Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXXIX Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 459.

Содержаніе: Современная постановка задачи объ обоснованіи геометріи. (Окончаніе). *Прив.-доц. В. Кагана.* — Корпускулярная теорія матеріи. *Проф. Дж. Дж. Томсона.* — Къ исторіи Московскихъ Математическихъ обществъ. *Д. Л. Волковскаго.* — Научная хроника: Кольцо Сатурна во время его исчезновенія. — Задачи для учащихся №№ 13—18 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 833, 837, 842, 848, 840, 850. — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Современная постановка задачи объ обоснованіи геометріи.

Приватъ-доцента *В. Кагана.*

Рѣчь, произнесенная при защитѣ диссертаціи на степень магистра чистой математики.

(*Окончаніе* *).

Какъ вы видѣли, многообразія, въ которыхъ оперируютъ Риманъ и Гельмгольцъ, чрезвычайно далеки отъ системы тѣхъ образовъ, которые мы связываемъ обычно съ геометрическими представленіями. При всемъ томъ они говорятъ о движеніи въ этомъ многообразіи. Что же такое эти движенія? Каковы тѣ свойства геометрическаго движенія, которыя могутъ быть перенесены въ любое многообразіе, даже въ многообразіе чиселъ, въ—аналитическое пространство?

Позвольте прежде всего обратить ваше вниманіе на слѣдующее обстоятельство. Въ геометріи мы постоянно пользуемся движеніемъ, оно играетъ очень важную роль при доказательствахъ, а между тѣмъ фактически мы его никогда не производимъ. Мы не только этого не производимъ, мы рѣшительно не въ состояніи произвести движеній, которыя нужны геометру. Въ самомъ дѣлѣ, движеніемъ мы пользуемся для производства наложенія, мы налагаемъ одно тѣло на другое. Но,

---

*) См. № 458 „Вѣстника“.

если мы смотримъ на тѣло только, какъ на часть пространства, то взять часть пространства съ одного мѣста и перенести его на другое — невозможно. Перенести можно только тѣло, физическое тѣло; но тогда какъ совмѣстить такое тѣло съ другимъ, какъ можетъ оно проникнуть въ другое тѣло?

Если мы вникнемъ въ то, чѣмъ мы интересуемся, когда аппелируемъ въ геометріи къ движенію, то мы увидимъ, что намъ всегда важно только знать, съ какой точкой совмѣщается при этомъ каждая точка переносимаго тѣла. Иными словами, каждой точкѣ А перваго тѣла отвѣчаетъ нѣкоторая точка В второго тѣла. Мы устанавливаемъ такимъ образомъ соотвѣтствіе между точками перваго и второго тѣла; мы осуществляемъ это соотвѣтствіе при помощи движенія, такъ какъ точка В второго тѣла, соотвѣтствующая точкѣ А перваго тѣла, есть та, въ которую движеніе переноситъ эту точку А. Но если мы то же соотвѣтствіе между точками одного и другого тѣла установимъ какъ-либо иначе, то роль механическаго движенія будетъ исчерпана.

Этотъ процессъ не представляетъ исключительной принадлежности геометріи; напротивъ, это чрезвычайно важное, неотъемлемое орудіе нашей мысли въ любой области. „Чрезвычайно важную и характерную способность нашего духа", говоритъ Дедекиндъ, „представляетъ собой процессъ, заключающійся въ томъ, что мы относимъ вещь къ вещи, ассоціируемъ одну вещь другой, отображаемъ одну вещь въ другой". Этотъ процессъ въ логикѣ и психологіи издавна называется ассоціаціей, въ математикѣ его называютъ сопряженіемъ.

Итакъ, процессъ сопряженія заключается въ томъ, что каждой точкѣ нѣкотораго образа мы относимъ нѣкоторую, вообще говоря, другую точку того же или другого образа.

Движеніе играетъ для геометріи исключительно ту роль, что оно устанавливаетъ нѣкоторое сопряженіе пространства, многообразія съ самимъ собой.

Чтобы еще лучше выяснить важное понятіе о сопряженіи, возьмемъ простой примѣръ. Пусть АВ будетъ нѣкоторый отрѣзокъ. Каждой точкѣ С этого отрѣзка, которая отстоитъ на разстояніи c отъ точки А отнесемъ, въ качествѣ соотвѣтствующей, точку С′, отстоящую на то-же разстояніе c отъ точки В. Этимъ каждой точкѣ отрѣзка будетъ отнесена другая точка, этимъ будетъ установлено сопряженіе отрѣзка съ самимъ собой. Это именно сопряженіе можетъ быть также установлено движеніемъ, если мы повернемъ отрѣзокъ другой стороной; каждая точка С упадетъ при этомъ въ соотвѣтствующую точку С′.

Геометрія давно изучала различнаго рода сопряженія; одно изъ нихъ, извѣстное подъ названіемъ проективнаго соотвѣтствія, составляетъ даже предметъ особой дисциплины, получившей названіе проективной геометріи, или геометріи положенія.

Но тѣ соотвѣтствія, которыя устанавливаются движеніями, имѣютъ три важныя особенности.

Во-первыхъ, если нѣкоторое движенiе совмѣщаетъ тѣло A съ тѣломъ B, то каждая точка тѣла A безъ исключенiя приходитъ въ нѣкоторую точку другого тѣла B; и обратно, въ каждую точку тѣла B приходитъ нѣкоторая точка тѣла A. Иначе говоря, движенiе относитъ каждой точкѣ перваго тѣла безъ исключенiя одну и только одну точку второго тѣла, и обратно: оно относитъ каждую точку второго тѣла одной и только одной точкѣ перваго тѣла.

Это мы выразимъ терминомъ: движенiя суть *сопряженiя совершенныя*.

Замѣтимъ при этомъ слѣдующее. Положимъ, что нѣкоторое движенiе совмѣщаетъ тѣло A съ тѣломъ B. Мы всегда можемъ представить себѣ неизмѣняемую среду, неразрывно связанную съ тѣломъ A и охватывающую все пространство. Движенiе совмѣщаетъ каждую точку этой среды съ нѣкоторой точкой пространства, и мы можемъ, такимъ образомъ, сказать, что движенiе есть *совершенное сопряженiе пространства съ самимъ собой*.

Во-вторыхъ, при движенiи разстоянiя между точками не мѣняются; т. е. если точки A и B совмѣщаются съ точками A' и B', то разстоянiе AB равно разстоянiю $A'B'$. Разстоянiе можетъ быть выражено числомъ; съ точки зрѣнiя формальной разстоянiе только и есть число. Это свойство движенiя выражаютъ такъ: при сопряженiяхъ, устанавливаемыхъ движенiемъ, каждая пара точекъ имѣетъ *численный инварiантъ*, и этой системой инварiантовъ, этой системой разстоянiй исчерпываются всѣ неизмѣняемыя при движенiи свойства образовъ.

Въ третьихъ, каждое тѣло можетъ быть въ пространствѣ перенесено изъ одного положенiя въ другое, т. е. въ пространствѣ существуетъ безчисленное множество различныхъ преобразованiй. Но если есть движенiе, которое совмѣщаетъ тѣло A съ тѣломъ B, а затѣмъ другое движенiе совмѣщаетъ тѣло B съ тѣломъ C, то существуетъ третье движенiе, которое совмѣщаетъ тѣло A съ тѣломъ C.

Иными словами, совокупность тѣхъ преобразованiй, которыя составляютъ систему движенiй въ пространствѣ, обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что каждымъ двумъ преобразованiямъ этой совокупности всегда отвѣчаетъ третье, замѣняющее послѣдовательное пространство первыхъ двухъ преобразованiй. Это свойство системы преобразованiй очень часто встрѣчается въ математикѣ помимо движенiй и характеризуется терминомъ: *группа* преобразованiй.

Итакъ, *система движенiй въ пространствѣ есть группа совершенныхъ преобразованiй, въ которой двѣ и только двѣ точки имѣютъ инварiантъ и притомъ только одинъ*.

Это единственныя общiя свойства движенiй, которыя нужны геометру и которыя нисколько не связаны съ тѣми реальными представленiями, какiя съ эмпирическимъ движенiемъ соединяются.

Эта формулировка принадлежитъ Софусу Ли. Выясненiю этихъ геометрическихъ свойствъ движенiя, быть можетъ, болѣе трудныхъ и неясныхъ работъ Римана и Гельмгольца, содѣйствовала удивительно талантливая по своей простотѣ и изяществу интерпретація геометріи, указанная Клейномъ. Исходя изъ работы Кели, также довольно туманной по своему содержанію, и принимая за движенія совокупность проективныхъ преобразованій, не мѣняющихъ нѣкоторой поверхности второго порядка, Клейнъ самыми элементарными средствами построилъ многообразіе, которое, смотря по выбору неизмѣняемой поверхности, воспроизводитъ Евклидову геометрію, геометрію Лобачевскаго или геометрію Римана. Это осуществленіе геометріи можетъ быть построено какъ геометрически, т. е. на почвѣ Евклидовой геометріи, такъ и аналитически — въ числахъ. И возможность построенія аналитическихъ многообразій, какъ теперь говорятъ „аналитическихъ пространствъ", осуществляющихъ какъ одну, такъ и другую и третью геометрію, служитъ доказательствомъ того, что ни одна, ни другая, ни третья геометрія не содержитъ логическаго противорѣчія,— доказательство, достовѣрное постольку, поскольку достовѣрна ариѳметика.

Софусъ же Ли обнаружилъ, что всякая группа совершенныхъ и непрерывныхъ преобразованій въ непрерывномъ пространствѣ трехъ измѣреній, которыя имѣютъ одинъ и только одинъ инваріантъ — разстояніе между двумя точками — (при нѣкоторыхъ весьма ограниченныхъ дополнительныхъ условіяхъ), необходимо приводитъ либо къ системѣ движеній Евклидова пространства, либо къ системѣ движеній геометріи Лобачевскаго, либо къ системѣ движеній геометріи Римана.

