣ задачи, которыя рѣшаются обыкновенной тригонометріей. Пользуясь этими формулами, Лобачевскій находитъ выраженіе дифференціаловъ дуги, площади, объема, поверхности и съ помощью ихъ путемъ интегрированія находитъ выраженіе для площади треугольника и круга, для поверхности и объема шара и его частей, для поверхности и объема прямого конуса. Можно сказать, большая половина мемуара посвящена приложенію полученныхъ результатовъ къ вычисленію опредѣленныхъ интеграловъ. Идея заключается въ слѣдующемъ: дифференціальное выраженіе разсматривается какъ элементъ длины, площади, объема или массы въ новой геометріи. Эта геометрическая точка зрѣнія даетъ указаніе надлежащаго преобразованія переменныхъ, послѣ котораго квадратура раскрывается. Лобачевскій даетъ, такимъ образомъ, въ заключеніе перечень сложныхъ квадратуръ, выполненныхъ этимъ путемъ.

Изъ всего сказаннаго Лобачевскій дѣлаетъ слѣдующее заключеніе:

„Послѣ того, какъ мы нашли уравненія (17), которыя представляютъ зависимость угловъ и боковъ треугольника, — когда, наконецъ, дали мы общія выраженія для элементовъ линій, площадей и объема тѣлъ, — все прочее въ геометріи будетъ уже аналитикой, гдѣ исчисленія необходимо должны быть согласны между собою и ничего не въ состояніи открыть намъ новаго, чего бы не заключалось въ тѣхъ первыхъ уравненіяхъ, откуда должны быть взяты всѣ отношенія геометрическихъ величинъ другъ къ другу. Итакъ, если надобно предполагать теперь, что какое-нибудь противорѣчіе принудитъ въслѣдствіи опровергнуть начала, принятые нами въ этой новой Геометріи, то это противорѣчіе можетъ только скрываться въ самыхъ уравненіяхъ (17). Замѣтимъ, однакожь, что эти уравненія перемѣняются въ (20) сферической тригонометріи, какъ скоро вмѣсто боковъ a, b, c ставимъ $a \sqrt{-1}, b \sqrt{-1}, c \sqrt{-1}$; но въ обыкновенной геометріи и сферической Тригонометріи вездѣ входятъ одни содержанія линій: слѣдовательно, обыкновенная геометрія, тригонометрія и эта новая Геометрія всегда будутъ согласны между собой“.

Нужно сказать, что изъ всѣхъ способовъ изложенія новой геометрической системы Лобачевскій, несомнѣнно, избралъ самый трудный и недоступный. Аналитическая постановка вопроса, сразу отрывающая читателя отъ привычныхъ воззрѣній и абстрактно устанавливающая новыя соотношенія, претендующія все же на геометрическое значеніе, представляется въ высшей степени темной, и трудно даже допустить, чтобы лицо, неподготовленное къ этимъ идеямъ, могло уяснить себѣ ихъ изъ этого мемуара.

Неудивительно поэтому, что работа была встрѣчена съ недовѣріемъ. Товарищи относились къ Лобачевскому не безъ ироніи, а въ 1834 году въ популярномъ въ то время журналѣ „Сынъ Отечества“ была напечатана рѣзкая рецензія, которая называла работу Лобачевского сплошной нелѣпостью. Между тѣмъ, та же недоступная аналитическая постановка вопроса сохранена Лобачевскимъ и во второмъ мемуарѣ „Воображаемая Геометрія“. Съ 1827 года Лобачевскій состоялъ ректоромъ Казанскаго университета. Благодаря его стараніямъ, былъ основанъ новый органъ университета „Ученыя Записки Императорскаго Казанскаго университета“, въ которомъ въ 1834 году и былъ помѣщенъ названный мемуаръ. Въ этой работѣ Лобачевскій пишетъ а ргіогі тригонометрическія уравненія прямоугольнаго треугольника въ новой геометріи. Онъ ставитъ себѣ вопросъ, могутъ ли такія уравненія связывать стороны и углы треугольника. Онъ выводитъ изъ нихъ уравненія косоугольнаго треугольника, и такъ какъ изъ этихъ уравненій оказывается, что „составленіе треугольника всякій разъ возможно, когда даны или три стороны, изъ которыхъ сумма двухъ болѣе третьей, или двѣ стороны и уголъ между ними произвольные“, то Лобачевскій отсюда заключаетъ, что основанная на нихъ геометрія не можетъ содержать въ себѣ никакого противорѣчія. Далѣе, какъ и въ предыдущемъ мемуарѣ, строится дифференціальная геометрія, и изъ нея путемъ интегрированія находятся выраженія длинъ, площадей и объемовъ различныхъ образовъ, а также даются многочисленныя примѣненія воображаемой геометріи къ вычисленію и преобразованію квадратуръ.

Видя, что его рѣшительно не понимаютъ, Лобачевскій рѣшилъ изложить свои идеи обстоятельно и, такъ сказать, *ab ovo*. Съ этою цѣлью онъ написалъ обширное сочиненіе „Новыя начала геометріи съ полной теоріей параллельныхъ“, которое онъ постепенно печаталъ въ „Ученыхъ Запискахъ“ съ 1835-го по 1838-й годъ. Здѣсь авторъ начинаетъ развивать геометрію съ самаго начала. Вступленіе и первыя шесть главъ этого сочиненія посвящены, такимъ образомъ, систематическому изложенію той части геометріи, которая не зависитъ отъ постулата Евклида. Эта попытка обоснованія геометріи, однако, не можетъ быть признача удачной. Если мѣстами авторъ и высказываетъ своеобразныя идеи, способныя пролить нѣкоторый свѣтъ на основныя положенія геометріи, то въ общемъ нужно признать, что его система не болѣе обоснована, чѣмъ система Евклида. Въ смыслѣ же уясненія его дальнѣйшихъ идей, эта часть сочиненія, несомнѣнно, оказала Лобачевскому плохую услугу, такъ какъ, врядъ ли кто имѣлъ терпѣніе разобратъ въ сложныхъ разсужденіяхъ этихъ главъ и такимъ образомъ добраться до 7-ой главы, откуда собственно и начинаются существенно новыя идеи. Седьмая глава посвящена теоріи параллельныхъ линій, и отсюда начинается послѣдовательное синтетическое изложеніе новой геометріи во всѣхъ ея деталяхъ. Здѣсь новая геометрія развита во всѣхъ ея частяхъ

въ такой мѣрѣ подробно, какъ развивается обыкновенно геометрія Евклида.

Еще раньше, чѣмъ это сочиненіе было закончено, именно въ 1836 году, была опубликована довольно большая статья „Примѣненіе воображаемой геометріи къ нѣкоторымъ интеграламъ“, въ которой, на основаніи тѣхъ же соображеній, о которыхъ мы говорили выше, авторъ даетъ вычисленіе и преобразованіе цѣлага ряда квадратуръ.

Всѣ эти усилія не привели ни къ чему; новые мемуары оставались столь же непонятными, какъ и прежніе; къ ученымъ трудамъ Лобачевского относились съ проніей, доходившей подчасъ до жестокости. Насколько почтенной считалась его дѣятельность въ качествѣ ректора университета, настолько же пренебрежительно относились къ его ученымъ трудамъ. Предсказаніе Гаусса оправдалось: осы жестоко жалили человѣка, посягнувшаго на ихъ вѣковое гнѣздо.

Въ 1837-омъ году Лобачевскій напечаталъ переводъ Воображаемой Геометріи на французскій языкъ въ журналѣ Crelle'я ¹⁾, а черезъ три года, въ 1840-омъ году, онъ выпустилъ небольшую брошюру „Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien“. Эта брошюра, вошедшая потомъ въ полное собраніе сочиненій Лобачевского, представляетъ собой, быть можетъ, лучшее изложеніе основъ его геометрической системы.

Убѣдившись, что всѣ эти усилія заинтересовать математическій міръ этимъ вопросомъ остаются совершенно безплодными, Лобачевскій пересталъ о нихъ писать. Возможно, что этому мѣшали и административныя занятія, такъ какъ съ 1846 г. онъ занималъ постъ помощника попечителя Казанскаго округа.