Въ теченіе семидесятыхъ и восьмидесятыхъ годовъ выяснилось, такимъ образомъ, истинное значеніе геометрическихъ системъ Лобачевскаго, Больэ и Римана; выяснилось, что V постулатъ Евклида не зависитъ отъ остальныхъ, не представляетъ собой ихъ слѣдствія, не можетъ быть доказанъ; выяснилось, что геометрія не связана съ той системой образовъ, которую,—быть можетъ, тоже неправильно,—называютъ эмпирическимъ пространствомъ; выяснилось, напротивъ, что геометрія представляетъ лишь рядъ соглашеній, которыми мы удобно выражаемъ обширную категорію соотношеній между физическими тѣлами; что она съ успѣхомъ выражаетъ и иныя соотношенія между иными образами, если послѣднія подходятъ подъ основныя соглашенія; выяснилось, что такихъ многообразій, осуществляющихъ Евклидову геометрію, можно построить множество; выяснилось, что и логическихъ системъ, составленныхъ въ томъ же порядкѣ идей, что и геометрія, можетъ быть не только одна. Выяснилось, что неудовлетворительность существующихъ геометрическихъ системъ, ихъ недостаточная логическая обоснованность, именно въ томъ и коренится, что всѣ основныя понятія и постулаты такъ опредѣлялись, такъ устанавливались, что они были пригвождены къ одному манекену, къ одному многообразію, къ такъ называемому эмпирическому пространству.

Выяснилось, какъ должна быть построена геометрія, если мы хотимъ, чтобы это была дѣйствительно научно-логическая система. Для этого нужно исходить изъ системы основныхъ понятій, которыя отнюдь не связываютъ насъ съ эмпирическимъ пространствомъ; нужно положить въ основу такія посылки, которыя могутъ быть перенесены въ другія многообразія, даже въ численныя, или аналитическія.

Установивъ эти посылки, нужно доказать отсутствіе въ нихъ противорѣчія и взаимную ихъ независимость. Средствомъ для этого служитъ ариѳметика, анализъ, численныя, или аналитическія пространства. Чтобы доказать отсутствіе противорѣчія въ системѣ постулатовъ, нужно построить аналитическое пространство, которое удовлетворяетъ всѣмъ постулатамъ; эта возможность всѣмъ постулатамъ удовлетворить и служитъ доказательствомъ отсутствія въ нихъ противорѣчія. Для того же, чтобы доказать независимость постулатовъ, чтобы доказать, что ни одинъ изъ нихъ не представляетъ собой слѣдствія остальныхъ, нужно — по выраженію Вельштейна — построить паталогическія пространства, по одному на каждый постулатъ, съ одной паталогической особенностью каждое. Чтобы доказать независимость каждаго постулата, нужно построить аналитическое пространство, удовлетворяющее всѣмъ остальнымъ постулатамъ и не удовлетворяющее этому постулату. Возможность такого пространства обнаруживаетъ, что, принимая остальные постулаты, мы не вынуждены принять и этотъ постулатъ, онъ поэтому отъ нихъ не зависитъ.

Установивъ такимъ образомъ систему независимыхъ постулатовъ, нужно построить на нихъ геометрію; нужно вести доказательство такъ, чтобы оно оставалось въ силѣ въ каждомъ многообразіи, которое удовлетворяетъ исходнымъ посылкамъ.

Эта задача во всемъ своемъ объемѣ общепризнаннаго рѣшенія еще не получила. Не мало нужно было еще затратить труда и мысли, чтобы подготовить рѣшеніе общей задачи тщательнымъ анализомъ отдѣльныхъ постулатовъ, отдѣльныхъ вопросовъ. Сюда относятся вопросы о расположеніи точекъ на прямой, о непрерывности, объ измѣреніи длинъ, площадей и объемовъ и т. д.

Однако, въ 90-хъ годахъ начинаютъ появляться работы, посвященныя рѣшенію задачи во всемъ ея объемѣ. Сюда, въ первую очередь, относится прекрасная работа Паша, которая далеко не даетъ того, что нужно, но имѣетъ большія заслуги въ томъ отношеніи, что имъ въ первый разъ даны постулаты, которые дѣйствительно даютъ возможность формально обосновать теорію расположенія точекъ на прямой. Задача переносится затѣмъ въ Италію. По почину Пеано, чрезвычайно тонкаго и глубокаго ученаго, за эту задачу принимается цѣлый рядъ молодыхъ ученыхъ: Амодео, Фано, Энрикесъ, Піери. Послѣднему принадлежитъ, на нашъ взглядъ, заслуга построенія первой системы постулатовъ, которые дѣйствительно даютъ возможность формально развить геометрію. Вопросъ о независимости этихъ посылокъ остается открытымъ.

Входить здѣсь въ изложеніе этихъ работъ, т. е. сопоставлять и оцѣнивать отдѣльные постулаты, невозможно. Скажу только, что всѣ эти работы долго оставались въ Европѣ почти неизвѣстными, потому что онѣ были помѣщены въ весьма мало распространенныхъ итальянскихъ академическихъ изданіяхъ.

Честь построенія первой системы постулатовъ, дающихъ возможность формально развить геометрію, была, по моему убѣжденію, незаслуженно приписана Гильберту.

Въ 1899 г., по случаю открытія памятника Гауссу и Веберу, Геттингенскій университетъ выпустилъ юбилейный сборникъ, состоящій изъ двухъ статей, посвященныхъ двумъ славнымъ современникамъ, обезсмертившимъ эту академію. Первая работа принадлежитъ профессору Гильберту и посвящена основамъ геометріи. Работа содержитъ цѣлый рядъ оригинальныхъ идей, въ высшей степени талантливо разработанныхъ. Но предложенная въ этомъ сочиненіи система посылокъ, опредѣляющихъ Евклидову геометрію, на нашъ взглядъ, уступаетъ системѣ Піери. Врядъ ли постулаты Гильберта вполнѣ достаточны для обоснованія геометріи; а отъ ихъ независимости, на которой Гильбертъ настаивалъ въ первомъ изданіи, онъ вынужденъ былъ отказаться во второмъ.

Вопросъ объ обоснованіи геометріи стоитъ, какъ вы видите, въ той стадіи, когда еще нужно использовать идеи великихъ геометровъ для удовлетворительнаго рѣшенія вѣковой задачи.

Заинтересовавшись еще въ студенческіе годы идеями Лобачевскаго, не будучи совершенно знакомъ съ работами итальянской школы, какъ ихъ не зналъ и Гильбертъ, еще до появленія работы послѣдняго, я поставилъ себѣ цѣлью установить систему посылокъ, опредѣляющихъ Евклидову геометрію, и развить ее въ согласіи со всѣми требованіями, которыя формулированы мною раньше и которыя вы читаете въ этихъ положеніяхъ. Эту систему посылокъ, не связанныхъ съ эмпирическимъ пространствомъ и независимыхъ, поскольку для меня выяснено логическое значеніе этой идеи, я уже въ 1901 г. докладывалъ X съѣзду русскихъ естествоиспытателей и врачей. Это есть синтетическое осуществленіе идеи Римана, Гельмгольца и Ли. Но дѣйствительное выполненіе задачи, развитіе самой системы геометріи на основаніи формальныхъ посылокъ потребовали гораздо больше времени и работы, подчасъ мелочно кропотливой, а подчасъ и принципіально трудной, чѣмъ я себѣ могъ представить. Я тѣмъ не менѣе рѣшился выполнить эту задачу до конца и заставилъ испить эту чашу до дна и своихъ оппонентовъ. Представивъ теперь въ факультетъ это обширное сочиненіе, я безусловно признаю, что для диссертаціи тема была выбрана неудачно. Но въ свое оправданіе я могу сказать только одно: я ея не выбиралъ, она пришла сама.

Можетъ показаться страннымъ, что о такомъ большомъ сочиненіи я сказалъ нѣсколько словъ. Но я полагаю, что о немъ безпристрастнѣе выскажутся мои оппоненты, я же предпочелъ занять ваше вниманіе глубокими идеями геніальныхъ геометровъ, полными математическаго и философскаго интереса, обширнымъ комментаріемъ которыхъ собственно и является настоящее сочиненіе.

Корпускулярная теорія матеріи.

Дж. Дж. Томсона.

ГЛАВА I.

Та теорія строенія вещества, которую я намѣренъ изложить въ этихъ лекціяхъ, покоится на допущеніи, что различныя свойства матеріи могутъ быть разсматриваемы, какъ явленія, происходящія отъ электрическихъ причинъ. Основаніемъ теоріи служитъ электричество, а предметъ ея заключается въ томъ, чтобы построить модель атома, составленнаго изъ особой комбинаціи положительнаго и отрицательнаго электричества, которая представляла бы возможно болѣе близкое подобіе свойствъ дѣйствительнаго атома. Мы будемъ предполагать, что притяженіе и отталкиваніе между электрическими зарядами слѣдуютъ извѣстному закону обратной пропорціональности квадратамъ разстояній; мы останемся на этомъ допущеніи, хотя прямое экспериментальное доказательство этого закона мы можемъ осуществить только въ томъ случаѣ, когда массы и разстоянія между ними неизмѣримо больше, нежели тѣ, которыя имѣютъ мѣсто внутри атома. Мы не будемъ дѣлать попытки проникнуть въ сущность этихъ силъ и изслѣдовать механизмъ, при помощи котораго онѣ могутъ быть воспроизведены. Теорія, о которой идетъ рѣчь, отнюдь не представляетъ собой послѣдняго слова; ея задачи имѣютъ болѣе физическій характеръ, нежели метафизическій. Съ точки зрѣнія физика, теорія матеріи есть скорѣе кодексъ, нежели догма. Ея задача заключается въ томъ, чтобы связать между собою или координировать явленія, на первый взглядъ различныя, и, прежде всего, въ томъ, чтобы вдохновлять, намѣчать и направлять опытное изслѣдованіе. Она должна представлять собою компасъ, который послѣдовательно ведетъ наблюдателя все дальше и дальше въ области явленій, до того не изслѣдованныхъ. Окажутся ли эти области плодоносными или безплодными, это можетъ рѣшить только опытъ; но во всякомъ случаѣ изслѣдователь, приведенный на этотъ путь, будетъ твердо держаться опредѣленнаго направленія, не будетъ блуждать, безпомощно слоняясь туда и сюда.

Корпускулярная теорія вещества, допускающая электрическіе заряды и силы, между ними дѣйствующія, далеко не носитъ того фундаментальнаго характера, какъ атомистическая теорія вихреобразнаго строенія матеріи, въ которой допускается только существованіе несжимаемой жидкости безъ внутренняго тренія, обладающей инерціей и способной передавать давленіе. По этой теоріи разница между веществомъ и не-веществомъ, а также между различными видами вещества сводится къ различію въ формѣ движенія внутри несжимаемой жидкости въ различныхъ мѣстахъ, такъ какъ самая матерія разсматривается, какъ совокупность тѣхъ частей жидкости, въ которыхъ происходитъ вихревое движеніе. Однако, простота допущеній вихреобразной теоріи оплачивается дорогой цѣной той математической трудности, съ которой сопряжено ея развитіе; между тѣмъ для многихъ цѣлей теорія, слѣдствія которой легко разматываются, предпочтительнѣе, нежели та теорія, которая, быть можетъ, имѣетъ болѣе глубокій характеръ, но зато гораздо болѣе тяжеловѣсна. Впрочемъ, мы неоднократно будемъ имѣть случай пользоваться аналогіей, которая существуетъ между линіями электрической силы въ электрическомъ полѣ и линіями вихреобразнаго движенія въ несжимаемой жидкости.

Однако, возвратимся къ корпускулярной теоріи. Эта теорія, какъ я сказалъ, предполагаетъ, что атомъ составленъ изъ положительнаго и отрицательнаго электричества; характерная черта этой теоріи, — отъ которой собственно и происходитъ ея названіе,—это особая форма, въ которой проявляется отрицательное электричество, когда оно находится внутри атома, и внѣ вещества. Мы предполагаемъ, что отрицательное электричество всегда представляетъ собой совокупность чрезвычайно тонкихъ частичекъ, именуемыхъ корпускулами, и что корпускулы эти, гдѣ бы онѣ ни встрѣчались, всегда имѣютъ тотъ же самый объемъ и всегда несутъ одно и то же количество электричества. Какимъ бы ни оказалось, въ концѣ концовъ, строеніе атома, мы имѣемъ прямое и экспериментальное доказательство существованія этихъ корпускулъ; поэтому я имѣю въ виду начать изложеніе корпускулярной теоріи описаніемъ открытія и свойствъ этихъ корпускулъ.

Корпускулы въ пустыхъ трубкахъ.

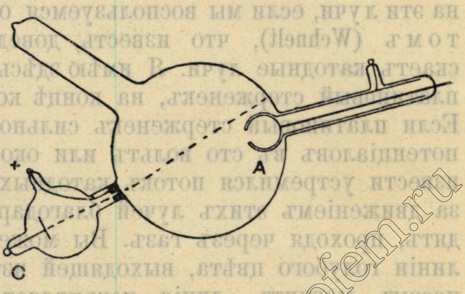
Мѣстомъ, въ которомъ корпускулы были въ первый разъ обнаружены, была трубка съ чрезвычайно разрѣженнымъ воздухомъ, чрезъ которую проходилъ электрическій разрядъ. Когда я провожу электрическій разрядъ чрезъ эту въ высшей степени разрѣженную трубку, вы замѣчаете, что стѣнки ея свѣтятся рѣзкимъ зеленоватымъ свѣтомъ фосфоресценціи. Что это явленіе обусловливается чѣмъ-то такимъ, что распространяется по прямымъ линіямъ, исходящимъ изъ катода (электрода, изъ котораго отрицательное электричество поступаетъ въ трубку), можетъ быть обнаружено слѣдующимъ опытомъ, который былъ произведенъ нѣсколько лѣтъ тому назадъ Вильямомъ Круксомъ.

Мальтійскій крестъ изъ тонкой слюды помѣщается между катодомъ и стѣнками трубки. Какъ вы видите, когда я произвожу разрядъ сквозь трубку, зеленый фосфоресцирующій свѣтъ не распространяется теперь на заднюю стѣнку трубки, какъ это имѣло мѣсто, когда креста въ трубкѣ не было. Вы видите рѣзко очерченный крестъ въ концѣ трубки, на которомъ нѣтъ фосфоресценціи; крестъ изъ слюды бросилъ тѣнь на трубку, и рѣзкость этой тѣни обнаруживаетъ, что фосфоресценція обусловливается чѣмъ-то такимъ, что исходитъ изъ катода, распространяется прямолинейно и задерживается тонкой пластинкой слюды. Зеленая фосфоресценція вызвана катодными лучами, и одно время происходилъ оживленный споръ относительно характера этихъ лучей. Преобладали, главнымъ образомъ, два взгляда: одинъ, который поддерживался, главнымъ образомъ, англійскими физиками, заключался въ томъ, что эти лучи представляютъ собой потокъ отрицательно заряженныхъ тѣлецъ, извергаемыхъ катодомъ съ большою скоростью; другой взглядъ, который отстаивало большинство германскихъ физиковъ, заключался въ томъ, что эти лучи представляютъ собой родъ колебаній эѳира или волны.

Аргументы, которые приводились въ пользу того, что катодные лучи представляютъ собой потокъ отрицательно заряженныхъ частицъ, заключались прежде всего въ томъ, что они отклоняются магнитомъ совершенно такъ же, какъ движущіяся частицы, несущія отрицательный зарядъ. Какъ извѣстно, если мы помѣстимъ вблизи такого потока частицъ магнитъ, то онѣ подвергаются дѣйствію силы, которая перпендикулярна какъ къ направленію магнитной силы, такъ и къ направленію, въ которомъ движутся частицы. Такъ, напримѣръ, если частицы движутся горизонтально съ востока на западъ, а магнитная сила также дѣйствуетъ горизонтально съ сѣвера на югъ, то частицы, несущія отрицательный зарядъ, направятся вертикально внизъ.

Если магнитъ расположенъ такимъ образомъ, что направленіе магнитной силы совпадаетъ съ направленіемъ движенія частицъ, то послѣднія вовсе не подвергаются дѣйствію магнита. Давая магниту надлежащее положеніе, я могу показать вамъ, что катодныя частицы движутся именно въ томъ направленіи, которое указывается этой теоріей. Здѣсь, на лекціи, наблюденія, по существу дѣла, не могутъ быть достаточно точными и полными, но я долженъ прибавить, что разработанныя и точно выполненныя измѣренія движенія катодныхъ лучей подъ дѣйствіемъ магнитной силы показываютъ, что лучи въ этомъ отношеніи обнаруживаютъ въ точности то же самое, что и движущіяся частицы, заряженныя электричествомъ.

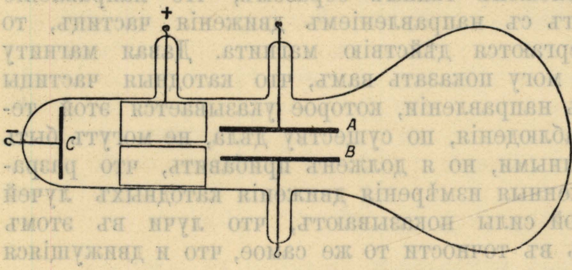
Первый шагъ, сдѣланный для доказательства того, что эти лучи представляютъ собою частицы съ отрицательнымъ зарядомъ, заключался въ слѣдующемъ: какъ показалъ Перренъ (Perrin), катодные лучи, ударяясь о металлическій проводникъ, сообщаютъ ему зарядъ отрицательнаго электричества. Вы видите здѣсь нѣкоторыя видоизмѣненія опыта Перрена (фиг. 1). A есть полый металлическій цилиндръ; онъ помѣщенъ такимъ образомъ, что лучи, идущіе отъ катода C, проходятъ мимо него, если они не находятся подъ отклоняющимъ дѣйствіемъ магнита; цилиндръ соединенъ съ электроскопомъ. Какъ вы видите, когда лучи не проходятъ чрезъ внутреннюю полость цилиндра, электроскопъ не обнаруживаетъ никакого заряда. Но вотъ при помощи магнита я отклоняю лучи такъ, что они проходятъ внутрь цилиндра; вы видите, что золотые листочки электроскопа расходятся, и обычнымъ пріемомъ можно убѣдиться, что они заряжены отрицательно.



Фиг. 1.

Отраженіе катодныхъ лучей заряженнымъ тѣломъ.