Однако, въ самомъ концѣ своей жизни Лобачевскій сдѣлалъ еще одну попытку обратить вниманіе на свои идеи. Въ 1855-омъ году Казанскій университетъ праздновалъ свой 50-ти лѣтній юбилей; Совѣтъ Университета рѣшилъ выпустить по этому случаю юбилейный сборникъ ²⁾. Въ этомъ сборникѣ Лобачевскій помѣстилъ статью „Pangéométrie ou précis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles“, par N. Lobatcheffsky, professeur émérite de l'université de Kasan et membre honoraire de l'université de Moscou“. Въ слѣдующемъ году то же сочиненіе было напечатано на русскомъ языкѣ подъ заглавіемъ „Пангеометрія“. Это новое изложеніе тѣхъ же идей, мало что прибавляющее къ прежнимъ его сочиненіямъ, Лобачевскій ослѣпилъ раньше, чѣмъ закончилъ это сочиненіе, послѣдняя часть котораго написана уже подъ его диктовку.

¹⁾ „Géométrie imaginaire“ par N. Lobatchewsky. Journal für r. und ang Math. Bd. 17. 1837.

²⁾ „Сборникъ ученыхъ статей, написанныхъ профессорами Казанскаго университета въ память 50-ти лѣтняго его существованія“. Казань 1856.

Насколько намъ извѣстно, только одинъ изъ товарищей Лобачевского интересовался его работами. Это былъ профессоръ Э. Кноррь, который, однако, не былъ въ состояннн стать на эту точку зрѣнн. Повидимому, именно Кноррь, препроводилъ Гауссу одну изъ русскихъ статей Лобачевского¹⁾ (вѣроятно, „О началахъ геометрн“). Трудно сказать, онъ ли также обратилъ вниманн Лобачевского на мемуаръ Лобачевского въ журналѣ Креля или Гауссъ замѣтилъ его раньше; во всякомъ случаѣ, Гауссъ заинтересовался работами Лобачевского и собралъ ихъ всѣ. Такъ какъ Гауссъ изучилъ до нѣкоторой степени русскнй языкъ, то онъ имѣлъ возможность прочесть работы Лобачевского въ оригиналѣ. Въ различныхъ письмахъ къ Энке, Герлингу и Шумахеру Гауссъ отзывается о нихъ съ большой похвалой. Приведемъ письмо къ Шумахеру отъ 22-го ноября 1846 г., сыгравшее позднѣе такую важную роль въ исторн вопроса.

„.... Недавно я имѣлъ случай вновь просмотрѣть небольшую работу Лобачевского („Geometrische Untersuchungen“). Она содержитъ основанн геометрн, которая должна была бы имѣть мѣсто, строго послѣдовательно, если бы евклидова геометрн не была справедлива. Нѣкто Швейкартъ назвалъ такую геометрн „Звѣздной“; Лобачевскнй называетъ ее „Воображаемой Геометрнй“. Вы знаете, что я держусь тѣхъ же воззрѣнн уже 54 года съ 1792 г.,—(съ нѣкоторымъ развѣ позднѣйшимъ развитнемъ, о которомъ я не буду здѣсь упоминать). Фактически я не нашелъ такимъ образомъ въ работѣ Лобачевского ничего новаго; но въ развитн своихъ идей онъ слѣдовалъ не тому пути, по которому я шелъ; и это сдѣлано Лобачевскимъ матерски въ истинно геометрическомъ духѣ. Я считаю себя обязаннымъ обратить Ваше вниманн на эту книгу, которая доставитъ Вамъ рѣдкое удовольствие....“

Гауссъ, остался, однако, въ этомъ вопросѣ вѣрнымъ себѣ и печатно не сказалъ о работахъ Лобачевского ни слова. Правда, въ 1842 г., по его иницннтивѣ, Лобачевскнй былъ избранъ членомъ корреспондентомъ Гёттингенскаго Ученаго Общества, и Гауссъ лично извѣстилъ Лобачевского объ этомъ избраннн. Но это письмо Гаусса не сохранилось. Можно, однако, утверждать, что Гауссъ въ этомъ письмѣ не сказалъ ни слова о своемъ собственномъ отношенн къ воззрѣннмъ Лобачевского. Совершенно невѣроятно, чтобы Лобачевскнй въ отвѣтномъ письмѣ (которое дошло до насъ) ограничился формальнымъ выраженнмъ благодарности и не упомянулъ бы о такомъ важномъ для всей его дѣятельности обстоятельстве.

Сопоставляя работы Лобачевского съ Арренихомъ Больэ, мы должны сказать слѣдующее: у Больэ въ сжатомъ видѣ изло-

¹⁾ На этотъ счетъ царитъ нѣкоторое сомнѣнн, такъ какъ начертанн фамилн въ письмѣ Гаусса „Knorre“ расходится съ начертаннмъ фамилн профессоръ „Knorri“. Подробнѣе объ этомъ см. цитированное выше сочиненн проф. Ф. Ангеля.

жены лишь самые основные моменты, такъ сказать, опорные пункты гиперболической геометріи. Правда, въ этихъ основныхъ моментахъ вся суть дѣла; но въ трудахъ Лобачевскаго новая геометрическая система развита во всѣхъ своихъ деталяхъ, развита вся тригонометрія, положены основы аналитической геометріи, установлена дифференціальная геометрія и даны многочисленныя приложенія къ вычисленію квадратуръ. По существу, въ дѣлѣ построения этой геометрической системы къ работамъ Лобачевскаго нечего прибавить.

Далѣе, одна чрезвычайно важная сторона дѣла, которой мы не встрѣчаемъ ни въ письмахъ Гаусса, ни у Больэ, выдвинута у Лобачевскаго съ полной опредѣленностью. Это вопросъ о томъ, какія мы имѣемъ гарантіи, что новая геометрія не можетъ привести къ противорѣчію? Больэ, очевидно, вѣритъ въ это въ виду стройности получаемыхъ результатовъ. Вѣрой этой, несомнѣнно, проникается всякій, кто усвоить начала этой замѣчательной геометрической системы. Но Лобачевскій ясно понимаетъ, что это только „argumenta amore ac invidia ducta“ и что нужно объективное доказательство отсутствія противорѣчія въ его системѣ. Онъ ищетъ этого доказательства самыми разнообразными путями. Онъ ищетъ доказательства въ аналитическомъ построеніи всей системы въ „Воображаемой Геометріи“, и нужно сказать, что, по существу, тамъ это доказательство есть; Лобачевскій не умѣлъ только надлежащимъ образомъ формулировать, но это была еще слишкомъ трудная задача. Лобачевскій примѣняетъ свою геометрію къ вычисленію квадратуръ. Идею, на которой эти вычисления основываются, мы пояснили выше. Примѣняя различныя преобразованія, основанныя на различныхъ соотношеніяхъ новой геометріи къ одной и той же квадратурѣ, Лобачевскій постоянно приходитъ къ одному и тому же результату. Въ этомъ онъ вновь усматриваетъ доказательство логической правильности его системы. Но гдѣ гарантіи въ томъ, что не найдется такой случай, въ которомъ его ожиданія не оправдаются? Этихъ гарантіи нѣтъ, и этого доказательства Лобачевскій не далъ.

Возникалъ также вопросъ о томъ, не находятся ли работы Лобачевскаго въ преемственной связи съ идеями Гаусса. Возможность такой связи усматривали въ томъ, что учителемъ Лобачевскаго, какъ мы уже говорили, былъ Бартельсъ, товарищъ Гаусса. Бартельсъ могъ быть знакомъ съ идеями Гаусса и сообщить о нихъ Лобачевскому. Однако, профессоръ Энгель въ цитированномъ трудѣ о Лобачевскомъ рѣшительно опровергаетъ такого рода предположеніе. Съ одной стороны, тонкимъ анализомъ переписки Гаусса онъ устанавливаетъ, что Гауссъ не владелъ еще сколько-нибудь сложившимися взглядами на этотъ вопросъ, когда онъ разстался съ Бартельсомъ, который могъ имѣть вліяніе на Лобачевскаго лишь значительно позже. Съ другой стороны, самъ Бартельсъ отнесся несочувственно къ работамъ Лобачевскаго, когда онѣ были ему присланы.

Оставляя теперь научную и переходя къ нравственной сторонѣ дѣла, мы должны поставить Лобачевскому въ особую заслугу то, что онъ не убоился крика „Беотійцевъ“, не устранился „остъ“, которыя поднялись надъ его головой; что какъ Гауссъ, онъ, не встрѣтивъ сочувствія, не сжегъ своихъ работъ, какъ Тауринусъ, и не ушелъ отъ людей, какъ Больэ. Онъ мужественно боролся за свои идеи дѣлюю жизнь, не встрѣтивъ ни единого человѣка, кто бы его понялъ и оцѣнилъ, и все же у края могилы еще разъ продиктовалъ для потомства свое великое научное завѣщаніе.

Самую сущность новой геометріи мы формулировали здѣсь лишь въ немногихъ словахъ. Кто хочетъ уяснить себѣ вопросъ объ основаніи геометріи въ его современной постановкѣ, необходимо долженъ ознакомиться съ геометріей Лобачевского въ догматическомъ изложеніи. Соответствующая литература будетъ указана ниже. Аналитическія основанія гиперболической геометріи изложены въ текстѣ настоящаго сочиненія.

Гауссъ скончался въ 1855-омъ году. Въ слѣдующемъ году скончались Лобачевскій и Вольфгангъ Больэ, а въ 1860 году сошелъ въ могилу и Іоаннъ Больэ. Нѣсколько гениальныхъ людей, стоявшихъ впереди своего вѣка, сошли въ могилу, а ихъ замѣчательныя творенія были забыты.

(Продолженіе слѣдуетъ).

М. В. Ломоносовъ: первый русскій физикъ и химикъ.

Б. Н. Меншуткина.

(Окончаніе *).

IV.

Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію того, что сдѣлалъ М. В. Ломоносовъ по своей профессіи, т. е. по химіи. Здѣсь на первомъ мѣстѣ надо поставить основаніе первой въ Россіи химической лабораторіи, посвященной научнымъ изслѣдованіямъ. Не легко ему было добиться осуществленія своего желанія—имѣть химическую лабораторію: съ пріѣзда своего изъ-за границы въ 1741 году онъ подавалъ одно прошеніе за другимъ „объ учрежденіи химической лабораторіи, гдѣ бы я нижайшій могъ для пользы отечества трудиться въ химическихъ экспериментахъ“; но всѣ эти прошенія постигала одна и та же участь — Канцелярія Академіи Наукъ, въ то время всесильное учрежденіе, отказывала ему въ этомъ. Наконецъ, въ 1746 году черезъ Сенатъ Ломоносовъ выхлопоталъ именной указъ Государыни строить лабора-

*) См. № 386 „Вѣстника“.

торию на счетъ кабинета. Но и тутъ „канцелярія отъ строеній“ прилагала всѣ усилія, чтобы затормозить дѣло, и лишь въ маѣ 1748 года архитекторъ Академіи Шумахеръ составилъ вмѣстѣ съ Ломоносовымъ окончательную смѣту лабораторіи. Смѣта была составлена на сумму 1470 руб. 95 коп.; по расчету на нынѣшнія цѣны матеріаловъ и работъ это составляетъ около 7200 рублей. Послѣ длинныхъ переписокъ съ полиціей 28 іюля 1748 года состоялись торги на постройку, которая осталась за подрядчикомъ М. И. Горбуновымъ, предложившимъ наименьшую цѣну—1344 рубля.

Химическая лабораторія была между Первой и Второй линиями Васильевского Острова, за Среднимъ проспектомъ; точное мѣсто ея я не могъ возстановить по найденнымъ въ Архивѣ Академіи планамъ. Первый камень былъ положенъ 3-го августа 1748 года, а 12 октября того же года лабораторія была окончена. Она имѣла въ длину $6\frac{1}{2}$ сажень, въ ширину 5 саж., высоту 7 арш., внутри была выведена сводомъ и состояла изъ трехъ помѣщеній: одного большого, съ химической печью посрединѣ, и двухъ маленькихъ, въ одномъ изъ которыхъ читались лекціи, производились записи опытовъ, а въ другомъ хранилась посуда и матеріалы. Въ дѣлѣ о постройкѣ лабораторіи сохранились длинные собственноручные списки Ломоносова инструментовъ, посуды и матеріаловъ, необходимыхъ для оборудованія лабораторіи; стоимость всего этого не превышала 600 рублей, т. е. около 4000 рублей на теперешнія деньги. Изъ этихъ инструментовъ очень многіе были изобрѣтены самимъ Ломоносовымъ, особенно разные приборы, служившіе ему для физико-химическихъ опытовъ, какъ усовершенствованная Папинова машина, приборъ для полученія одинаковыхъ капель для разныхъ жидкостей и т. д. До сихъ поръ никто еще не изучалъ specially приборовъ и инструментовъ, изобрѣтенныхъ Ломоносовымъ; особенно много было у него приборовъ по оптикѣ, разныхъ зрительныхъ трубъ, которымъ посвящено немало сохранившихся записокъ. Скажу здѣсь только о термометрахъ, которыми онъ пользовался.

Въ то время для измѣренія температуры употреблялись термометры Фаренгейта и Делиля, а Ломоносовъ употреблялъ еще свой собственный. Термометръ Делиля (тоже члена Россійской Академіи Наукъ) имѣлъ 0° шкалы при темп. кипѣнія воды и 150° при точкѣ замерзанія, такъ что $0^{\circ}D = 100^{\circ}C.$ и $150^{\circ}D = 0^{\circ}C.$; градусы мороза выражались цифрами болѣе 150. Этотъ термометръ былъ довольно распространенъ тогда въ Россіи и неоднократно встрѣчается въ разныхъ диссертаціяхъ того времени. Опредѣлить *термометръ Ломоносова* было очень трудно, но это все-таки, наконецъ, удалось мнѣ. Оказывается, что 0° шкалы Ломоносова соответствовалъ 0° Цельзія, а темп. кипѣнія воды была обозначена черезъ 150° , такъ что $150^{\circ}L. = 100^{\circ}C.$ Градусы мороза обозначались Ломоносовымъ какъ градусы „ниже нуля“ или „ниже предѣла замерзанія“. Такимъ образомъ для перевода градусовъ Ломоносова въ градусы Цельзія достаточно множить число ихъ на $\frac{2}{3}$.

По окончаніи постройки химической лабораторіи Ломоносовъ сейчасъ же принялся за работу и прежде всего обратился въ Канцелярію Академіи Наукъ съ просьбою о назначеніи ему лаборанта. Правитель канцеляріи, Шумахеръ, полагалъ удовлетворить Ломоносова: „надобенъ ему лаборантъ, или такой человѣкъ, который съ огнемъ обходиться умѣетъ, понеже профессоръ самъ того не знаетъ, да упражняясь въ теоріи столь скоро тому не научится. Ежели ему такой человѣкъ приданъ не будетъ, то онъ больше сосудовъ испортитъ, нежели сколько жалованія приданный ему человѣкъ получить“. Высочайшимъ указомъ опредѣлено было включить въ штатъ Академіи лаборанта при химической лабораторіи съ окладомъ въ 200 рублей въ годъ. Въ Россіи не оказалось человѣка, способнаго занять это мѣсто, и поэтому былъ приглашенъ изъ Мекленбурга лаборантомъ Іоганнъ Манеке: это—первый лаборантъ въ Россіи. Черезъ два года вмѣсто Манеке лаборантомъ сталъ Кранцъ Вѣттигеръ, повидимому, хорошо знавшій химію, но въ частной жизни не отличавшійся дѣломудріемъ, какъ свидѣлствуютъ сохранившіеся о немъ дѣла.

Сохранились интересныя указанія въ разныхъ бумагахъ и дѣлахъ о дѣятельности Вѣттигера (1751—1756). При немъ въ лабораторіи работали студенты, слушавшіе у Ломоносова курсъ физической химіи; изъ этихъ студентовъ Василій Клементьевъ сдѣлалъ хорошую работу „объ увеличеніи вѣса, приобрѣтаемомъ металлами при осажденіи“. Во всѣхъ этихъ занятіяхъ Вѣттигеръ дѣлательно помогалъ Ломоносову; на Вѣттигерѣ же лежали и заботы о лабораторномъ хозяйствѣ. Тогда существовала та же авансовая система, какая примѣняется и теперь: лаборанту выдавалось на руки 30, рѣже 50 рублей, и по израсходованіи ихъ онъ долженъ былъ представить оправдательную „тетрадь“. Этихъ денегъ хватало на покрытіе расходовъ въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ, при чемъ надо имѣть въ виду, что дрова и уголь (котораго въ каждую треть года выходило отъ 100 до 200 восьми-четвериковыхъ кулей), а также бумага, перья и проч. выдавались канцеляріей натурой. Въ общемъ лабораторія стоила около 200 рублей въ годъ, т. е. около 1400 рублей теперешнихъ. Послѣ Вѣттигера былъ лаборантомъ Василій Клементьевъ до своей смерти (умеръ отъ пьянства 22 февраля 1759 года).