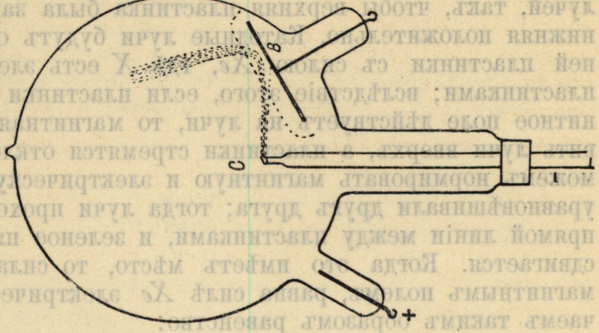
Если лучи заряжены отрицательнымъ электричествомъ, то наэлектризованное тѣло должно отклонять ихъ совершенно такъ же, какъ магнитъ; между тѣмъ при первыхъ опытахъ, сдѣланныхъ въ этомъ направленіи, это не подтвердилось. Какъ выяснилось позже, причина этого заключается въ томъ, что катодные лучи, проходя черезъ газъ, дѣлаютъ его проводникомъ электричества; такимъ образомъ, если въ сосудѣ, черезъ который проходятъ лучи, осталось замѣтное количество газа, то послѣдній становится проводникомъ электричества; лучи оказываются, такимъ образомъ, окруженными проводникомъ, который защищаетъ ихъ отъ внѣшнихъ электрическихъ силъ подобно тому, какъ металлъ, покрывающій электроскопъ, защищаетъ его отъ всякаго электрическаго воздѣйствія извнѣ. Если, однако, разрядить въ трубкѣ газъ въ такой мѣрѣ, чтобы осталось крайне незначительное количество воздуха, то онъ уже не можетъ сдѣлаться проводникомъ; этимъ именно путемъ мнѣ удалось освободиться отъ этого осложненія и обнаружить электрическое отклоненіе катодныхъ лучей. Установка, которой я пользовался для этой цѣли, показана на фиг. 2. На пути сквозь трубку лучи проходятъ между двумя параллельными пластинками A и B, которыя могутъ быть соединены съ полюсами сухой батареи. Давленіе въ трубкѣ крайне незначительно: вы видите, что лучи значительно отклоняются, когда я соединяю пластинки съ полюсами батареи; направленіе же этого отклоненія обнаруживаетъ, что лучи заряжены отрицательно.



Фиг. 2.

Можно также показать дѣйствіе магнитныхъ электрическихъ силъ на эти лучи, если мы воспользуемся открытіемъ, сдѣланнымъ Венельтомъ (Wehnelt), что известь, доведенная до краснаго каленія, испускаетъ катодные лучи. Я имѣю здѣсь трубку, катодомъ которой служитъ платиновый стерженекъ, на концѣ котораго насажена крупинка извести. Если платиновый стерженекъ сильно нагрѣть, то достаточно разности потенціаловъ въ сто вольтъ или около того, чтобы съ этой крупинки извести устремился потокъ катодныхъ лучей. Вы можете прослѣдить за движеніемъ этихъ лучей благодаря свѣченію, которое они производятъ, проходя черезъ газъ. Вы можете наблюдать лучи въ видѣ тонкой линіи голубого цвѣта, выходящей изъ точки на катодѣ; когда мы поднесемъ магнитъ, линія искривляется, и я могу заставить ее виться кружкомъ или спиралью, я могу заставить ее вращаться вокругъ катода, съ котораго потокъ течетъ, или нестись прямо отъ него. Эта установка чрезвычайно наглядно обнаруживаетъ отклоняющее дѣйствіе магнита на катодные лучи. Чтобы обнаружить электростатическое отклоненіе, я пользуюсь трубкой, показанной на фиг. 3; я заряжаю пластинку B отрицательно, такъ что она отклоняетъ пучекъ лучей, которые приближаются къ ней отъ песчинки извести C на катодѣ. Какъ вы видите, пучекъ лучей отклоняется отъ пластинки и идетъ по искривленному пути, разстояніе котораго отъ пластинки я могу увеличить и уменьшить, усиливая или ослабляя отрицательный зарядъ пластинки.

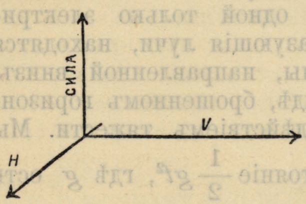
Мы видѣли, такимъ образомъ, что катодные лучи во всѣхъ условіяхъ, въ какія мы ихъ ставили, ведутъ себя такъ, какъ если бъ это были частицы, заряженныя отрицательнымъ электричествомъ; мы видѣли, что онѣ несутъ съ собой зарядъ отрицательнаго электричества, что онѣ отклоняются магнитными и электрическими силами совершенно такъ же, какъ частицы, заряженныя отрицательнымъ электричествомъ.



Фиг. 3.

Герцъ (Hertz) показалъ, однако, что катодныя частицы обладаютъ другимъ свойствомъ, которое казалось несовмѣстнымъ съ той идеей, что онѣ представляютъ собой матеріальныя частицы; именно, онъ обнаружилъ, что катодные лучи обладаютъ способностью проникать сквозь весьма тонкія металлическія пластинки, напримѣръ, сквозь золотые листочки, помѣщенные между ними и стекломъ, вызывая при этомъ на стеклѣ значительное свѣченіе. Идея о частицахъ того же размѣра, какъ молекулы газа, проходящихъ сквозь твердую пластинку, представлялась весьма странной въ ту эпоху, когда радій еще не былъ извѣстенъ (послѣдній извергаетъ частицы, которыя проникаютъ сквозь металлическія тѣла, значительно болѣе плотныя, нежели золотые листочки). Это побудило меня заняться болѣе глубокимъ анализомъ природы частичекъ, которыя образуютъ катодные лучи.

Методъ, которымъ я пользовался, основывался на слѣдующемъ принципѣ: если частица, несущая зарядъ e, движется со скоростью v поперекъ линій силъ въ магнитномъ полѣ (фиг. 4), при чемъ линіи магнитной силы образуютъ прямые углы съ направленіемъ движенія частицы; если, далѣе, H есть магнитная сила, то движущаяся частица, въ свою очередь, находится подъ дѣйствіемъ силы, равной Hev. Эта сила дѣйствуетъ въ направленіи, которое перпендикулярно какъ къ магнитной силѣ, такъ и къ направленію движенія частицы. Если, такимъ образомъ, частица движется горизонтально, какъ показано на чертежѣ, а магнитная сила дѣйствуетъ перпендикулярно къ плоскости чертежа по направленію къ читателю, то частица съ отрицательнымъ электрическимъ зарядомъ будетъ находиться подъ дѣйствіемъ силы, направленной вертикально вверхъ. Пучекъ лучей будетъ, слѣдовательно, откло-



Фиг 4.

няться вверхъ, а вмѣстѣ съ нимъ и свѣтлая полоса зеленой фосфоресценціи въ томъ мѣстѣ, гдѣ пучекъ ударяется въ стѣнку. Зарядимъ теперь пластинки A и B на фиг. 2, между которыми проходитъ пучекъ лучей, такъ, чтобы верхняя пластинка была заряжена отрицательно, а нижняя положительно. Катодные лучи будутъ отталкиваться отъ верхней пластинки съ силою Xe, гдѣ X есть электрическая сила между пластинками; вслѣдствіе этого, если пластинки заряжены, когда магнитное поле дѣйствуетъ на лучи, то магнитная сила стремится направить лучи вверхъ, а пластинки стремятся отклонить ихъ внизъ. Мы можемъ нормировать магнитную и электрическую силу такъ, чтобы онѣ уравновѣшивали другъ друга; тогда лучи проходятъ горизонтально по прямой линіи между пластинками, и зеленое пятно фосфоресценціи не сдвигается. Когда это имѣетъ мѣсто, то сила Hev, обусловливаемая магнитнымъ полемъ, равна силѣ Xe электрическаго поля. Мы получаемъ такимъ образомъ равенство:

$$Hev = Xe \text{ или } v = \frac{X}{H}.$$

Такимъ образомъ, если мы измѣримъ, что можно легко выполнить, величины силъ X и H, когда лучи не отклонены, то мы сможемъ опредѣлить скорость частицъ v. Скорость лучей, найденная этимъ путемъ, оказалась весьма велика; она измѣняется въ широкихъ предѣлахъ въ зависимости отъ давленія газа, оставшагося въ трубкѣ. При большомъ разрѣженіи она достигаетъ $^1/_3$ скорости свѣта, т. е. около 60.000 миль въ секунду; въ трубкахъ, въ которыхъ разрѣженіе не доведено такъ далеко, она можетъ не превышать 50.000 миль въ секунду. Но во всякомъ случаѣ, когда въ трубкѣ вызваны катодные лучи, то скорость ихъ несравненно больше, нежели всякаго движущагося тѣла, какая только намъ извѣстна. Она превосходитъ, напримѣръ, въ нѣсколько тысячъ разъ среднюю скорость, съ которой молекулы водорода движутся при обыкновенной температурѣ или даже при всякой температурѣ, какой только удалось достичь.

Опредѣленіе отношенія $\frac{e}{m}$.

Нашедши скорость лучей, удалимъ въ предыдущемъ опытѣ магнитную силу и предоставимъ молекулы дѣйствію одной только электрической силы. Въ такомъ случаѣ частицы, образующія лучи, находятся подъ дѣйствіемъ постоянной вертикальной силы, направленной внизъ, и мы имѣемъ здѣсь дѣло съ задачей о снарядѣ, брошенномъ горизонтально со скоростью v и падающемъ подъ дѣйствіемъ тяжести. Мы знаемъ, что во время t тѣло опустится на разстояніе $\frac{1}{2}gt^2$, гдѣ g есть вертикальное ускореніе; въ нашемъ случаѣ вертикальное ускореніе равно $X\frac{e}{m}$, гдѣ m есть масса частицы; время паденія равняется $\frac{l}{v}$, гдѣ l есть длина пути, измѣренная горизонтально, а v скорость верженія. Такимъ образомъ, глубина, на которую частица опустилась, когда она достигаетъ стекла, т. е. вертикальное смѣщеніе свѣтлаго пятна, когда лучи ударяютъ въ стекло, равна

$$\frac{1}{2}\,\frac{Xe}{m}\,\frac{l^2}{v^2}.$$

Это разстояніе d, на которое понизилось фосфоресцирующее пятно, мы можемъ легко измѣрить, а такъ какъ величины v, x, l нами уже также измѣрены, то мы можемъ найти отношеніе $\frac{e}{m}$ изъ уравненія:

$$\frac{e}{m}=\frac{2dv^2}{Xl^2}.$$

Результаты опредѣленія этого отношенія оказались чрезвычайно интересными; именно: обнаружилось, что для всѣхъ частицъ катодныхъ лучей, какимъ бы способомъ онѣ ни были вызваны, мы всегда приходимъ къ тому же значенію этого отношенія. Мы можемъ, напримѣръ, вызвать значительныя измѣненія въ скорости частицъ, мѣняя характеръ разряда въ трубкѣ и давленія газа; но во всякомъ случаѣ, если только мы не дошли до того, что скорость частичекъ почти подходитъ къ скорости свѣта (въ каковомъ случаѣ, какъ мы увидимъ, приходится принимать во вниманіе соображенія совершенно иного рода), то отношеніе $\frac{e}{m}$ остается постояннымъ. Значеніе этого отношенія оказывается независимымъ не отъ одной только скорости; наиболѣе замѣчательно то, что оно не зависитъ также отъ выбора электродовъ и отъ газа, содержащагося въ трубкѣ. Частицы, которыя образуютъ катодные лучи, должны исходить либо изъ электродовъ, либо изъ газа, наполняющаго трубку; и при всемъ томъ, изъ какого бы вещества мы ни изготовляли электроды, какимъ бы газомъ мы ни наполняли трубку, значеніе отношенія $\frac{e}{m}$ остается неизмѣннымъ.