Послѣ постройки и оборудованія лабораторіи Ломоносовъ первое время посвятилъ приготовленію чистыхъ веществъ для своихъ опытовъ—въ то время почти всѣ вещества, кромѣ самыхъ простыхъ, приходилось готовить самому—, а съ начала 1749 принялся и за лабораторную работу, именно, за приготовленіе окрашенныхъ стеколъ. Сохранилось нѣсколько журналовъ его, посвященныхъ этимъ работамъ; окрашенные же стекла необходимы были ему для мозаичныхъ картинъ. Первая такая картина, мозаичный образъ Богоматери, была готова въ 1752 году и 4 сентября поднесена Государынѣ. Какъ писалъ самъ Ломоносовъ, всѣхъ составныхъ кусковъ въ этомъ образѣ болѣе 4000, а для

изобрѣтенія составовъ дѣлано 2184 опыта въ стеклянной печи. Мозаичное дѣло потомъ развилось въ цѣлую фабрику, для которой Ломоносовъ получилъ мызу Коровалдай и нѣсколько деревень съ 211 душами въ Колпорскомъ уѣздѣ, верстахъ въ 60 отъ Петербурга; въ одной изъ этихъ деревень, въ Усть-Рудицахъ, и былъ въ 1753 году выстроенъ имъ стеклянный заводъ.

Затѣмъ Ломоносову неоднократно приходилось дѣлать разныя пробы рудъ на содержаніе въ нихъ золота и серебра, изслѣдованіе разныхъ образчиковъ соли (онъ очень хорошо зналъ соляное дѣло) и т. п. Главное же свое время, особенно съ 1750 года, онъ посвятилъ физико-химическимъ изслѣдованіямъ, а именно изученію растворовъ и разныхъ свойствъ ихъ. Началъ М. В. Ломоносовъ съ изученія растворимости разныхъ солей при различныхъ температурахъ въ водѣ; среди рукописей его я нашелъ нѣсколько таблицъ съ результатами этихъ опытовъ. При этомъ опредѣлялась также и величина пониженія температуры воды при раствореніи въ ней солей. Полученныя данныя растворимости, особенно при болѣе высокихъ температурахъ, не совсѣмъ вѣрны, что, вѣроятно, происходило, вслѣдствіе несовершенства способовъ опредѣленія; но какъ первые работы въ этомъ направленіи,—какъ и вообще дѣятельность Ломоносова по химіи—они представляютъ огромную важность. Къ сожалѣнію, среди бумагъ его нѣтъ подлинныхъ журналовъ опытовъ за эти годы, такъ что полученныхъ имъ результатовъ теперь имѣется немного. Интересны также и опыты опредѣленія температуры растворовъ. Убѣдившись, что растворы замерзаютъ при болѣе низкой температурѣ, чѣмъ чистая вода, Ломоносовъ сталъ изслѣдовать замерзаемость морской воды и увидѣлъ, что она замерзаетъ очень плохо и при очень низкихъ температурахъ: поэтому онъ считалъ ледяныя массы Сѣвернаго Ледовитаго Океана образовавшимися изъ прѣсной воды рѣкъ, впадающихъ въ него. Вагляды этотъ подробно развить въ „Краткомъ описаніи разныхъ путешествій по сѣвернымъ морямъ“ (1764) и въ „Мысляхъ о происхожденіи ледяныхъ горъ въ сѣверныхъ моряхъ“ (1763). О физико-химическихъ опытахъ Ломоносова я упомяну еще въ слѣдующей главѣ.

Въ 1898 году минуло 150 лѣтъ со времени постройки химической лабораторіи Ломоносова. Профессоръ химіи Московскаго университета В. В. Марковниковъ отмѣтилъ эту знаменательную годовщину рѣчью, произнесенной въ годичномъ собраніи Общества Любителей Естествознанія, Антропологіи и Этнографіи въ Москвѣ 15 октября 1898 г. По его почину, это событіе было отпраздновано на торжественныхъ публичныхъ засѣданіяхъ названнаго общества 2, 3 и 4 января 1900 года, а всѣ произнесенныя рѣчи и исторіи лабораторій помѣщены въ книгѣ „Ломоносовскій Сборникъ, матеріалы для исторіи развитія химіи въ Россіи“.

Прежде, чѣмъ перейти къ оцѣнкѣ трудовъ М. В. Ломоносова по химіи необходимо дать въ нѣсколькихъ словахъ очеркъ состоянія химіи въ XVIII столѣтіи. Химія находилась тогда въ такъ называемомъ періодѣ флогистона. Этотъ періодъ характеризуется тѣмъ, что 1) явленія горѣнія (а также и другія химическія явленія) объяснялись при помощи флогистона; 2) химія изучалась лишь качественно, и химики не пользовались почти совершенно тѣмъ, что явилось въ послѣдствіи неотъемлемой принадлежностью всякой лабораторіи—вѣсами. Всѣ явленія, производимыя огнемъ, являются по тогдашнимъ воззрѣніямъ слѣдствіемъ нахожденія въ тѣлахъ *флогистона*, гипотетическаго горючаго элемента. Чѣмъ сильнѣе и лучше идутъ процессы горѣнія, тѣмъ больше въ горючемъ тѣлѣ флогистона; при обжиганіи свинца и другихъ неблагородныхъ металловъ изъ нихъ улетаетъ флогистонъ, остается окалина, которая, соединяясь съ флогистономъ, даетъ снова металлъ. Такое вещество, какъ невѣсомый флогистонъ, было въ духѣ тогдашнихъ воззрѣній: достаточно вспомнить невѣсомый теплородъ, или матерію электричества. Въ то же время цѣль, которую ставили химіи тогдашніе ученые, была—разлагать сложныя тѣла на ихъ составныя части и снова создавать ихъ изъ составныхъ частей; въ зависимости отъ этого появляется впервые и понятіе о химическомъ элементѣ какъ о тѣлѣ, которое химически не можетъ быть разложено на какія-либо составныя части, а также развиваются и аналитическіе методы.

М. В. Ломоносовъ не вполне подчинялся, однако, господствовавшимъ въ его время теоріямъ, изложеннымъ выше, и проявилъ не мало самостоятельности и оригинальности въ своихъ взглядахъ на основные вопросы химіи. Начну съ того, какъ смотрѣлъ Ломоносовъ на *сущность химіи*. Въ первомъ его сочиненіи по химіи — „Элементы математической химіи“ (1741) хоть и видно огромное вліяніе математической философіи Хр. Вольфа (выразившееся даже въ названіи „математическая“ химія), но имѣются уже и самостоятельныя мысли: такъ, химію онъ опредѣляетъ какъ науку измѣненій, происходящихъ въ составномъ тѣлѣ, что очень близко къ современному опредѣленію сущности химіи. Изъ этого положенія выводятся требованія, которымъ долженъ удовлетворять химикъ: онъ долженъ имѣть историческое и философское познаніе измѣненій, происходящихъ въ составномъ тѣлѣ, долженъ на опытѣ доказать все утверждаемое; онъ долженъ знать математику и механику, чтобы быть въ состояніи вывести законы химіи изъ законовъ, управляющихъ движеніемъ частицекъ, отъ котораго происходятъ физическія и химическія измѣненія тѣлъ. Въ предисловіи къ диссертациі о *сепитрѣ* (1749) Ломоносовъ высказываетъ мысль о вліяніи физики на химію: соединивъ физическія истины съ химическими, говоритъ онъ здѣсь, можно надѣяться успѣшнѣе раскрыть внутреннюю природу тѣлъ; наука химія получится, если всѣ химическія истины, подтвержден-

ныя физическими, поставить въ строгую взаимную зависимость. Эта же мысль, лежащая въ основаніи всей химической работы Ломоносова, приводится и въ „словѣ о пользѣ химіи“ (1751): химія, по справедливости, можетъ называться руками, математика— очами физическими. Наибольшее же развитіе это положеніе получило въ лекціяхъ физической химіи (1751—1753), гдѣ физическая химія характеризуется какъ наука, объясняющая при помощи положеній и опытовъ физики то, что происходитъ въ сложныхъ тѣлахъ при химическихъ операціяхъ; далѣе всюду подчеркивается, что заимствовавъ изъ физики способы наблюденія явленій, химія должна сдѣлаться точной самостоятельной наукой, разсматривающей свойства и измѣненія тѣлъ.