Это постоянное значеніе равняется $1{,}7 \times 10^7$, если при измѣреніи отношенія мы пользовались абсолютной системой *(C. G. S.)* магнитныхъ единицъ. Если мы сравнимъ это отношеніе со значеніемъ соотвѣтствующаго отношенія массы къ электрическимъ зарядамъ въ какой угодно извѣстной намъ системѣ, то мы увидимъ, что это величина совсѣмъ другого порядка. До того, какъ были изслѣдованы катодные лучи, наибольшимъ значеніемъ этого отношенія обладалъ атомъ наэлектризованнаго водорода, выбрасываемаго при электролизѣ жидкости; но и это отношеніе составляетъ только 10^4; между тѣмъ для частичекъ въ катодныхъ лучахъ отношеніе $\frac{e}{m}$ въ 1700 разъ превышаетъ значеніе того же отношенія для заряженнаго атома водорода. Это различіе можетъ происходить отъ двухъ причинъ: либо масса частицы должна быть несравненно меньше, нежели атомъ водорода,—между тѣмъ какъ до сихъ поръ наименьшей массой, извѣстной въ физикѣ, обладалъ атомъ водорода,—либо же зарядъ частицы долженъ быть гораздо больше, нежели зарядъ атома водорода. Однако, было обнаружено при помощи метода, который я ниже вкратцѣ опишу, что электрическій зарядъ въ томъ и другомъ случаѣ, практически, одинъ и тотъ же; это необходимо приводитъ къ заключенію, что масса корпускулы приблизительно въ 1700 разъ меньше массы атома водорода. Итакъ, атомъ не представляетъ собой предѣльнаго подраздѣленія матеріи; напротивъ, мы можемъ идти дальше и приходимъ къ корпускулѣ; и, что важнѣе всего, на этой ступени подраздѣленія вещества мы приходимъ къ одной и той же корпускулѣ, изъ какого бы источника мы ее ни получили.

Корпускулы имѣютъ очень широкое распространеніе.

Корпускулы получаются не только изъ одного источника, который представляется искусственнымъ и созданъ учеными, т. е. не только отъ катодныхъ лучей. Напротивъ, какъ только онѣ были открыты, то весьма скоро обнаружилось, что онѣ распространены очень широко; ихъ испускаютъ металлы, нагрѣтые до краснаго каленія; вы видѣли уже, что обильный потокъ даетъ нагрѣтая известь. Извѣстное количество корпускулъ испускаетъ всякое нагрѣтое тѣло. Въ самомъ дѣлѣ, мы можемъ обнаружить изверженіе корпускулъ у многихъ тѣлъ, напримѣръ, у рубидія, а также у раствора натрія и калія, если эти тѣла нагрѣты. Повидимому, можно допустить, что извѣстное выдѣленіе корпускулъ даютъ всѣ вещества; но при несовершенствѣ нашихъ приборовъ мы имѣемъ возможность констатировать это выдѣленіе только тогда, когда оно достигаетъ необычайно большихъ размѣровъ.

Корпускулы выдѣляются металлами и нѣкоторыми другими веществами, въ особенности щелочными металлами, когда они находятся подъ дѣйствіемъ свѣта; ихъ постоянно выбрасываютъ въ большомъ количествѣ и съ большою скоростью радіоактивныя вещества, какъ напримѣръ, ураній и радій; онѣ испускаются въ большомъ количествѣ, когда мы вводимъ соли въ пламя. Есть полное основаніе предполагать, что корпускулы обильно извергаются солнцемъ.

Корпускулы эти, такимъ образомъ, распространены чрезвычайно широко, но при какихъ условіяхъ ихъ ни находили, они всегда сохраняли ту основную особенность, что отношеніе $\frac{e}{m}$ имѣетъ постоянно то же самое опредѣленное значеніе. Такимъ образомъ, корпускулы, повидимому, образуютъ составную часть всѣхъ видовъ вещества въ самыхъ различныхъ условіяхъ его проявленія. Представляется поэтому естественнымъ допустить, что онѣ представляютъ собой тотъ матеріалъ, изъ котораго атомы построены.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Къ исторіи Московскихъ Математическихъ обществъ *).

(По поводу вновь возникшаго **„Московскаго Математическаго Кружка“**.

Въ статьѣ—*„Судьбы русской математической журналистики“*, напечатанной въ журналѣ — *„Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“* (1906 г., № 409, XXXV-го семестра № 1-й, стр. 9—13), **) мы сообщали, какъ печальна судьба русской математической журналистики.

Не менѣе печальна судьба русскихъ математическихъ обществъ. Если вообще у насъ въ Россіи мало разныхъ ученыхъ и просвѣтительныхъ обществъ, то особенно мало математическихъ обществъ. Есть у насъ историческія, естественно-научныя, медицинскія, юридическія и другія ученыя общества не только въ университетскихъ городахъ, но и въ нѣкоторыхъ другихъ, какъ, напримѣръ, въ Саратовѣ. Но мы положительно затрудняемся назвать такой городъ, кромѣ университетскихъ, да и то далеко не всѣхъ, гдѣ бы существовало математическое общество.

Изо всѣхъ русскихъ городовъ посчастливилось въ этомъ отношеніи, кажется, Москвѣ. Еще въ 70-хъ годахъ прошлаго столѣтія, по иниціативѣ извѣстнаго русскаго педагога-математика А. И. Гольденберга, устраивались собранія преподавателей математики. Потомъ, съ развитіемъ дѣятельности Учебнаго отдѣла при Обществѣ распространенія техническихъ знаній, московскіе педагоги участвовали въ комиссіи преподавателей математики этого Отдѣла. Затѣмъ, когда въ

---

*) Говоря о математическихъ обществахъ, мы имѣемъ въ виду математическія общества, обслуживающія нужды, главнымъ образомъ, средней школы, и въ нашу замѣтку не входитъ вопросъ о математическихъ обществахъ, существующихъ при университетахъ — Петербургскомъ, Московскомъ, Кіевскомъ, Казанскомъ, Харьковскомъ и Одесскомъ и занимающихся вопросами почти исключительно высшей математики.

Примѣчаніе. При составленіи этой замѣтки, мы пользовались: 1) „Отчетами о дѣятельности Педагогическаго общества, состоящаго при Московскомъ университетѣ, I—VI г.г. Москва“, 2) „Отчетами Московскаго университета“, 3) протоколами Математическихъ обществъ, любезно предоставленными намъ І. И. Чистяковымъ, однимъ изъ учредителей и секретаремъ „Московскаго Математическаго кружка“, и 4) указаніями привать-доцента Московскаго университета В. В. Бобынина и І. И. Чистякова, за что считаемъ долгомъ принести имъ благодарность.

**) Пользуемся случаемъ исправить ошибки, вкравшіяся въ эту статью, и сдѣлать нѣкоторыя дополненія:

1) На стр. 10-й, 20-й строчкѣ сверху слѣдуетъ читать: „въ 1833 году“, а не „въ 1883 году“.

2) Органъ „Физико-Математическія Науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ“, издававшійся и редактировавшійся В. В. Бобынинымъ, не былъ *послѣднимъ* спеціально-математическимъ журналомъ, какъ это нами сообщено на 10 стр., ибо и въ настоящее время выходитъ „Математическій Сборникъ“, издающійся съ 1866 г. Московскимъ Математическимъ обществомъ, существующимъ при Московскомъ университетѣ.

3) Въ Петербургѣ въ 1885—86 г. издавался г. Сениговымъ журналъ — „Школа математики чистой и прикладной“.

1898-мъ году возникло Педагогическое общество при Московскомъ университетѣ, та же работа педагоговъ сосредоточилась и съ успѣхомъ велась въ Отдѣленіи преподавателей математики.

Первое засѣданіе Отдѣленія преподавателей математики Педагогическаго общества состоялось 30 октября 1898 года въ новомъ зданіи университета. Открыто оно профессоромъ Н. А. Умовымъ, а потомъ предсѣдателемъ былъ профессоръ Б. К. Млодзѣевскій.

Всѣхъ засѣданій Отдѣленія за все время его существованія было 41. Они происходили почти ежемѣсячно въ теченіе учебнаго года. На нихъ читалось и обсуждалось болѣе 80 рефератовъ научнаго и педагогическаго содержанія; велись педагогическія бесѣды по разнымъ учебнымъ вопросамъ; разсматривались модели и учебныя пособія, относящіяся къ преподаванію математики и т. п.

Нѣкоторые изъ докладовъ напечатаны въ отдѣльныхъ книгахъ и брошюрахъ или математическихъ журналахъ. Таковы: 1) „Мысли о средней школѣ“, Д. Д. Галанина (М. 1902 г.); 2) „Матеріалы для теоріи чиселъ“, А. Х. Репмана (М. 1902 г.); 3) „Четырехзначныя таблицы логариѳмовъ“ и „Сокращенныя четырехзначныя таблицы логариѳмовъ“, И. Ф. Слуцкаго (М. 1902 г.); 4) „Курсъ начальной геометріи“, А. Н. Шапошникова (М. 1902 г.); 5) а) „Математическія мелочи“; б) „О прогрессіяхъ“—въ „Вѣстникѣ Опытной Физики и Элементарной Математики“, №№ 314, 324; с) „Quelques considérations sur l'équation du second degré“ въ „L'Education mathématique“, 1902 г., № 13 — I. И. Чистякова. 6) „Опытъ преподаванія методики ариѳметики въ VIII классѣ женской гимназіи“, А. С. Алферовой въ „Вѣстникѣ Воспитанія“ (1904 г., кн. 2-я); 7) „Руководство алгебры“. Часть I. М. 1904 г. А. Н. Шапошникова.

Послѣ почти семилѣтняго существованія дѣятельность Отдѣленія была поставлена въ неблагопріятныя условія вслѣдствіе перемѣнъ, происшедшихъ въ составѣ и направленіи дѣятельности Педагогическаго общества. Благодаря зависимости отъ Общества, Отдѣленію приходилось тратить не мало времени на обсужденіе вопросовъ, связанныхъ съ измѣненіями устава Педагогическаго общества, съ нѣкоторыми инцидентами, бывшими въ другихъ секціяхъ, съ избраніемъ делегатовъ въ различныя комиссіи Общества и пр. Кромѣ того, иногда не было мѣста въ Университетѣ для засѣданій, или же даваемое мѣсто было крайне неудобно. Вслѣдствіе зависимости отъ Совѣта Педагогическаго общества долго задерживалось полученіе ассигновокъ на необходимые расходы и пр. Наконецъ, весною 1905 г., по распоряженію администраціи, собранія Педагогическаго общества и всѣхъ его отдѣленій были пріостановлены. Результатомъ этого было то, что изъ Общества и въ томъ числѣ изъ Математической секціи выбыло много дѣятельныхъ и полезныхъ членовъ.

Съ обнародованіемъ манифеста 17 октября 1905 г. не было необходимости въ присоединеніи общества преподавателей математики къ какому-либо другому обществу или учрежденію. И тогда среди нѣкоторыхъ членовъ Математической секціи возникла мысль объ организаціи самостоятельнаго кружка преподавателей математики. Собраніе учредителей, въ числѣ 15 человѣкъ, состоялось 4 ноября 1905 г. въ помѣщеніи реальнаго училища К. К. Мазинга и подъ его предсѣдательствомъ. Здѣсь былъ составленъ проектъ устава кружка. Изъ этого проекта видно, что сначала предполагалось образовать кружокъ преподавателей математики, имѣющій въ виду, главнымъ образомъ, педагогическія цѣли, и назвать его „Московскій Кружокъ преподавателей математики“. Слѣдующее собраніе Кружка состоялось 14 ноября 1905 г. въ Политехническомъ музеѣ. На этомъ собраніи были произведены выборы Правленія Кружка. Выбранными оказались — въ предсѣдатели проф. Б. К. Млодзѣевскій, въ товарищи предсѣдателя А. Ф. Гатлихъ, въ секретари І. И. Чистяковъ и Л. И. Лебель. Въ этомъ же засѣданіи С. П. Виноградовымъ былъ прочитанъ рефератъ: „О курсѣ тригонометріи Bourlet“.

Сформировавшееся общество намѣрено было приступить къ регулярной работѣ, но чрезвычайныя политическія событія принудили Кружокъ прекратить свою дѣятельность на продолжительное время.

Когда миновалъ необычно острый періодъ политической жизни Россіи, то условія для работы Кружка оказались менѣе благопріятными, чѣмъ во время возникновенія Кружка. Устройство разныхъ новыхъ обществъ, кружковъ, союзовъ и т. п. было временно пріостановлено до изданія соотвѣтствующаго закона. Засѣданія можно было устраивать только съ особаго каждый разъ разрѣшенія администраціи. Но эти затрудненія не прекратили дѣятельности Кружка. 17 февраля 1906 г. въ женской гимназіи Арсеньевой состоялось засѣданіе, на которомъ Д. Д. Галанинымъ былъ прочитанъ докладъ: „Психологическія основы обученія математикѣ“, а Б. К. Млодзѣевскій сдѣлалъ сообщеніе „Объ одной задачѣ въ приближенныхъ вычисленіяхъ“. На слѣдующемъ засѣданіи, происходившемъ въ Политехническомъ музеѣ, обсуждался упомянутый докладъ Д. Д. Галанина, А. Н. Шапошниковъ сдѣлалъ сообщеніе — „О выводѣ формулы бинома Ньютона безъ теоріи соединеній“, А. Ф. Гатлихъ прочелъ докладъ — „Какой курсъ математики долженъ быть въ средней школѣ“. Докладъ А. Ф. Гатлиха обсуждался на слѣдующемъ собраніи, бывшемъ 14 апрѣля 1906 г. Въ этомъ же собраніи, подъ вліяніемъ изданія временныхъ правилъ объ обществахъ и собраніяхъ 4 марта 1906 г., было рѣшено легализировать Кружокъ. Причемъ постановлено было расширить программу Кружка и хлопотать объ учрежденіи вмѣсто „Кружка преподавателей математики“ „Математическаго кружка“, цѣлью котораго была бы, наряду съ распространеніемъ математическаго образованія, разработка вопросовъ математики, главнымъ образомъ элементарной, и членами котораго могли бы быть не только преподаватели, но всѣ лица, интересующіяся математикой. Въ теченіе лѣтнихъ каникулъ 1906 г. былъ составленъ бюро Кружка соотвѣтствующій уставъ, который въ сентябрьскомъ засѣданіи 1906 г. былъ разсмотрѣнъ и съ нѣкоторыми измѣненіями утвержденъ. Въ этомъ же засѣданіи было поручено быть учредителями Кружка и хлопотать о его легализаціи Б. К. Млодзѣевскому, А. Ф. Гатлиху и І. И. Чистякову. Пока шли хлопоты по легализаціи Кружка, осенью 1906 г. состоялось нѣсколько собраній его, всякій разъ по особымъ заявленіямъ администраціи. Одно изъ такихъ собраній состоялось въ Политехническомъ музеѣ, а остальныя происходили въ женскомъ коммерческомъ училищѣ Л. О. Вяземской. На этихъ собраніяхъ дѣлали сообщенія: I. И. Чистяковъ—„О дѣленіи угла на произвольное число равныхъ частей“ (способъ В. П. Булгакъ), Краснопѣвцевъ—„Аналогія двухъ видовъ уравненій и вытекающая изъ нея аналогія рѣшеній“, Флоренскій—„О трансфинитныхъ числахъ“; обсуждались вопросы о значеніи письменныхъ работъ въ преподаваніи математики, о новыхъ программахъ по высшей математикѣ для реальныхъ училищъ и др. Хлопоты Кружка долго не увѣнчивались успѣхомъ: Кружокъ получалъ нѣсколько отказовъ отъ администраціи по чисто формальнымъ основаніямъ. Наконецъ, 20 октября 1907 г. Московское особое городское присутствіе по дѣламъ объ обществахъ и союзахъ зарегистрировало Кружокъ.

Кружокъ называется: „Московскій Математическій кружокъ“.

Цѣль его—разработка вопросовъ, относящихся къ математикѣ, преимущественно элементарной, и близкимъ къ ней наукамъ, а также распространеніе математическаго образованія.

Райономъ дѣятельности Кружка служитъ Москва.

Засѣданія происходятъ въ помѣщеніи университета.

Способами для достиженія указанной цѣли являются: а) устройство засѣданій для чтенія и обсужденія докладовъ по математикѣ и близкимъ къ ней наукамъ, а также по вопросамъ, относящимся къ преподаванію этихъ наукъ; б) организація лекцій по вопросамъ, входящимъ въ кругъ интересовъ Кружка; в) устройство выставокъ учебныхъ пособій; г) содѣйствіе переводу математическихъ сочиненій на русскій языкъ и изданіе оригинальныхъ и переводныхъ сочиненій по математикѣ; д) изданіе трудовъ Кружка и годичныхъ отчетовъ объ его дѣятельности.

Учредителями Кружка состоятъ: ординарный профессоръ Московскаго университета Б. К. Млодзѣевскій, директоръ частнаго коммерческаго училища Л. О. Вяземской А. Ф. Гатлихъ и преподаватель Московскихъ Высшихъ Женскихъ Курсовъ I. И. Чистяковъ.

Членами Кружка могутъ быть лица, интересующіяся тѣми вопросами, разработка которыхъ составляетъ выше названную цѣль Кружка.

Всѣ члены Кружка дѣлаютъ въ его кассу ежегодно денежный членскій взносъ, размѣръ котораго опредѣляется въ общемъ собраніи членовъ Кружка и который не можетъ быть менѣе рубля въ годъ.

Первое собраніе легализированнаго „Московскаго Математическаго кружка“ происходило 14 декабря 1907 г. въ залѣ Правленія Московскаго университета подъ предсѣдательствомъ проф. Б. К. Млодзѣевскаго. На этомъ собраніи I. И. Чистяковымъ была изложена исторія возникновенія и легализаціи Кружка. Здѣсь же происходили выборы Правленія Кружка, при чемъ были избраны: предсѣдателемъ Б. К. Млодзѣевскій, товарищемъ предсѣдателя А. Ф. Гатлихъ и секретарями—I. И. Чистяковъ и Л. И. Лебель. Затѣмъ Б. К. Млодзѣевскій прочелъ докладъ—„Объ аксіомахъ ариѳметики“, который былъ продолженъ и на слѣдующемъ собраніи, бывшемъ 26 января 1908 г.