Таковы мысли Ломоносова о химіи, ея цѣляхъ и путяхъ къ успѣшному развитію; мысли эти лѣтъ на 100 опередили его время и являются въ общемъ весьма замѣчательными. Многія изъ нихъ можно съ полнымъ правомъ высказывать даже еще теперь: въ самомъ дѣлѣ, только въ послѣдніе годы начинаютъ считать необходимымъ каждому образованному химику имѣть нѣкоторыя свѣдѣнія по высшей математикѣ; только въ самое послѣднее время начинается преподаваться въ университетахъ физическая химія, ставшая самостоятельной наукой какихъ-нибудь 20—30 лѣтъ назадъ. Съ каждымъ днемъ физическая химія завоевываетъ все новыя и новыя области, даже въ такихъ наукахъ, которыя, казалось бы, не имѣютъ съ ней ничего общаго, напр., въ геологіи; въ скоромъ времени, вѣроятно, и преподаваніе общей химіи будетъ всюду вестись въ связи съ основными началами физической химіи.

Явленія горнія по Ломоносову. Отношеніе М. В. Ломоносова къ флогистону довольно интересно. Въ нѣкоторыхъ своихъ диссертаціяхъ онъ признаетъ его и объясняетъ при помощи его разныя химическія явленія, называя его „горючей матеріей“; въ другихъ, наоборотъ, съ недоувѣріемъ относится къ нему. Повидимому, Ломоносовъ на самомъ дѣлѣ не признавалъ флогистона, что вполне понятно, разъ, какъ я уже показалъ, онъ отрицалъ теплородъ, матерію свѣта, матерію электричества, но не хотѣлъ идти слишкомъ открыто противъ всѣхъ. Тамъ же, гдѣ онъ свободно могъ излагать свои мысли, онъ является безусловнымъ противникомъ флогистона. Напримѣръ, въ письмѣ къ Л. Эйлеру отъ 5 іюля 1748 года онъ выражается такъ, что, по его теоріи (непропорціональности тяжести и плотности матеріи), „вполнѣ устранено мнѣніе о зафиксированномъ въ обожженныхъ тѣлахъ огнѣ. Нѣтъ сомнѣнія, что частички воздуха, текущаго постоянно надъ обжигаемымъ тѣломъ, соединяются съ нимъ и увеличиваютъ вѣсъ его“. Такому, совершенно вѣрному объясненію увеличенія въ вѣсѣ обожженныхъ тѣлъ, противорѣчили только опыты извѣстнаго химика XVII столѣтія, Роберта Бойля, накаливавшего металлы въ запаянныхъ сосудахъ и при этомъ тоже какъ будто замѣтившаго увеличеніе въ вѣсѣ. Ломоносовъ давно уже выска-

зываютъ сомнѣнія въ правильности этихъ опытовъ Р. Бойля и повторилъ ихъ самъ; къ разсмотрѣнію ихъ мы теперь и перейдемъ.

Опытъ М. В. Ломоносова накаливанія металловъ въ накрѣпко запаиваемыхъ стеклянныхъ сосудахъ. Робертъ Бойль, первый изъ химиковъ, примѣтившій увеличеніе вѣса металловъ при прокаливаніи, считалъ, что съ металломъ соединяется вѣсомая матерія пламени, и, чтобы провѣрить свое объясненіе, произвелъ опыты накаливанія свинца и олова въ запаиваемыхъ ретортахъ (1673). Мемуаръ, въ которомъ Бойль описалъ эти опыты, показываетъ, что во всѣхъ опытахъ онъ послѣ прокаливанія сперва вскрывалъ реторту: въ нее входилъ воздухъ, который и давалъ бóльшій вѣсъ противъ первоначальнаго; фактъ вхожденія воздуха былъ подмѣченъ Бойлемъ, но считался имъ только признакомъ того, что реторта была герметично запаиваема. При повтореніи этихъ опытовъ (1756) М. В. Ломоносовъ избѣжалъ ошибки Бойля и пришелъ къ инымъ результатамъ. Вотъ какъ говорить онъ о нихъ: „дѣлалъ опыты въ заплавленныхъ накрѣпко стеклянныхъ сосудахъ, дабы изслѣдовать, прибываетъ ли вѣсъ металловъ отъ чистаго жару. Оными опытами нашлось, что славнаго Роберта Биція (Бойля) мнѣніе ложно, ибо безъ пропущенія внижняго воздуха вѣсъ сожженного металла остается въ одной мѣрѣ“. Это — результатъ необычайно важный, такъ какъ позволилъ Ломоносову вполне подтвердить свое мнѣніе, что увеличеніе вѣса при обжиганіи металловъ происходитъ именно отъ воздуха. Здѣсь Ломоносовъ является предшественникомъ французскаго химика Лавуазье, черезъ 17 лѣтъ повторившаго этотъ опытъ съ совершенно такими же результатами, какъ Ломоносовъ, и установившаго вполнѣ въ слѣдствіи на основаніи его вѣрное объясненіе явленій горѣнія. Опытъ Лавуазье сталъ извѣстнымъ всему міру, а опытъ Ломоносова былъ сообщенъ Академическому Собранію и остался въ архивѣ....

Количественный методъ въ изслѣдованіяхъ М. В. Ломоносова. Своими методами работы Ломоносовъ тоже значительно опередилъ свое время, когда считалось достаточнымъ дѣлать всѣ опыты качественно: всѣ опыты онъ ставилъ количественно и настолько точно, насколько позволяли это тогдашнія техническія приспособленія. Особенно въ этомъ отношеніи замѣчательны физико-химическіе опыты, какъ самого Ломоносова, такъ и его учениковъ, какъ видно по сохранившейся диссертациі В. Клементьева. Программа физико-химическихъ опытовъ, которые хотѣлъ дѣлать Ломоносовъ, весьма обширна—даже въ настоящее время нельзя считать всѣ вопросы, которые онъ намѣревался изучать для растворовъ, окончательно выясненными. Поэтому нѣтъ ничего удивительнаго, что онъ въ теченіе тѣхъ четырехъ или пяти лѣтъ, которыя онъ посвятилъ физико-химическимъ опытамъ, не могъ выполнить всей своей программы; да къ тому же и научныя средства того времени были еще слишкомъ недостаточны для осуществленія цѣли Ломоносова создать физическую химію. Во всякомъ случаѣ опыты эти являются въ исторіи химіи первыми физико-химическими,

первыми, выполненными количественно и настолько точно, насколько это позволяла научная техника XVIII столѣтія.

Законъ М. В. Ломоносова сохраненія энергіи и вещества. Законъ сохраненія энергіи былъ уже извѣстенъ во времена Ломоносова, хотя его и прилагали исключительно въ механикѣ: таково положеніе Бернулли о сохраненіи живыхъ силъ (1738). Ломоносовъ значительно расширилъ его: такъ, въ „разсужденіи о дѣйствіи химическихъ растворителей вообще“ (1745) онъ говоритъ въ §§ 44 и 46 слѣдующее: „при раствореніи солей въ водѣ твердыя тѣла превращаются въ жидкія, частички ихъ приходятъ въ болѣе быстрое вращательное движеніе, которое въ данномъ случаѣ сообщается частичками воды частичкамъ соли... Когда одно тѣло ускоряетъ движеніе другого и сообщаетъ ему часть своего движенія, то только такъ, что само теряетъ такую же часть движенія. Поэтому частички воды, сообщая движеніе частичкамъ солей, теряютъ часть своего движенія, а такъ какъ движеніе—источникъ теплоты, то неудивительно, что вода при раствореніи солей охлаждается“. Очевидно, что Ломоносовъ ясно видѣлъ возможность перехода теплоты въ работу и наоборотъ: эта возможность является, конечно, прямымъ слѣдствіемъ его механической теоріи теплоты.

Основываясь на своей атомистической теоріи, въ связи съ закономъ сохраненія энергіи, Ломоносовъ дошелъ и до другого мірового закона—закона сохраненія вещества—и высказалъ его впервые въ письмѣ къ Л. Эйлеру отъ 5 Іюля 1748 года такъ:

„Omnes autem, quae in rerum natura contingunt, mutationes ita sunt comparatae, ut si quid alicui rei accedit, id alteri derogatur. Sic quantum alicui corpori materiae additur, tantumdem decedit alteri, quot horas somno impendo, totidem vigiliae detraho, etc. Quae naturae lex cum sit universalis, ideo etiam ad regulas motus extenditur; corpus enim, quod impulsione ad motum excitat aliud, tantum de suo amittit, quantum altera se moto impertit“.

На русскомъ языкѣ Ломоносовъ опубликовалъ свой законъ позже, именно, въ 1760 году, въ „разсужденіи о твердости и жидкости тѣла“: многочисленными химическими опытами, произведенными въ этотъ промежутокъ времени, онъ, очевидно, убѣдился въ полной точности своего закона, выраженнаго имъ по русски въ такихъ словахъ:

„Всѣ перемѣны въ натурѣ случающіяся такого суть состоянія, что сколько чего у одного тѣла отнимется, столько присовокупится къ другому. Такъ, ежели гдѣ убудетъ нѣсколько матеріи, то умножится въ другомъ мѣстѣ¹⁾; сколько часовъ положить кто на бдѣніе, столько же сну отниметъ. Сей всеобщей естественный законъ простирается и въ самыя правила движенія; ибо тѣло,

¹⁾ Въ латинскомъ текстѣ это мѣсто выражено лучше: сколько прибавится матеріи къ одному тѣлу, столько же убавится у другого.

движущее своею силою другое, столько же оныя у себя теряет, сколько сообщает другому, которое отъ него движеніе получаетъ“.

Никто, однако до сихъ поръ, не обратилъ вниманія на этотъ замѣчательный законъ, и авторомъ закона сохраненія вещества считается Лавуазье, высказавшій его въ 1789 году—черезъ 41 годъ послѣ Ломоносова.

Остается упомянуть еще о „Первыхъ Основаніяхъ Металлургіи“ М. В. Ломоносова, вышедшихъ въ 1763 году; книга эта образовалась изъ лекцій его, читанныхъ въ 1742 году и сохранившихся среди рукописей его подъ заглавіемъ „Первыя основанія Горной Науки“. Долгое время металлургія Ломоносова считалась сочиненіемъ переводнымъ; но это совершенно невѣрно: это—трудъ самостоятельный, проникнутый оригинальными взглядами самого Ломоносова. Она замѣчательна тѣмъ, что до послѣдняго времени являлась первой и единственной русской металлургіей; химическая номенклатура ея на русскомъ языкѣ принадлежитъ всецѣло Ломоносову, который, такимъ образомъ, является основателемъ русской номенклатуры какъ въ физикѣ, такъ и въ химіи. Многія изъ предложенныхъ имъ названій остались въ химіи до сихъ поръ, другія претерпѣли лишь незначительныя измѣненія (напр., золотая или королевская водка Ломоносова стала нынѣ царской водкой). Не менѣе замѣчательно и добавленіе къ металлургіи „о слояхъ земныхъ“—первое русское руководство по геологіи.

VI.

Изучая дѣятельность М. В. Ломоносова по химіи и физикѣ, я невольно обратилъ вниманіе и на нѣкоторыя другія стороны его дѣятельности, близкія къ непосредственной темѣ моего изслѣдованія; тутъ особенно интересными показались мнѣ его воззрѣнія на нѣкоторые вопросы астрофизики, и мнѣ хочется сказать о нихъ нѣсколько словъ, тѣмъ болѣе, что, повидимому, никто не обратилъ на нихъ до сихъ поръ вниманія.

Начну со слѣдующихъ строкъ изъ „Утренняго размышленія о Божьемъ Величествѣ“:

Когда бы смертнымъ толь высоко
Возможно было возлетѣть,
Чтобъ къ солнцу бденно наше око
Могло приблизившись воззрѣть;
Тогда бъ со всѣхъ открылся странъ
Кипящій вѣчно океанъ.

Тамъ огненны валы стремятся
И не находятъ береговъ,
Тамъ вихри пламенемъ крутятся
Борющиеся множество вѣковъ:
Тамъ камни какъ вода кипятъ,
Горящи тамъ дожди шумятъ.

Описанныя въ этихъ словахъ явленія на солнечной поверхности были открыты при помощи спектроскопа лѣтъ 40 тому назадъ и болѣе подробно изучены лишь въ послѣднія десятилѣтія. Тѣмъ поразительнѣе точность описанія Ломоносова: можно подумать, что самъ онъ наблюдалъ эти явленія. Достаточно сравнить его слова съ любымъ руководствомъ по астрономіи, гдѣ говорится о протуберанцахъ, огненныхъ дождяхъ и другихъ проявленіяхъ дѣятельности солнца, чтобы видѣть, какъ глубоко проникалъ взглядъ Ломоносова на сущность явленій, недоступныхъ прямому наблюденію.

Въ 1761 году было весьма рѣдкое астрономическое явленіе—прохожденіе Венеры по солнечному диску. Среди другихъ наблюдалъ это явленіе и Ломоносовъ; всѣ видѣли одно и то же, но лишь одинъ Ломоносовъ подмѣтилъ и описалъ одну особенность этого прохожденія. Эта особенность заключалась въ томъ, что край солнца передъ вступленіемъ планеты сдѣлался темнымъ, а при выходѣ Венеры на краю ея, обращенномъ къ солнцу, была замѣтна выпуклость. „По симъ примѣчаніямъ г-нъ совѣтникъ Ломоносовъ разсуждаетъ“ (Явленіе Венеры на солнцѣ... Мая 26 дня 1761 года) „что планета Венера окружена знатною воздушною атмосферою, таковою (лишь бы не большею), какова обливается около нашего шара земного. Ибо 1) передъ самымъ вступленіемъ Венеры на солнечную поверхность потеряніе ясности въ чистомъ солнечномъ краѣ значить какъ видится вступленіе Венериной атмосферы въ край солнечный... При восходѣ Венеры прикосновеніе ея передняго края произвело выпуклость. Сіе не что иное показываетъ, какъ преломленіе лучей солнечныхъ въ Венериной атмосферѣ“. Подобно почти всѣмъ открытіямъ Ломоносова въ области точныхъ наукъ, это замѣчательное наблюденіе прошло незамѣченнымъ, и черезъ 30 лѣтъ атмосферу Венеры снова открыли астрономы Шретеръ и Гершель.

Къ слову о явленіи Венеры М. В. Ломоносовъ приложилъ, прибавленіе, „гдѣ даетъ понятіе объ астрономіи и показываетъ, что ученіе Коперника о движеніи земли вокругъ солнца не противорѣчитъ св. писанію. Здѣсь же приводитъ небольшое стихотвореніе о двухъ астрономахъ, спорившихъ въ пиру о томъ, земля ли ходитъ вокругъ солнца или солнце вокругъ земли, и споръ которыхъ рѣшилъ поваръ, заявивъ, что правъ Коперникъ: „я правду докажу, на солнцѣ не бывавъ: кто видѣлъ простака изъ поваровъ таково, который бы вертѣлъ очагъ кругомъ жарково?“ Какъ это стихотвореніе, такъ и все прибавленіе, доказываетъ близкое знакомство Ломоносова съ трудами физика и писателя Сирано де Бержерака (1620—1655). Объ этой замѣчательной личности сохранилось мало историческихъ данныхъ, почему Сирано окруженъ ореоломъ таинственности. Среди его произведеній есть „Комическая исторія государствъ и имперій Луны“, гдѣ (а также и въ исторіи государствъ и имперій Солнца) онъ высказалъ свои взгляды на важнѣйшіе вопросы физики, астрономіи, политики и т. д. Здѣсь имѣются теорія и описаніе воздушнаго шара, нѣчто вродѣ атомистической гипотезы, даже описаніе граммофона. Въ началѣ исторіи Луны Сирано защищаетъ систему Коперника и выражается между прочимъ такъ: „Было бы также смѣшно думать, что это огромное свѣтящее тѣло (т. е. солнце) вращается около точки, до которой ему нѣтъ никакого дѣла, какъ воображать, когда видимъ сжареннаго жаворонка, что при поджариваніи вокругъ жаворонка вертѣли очагъ“. Это мѣсто и послужило Ломоносову для сочиненія стихотворенія объ остроумномъ поварѣ.

Въ настоящей статьѣ япытался показать, насколько это возможно сдѣлать по дошедшимъ до насъ запискамъ Ломоносова и печатнымъ его произведеніямъ, что сдѣлалъ онъ въ физикѣ и химіи. Его воззрѣнія, вообще, являются весьма современными: стремленіе вывести объясненія физическихъ явленій изъ атомистической гипотезы, попытки создать частичную механику и механическія теоріи теплоты, электричества, строенія газовъ и т. д.—все это осуществляется лишь въ послѣднія 50—60 лѣтъ. Наибольшее число трудовъ его падаетъ въ ту область, которая лежитъ на границѣ физики и химіи: созданіе физической химіи, съ ея количественными физико-химическими опытами и закономъ сохраненія энергіи и вещества,—все это даетъ намъ полное право, какъ это и сдѣлалъ профессоръ В. В. Марковниковъ, назвать Ломоносова первымъ русскимъ физико-химикомъ. Онъ сумѣлъ не подчиниться господствовавшей тогда, всѣми признанной, теоріи флогистона, мощною мыслью проникъ въ самую сущность химіи и указалъ ей путь къ дальнѣйшему развитію, поставилъ на первый планъ количественные способы изслѣдованія и тѣсный союзъ химіи съ физикой и математикой,—однимъ словомъ, среди химиковъ—флогистиковъ Ломоносовъ является представителемъ новѣйшей эпохи химіи.

Не могу, далѣе, не напомнить, что разобранные здѣсь труды Ломоносова составляютъ лишь незначительную часть работы его; когда знакомишься обстоятельно съ дѣятельностью его, съ литературными, историческими, филологическими, географическими, метеорологическими, минералогическими, мозаичными, политико-экономическими и другими трудами его; съ его горячей, отзывчивой общественной работой (масса проектовъ устава Академіи, основаніе Московскаго университета и др.), то приходится удивляться, какъ вообще былъ онъ въ состояніи сдѣлать столько по физикѣ и химіи.

Въ полной степени значеніе научныхъ трудовъ Ломоносова начинаетъ выясняться только въ послѣднее время; при жизни же его никто почти (чуть ли не единственное исключеніе составлялъ другъ его, Леонардъ Эйлеръ) не оцѣнилъ ихъ, и они прошли безслѣдно. Главными причинами этого, по моему, были слѣдующія: 1) многія диссертациі и изслѣдованія остались въ рукописи, такъ какъ не были закончены; 2) взгляды Ломоносова были въ большинствѣ случаевъ не поняты современными учеными, слишкомъ мало подготовленными для нихъ: прошло столѣтіе, прежде чѣмъ аналогичныя высказаннымъ имъ теоріи стали достояніемъ всѣхъ; 3) нельзя упускать изъ вида и литературную дѣятельность его, ставившуюся современниками гораздо выше научной. Какъ въ наукахъ, Ломоносовъ проводилъ новыя теченія и въ русской литературѣ; но здѣсь всѣ понимали и цѣнили его новыя мысли и начинанія. Естественно, что на эту сторону и было обращено вниманіе тогдашнихъ образованныхъ людей, считавшихъ научные труды бесполезной тратой времени и причудами Ломоносова; ими не интересовались и не дорожили...

Много трудовъ Ломоносова въ области чистой науки не дошло до насъ—утрачены студенческія его произведенія, лабораторные журналы и диссертациі, о которыхъ, несомнѣнно, извѣстно, что онѣ были написаны; но и то, что сохранилось, позволило въ достаточной степени охарактеризовать дѣятельность М. В. Ломоносова какъ физика, химика и физико-химика.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Положеніе земли въ пространствѣ. Талантливый послѣдователь Дарвина Russel Wallace помѣстилъ въ журналѣ *Fortnightly Review* весьма интересную статью подъ заглавіемъ: „О положеніи земли во вселенной съ точки зрѣнія современной астрономіи“. Авторъ разсматриваетъ гипотезу, согласно которой наше Солнце находится почти въ самомъ центрѣ *видимой* вселенной; возможно, слѣдовательно, что оно дѣйствительно находится въ центрѣ матеріальной вселенной во всей ея совокупности. Находимся ли мы въ центрѣ группы Солнцъ? И находится ли этотъ міръ только въ плоскости млечнаго пути или же въ самомъ центрѣ ея? Изучая распределеніе звѣздъ въ пространствѣ, авторъ на всѣ эти столь трудные вопросы даетъ, не колеблясь, утвердительный отвѣтъ. Точно также авторъ высказываетъ мнѣніе, что органическая жизнь возможна только на Землѣ, и другой *жизни*, не сходной съ нашей земной, онъ даже не можетъ себѣ представить.

Конечно, подобныя соображенія, основанныя частью на астрономическихъ, частью на біологическихъ данныхъ, любопытны и поучительны. Тѣмъ не менѣе, эта попытка доказать конечность матеріальной вселенной не выдерживаетъ критики. Не подлежитъ сомнѣнію, что для насъ вселенная конечна; но существуетъ ли что-нибудь за предѣлами того, что доступно нашему взору,—это совершенно другой вопросъ, разрѣшить который мы не въ состояніи. Авторъ „въ своей аргументаціи напоминаетъ человѣка, который полагаетъ, что онъ находится въ самомъ центрѣ Англіи потому лишь, что онъ видитъ себя въ центрѣ своего горизонта“. Это замѣчаніе о попыткѣ г. Russel Wallace'a мы заимствуемъ изъ критическаго отзыва вице-президента Великобританскаго Астрономическаго Общества г. E.—W. Maunder'a. Rev. Gen.

Динамическая модель радіоактивнаго тѣла. Идея такой модели принадлежитъ проф. Нагаока. Эта модель состоитъ по существу изъ центральной массы съ положительнымъ зарядомъ и вращающагося вокругъ нея кольца изъ равноотстоящихъ массъ съ отрицательными зарядами. Центральное тѣло притягиваетъ къ себѣ периферическія, тогда какъ эти послѣднія отталкиваются другъ отъ друга. Система эта обладаетъ, по заявленію г. Нагаока,

большой устойчивостью небольших колебаній, періодъ которыхъ опредѣляется составомъ модели; колебанія эти соотвѣтствуютъ спектральнымъ лучамъ, испускаемымъ разсматриваемымъ тѣломъ.

Если система подвергается продолжительной пертурбаціи, то она можетъ достигнуть предѣла своей устойчивости. Тогда кольцо разрывается; отталкивательныя силы между периферическими массами, наиболѣе удаленными отъ центральной массы, преодолѣваютъ притяженіе послѣдней, и эти периферическія массы съ большою скоростью отбрасываются далеко отъ центра системы. Такимъ образомъ периферическія массы представляютъ въ модели лучи β , тогда какъ каждая изъ центральныхъ массъ изображаетъ элементарный лучъ α .

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 586 (4 сер.). Найти общаго наибольшаго дѣлителя всѣхъ значеній, которыя имѣетъ выраженіе

$$7^n + 2 + 8^{2n+1}$$

при n цѣломъ и не отрицательнымъ.

Н. Готлибъ (Юрьевъ).

№ 587 (4 сер.). Въ плоскости треугольника ABC дана точка O . Провести черезъ нее прямую, дѣлящую периметръ треугольника въ данномъ отношеніи m къ n .

И. Коровинъ (Екатеринбургъ).

№ 588 (4 сер.). Обозначая черезъ a_m сторону правильнаго вписаннаго въ кругъ многоугольника объ m сторонахъ, доказать, что

$$a_{2n} < \frac{2}{3} a_n.$$

Основываясь на этомъ неравенствѣ, показать, что сторона правильнаго многоугольника, вписаннаго въ кругъ постояннаго радіуса, при безконечномъ возрастаніи числа сторонъ, есть величина безконечно малая.

Н. С. (Одесса).

№ 589 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$(x + y)(z + v) = \lambda,$$

$$(x + z)(y + v) = \mu,$$

$$(x + v)(y + z) = \gamma,$$

$$xyzv = \sigma^2$$

и примѣнить полученныя формулы, полагая $\lambda=162$, $\mu=152$, $\gamma=140$, $\sigma=30$.

(Займств.).

№ 590 (4 сер.). Доказать, что площадь всякаго треугольника ABC такъ относится къ площади треугольника, вершины котораго суть точки встрѣчи биссектрисъ внутреннихъ угловъ треугольника ABC съ окружностью описаннаго около него круга, какъ діаметръ круга вписаннаго въ треугольникъ ABC къ радіусу круга описаннаго.

(Займств.).

№ 591 (4 сер.). Въ жидкости плотности D установлены неподвижно на одной и той же вертикали два тѣла: вверху тѣло A объема v_1 и плотности Δ_1 и внизу тѣло B объема v_2 и плотности Δ_2 . Предполагается, что $\Delta_1 > D > \Delta_2$. Предоставленные въ одинъ и тотъ же моментъ самимъ себѣ, оба тѣла начинаютъ двигаться: A падаетъ, а B поднимается. 1) Написать уравненія движенія обоихъ тѣлъ. 2) Какое соотношеніе должно существовать между D , Δ_1 и Δ_2 , чтобы встрѣча тѣлъ произошла на срединѣ вертикали AB ?

(Займств.) М. Г.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 498 (4 сер.). Изъ уравненій

$$(x+y)(x-y)^2 = (y+z)(z-y)^2 = (z+x)(z-x)^2$$

опредѣлить отношенія неизвѣстныхъ x , y и z .

Представимъ данное равенство $(x+y)(x-y)^2 = (y+z)(z-y)^2$ послѣдовательно въ видѣ

$$(x^2 - y^2)(x-y) = (y^2 - z^2)(y-z), \quad x^3 - xy^2 - yx^2 = z^3 - yz^2 - zy^2,$$

$$x^3 - z^3 - y^2(x-z) - y(x^2 - z^2) = 0, \quad (x-z)(x^2 + xz + z^2 - y^2 - xy - yz) = 0 \quad (1).$$

Подобнымъ же образомъ уравненіе $(y+z)(z-y)^2 = (z+x)(z-x)^2$ представимъ въ видѣ

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 - z^2 - xz - yz) = 0 \quad (2).$$

Помножая уравненія (1) и (2) соответственно на $x-y$ и $x-z$, затѣмъ складывая ихъ и сокращая на 2, получимъ:

$$(x-y)(y-z)(x^2 - yz) = 0 \quad (3).$$

Вслѣдствіе полной симметріи данныхъ уравненій относительно x , y и z , аналогичнымъ образомъ можно вывести

$$(y-z)(y-x)(y^2 - xz) = 0 \quad (4).$$

Помножая уравненія (3) и (4) соответственно на $x(y-z)$ и $y(x-z)$ и затѣмъ складывая ихъ, находимъ:

$$(x-y)(x-z)(y-z)[x(x^2 - yz) - y(y^2 - xz)] = 0, \text{ или}$$

$$(x-y)(x-z)(y-z)(x^3 - y^3) = 0 \quad (5).$$

Изъ уравненія (5) слѣдуетъ, что либо

$$a) x=y, \text{ либо } b) x=z, \text{ либо } c) y=z, \text{ либо } d) x^3=y^3=0.$$

Остановившись на предположеніи a), приводимъ данную систему постановкой x вмѣсто y къ виду

$$0 = (x+z)(z-x)^2 = (z+x)(z-x)^2 \quad (6).$$

Такимъ образомъ при предположеніи a) одно изъ уравненій данной

системы обращается (см. (6)) въ тождество, а другое даетъ $(x+z)(z-x)^2 = 0$ откуда

$$\text{либо } x = -z, \text{ либо } x = z \quad (7).$$

Итакъ, предположеніе a) даетъ (см. (7)) либо

$$x = y = z \quad (8), \quad \text{либо } x = y = -z \quad (9).$$

Если одно изъ неизвѣстныхъ равно нулю, то формулы (8) и (9) даютъ

$$x = y = z = 0 \quad (10),$$

а для ихъ отношеній неопредѣленные значенія; если же одно изъ неизвѣстныхъ, на примѣръ, z не равно нулю, то формулы (8) и (9) даютъ:

$$\frac{x}{z} = \frac{y}{z} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x}{z} = \frac{y}{z} = -1 \quad (11).$$

Вслѣдствіе симметричности данной системы относительно неизвѣстныхъ, легко изъ предположеній b) и c) получить всѣ вытекающія изъ нихъ рѣшенія: $\frac{x}{z} = \frac{y}{z} = 1$; $\frac{x}{y} = \frac{z}{y} = -1$; $\frac{y}{x} = \frac{z}{x} = -1$, изъ которыхъ новыми (см. (11)) являются лишь рѣшенія

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{y} = -1, \quad \frac{y}{x} = \frac{z}{x} = -1 \quad (12).$$

Разсматривая предположеніе d), разберемъ отдѣльно случаи, когда y равно или не равно нулю. Если $y = 0$, то (см. d)) и $x = 0$; слѣдовательно, уравненіе $(x+y)(x-y)^2 = (y+z)(z-y)^2$ обращается въ $z^3 = 0$, откуда и $z = 0$. Итакъ, предположеніе d) при $y = 0$ даетъ опять рѣшеніе (10). Если же $y \neq 0$, то

предположеніе d) даетъ $\left(\frac{x}{y}\right)^3 = 1$, откуда слѣдуетъ, что $\frac{x}{y}$ равно одному

изъ чиселъ 1, α или α^2 , гдѣ $\alpha = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ *) есть одинъ изъ мнимыхъ корней третьей степени изъ единицы, такъ что либо

$$x = y, \text{ либо } x = \alpha y, \text{ либо } x = \alpha^2 y, \text{ гдѣ } y \neq 0 \quad (13).$$

Но случай $x = y$ (см. предположеніе a)) уже разобранъ, такъ что остается разсмотрѣть случаи (см. (13))

$$x = \alpha y, \quad x = \alpha^2 y, \quad \text{при } y \neq 0. \quad (14).$$

Такъ какъ предположенія a), b), c) уже разсмотрѣны, то для того, чтобы получить всѣ значенія отношеній неизвѣстныхъ, достаточно разсмотрѣть предположеніе d), полагая, что случаи a), b), c) не имѣютъ мѣста. Поэтому можно предположить, что $y \neq z$, $y \neq x$, а потому изъ равенства (4) вытекаетъ, что $y^2 - xz = 0$. Слѣдовательно (см. (14)),

$$\text{либо } y^2 - \alpha y z = 0, \text{ либо } y^2 - \alpha^2 y z = 0 \text{ при } y \neq 0, \text{ откуда}$$

$$y - \alpha z = 0 \quad \text{или же} \quad y - \alpha^2 z = 0 \quad (15).$$

Слѣдовательно (см. 15), $\frac{z}{y} = \frac{1}{\alpha}$ или $\frac{z}{y} = \frac{1}{\alpha^2}$, или, такъ какъ $\alpha^3 = 1$,

$$\frac{z}{y} = \alpha \quad \text{или} \quad \frac{z}{y} = \alpha^2 \quad (16).$$

*) Слѣдуетъ не терять изъ вида соотношеніе: $\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$.

Проверяя решения (14) и (16), мы видим, что они действительно удовлетворяют предложенным уравнениям, так что, кроме решений (10), (11) и (12), имеем еще (см. (14), (16)) следующие значения для отношений неизвестных:

$$\frac{x}{y} = \alpha, \quad \frac{z}{y} = \alpha^2 \quad \text{или} \quad \frac{x}{y} = \alpha^2, \quad \frac{z}{y} = \alpha \quad (17).$$

Заметим еще, что отношения (17) равносильны таким:

$$\frac{x}{z} = \alpha^2, \quad \frac{y}{z} = \alpha \quad \text{или} \quad \frac{x}{z} = \alpha, \quad \frac{y}{z} = \alpha^2;$$

$$\frac{y}{x} = \alpha^2, \quad \frac{z}{x} = \alpha \quad \text{или} \quad \frac{y}{x} = \alpha, \quad \frac{z}{x} = \alpha^2.$$

Все значения отношений между неизвестными можно получить также в таком виде (см. (10), (11), (12), (17)): 1) неизвестные равны 0 по отношению между ними неопределенны; 2) отношения двух из неизвестных к третьему равны (-1) ; 3) отношение одного из неизвестных к третьему равно β , а другого к третьему равно $\frac{1}{\beta}$, где β один из корней (мнимый или действительный) третьей степени из единицы.

В. Гейманъ (Θеодосія).

✓ № 500 (4 сер.). Даны стороны треугольника ABC. Точки В и С проектируют соответственно в точки В' и С' на внутренней и в точки В'' и С'' на внешней биссектор угла А. Вычислить произведение

$$BB' \cdot BB'' \cdot CC' \cdot CC''.$$

(Заимств. изъ *L'Éducation Mathématique*).

Называя стороны треугольника, лежація противъ угловъ А, В, С, соответственно черезъ a , b и c , получимъ изъ прямоугольныхъ треугольниковъ ABV' , ABV'' , ACC' , ACC'' :

$$BB' = c \sin \frac{A}{2}, \quad BB'' = c \sin \frac{\pi - A}{2} = c \cos \frac{A}{2},$$

$$CC' = b \sin \frac{A}{2}, \quad CC'' = b \sin \frac{\pi - A}{2} = b \cos \frac{A}{2}.$$

Перемножая эти равенства, находимъ:

$$\begin{aligned} BB' \cdot BB'' \cdot CC' \cdot CC'' &= b^2 c^2 \sin^2 \frac{A}{2} \cos^2 \frac{A}{2} = \left(bc \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \right)^2 = \\ &= \left(\frac{bc \cdot 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{2} \right)^2 = \left(\frac{bc \sin A}{2} \right)^2 = S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c), \end{aligned}$$

гдѣ S — площадь, а p — полупериметръ треугольника.

В. Гейманъ (Одесса); В. Винокуровъ (Гализинъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою, Одесса 19-го Марта 1905 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

Обложка
щется

Обложка
щется