Слѣдующее засѣданіе Кружка просходило 14 марта, на которомъ Н. А. Извольскимъ была изложена статья алгебры о радикалахъ, а И. В. Краснопѣвцевымъ сдѣлано сообщеніе — „Опредѣленіе алгебраическаго умноженія“. На этомъ же собраніи обсуждался вопросъ о переводѣ математическихъ книгъ и о собственныхъ изданіяхъ Кружка. Одобривъ въ принципѣ этотъ вопросъ, детальное обсужденіе его oобраніе поручило особой комиссіи, которая должна сдѣлать сообщеніе объ этомъ въ ближайшее очередное засѣданіе Кружка.

Послѣ Пасхи предположено устроить еще одно засѣданіе въ текущемъ учебномъ году.

Число членовъ Кружка быстро растетъ.

Въ заключеніе своей замѣтки выразимъ Кружку пожеланіе быстраго успѣха и плодотворной дѣятельности *).

Д. Л. Волковскій.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Кольцо Сатурна во время его исчезновенія. Въ Astr. Nach. № 4211 отъ 28 октября проф. Campbell сообщаетъ, что на кольцѣ Сатурна имъ были замѣчены свѣтлые узлы, симметрично расположенные: два на востокѣ и два на западѣ отъ планеты. Тоже подтверждаетъ Dr. Courvoisier (20 окт.) и Dr. Guthnick (24) изъ Берлина. Это открытіе они сдѣлали 9-ти дюйм. рефракторомъ во время наблюденія спутниковъ планеты. Dr. Ristenpart въ Берлинѣ, при помощи 12-ти дюйм. рефрактора, установилъ, что 5 ноября кольцо представляло чрезвычайно тонкую линію, пересѣкающую планету, а Kirchhof замѣтилъ цѣлое кольцо числа 3-го, 4-го.

6 ноября проф. Hartwig въ Гамбургѣ обнаружилъ красновато-коричневатый оттѣнокъ по обоимъ краямъ кольца, при чемъ сторона, обращенная къ диску, казалась ярче. 2-го и 4-го октября Shaer въ Женевѣ видѣлъ блестящую линію, представляющую кольцо.

(Время прохожденія земли черезъ плоскость кольца Сатурна было предвычислено на 3-е октября въ Гринвич. полдень).

Полосы коричневатаго оттѣнка были иногда замѣтны по обѣимъ сторонамъ кольца.

По наблюденіямъ Dr. Hassenstein'a въ Кенигсбергѣ кольцо рѣзко выдѣлялось 1 октября, 3-го же оно уже исчезло, но тѣнь отъ него и темная полоса на дискѣ были ясно видны.

Проф. Lowell подтверждаетъ видоизмѣненія кольца Сатурна, упомянутыя выше. Кромѣ того, 22 ноября онъ телеграфировалъ: „Тѣнь отъ кольца Сатурна раздвоилась: средняя линія темная“. Это можетъ быть объяснено только присутствіемъ частицъ, расположенныхъ внѣ плоскости кольца.

Извѣстія Р. Астр. Общества.

---

*) Желая расширить свою дѣятельность, Кружокъ обращается съ настоятельной просьбой ко всѣмъ авторамъ и издателямъ присылать свои сочиненія и изданія по адресу:

Москва, Покровка, Колпачный пер., женское учебное заведеніе Л. О. Вяземской, А. Ф. Гатлиху.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 13 (5 сер.). Три силы, данныя по величинѣ, приложить къ тремъ даннымъ точкамъ твердаго тѣла такъ, чтобы твердое тѣло подъ дѣйствіемъ этихъ силъ было въ равновѣсіи. Показать, что задача имѣетъ либо два рѣшенія, либо ни одного. Показать, что рѣшеніе можетъ быть вычерчено при помощи циркуля и линейки.

Проф. *В. Ермаковъ* (Кіевъ).

№ 14 (5 сер.). Построить треугольникъ ABC по данной разности его угловъ $B-C$, разности противолежащихъ имъ сторонъ $b-c$ и разности $l_a'-l_a$ биссекторовъ внѣшняго и внутренняго угла A.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 15 (5 сер.). Въ цилиндрическую поверхность, перпендикулярное сѣченіе которой есть кругъ радіуса r, вписать прямой круглый цилиндръ такъ, чтобы ось его была перпендикулярна къ оси цилиндрической поверхности и чтобы объемъ его достигалъ *maximum*'а.

Л. Ямпольскій (Одесса).

№ 16 (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^2-21x+110=13y.$$

Г. Оганянцъ (Ялта).

№ 17 (5 сер.). Даны равенства:

$$\cos\vartheta=\frac{a}{b+c},\ \cos\varphi=\frac{b}{a+c},\ \cos\chi=\frac{c}{a+b},$$

при чемъ извѣстно, что a, b, c суть стороны нѣкотораго треугольника, углы котораго—A, B, C. Доказать равенства

$$tg^2\frac{\vartheta}{2}+tg^2\frac{\varphi}{2}+tg^2\frac{\chi}{2}=1$$

и (выбирая для ϑ, φ, χ наименьшія изъ возможныхъ значеній)

$$tg\frac{\vartheta}{2}\,tg\frac{\varphi}{2}\,tg\frac{\chi}{2}=tg\frac{A}{2}\,tg\frac{B}{2}\,tg\frac{C}{2}.$$

А. Турчаниновъ (Одесса).

№ 18 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4-3x\sqrt[3]{x}+\frac{257}{16}=0.$$

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

4.В.

№ 833 (4 сер.). *Доказать, что* $\operatorname{tg}\frac{A}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{B}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{C}{2}$ *суть корни уравненія*

$$px^3 - (4R + r)x^2 + px - r = 0,$$

гдѣ A, B, C—*углы*, 2p—*периметръ*, R *и* r—*радіусы круговъ описаннаго и вписаннаго для треугольника* ABC.

Называя черезъ a, b, c, S, r_a, r_b, r_c стороны, площадь и радіусы внѣвписанныхъ круговъ и пользуясь формулами:

$$r_a = p\,tg\frac{A}{2} = \frac{S}{p-a},\ r_b = p\,tg\frac{B}{2} = \frac{S}{p-b},\ r_c = p\,tg\frac{C}{2} = \frac{S}{p-c},\ R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{p},$$

находимъ:

$$tg\frac{A}{2} + tg\frac{B}{2} + tg\frac{C}{2} = \frac{S}{p(p-a)} + \frac{S}{p(p-b)} + \frac{S}{p(p-c)} = \frac{S}{p^2} + \frac{S}{p(p-a)} - \frac{S}{p^2} +$$

$$+ \frac{S}{p(p-b)} + \frac{S}{p(p-c)} = \frac{r}{p} + \frac{Sa}{p^2(p-a)} + \frac{S(2p-b-c)}{p(p-b)(p-c)} = \frac{r}{p} +$$

$$+ \frac{Sa}{p}\left[\frac{1}{p(p-a)} + \frac{1}{(p-b)(p-c)}\right] = \frac{r}{p} + \frac{Sa[p(p-a) + (p-b)(p-c)]}{p^2(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

$$= \frac{r}{p} + \frac{Sa[p^2 - (a+b+c)p + p^2 + bc]}{p^2(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{r}{p} + \frac{Sabc}{S^2p},$$

т. е.

$$tg\frac{A}{2} + tg\frac{B}{2} + tg\frac{C}{2} = \frac{4R+r}{p}. \qquad (1)$$

Равенство

$$tg\frac{A}{2} = tg\left(\frac{\pi}{2} - \frac{B+C}{2}\right) = ctg\frac{B+C}{2} = \frac{1 - tg\frac{B}{2}\,tg\frac{C}{2}}{tg\frac{B}{2} + tg\frac{C}{2}}$$

даетъ, по освобожденіи отъ знаменателя, извѣстную въ тригонометріи формулу:

$$tg\frac{A}{2}\,tg\frac{B}{2} + tg\frac{B}{2}\,tg\frac{C}{2} + tg\frac{C}{2}\,tg\frac{A}{2} = 1. \qquad (2)$$

Наконецъ, перемножая равенства:

$$tg\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}},\ tg\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}},\ tg\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}},$$

находимъ:

$$tg\frac{A}{2}\,tg\frac{B}{2}\,tg\frac{C}{2} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p^2} = \frac{S}{p^2} = \frac{r}{p}. \qquad (3)$$

Изъ равенствъ (1), (2), (3) слѣдуетъ, что $tg\frac{A}{2}$, $tg\frac{B}{2}$, $tg\frac{C}{2}$ суть корни уравненія $x^3 - \frac{4R+r}{p}x^2 + x - \frac{r}{p} = 0$ или тожественнаго ему

$$px^3 - (4R + r)x^2 + px - r = 0.$$

А. Турчаниновъ (Одесса); *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 837 (4 сер.). *Доказать, что число*

$$\left(n - \frac{t^4 - 1}{16}\right)^{4n} - 1$$

дѣлится на $16n + 1$, *если* $16n + 1$ *есть простое число, котораго* t *не кратно, и если* $\frac{t^4 - 1}{16}$ *есть цѣлое число.*

Представимъ выраженіе

$$16^{4n}\left[\left(n - \frac{t^4 - 1}{16}\right)^{4n} - 1\right]$$

въ видѣ:

$$(16n - t^4 + 1)^{4n} - 16^{4n} = (16n + 1 - t^4)^{4n} - (t^4)^{4n} + (t^4)^{4n} - 16^{4n} =$$
$$= [(16n + 1 - t^4)^{4n} - (t^4)^{4n}] + (t^{16n} - 1) - (2^{16n} - 1).$$

Разность четныхъ степеней $(16n + 1 - t^4)^{4n} - (t^4)^{4n}$ кратна суммы $16n + 1 - t^4 + t^4 = 16n + 1$; такъ какъ, по условію, t не дѣлится на $16n + 1$ и 2 тоже не кратно $16n + 1$, то разности $(t^{16n} - 1)$ и $(2^{16n} - 1)$ кратны, по теоремѣ *Fermat*'а, $16n + 1$, а потому и число $16^{4n}\left[\left(n - \frac{t^4 - 1}{16}\right)^{4n} - 1\right]$ кратно $16n + 1$. Но множитель 16^{4n} не кратенъ $16n + 1$, а потому $\left(n - \frac{t^4 - 1}{16}\right)^{4n} - 1$ кратно $16n + 1$.

Э. Лейнъкъ (Рига); *Г. Оганянцъ* (Ялта); *Ф. Доброхотовъ* (Петербургъ).

№ 842 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^3 - (\sqrt{b} + b)\, x + b = 0.$$

Представивъ уравненіе въ видѣ:

$$x(x^2 - b) - \sqrt{b}\,(x - \sqrt{b}) = 0$$

и разлагая лѣвую часть на множителей, находимъ:

$$(x - \sqrt{b})[x(x + \sqrt{b}) - \sqrt{b}] = 0,$$

т. е.

либо $x - \sqrt{b} = 0$, либо $x(x + \sqrt{b}) - \sqrt{b} = x^2 + \sqrt{b}\,x - \sqrt{b} = 0$,

откуда

$$x_1 = \sqrt{b}, \quad x_{2,3} = \frac{-\sqrt{b} \pm \sqrt{b + 4\sqrt{b}}}{2}.$$

Н. Агрономовъ (Ревель); *А. Паренаго* (Сосновицы); *С. Розенблатъ* (Саратовъ); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 848 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^3 + (\sqrt[3]{a} - \sqrt{a})\, x + \sqrt[12]{a^7} = 0.$$

Представимъ уравненіе въ видѣ:

$$x^3 + \sqrt[3]{a}\, x - \sqrt{a}\, x + \sqrt[4]{a} \,.\, \sqrt[3]{a} = x(x^2 - \sqrt{a}) + \sqrt[3]{a}\,(x + \sqrt[4]{a}) =$$

$$= x(x+\sqrt[4]{a})(x-\sqrt[4]{a})+\sqrt[3]{a}(x+\sqrt[4]{a})=(x+\sqrt[4]{a})(x^2-x\sqrt[4]{a}+\sqrt[3]{a})=0.$$

Такимъ образомъ данное уравненіе распадается на два:

$$x+\sqrt[4]{a}=0,\ x^2-x\sqrt[4]{a}+\sqrt[3]{a}=0,$$

откуда

$$x_1=-\sqrt[4]{a},\ x_{2,3}=\frac{\sqrt[4]{a}\pm\sqrt{\sqrt[4]{a}-4\sqrt[3]{a}}}{2}.$$

С. Розенблатъ (Саратовъ); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

№ 849 (4 сер.). *Доказать, что число*

$$\left(\mathrm{n}-\frac{\mathrm{t}^8-1}{256}\right)^{32n}-1$$

дѣлится на $256n+1$, *если* $256n+1$ *есть простое число, которое не дѣлитъ* t, *и если* $\frac{\mathrm{t}^8-1}{256}$ *есть цѣлое число.*

Представимъ выраженіе

$$256^{32n}\left[\left(n-\frac{\mathrm{t}^8-1}{256}\right)^{32n}-1\right] \qquad (1)$$

въ видѣ:

$$(256n+1-t^8)^{32n}-256^{32n}=(256n+1-t^8)^{32n}-(t^8)^{32n}+(t^8)^{32n}-(2^8)^{32n}=$$
$$=[(256n+1-t^8)^{32n}-(t^8)^{32n}]+(t^{256n}-1)-(2^{256n}-1).$$

Разность четныхъ степеней $(256n+1-t^8)^{32n}-(t^8)^{3\,n}$ кратна суммы $256n+1-t^8+t^8=256n+1$. Числа t и 2 не кратны простого числа $256n+1$, а потому, по теоремѣ *Fermat*'а, разности $t^{256n}-1$ и $2^{256n}-1$ тоже кратны числа $256n+1$. Итакъ, выраженіе $256^{32n}\left[\left(n-\frac{t^8-1}{256}\right)^{32n}-1\right]$ кратно простого числа $256n+1$, откуда, такъ какъ 256^{32n} не кратно числа $256n+1$, вытекаетъ, что число $\left(n-\frac{t^8-1}{256}\right)^{32n}-1$ дѣлится на $256n+1$.

Э. Лейнѣкъ (Рига); *Н. Агрономовъ* (Ревель).

№ 580 (4 сер.). *Доказать, что дробь*

$$\frac{14\mathrm{t}+3}{21\mathrm{t}+4}$$

при всякомъ цѣломъ значеніи t *несократима.*

Всякій общій дѣлитель чиселъ $14t+3$ и $21t+4$ есть также дѣлитель числа $3(14t+3)-2(21t+4)=1$, т. е. дѣлитель 1. Такимъ образомъ, числитель и знаменатель разсматриваемой дроби, не имѣя другихъ дѣлителей, кромѣ 1, суть числа взаимно простыя, а потому эта дробь несократима.

С. Розенблатъ (Саратовъ); *Я. Шатуновскій* (Берлинъ); *А. Турчаниновъ* (Одесса); *Г. Лебедевъ* (Обоянь).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его програму и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

В. Александровъ, инспектирующій Костромского реальнаго училища. *Основанія аналитической геометріи на плоскости.* Учебникъ для дополнительнаго класса реальныхъ училищъ. Москва. 1908. 128 стр. Цѣна 70 коп.

Г. М. Голодецъ. *Методы рѣшеній задачъ на построеніе въ пространствѣ* (съ приложеніемъ чертежей). Кіевъ. 1907. 67 стр. Цѣна 75 коп.

Н. Н. Парфентьевъ, приватъ-доцентъ Императорскаго Казанскаго университета. *Теорія опредѣлителей.* Курсъ лекцій, читанный студентамъ 1-го курса Императорскаго Казанскаго университета. Изданіе студента Іовлева. Казань 1907. 109 стр.

Л. И. Уманскій, инженеръ-механикъ. *Графическія таблицы логариѳмовъ чиселъ и тригонометрическихъ величинъ и различныхъ справочныхъ таблицъ.* Одесса. 1906. 30 стр. Цѣна 50 коп.

С. Шубинъ. *Элементарная геометрія.* Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Казань. 1906. 204 стр. Цѣна 1 р.

К. Нырковъ. Инженеръ. *Теорія рѣчныхъ потоковъ и потоковъ матеріальныхъ частицъ.* Вильна. 1907. Цѣна 4 р. 50 коп.

Б. П. Вейнбергъ. Приватъ-доцентъ. Физика для всѣхъ. *Твердыя тѣла, жидкости и газы.* Изданіе Т-ва И. Д. Сытина. 176 стр. Цѣна 50 коп.

Karl Neisser. „Ptolemäus oder Kopernikus? Eine Studie über die Bewegung der Erde und über den Begriff der Bewegung" Leipzig. 1907. 153 стр.

Лапласъ. *Опытъ философіи теоріи вѣроятностей.* (Essai philosophique sur les probabilités). Популярное изложеніе основъ теоріи вѣроятностей и ея приложеній. Переводъ А. І. В. подъ редакціей А. К. Власова, приватъ-доцента Московскаго университета. Москва. 1908. 206 стр. Цѣна 1 руб.

В. П. Ермаковъ. Профессоръ. *Анализъ безконечно-малыхъ величинъ.* Дифференціалы, интегралы и дифференціальныя уравненія. Лекціи, читанныя въ Политехническомъ институтѣ Императора Александра II. Кіевъ. Изданіе книжнаго магазина В. А. Просяниченко. Выпускъ I. 246 стр. Цѣна 1 р. 80 к. Выпускъ II-й. 255 стр. Ц. 2 р.

В. Александровъ. Инспектирующій Костромского реальнаго училища. *Основанія анализа безконечно-малыхъ въ связи съ дополнительными статьями алгебры, примѣнительно къ программѣ курса дополнительнаго класса реальныхъ училищъ.* Часть I. Алгебра. Изданіе книжнаго магазина В. В. Думнова, подъ фирмою „Наслѣдники бр. Салаевыхъ". Москва. 1908. 109 стр. Цѣна 75 к.

В. Александровъ. Инспектирующій Костромского реальнаго училища. *Основанія анализа безконечно-малыхъ въ связи съ дополнительными статьями алгебры, примѣнительно къ программѣ курса дополнительнаго класса реальныхъ училищъ.* Часть II. Начала дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія. Изданіе книжнаго магазина В. В. Думнова, подъ фирмою „Наслѣдники Бр. Салаевыхъ". Москва. 1908. 146 стр. Цѣна 75 коп.

Д. В. Агаповъ. *Измѣреніе угловъ линейными мѣрами и рѣшеніе треугольниковъ по новой системѣ.* Складъ изданія у автора: Д. В. Агаповъ, Оренбургъ, Институтъ. Оренбургъ. 1908. 43 стр. Цѣна 30 коп.

Д. В. Агаповъ. Прибавленіе къ брошюрѣ: Измѣреніе угловъ линейными мѣрами и рѣшеніе треугольниковъ по новой системѣ. Складъ изданія у автора: Д. В. Агаповъ. Оренбургъ, Институтъ. Оренбургъ. 1908. 8 стр. Цѣна 20 коп.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется