№ 483.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакціей

Привата-Доцента В. Ф. Кагана.

XLI-го Семестра № 3-й.

ОДЕССА.
Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.
1909.

XLI Сем. № 3.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 483.

Безпроволочный телефонъ.

Проф. А. Слаби.

Телефонъ является однимъ изъ самыхъ замѣчательныхъ открытiй электрической эпохи. Онъ вводитъ въ электрическую цѣпь два важныхъ человѣческихъ органа и этимъ сплетаетъ духовную жизнь человѣка съ силами природы. Когда въ ушахъ нашихъ звучитъ голосъ съ родины, удаленной отъ насъ на сотни миль, то мы уже почти забываемъ, что эти звуки вызваны дѣйствiемъ тонкой желѣзной пластинки, которая приводится въ движенiе электрическими колебанiями и вмѣстѣ съ модуляцiями звуковъ передаетъ намъ и движенiя человѣческой души.

Эта генiальная мысль возникла въ головѣ скромнаго школьнаго учителя Филиппа Рейса (Ph. Reis) во Франкфуртѣ на Майнѣ. Но затѣмъ она возвратилась въ Германiю лишь окольнымъ путемъ, черезъ Америку, когда открытiе, сдѣланное Грагамомъ Беллемъ (Greham Bell), выяснило всю практическую важность этой идеи.

Въ то время дѣйствiе телефона казалось почти чудомъ; теперь оно представляется намъ болѣе понятнымъ, такъ какъ мы уже знаемъ, что множество физiологическихъ явленiй сводятся къ дѣйствiю чрезвычайно малыхъ электрическихъ силъ. Въ этомъ отношенiи какъ бы сглаживается даже различiе между человѣкомъ и живыми организмами растительнаго царства.

Возьмемъ, напримѣръ, чрезвычайно чувствительный гальванометръ и прикоснемся его проводами къ обѣимъ сторонамъ свѣже-сорваннаго зеленаго листа, къ верхней—солнечной и къ нижней—тѣневой сторонѣ. Колебанiя магнитной стрѣлки покажутъ намъ, что по жилкамъ зеленой ткани листа пробѣгаютъ электрическiе токи, такiе же, какъ по кабельной сѣти города, освѣщаемаго электричествомъ, хотя и въ милліоны разъ слабѣе. Стоитъ намъ притронуться къ листу рукой или повернуть его на стебелькѣ, и гальванометръ покажетъ намъ замѣтныя измѣненія токовъ; смачиваніе листа хлороформомъ тотчасъ же ослабляетъ ихъ, кофе или чай дѣйствуютъ возбуждающимъ образомъ. Если часто повторять раздраженіе, то наступаетъ явственная усталость совершенно такъ же, какъ у человѣка.

Нѣкоторые металлы, въ особенности элементъ изъ группы сѣры—селенъ,—обладающій свѣточувствительностью, обнаруживаютъ сходство съ зеленымъ листомъ въ солнечномъ свѣтѣ. Подвергая селенъ дѣйствію свѣта, мы мѣняемъ электрическое сопротивленіе, оказываемое

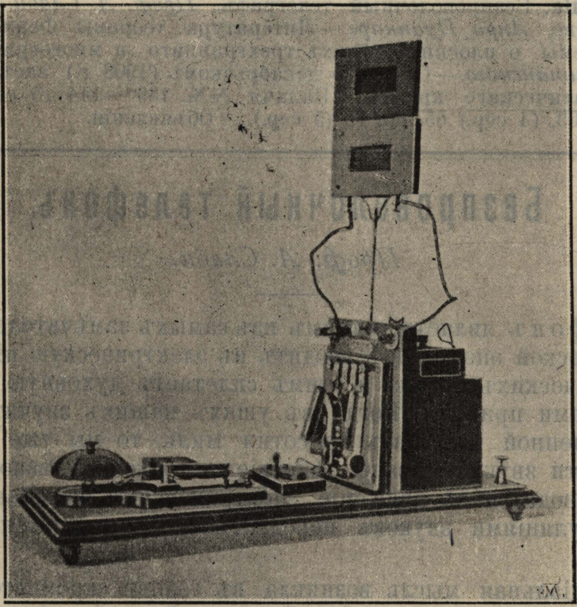


Рис. 1.

имъ току. На рисункѣ 1 представленъ приборъ, состоящій изъ гальванической цѣпи, въ которую включена палочка селена. Сопротивленіе очень велико, такъ что проходящій токъ имѣетъ ничтожную силу, недостаточную для того, чтобы привести въ дѣйствіе включенный въ цѣпь электрическій звонокъ. Но, какъ только мы выставили полосу селена на дневной свѣтъ, для чего стоитъ лишь снять покрывающій ее футляръ, сопротивленіе селена понижается; вслѣдствіе этого сила тока въ цѣпи увеличивается настолько, что звонокъ начинаетъ дѣйствовать. Если мы опять затемнимъ селенъ, звонокъ сейчасъ же замолкаетъ. Основываясь на этомъ свойствѣ селена, профессоръ Корнъ (Korn) изобрѣлъ аппаратъ для фотографированія на разстояніе*).

*) См. „Вѣстникъ Опытной Физики". 1905. № 404—5.

Всякій электрическій токъ, какъ бы ничтоженъ онъ ни былъ, вліяетъ на все окружающее пространство. Благодаря току возникаютъ магнитныя силы, которыя находятся въ самой тѣсной связи съ электрическими силами, такъ что всякое измѣненіе однѣхъ сейчасъ же отражается на другихъ. Если въ этомъ полѣ находится желѣзо, то взаимодѣйствіе между электрическими и магнитными силами сказывается съ особенной силой. Здѣсь передъ нами электромагнитъ, который приводится въ дѣйствіе токомъ: онъ представляетъ собою желѣзный сердечникъ съ обмоткой изъ множества оборотовъ, по которымъ проходитъ токъ; я насаживаю на этотъ электромагнитъ пластинку изъ мягкаго ненамагниченнаго желѣза, укрѣпленную въ деревянномъ кольцѣ (рис. 2). Благодаря близости электромагнита тонкая желѣзная пластинка сама становится магнитомъ и притомъ съ обратнымъ расположеніемъ полюсовъ: противъ сѣвернаго полюса N возникаетъ южный полюсъ S. Разноименные полюсы взаимно притягиваются; эластичная

Рис. 2.

пластинка нѣсколько прогибается,— настолько, однако, незначительно, что простымъ глазомъ мы этого не замѣтимъ. Призовемъ на помощь еще одно изъ нашихъ чувствъ. Ясно, что пластинка должна будетъ занять свое прежнее положеніе, коль скоро мы уничтожимъ напряженіе магнитной системы, прервавъ токъ въ электромагнитѣ. Если мы измѣнимъ направленіе намагничивающаго тока, то вмѣстѣ съ тѣмъ мы измѣнимъ расположеніе полюсовъ электромагнита. Прежній сѣверный полюсъ теперь станетъ южнымъ, а на нижней сторонѣ пластинки образуется сѣверный полюсъ. Снова произойдетъ незначительное прогибаніе пластинки. Будемъ дѣйствовать такимъ же образомъ далѣе, соблюдая правильное чередованіе; съ этой цѣлью мы будемъ возбуждать электромагнитизмъ съ помощью тока перемѣннаго направленія, т. е. такъ называемаго перемѣннаго тока. Тогда пластинка придетъ въ колебательное движеніе; число колебаній въ секунду будетъ равно числу перемѣнъ направленія тока въ одну секунду. Вслѣдствіе движенія пластинки, покоящіяся надъ нею воздушныя массы также начинаютъ совершать правильное колебательное движеніе; колебанія эти распространяются, достигаютъ барабанной перепонки нашего уха и, благодаря резонансу Кортіева органа, вызываютъ въ нашемъ мозгу ощущенія звука. Такъ какъ токъ, которымъ мы пользуемся, мѣняетъ свое направленіе 100 разъ въ секунду, то мы слышимъ звукъ, соотвѣтствующій 100 воздушнымъ колебаніямъ въ одну секунду. Такимъ образомъ, здѣсь мы имѣемъ еще одинъ способъ для опредѣленія высоты звука, способъ болѣе надежный, чѣмъ субъективное ощущеніе слуха.

Но мы можемъ даже сдѣлать звукъ видимымъ глазу. Я надѣваю на пластинку капсулу и соединяю послѣднюю съ газопроводомъ. Газъ вытекаетъ изъ тонкаго рожка и сгораетъ слабымъ и спокойнымъ пламенемъ (рис. 3). Но, какъ только я привожу въ дѣйствіе электромагнитъ, пламя вслѣдствіе колебаній тока начинаетъ танцовать съ ними въ тактъ. Но видѣть это можно лишь вблизи. Если же мы будемъ наблюдать изображеніе пламени во вращающемся зеркалѣ, то изображеніе какъ бы растягивается во времени, и мы уже издали явственно видимъ своего рода огненную нотную запись звука (рис. 4). Каждому звуку человѣческаго языка соотвѣтствуетъ совершенно опредѣленная форма пламени, и колебанія его имѣютъ свой особый характеръ.

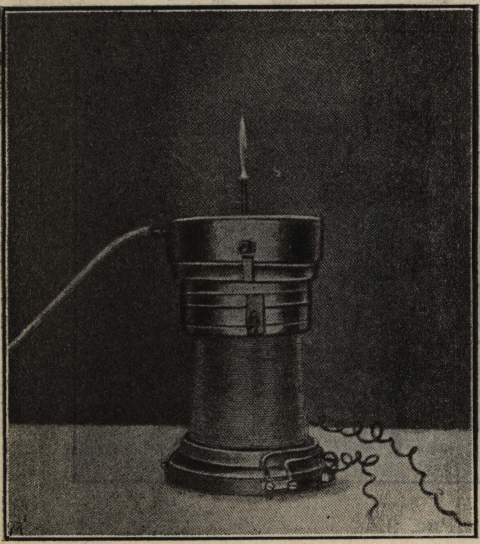


Рис. 3.

Посредствомъ фонографа мы можемъ произвести аналогичныя звуковыя изображенія. Рис. 5 показываетъ намъ ясно выраженный характеръ колебаній, соотвѣтствующихъ гласнымъ звукамъ.

Итакъ, чрезвычайная чувствительность электромагнитныхъ силъ и нашихъ органовъ чувствъ даютъ возможность запечатлѣть и воспринять эти характерныя особенности звуковъ,—чѣмъ и объясняется дѣйствіе телефона.

Для принятія въ аппаратъ звуковыхъ колебаній, соотвѣствующихъ рѣчи, мы пользуемся пріемомъ, обратнымъ только-что указанному. Мы говоримъ надъ упругой желѣзной пластинкой; послѣдняя чисто механическимъ путемъ слѣдуетъ своими колебаніями за модуляціями нашего голоса. Позади пластинки находится постоянный стальной магнитъ, обмотанный изолированной проволокой. Колебанія желѣзной пластинки оказываютъ вліяніе на магнитную силу стержня, попеременно то усиливая ее, то ослабляя.

Такъ какъ электрическія колебанія тока порождаютъ въ желѣзѣ, какъ мы раньше видѣли, перемѣнную магнитную силу, то и обратно, согласно принципу двойственности, господствующему во всѣхъ явленіяхъ природы, перемѣнная или пульсирующая магнитная сила возбуждаетъ въ проволочной обмоткѣ перемѣнный или вибрирующій токъ. Посредствомъ соединительной проволоки мы отводимъ этотъ токъ къ мѣсту пріема (рис. 6); здѣсь проволока дѣлаетъ множество оборотовъ вокругъ желѣзнаго сердечника, и въ этомъ послѣднемъ возникаютъ пульсирующія магнитныя силы, которыя, какъ показалъ нашъ опытъ, приводятъ звуковую пластинку въ колебательное движеніе.

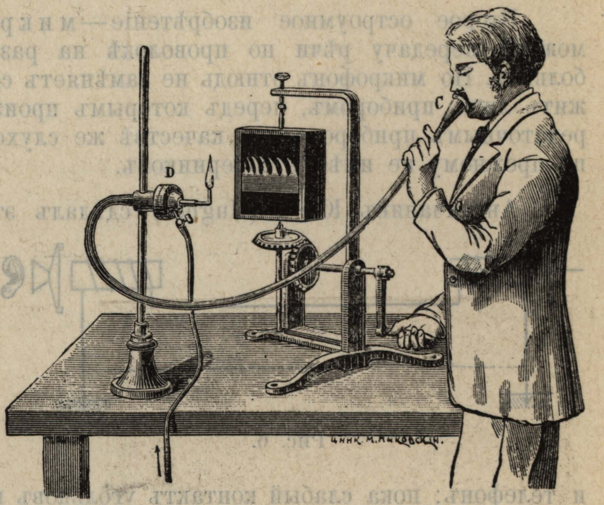
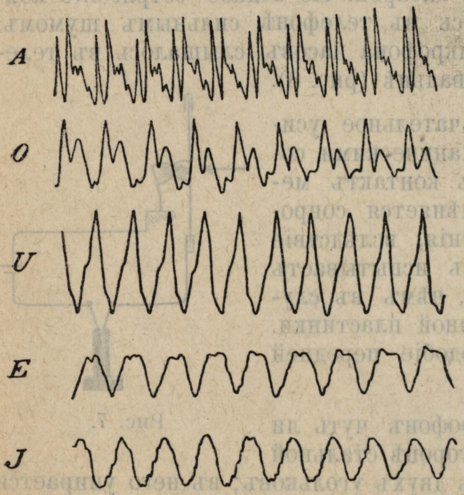


Рис. 4.



Фиг. 5.

Токъ возвращается обратно либо черезъ землю, либо же, во избѣжаніе постороннихъ вліяній, отводится назадъ по второму проводу. Этотъ процессъ поразителенъ по своей точности и по идеальной простотѣ: посредствомъ одного и того же прибора мы и говоримъ и слышимъ, при чемъ не требуется даже особаго источника тока.

Этимъ способомъ мы можемъ передавать рѣчь на значительныя разстоянія, достигающія многихъ миль, но получаемые токи чрезвычайно слабы; проходя по металлическому проводу, они дѣлаются еще слабѣе; этимъ токамъ какъ бы приходится оплачивать подорожный сборъ за пользованіе металлической дорогой, и они платятъ теплотой: при прохожденіи тока провода нагрѣваются; такимъ образомъ, сила тока постепенно ослабѣваетъ, и поэтому мы не можемъ удлинять провода безпредѣльно. Когда же предѣлъ достигнутъ, переданные звуки замираютъ, доходя лишь въ видѣ еле слышнаго дыханія. Достигнувъ конца своего пути, электрическія пульсаціи оказываются слишкомъ уставшими и ослабленными.

Второе остроумное изобрѣтеніе—микрофонъ—сдѣлало возможной передачу рѣчи по проволокѣ на разстоянія, въ сотни разъ большія. Но микрофонъ отнюдь не замѣняетъ собою телефона: онъ служитъ лишь приборомъ, передъ которымъ производятъ звуки, т. е. передаточнымъ приборомъ, въ качествѣ же слухового аппарата телефонъ по прежнему не имѣетъ соперниковъ.

Англичанинъ Юзъ (Hughes) сдѣлалъ это прекрасное открытіе при изученіи свойствъ слабыхъ контактовъ. Однажды онъ включилъ въ цѣпь гальванической батареи два слабо соприкасавшихся кусочка пористаго угля (рис. 7). Въ эту же цѣпь онъ включилъ и телефонъ; пока слабый контактъ угольковъ не подвергался никакому механическому сотрясенію, въ телефонѣ совершенно не слышно было звуковъ, хотя гальванометръ, включенный въ цѣпь, ясно показывалъ, что черезъ слабый контактъ проходилъ токъ. Это вполнѣ понятно: телефонъ, реагируя лишь на вибраціи тока, остается совершенно равнодушнымъ къ постоянному току батареи. Но всякое сотрясеніе контакта между угольками отзывалось въ телефонѣ сильнымъ шумомъ. Тиканье находившихся вблизи микрофона часовъ слышалось въ телефонѣ, какъ удары молота по наковальнѣ (рис. 8).

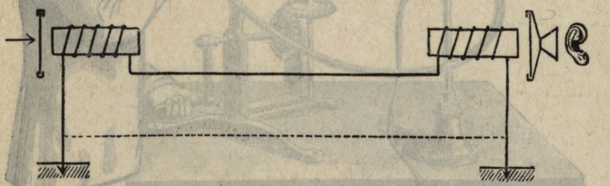


Рис. 6.

Чѣмъ вызывается это замѣчательное усиленіе звука? Исключительно механическими сотрясеніями, которыя испытываетъ контактъ между угольками. Благодаря имъ мѣняется сопротивленіе въ мѣстѣ соприкосновенія, вслѣдствіе чего проходящій постоянный токъ испытываетъ гораздо болѣе сильныя измѣненія, чѣмъ въ случаѣ звуковыхъ колебаній телефонной пластинки. Батарея здѣсь дѣйствуетъ на подобіе передней лошади въ запряжкѣ цугомъ.

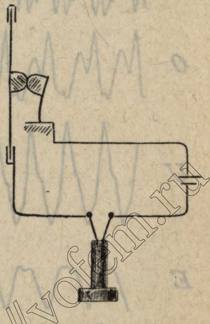


Рис. 7.

По своей конструкціи микрофонъ чуть ли не проще телефона. Къ задней сторонѣ стальной пластинки прикрѣпленъ одинъ изъ двухъ угольковъ; въ него упирается другой уголекъ, слегка нажатый пружинкой. Когда мы начинаемъ говорить вблизи этой пластинки, то возникающія при этомъ измѣненія давленія порождаютъ колебанія въ постоянномъ и равномѣрномъ токѣ, а эти послѣднія дѣйствуютъ на телефонъ вышеописаннымъ образомъ, но съ большей силой.

Микрофонъ, надѣляя электрическія пульсаціи болѣе сильной электрической энергіей, даетъ имъ возможность совершить болѣе далекое путешествіе. Нѣжныя вибраціи рѣчи передаются болѣе сильному току: онѣ какъ бы садятся въ автомобиль, который навѣрно доставитъ ихъ на мѣсто назначенія, избавивъ отъ трудностей утомительнаго странствія. Да въ нашемъ уподобленіи врядъ ли и возможно обойтись безъ автомобиля, вѣдь скорость путешествія очень велика:—300 000 километровъ въ 1 секунду.

Слѣдующій опытъ покажетъ намъ, какъ велико достигаемое усиленіе звука. Въ отдаленномъ мѣстѣ этого зданія поставленъ микрофонъ, здѣсь же находится пріемный телефонъ. Теперь намъ уже не приходится держать ухо вплотную у телефона: слова, которыя произносятся въ микрофонъ, мы слышимъ явственно по всей залѣ. На нашихъ военныхъ судахъ этимъ громкимъ телефономъ успѣшно пользуются для отдачи приказаній при громѣ орудій.

Если бы нужно было, мы могли бы обойтись безъ телефона, за-

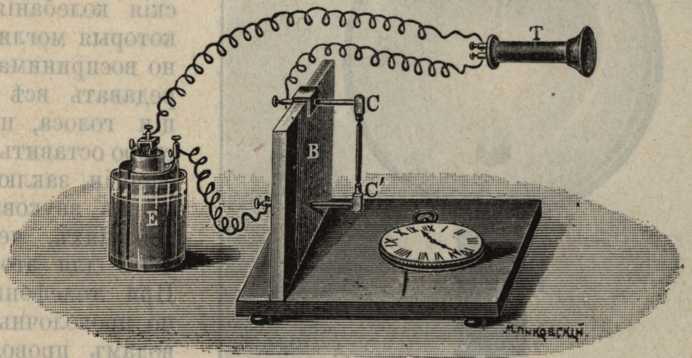


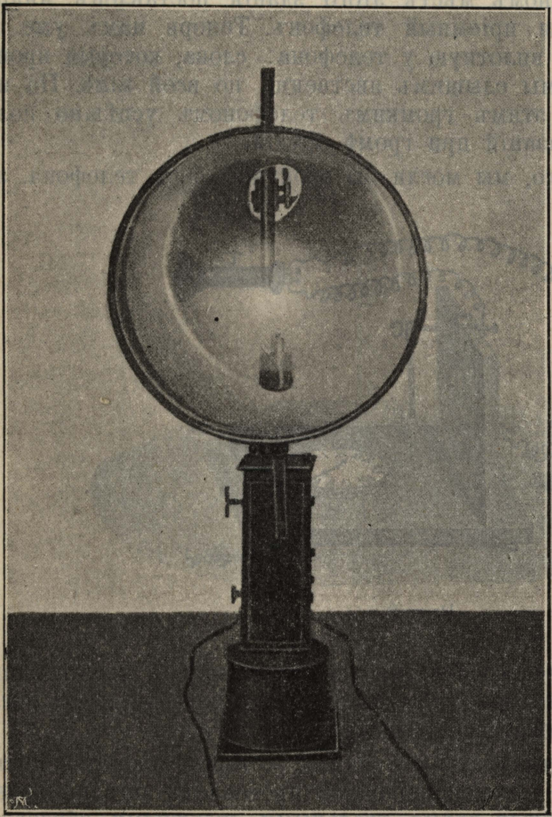
Рис. 8.

мѣнивъ его другими приспособленіями для превращенія приходящихъ изъ микрофона пульсацій тока снова въ звуковыя колебанія: мы могли бы, напримѣръ, воспользоваться дрожаніемъ п л а м е н и.

Передъ нами находится дуговая лампа, которая питается постояннымъ токомъ (рис. 9). Съ мощной силой протекаетъ онъ по проводамъ, и при переходѣ между двумя угольными стержнями образуетъ свѣтоносную пламенную дугу. Теперь я буду нарушать этотъ токъ, вводя въ него колебательные токи микрофона. Тогда широкое теченіе постояннаго тока испытываетъ колебательныя дрожанія, точно легкій птичій пухъ, падая на зеркальную поверхность пруда, нарушаетъ его гладь. Мы видимъ, что въ пламени дуговой лампы обнаруживаются эти легкія добавочныя колебанія. Эти едва замѣтныя колебанія тока вызываютъ вздрагиванія пламени; происходящее вслѣдствіе этого дрожаніе воздуха доноситъ ихъ до нашего уха въ видѣ звуковъ.

Съ какой поразительной правильностью происходитъ это сочетаніе двухъ электрическихъ силъ, столь безконечно отличныхъ другъ отъ друга по величинѣ! Мнѣ, конечно, не зачѣмъ говорить о значеніи телефона съ микрофономъ для всей нашей современной жизни. Представьте себѣ, что наша культура лишилась бы ихъ: какъ чувствителенъ былъ бы этотъ уронъ! Но мы, вѣроятно, скоро заполнили бы его другими, быть можетъ, лучшими изобрѣтеніями.

Впрочемъ, даже и безъ настоятельной нужды духъ изобрѣтенія въ человѣкѣ не замираетъ. Не успѣло еще безпроволочное телеграфированіе отпраздновать свои первые тріумфы, какъ уже стали думать о возможности безпроволочнаго телефонированія.



Фиг. 9.

Однако мысль о томъ, чтобы непосредственно съ помощью человѣческаго голоса возбуждать электрическія колебанія эѳира, которыя могли бы точно воспринимать и передавать всѣ модуляціи голоса, пришлось скоро оставить. Запасъ энергіи, заключающійся въ звуковыхъ колебаніяхъ, недостаточенъ для этой цѣли. При телефонированіи по проволочнымъ проводамъ проволока является своего рода желобомъ, который удерживаетъ въ себѣ электрическія колебанія и доноситъ ихъ до мѣста назначенія съ небольшой потерей. При безпроволочной же электрической передачѣ, энергія возбужденныхъ колебаній распредѣляется по всему пространству: лишь благодаря мощному толчкообразному дѣйствію искрового разряда, которое исходитъ отъ посылающей колебанія проволоки и на подобіе взрыва сотрясаетъ все пространство эѳира,— мы можемъ, пользуясь чрезвычайно чувствительнымъ когереромъ, уловить въ нашемъ современномъ безпроволочномъ искровомъ телеграфѣ ничтожные слѣды этого сотрясенія; такимъ же образомъ въ сейсмографическихъ аппаратахъ для изслѣдованія землетрясеній ничтожное сотрясеніе поверхности ртути или раскачиваніе маятника дѣлаютъ видимымъ для насъ ударъ о твердую кору земли, происшедшій на разстояніи нѣсколькихъ тысячъ миль отъ насъ.

Но телефонированіе при помощи микрофона дало указаніе, которое помогло рѣшить задачу. Необходимо было создать своего рода телѣгу, которую можно было бы до верху нагрузить звуковыми колебаніями, преобразованными въ электричество. Какъ при помощи значительныхъ электрическихъ силъ намъ удалось вызывать длительныя колебанія эѳира, которыя передаются на огромнѣйшія разстоянія, такъ оказалось также возможнымъ запечатлѣть на этихъ колебаніяхъ тонкія характерныя особенности микрофонныхъ колебаній, чтобы затѣмъ при помощи чувствительнаго телефона распознать ихъ на мѣстѣ назначенія. Исполненіе этого плана облегчается благодаря нѣкоторому несовершенству человѣческаго уха: барабанная перепонка не можетъ регистрировать и телеграфировать мозгу звуковыя колебанія слишкомъ большой скорости. Крайній предѣлъ составляетъ 40 000 колебаній въ секунду. Нервы уха слишкомъ инертны. Подобнымъ же свойствомъ отличается и глазъ: зрительный нервъ не воспринимаетъ слишкомъ быстрыхъ колебаній ультрафіолетоваго свѣта; здѣсь предѣлъ составляютъ 800 билліоновъ колебаній эѳира въ секунду. При 40 000 колебаній воздуха міръ становится для насъ беззвучнымъ, 800 билліоновъ колебаній эѳира погружаютъ его во мракъ. Во сколько же разъ, какъ мы видимъ отсюда, глазъ чувствительнѣе уха! И все же ухо одарено одной способностью, которой глазъ не имѣетъ. Въ хаосѣ звуковъ оркестра мы явственно различаемъ своеобразный тембръ скрипокъ, флейтъ и барабановъ; ухо обладаетъ способностью разлагать сложные звуки. Напротивъ, глазъ не можетъ непосредственно различать разноцвѣтныхъ лучей солнечнаго свѣта: разложеніе удается лишь съ помощью призмы.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Математическое творчество.

Анри Пуанкаре.

(Рѣчь, произнесенная въ Institut général psychologique въ Парижѣ 23 мая 1908 г.)

Вопросъ о процессѣ математическаго творчества долженъ возбуждать въ психологѣ самый живой интересъ. Въ этомъ актѣ человѣческій умъ, повидимому, заимствуетъ изъ внѣшняго міра меньше всего; какъ орудіемъ, такъ и объектомъ воздѣйствія здѣсь является только онъ самъ,—такъ, по крайней мѣрѣ, кажется; поэтому, изучая процессъ математической мысли, мы вправѣ разсчитывать на проникновеніе въ самую сущность человѣческаго ума.

Это было понято давно; и вотъ, нѣсколько мѣсяцевъ тому назадъ, журналъ „l'Enseignement mathématique", редактируемый профессорами Лезономъ и Феромъ (Laisanx et Fehr), предпринялъ анкету по вопросу о привычкахъ ума и пріемахъ работы различныхъ математиковъ. Но мое сообщеніе въ главныхъ чертахъ было уже готово, когда были опубликованы результаты этой анкеты, такъ что я совершенно не могъ ими воспользоваться. Скажу только, что большинство свидѣтельствъ подтверждаютъ мои заключенія; я не говорю — всѣ, такъ какъ нельзя разсчитывать на единогласіе отвѣтовъ, когда вопросъ ставится на всеобщее голосованіе.

I.

Начнемъ съ одного факта, который долженъ насъ изумлять, или, вѣрнѣе, долженъ былъ бы изумлять, если бы мы не такъ къ нему привыкли. Чѣмъ объяснить то обстоятельство, что нѣкоторые люди не понимаютъ математическихъ разсужденій? Если эти разсужденія основаны на однихъ лишь правилахъ логики,—правилахъ, признаваемыхъ всѣми нормальными умами,—если ихъ очевидность основывается на принципахъ, которые общи всѣмъ людямъ и которыхъ никто въ здравомъ умѣ не станетъ отрицать,—то какъ возможно существованіе столь многихъ людей, совершенно къ нимъ неспособныхъ?

Что не всякій способенъ на творчество, въ этомъ нѣтъ ничего удивительнаго. Что не всякій можетъ запомнить доказательство, однажды имъ узнанное, съ этимъ также можно примириться. Но что не всякій можетъ понимать математическое разсужденіе въ тотъ моментъ, когда ему его излагаютъ, вотъ что кажется въ высокой степени поразительнымъ, когда начинаешь въ это вдумываться. А между тѣмъ тѣхъ, которые лишь съ трудомъ могутъ слѣдить за такимъ разсужденіемъ, — большинство: это неоспоримый фактъ, и опытъ учителей средней школы навѣрное ему не противорѣчитъ.

Но мало того: какъ возможна ошибка въ математическомъ разсужденіи? Здравый умъ не долженъ допускать логическихъ ошибокъ, а между тѣмъ иные острые умы, безошибочные въ тѣхъ краткихъ разсужденіяхъ, которыя приходится дѣлать при обычныхъ повседневныхъ обстоятельствахъ, оказываются неспособными слѣдить или повторить безъ ошибокъ математическія доказательства, которыя, хотя и болѣе длинны, но, въ сущности, представляютъ лишь нагроможденіе маленькихъ разсужденій, совершенно подобныхъ тѣмъ, что даются имъ такъ легко. Нужно ли добавлять, что и хорошіе математики далеко не непогрѣшимы?

Отвѣтъ представляется мнѣ очевиднымъ. Представимъ себѣ длинную цѣпь силлогизмовъ, въ которой заключенія предыдущихъ силлогизмовъ служатъ посылками для послѣдующихъ; мы способны понять каждый силлогизмъ въ отдѣльности, и не при переходѣ отъ посылокъ къ заключенію мы рискуемъ впасть въ ошибку. Но между моментомъ, когда мы въ первый разъ встрѣтили какое-нибудь предложеніе, въ видѣ заключенія нѣкотораго силлогизма, и тѣмъ моментомъ, когда мы вновь съ нимъ встрѣчаемся, какъ посылкой другого силлогизма, иногда проходитъ много времени, въ теченіе котораго были развернуты многочисленныя звенья цѣпи; и вотъ можетъ случиться, что за это время мы либо вовсе забыли это предложеніе, либо — что еще хуже — забыли его смыслъ. Такимъ образомъ, возможно, что мы его замѣнимъ другимъ, нѣсколько отличнымъ отъ него, предложеніемъ, или, сохраняя его словесное выраженіе, припишемъ ему нѣсколько иной смыслъ; въ томъ и въ другомъ случаѣ мы рискуемъ ошибиться.

Часто математику приходится пользоваться много разъ однимъ и тѣмъ же правиломъ: въ первый разъ онъ, конечно, доказываетъ себѣ его справедливость; пока это доказательство остается въ его воспоминаніи вполнѣ яснымъ и свѣжимъ, пока онъ совершенно точно представляетъ себѣ смыслъ и широту захвата этого правила, до тѣхъ поръ нѣтъ никакого риска въ его употребленіи. Но когда въ дальнѣйшемъ нашъ математикъ, полагаясь на свою память, продолжаетъ примѣнять правило уже совершенно механически, тогда какой-нибудь изъянъ въ памяти можетъ привести къ ложному примѣненію правила. Такъ,— если взять простой, почти избитый примѣръ,— мы иногда дѣлаемъ ошибки въ счетѣ по той причинѣ, что забыли нашу таблицу умноженія.

Съ этой точки зрѣнія, специальная способность въ математикѣ должна обусловливаться очень вѣрной памятью или, скорѣе, необычайной напряженностью вниманія. Это качество можно было бы сравнить со способностью игрока въ вистъ запоминать вышедшія карты, или, чтобы взять болѣе сильную степень—со способностью шахматиста обозрѣвать и предвидѣть очень большое число комбинацій и удерживать ихъ въ памяти. Съ этой точки зрѣнія, всякій хорошій математикъ долженъ былъ бы быть въ то же время хорошимъ шахматистомъ, и наоборотъ; равнымъ образомъ, онъ долженъ быть силенъ въ числовыхъ выкладкахъ. Конечно, иногда такъ и бываетъ; такъ, Гауссъ (Gauss) одновременно былъ геніальнымъ геометромъ и очень искуснымъ и увѣреннымъ вычислителемъ.

Но бываютъ исключенія; впрочемъ, я ошибаюсь, говоря „исключенія“, ибо тогда исключенія окажутся многочисленнѣе случаевъ, подходящихъ подъ правило. Итакъ, Гауссъ именно и представляетъ собой исключеніе. Что же касается, напримѣръ, меня лично, то я долженъ сознаться, что не способенъ сдѣлать безъ ошибки сложеніе. Равнымъ образомъ, изъ меня вышелъ бы плохой шахматистъ; я, быть можетъ, хорошо разсчиталъ бы, что, играя такимъ-то образомъ, я подвергаюсь такой-то опасности; я бы разобралъ много другихъ ходовъ, которые отвергъ бы по тѣмъ или другимъ причинамъ; но, въ концѣ концовъ, я навѣрное сдѣлалъ бы ходъ, уже разслѣдованный, забывъ тѣмъ временемъ о той опасности, которую я раньше предусмотрѣлъ.

Однимъ словомъ, память у меня не плохая, но она была бы недостаточна для того, чтобы я могъ стать хорошимъ игрокомъ въ шахматы. Почему же она не измѣняетъ мнѣ въ трудномъ математическомъ разсужденіи, въ которомъ растерялось бы большинство шахматистовъ? Очевидно, по той причинѣ, что здѣсь моей памятью руководитъ общій ходъ разсужденія. Математическое доказательство представляетъ собой не просто какое-то нагроможденіе силлогизмовъ: это силлогизмы, расположенные въ извѣстномъ порядкѣ, при чемъ этотъ порядокъ расположенія элементовъ оказывается гораздо болѣе важнымъ, чѣмъ сами элементы. Если я обладаю чувствомъ, такъ сказать, интуиціей этого порядка, такъ что могу обозрѣть однимъ взглядомъ все разсужденіе въ цѣломъ, то мнѣ не приходится опасаться, что я забуду какой-нибудь одинъ изъ элементовъ; каждый изъ нихъ самъ по себѣ займетъ назначенное ему мѣсто, безъ всякаго усилія памяти съ моей стороны.

Далѣе, когда я повторяю усвоенное доказательство, мнѣ часто кажется, что я могъ бы и самъ придумать его; быть можетъ, часто это только иллюзія; но если даже у меня недостаточно силъ, чтобы самостоятельно такое доказательство найти, то я, по меньшей мѣрѣ, самостоятельно создаю его, всякій разъ, когда мнѣ приходится его повторять.

Понятно, что это чувство, этотъ родъ математической интуиціи, благодаря которой мы отгадываемъ скрытыя гармоніи и соотношенія,— не можетъ быть принадлежностью всѣхъ людей. Одни не обладаютъ ни этимъ тонкимъ, трудно оцѣнимымъ, чувствомъ, ни силой памяти и вниманія выше средняго уровня, и тогда они оказываются совершенно неспособными понять сколько-нибудь сложныя математическія теоріи. Другіе, обладая этимъ чувствомъ лишь въ слабой степени, одарены въ то же время рѣдкой памятью и большой способностью вниманія. Они запомнятъ наизусть частности, одну за другой; они смогутъ понять математическую теорію и даже иной разъ сумѣютъ ее примѣнить, но они не въ состояніи творить. Наконецъ, третьи, обладая въ болѣе или менѣе высокой степени той спеціальной интуиціей, о которой я только что говорилъ, не только смогутъ понять математику, не обладая особенной памятью, но они смогутъ оказаться творцами, и ихъ поиски за новыми открытіями будутъ болѣе или менѣе успѣшны, смотря по степени развитія у нихъ этой интуиціи.

Въ чемъ, въ самомъ дѣлѣ, состоитъ математическое творчество? Оно заключается не въ созданіи новыхъ комбинацій съ помощью уже извѣстныхъ математическихъ объектовъ. Это можетъ сдѣлать мало ли кто; но число комбинацій, которыя можно найти этимъ путемъ, было бы конечно, и даже самое большое ихъ число не представляло бы ровно никакого интереса. Творчество состоитъ какъ разъ томъ, чтобы *не создавать* безполезныхъ комбинацій, а строить такія, которыя оказываются полезными; а ихъ ничтожное меньшинство. Творить, это— отличать, выбирать.

Какъ слѣдуетъ производить этотъ выборъ, я объяснилъ въ другомъ мѣстѣ; въ математикѣ фактами, заслуживающими изученія, являются тѣ, которые, въ виду ихъ сходства съ другими фактами, способны привести насъ къ открытію какого-нибудь математическаго закона, совершенно подобно тому, какъ экспериментальные факты приводятъ къ открытію закона физическаго. Это именно тѣ факты, которые обнаруживаютъ родство между другими фактами, извѣстными съ давнихъ поръ, но ошибочно считавшимися чуждыми другъ другу.

Среди комбинацій, на которыя падаетъ выборъ, часто наиболѣе плодотворными оказываются тѣ, элементы которыхъ взяты изъ наиболѣе удаленныхъ другъ отъ друга областей. Я не хочу этимъ сказать, что для новаго открытія достаточно сблизить возможно глубже различающіеся предметы; большинство комбинацій, построенныхъ такимъ образомъ, оказались бы совершенно безплодными; но нѣкоторыя, очень немногія, изъ нихъ бываютъ наиболѣе плодоносными изъ всѣхъ.

Творить, изобрѣтать, сказалъ я, значитъ выбирать; но это слово, пожалуй, не вполнѣ подходитъ. Оно вызываетъ представленіе о покупателѣ, которому предлагаютъ громадное число образчиковъ, и который ихъ пересматриваетъ одинъ за другимъ, имѣя въ виду сдѣлать свой выборъ. Здѣсь число образчиковъ было бы такъ велико, что всей жизни не хватило бы для пересмотра всѣхъ ихъ. Но въ дѣйствительности обстоитъ иначе. Безплодныя комбинаціи даже и не представляются уму изобрѣтателя. Въ полѣ его сознанія появляются лишь дѣйствительно полезныя комбинаціи, да еще нѣкоторыя другія, которыя онъ, правда, отброситъ въ сторону, но которыя не лишены характера полезныхъ комбинацій. Все происходитъ подобно тому, какъ если бы изобрѣтатель былъ экзаменаторомъ второй ступени, имѣющимъ дѣло лишь съ кандидатами, успѣшно прошедшими черезъ первое испытаніе.

II.

Къ тому, что мною сказано до сихъ поръ, можно придти посредствомъ наблюденія или вывода при чтеніи произведеній математиковъ, если только вдумчиво это дѣлать.

Теперь пора вникнуть глубже и посмотрѣть, что происходитъ въ самой душѣ математика. Лучшее, что я могу сдѣлать съ этой цѣлью, это — я полагаю — обратиться къ моимъ личнымъ воспоминаніямъ. Впрочемъ, я ограничусь тѣмъ, что разскажу вамъ, какъ я написалъ мой первый мемуаръ о фуксовыхъ функціяхъ. Прошу у васъ извиненія, ибо мнѣ придется употребить нѣсколько техническихъ выраженій; но они не должны васъ пугать: вамъ, собственно, не зачѣмъ ихъ понимать. Напримѣръ, я скажу такъ: я нашелъ доказательство такой-то теоремы при такихъ-то обстоятельствахъ; эта теорема будетъ носить варварское названіе, которое для большинства изъ васъ не будетъ понятно, но это совершенно неважно; все, что интересно здѣсь для психолога, это — условія, обстоятельства.

Въ теченіе двухъ недѣль я старался доказать, что невозможна никакая функція, которая была бы подобна тѣмъ, которымъ я впослѣдствіи далъ названіе фуксовыхъ функцій; въ то время я былъ еще весьма далекъ отъ того, что мнѣ было нужно. Каждый день я усаживался за свой рабочій столъ, проводилъ за нимъ одинъ — два часа, перебиралъ большое число комбинацій и не приходилъ ни къ какому результату. Но однажды вечеромъ я выпилъ, вопреки своему обыкновенію, чашку чернаго кофе; я не могъ заснуть; идеи возникали во множествѣ; мнѣ казалось, что я чувствую, какъ онѣ сталкиваются между собой, пока, наконецъ, двѣ изъ нихъ, какъ бы сцѣпившись другъ съ другомъ, не образовали устойчиваго соединенія. На утро я установилъ существованіе класса функцій Фукса, а именно тѣхъ, которыя получаются изъ гипергеометрическаго ряда; мнѣ оставалось лишь редактировать результаты, что отняло у меня всего нѣсколько часовъ.

Я захотѣлъ затѣмъ представить эти функціи въ видѣ частнаго двухъ рядовъ: это была вполнѣ сознательная и обдуманная мысль; мною руководила аналогія съ эллиптическими функціями. Я задалъ себѣ вопросъ, каковы должны быть свойства этихъ рядовъ, если они существуютъ, и я пришелъ безъ труда къ образованію рядовъ, названныхъ мною фуксовыми функціями ϑ.

Въ эту пору я покинулъ Канъ, гдѣ я тогда жилъ, чтобы принять участіе въ геологической экскурсіи, организованной Минной Школой. Среди дорожныхъ перипетій я забылъ о своихъ математическихъ работахъ; по прибытіи въ Кутансъ мы взяли омнибусъ для прогулки; и вотъ въ тотъ моментъ, когда я заносилъ ногу на ступеньку омнибуса, мнѣ пришла въ голову идея, — хотя мои предыдущія мысли не имѣли съ нею ничего общаго, — что тѣ преобразованія, которыми я воспользовался для опредѣленія фуксовыхъ функцій, тождественны съ преобразованіями неевклидовой геометріи. Я не провѣрилъ этой идеи; для этого я не имѣлъ времени, такъ какъ, едва усѣвшись въ омнибусѣ, я возобновилъ начатый разговоръ; тѣмъ не менѣе я сразу почувствовалъ полную увѣренность въ правильности идеи. Возвратясь въ Канъ, я сдѣлалъ провѣрку: идея оказалась правильной.

Вслѣдъ за тѣмъ я занялся нѣкоторыми вопросами ариѳметики, повидимому, безъ особеннаго успѣха; мнѣ и въ голову не приходило, чтобы эти вопросы могли имѣть хотя бы самое отдаленное отношеніе къ моимъ предыдущимъ изслѣдованіямъ. Раздосадованный неудачей, я рѣшилъ провести нѣсколько дней на берегу моря и сталъ думать о совершенно другихъ вещахъ. Однажды, когда я бродилъ по прибрежнымъ скаламъ, мнѣ пришла въ голову мысль, — опять-таки съ тѣми же характерными признаками: краткостью, внезапностью и непосредственной увѣренностью въ ея истинности, — что ариѳметическія преобразованія неопредѣлимыхъ тройныхъ квадратичныхъ формъ тождественны съ преобразованіями неевклидовой геометріи.

Возвратившись въ Канъ, я сталъ размышлять надъ этой мыслью и сдѣлалъ изъ нея нѣкоторые выводы; примѣръ квадратичныхъ формъ показалъ мнѣ, что, помимо фуксовыхъ группъ, которыя соотвѣтствуютъ гипергеометрическому ряду, существуютъ еще и другія; я увидѣлъ, что къ нимъ можно приложить теорію фуксовыхъ рядовъ ϑ и что, слѣдовательно, существуютъ еще иныя фуксовы функціи помимо тѣхъ, которыя происходятъ изъ гипергеометрическаго ряда, единственныхъ извѣстныхъ мнѣ до тѣхъ поръ. Понятно, я задался цѣлью образовать всѣ такія функціи; я повелъ правильную осаду и овладѣлъ однимъ за другимъ всѣми наружными фортами; но одинъ все еще держался; его паденіе должно было повлечь за собой сдачу крѣпости. Однако, всѣ мои усилія приводили лишь къ большему убѣжденію въ трудности задачи; но и это уже имѣло нѣкоторое значеніе. Вся эта работа происходила вполнѣ сознательно.

Тутъ мнѣ пришлось уѣхать въ Монъ-Валеріанъ, гдѣ я долженъ былъ отбывать воинскую повинность; конечно, я былъ поглощенъ разнообразнѣйшими дѣлами. Однажды я шелъ по бульвару, какъ вдругъ мнѣ представилось разрѣшеніе занимавшей меня задачи. Я не сталъ тогда же вникать въ этотъ вопросъ; это я сдѣлалъ лишь по окончаніи моей военной службы. Въ рукахъ у меня были всѣ необходимыя данныя, оставалось только собрать ихъ вмѣстѣ и расположить въ надлежащемъ порядкѣ. Теперь я уже въ одинъ присѣстъ безъ всякаго усилія проредактировалъ свой окончательный мемуаръ по этому предмету.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Литература великой теоремы Фермата.

Съ тѣхъ поръ, какъ объявлена премія Вольфскеля, число лицъ, занимающихся доказательствомъ великой теоремы Фермата, значительно возросло. Это хорошо извѣстно каждому руководителю математическаго журнала. Какъ было указано уже Клейномъ при объявленіи преміи Вольфскеля, предметомъ этнмъ занимается почти исключительно неспеціалисты, обыкновенно начинающіе математики или учащіеся, которыхъ прельщаетъ, съ одной сторны, элементарность заданія, а съ другой стороны, слава и высокая премія. Въ редакцію поступаютъ не только настойчивыя требованія подтвердить правильность присылаемыхъ рѣшеній, но даже запросы о правильности идеи, достаточно раскрыть которую авторы опасаются, дабы не сдѣлаться жертвою злоупотребленій со стороны тѣхъ лицъ, къ которымъ они обращаются. Нечего и говорить, что литературы вопроса никто изъ этихъ авторовъ не знаетъ.

Желая посильно содѣйствовать тому, чтобы эти работы были направлены по возможно болѣе цѣлесообразному руслу, мы, съ одной стороны, помѣщаемъ ниже перечень важнѣйшей литературы предмета, а съ другой стороны, предлагаемъ нашимъ сотрудникамъ, имѣющимъ возможность изучить этотъ вопросъ, изложить въ возможно болѣе доступной формѣ то, что сдѣлано по этому предмету элементарными средствами. Статью, удовлетворяющую этимъ требованіямъ, мы не только помѣстимъ на страницахъ нашего журнала, но и охотно выпустимъ отдѣльнымъ изданіемъ,

Самое утвержденіе Фермата о томъ, что уравненіе $x^n + y^n = z^n$ при $n > 2$ не имѣетъ цѣлыхъ рѣшеній, найдено въ его примѣчаніяхъ на поляхъ Діофанта (изданіе Діофанта отъ 1670 года, принадлежащее Вертгейму, Wertheim). Легко показать, что, если теорема справедлива для какого-либо показателя n, то она справедлива также и для всякаго показателя, кратнаго n. Можно, поэтому, ограничиться тѣми случаями, когда показатель n есть число простое. Случаемъ $n = 3$ занимались уже арабы. М. Канторъ сообщаетъ, что астрономъ Альхочанди (Alchodschandi), жившій въ X вѣкѣ по Р. Х., далъ доказательство для случая $n = 3$, хотя и несвободное отъ возраженій. Что полный кубъ не можетъ быть суммой двухъ кубовъ, знаетъ также

[1]) Beha-eddin „Essenz der Rechenkunst", ed. Nesselmann, Berl. 1843, стр. 55 — 56.

персъ Бега-Эддинъ (Beha Eddin 1547—1622)[1]). Случай $n=4$ исчерпанъ Эйлеромъ въ 1738 году. Его мемуаръ помѣщенъ въ 10-мъ томѣ журнала С.-Петербургской Императорской Академiи Наукъ[2]). Изложенiе этого доказательства можно найти также въ I томѣ „Энциклопедiи элементарной математики“ Вебера и Вельштейна,[3]) а также въ № 357 „Вѣстника Опытной Физики“. Случай $n=5$ обработалъ Дирихле (Dirichlet) въ 1828 году; его работы помѣщены въ III и IX томахъ журнала Креля[4]), а также въ первомъ томѣ полнаго собранiя сочиненiй Дирихле, изданнаго Кронекеромъ; мемуаръ, помѣщенный въ IX томѣ, исчерпываетъ случай $n=14$. Для случая $n=5$ имѣются также матерiалы въ посмертныхъ мемуарахъ Гаусса, которые помѣщены во II томѣ полнаго собранiя сочиненiй Гаусса. Ламе (Lamé) доказалъ предложенiе для $n=7$[5]). Доказательство наиболѣе объемлющее, какимъ мы только по настоящее время располагаемъ, принадлежитъ Куммеру (Kummer). Онъ доказалъ теорему Фермата для весьма широкой группы показателей, въ томъ числѣ для всякаго $n<100$[6]). Однако, работы Куммера выходятъ далеко за предѣлы элементарной математики.

Доказательство теоремы о плоскихъ углахъ трехграннаго и многограннаго угловъ.

(Ученика Варшавскаго реальнаго училища *С. А. Неаполитанскаго*[7]).

Теорема. Въ трехгранномъ углѣ каждый плоскiй уголъ меньше суммы двухъ другихъ плоскихъ угловъ.

Доказательство. Черезъ ребро SB трехграннаго угла $SABC$ проводимъ плоскость, перпендикулярную къ противоположной грани

---

[2]) Comment. Petropol. ad annum 1738 (напеч. въ 1747, Petrop.) T. X: Theorematum quorundam arithmeticorum demonstrationes, стр. 130.

[3]) Стр. 286 — 288 русскаго изданiя.

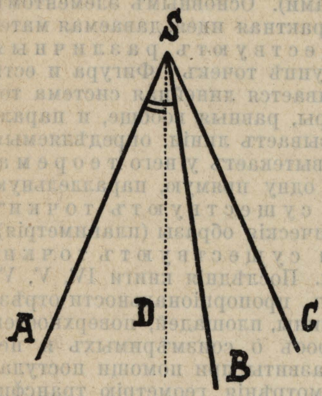
[4]) „Journal für reine und angewandte Mathematik“.

[5]) „Journal de Mathématiques pures et appliquées“ V, 1840, стр. 195 — 215

[6]) „Journal für reine und angewandte Mathematik“, Bd. 17, Berlin 1837, s. 203—209; Bd. 40, Berl. 1850, s. 130—138: „Allgemeiner Beweis des Fermat'schen Satzes für alle diejenigen Potenzexponenten, welche ungerade Primzahlen sind und in den Zählern der ersten $\frac{1}{2}$ $(\lambda-3)$ bernoullisclen Zahlen als Faktoren nicht vorkommen (so $n=5$, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 41, 43, nicht für $n=37$)“. То же помѣщено въ журналѣ Лiувиля „Journal de mathématiques pures et appliquées“, т. 16, 1851, стр. 488 — 498; Abhdl. der Berliner Akademie 1857, Math. Abh., стр. 41 — 74 и Monatsberichte 1857, стр. 275 и д.; здѣсь исчерпано доказательство для случаевъ $n=37$, 59, 67.

[7]) Доказательства предложенiй, излагаемыя въ настоящей замѣткѣ, не новы, но въ нашихъ учебникахъ не встрѣчаются. Между тѣмъ второе имѣетъ то

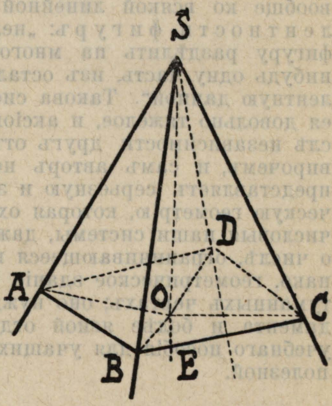
ASC; пусть SD будетъ прямая ихъ пересѣченія. Докажемъ теперь, что $\angle ASC < \angle ASB + \angle BSC$; дѣйствительно, уголъ ASD, какъ составленный наклонной AS и ея проекціей DS на плоскость DSB (пл. $DSB \perp$ къ пл. ASD), меньше всякаго другаго угла ASB, образованнаго той же наклонной и прямой SB, проходящей черезъ ея основаніе S (Киселевъ, § 352); уголъ DSC по той же причинѣ меньше угла BSC; слѣдовательно, и ихъ сумма, т. е. $\angle ASC$, меньше суммы угловъ ASB и BSC, что и треб. доказ.



Теорема. Въ выпукломъ многогранномъ углѣ сумма плоскихъ угловъ меньше $4d$.

Доказательство. Черезъ вершину S выпуклаго многограннаго угла $SABC\ldots$ проводимъ внутри его прямую SE; черезъ эту прямую и каждое ребро проводимъ по плоскости, которыя пересѣкаются плоскостью, перпендикулярной къ SE по прямымъ AO, BO, $CO, \ldots$

$\angle AOB$, какъ линейный двуграннаго угла $ASOB$, больше всякаго другого $\angle ASB$, образованнаго пересѣченіемъ двуграннаго угла плоскостью, пересѣкающей плоскость линейнаго угла (по AB). Точно такъ же $\angle BOC > \angle BSC$ и т. д. Сложивъ всѣ неравенства почленно и замѣтивъ, что сумма угловъ, расположенныхъ вокругъ то́чки O, равна $4d$, найдемъ, что $\angle ASB + \angle BSC + \angle CSD + \ldots < 4d$, что и треб. доказать.



Отчетъ о декабрьскомъ (1908 г.) засѣданіи Московскаго Математическаго кружка.

Въ засѣданіи Кружка, бывшемъ 5-го декабря 1908 г., происходило слѣдующее:

1. Преподаватель Высшихъ Женскихъ курсовъ А. Ѳ. Гатлихъ продолжалъ свое сообщеніе объ „Elementi di Geometria di G. Veronese,

чрезвычайно существенное преимущество передъ обычнымъ доказательствомъ, что оно **не зависитъ отъ постулата Евклида** и остается въ силѣ въ гиперболической геометріи. Доказательство первой теоремы нуждается въ развитіи; нужно разсмотрѣть случай, когда лучъ SD падаетъ внѣ угла ASC; но это дѣлается очень просто. *Ред.*

ed. III. 1904. Веронезе для построенія геометріи вводитъ около 20 аксіомъ или, какъ онъ называетъ ихъ, постулатовъ (постулаты въ привычномъ для насъ значеніи онъ называетъ основными задачами). Основнымъ элементомъ въ геометріи Веронезе является точка (абстрактная идея, даваемая матеріальными точками). При помощи аксіомы „существуютъ различныя точки" вводится понятіе о фигурѣ, какъ группѣ точекъ. Фигура и есть объектъ изученія въ геометріи. Далѣе разсматривается линейная система точекъ, прямолинейный отрѣзокъ и прямая; фигуры, равныя вообще, и параллельныя линіи. Параллельными Веронезе называетъ линіи, опредѣляемыя двумя парами противоположныхъ точекъ; отсюда вытекаетъ у него теорема, что черезъ одну точку можно провести только одну прямую, параллельную данной. Принимая аксіому, что „внѣ прямой существуютъ точки", Веронезе строитъ плоскость и на ней геометрическія образы (планиметрія). Потомъ, при помощи аксіомы „внѣ плоскости существуютъ точки" строитъ пространственные геометрическіе образы. Послѣднія книги IV, V, VI и VII посвящены ученію о равновеликости фигуръ, пропорціональности отрѣзковъ, подобію фигуръ и ученію объ измѣреніи длины, площадей, поверхностей и объемовъ, при чемъ подробно трактуется вопросъ о соизмѣримыхъ и несоизмѣримыхъ величинахъ. Послѣднія отдѣлы развиты при помощи постулатовъ: a) Архимеда, исключающаго изъ разсмотрѣнія геометрію трансфпнитную, b) непрерывности прямой: „каждый прямолинейный отрѣзокъ, какъ бы онъ ни былъ малъ, всегда имѣетъ точку, отличную отъ концовъ отрѣзка". Этотъ же постулатъ относится къ пучку лучей, къ пучку плоскостей и вообще ко всякой линейной гомогенной системѣ, и c) постулатъ эквивалентности фигуръ: „нельзя конечную многоугольную (многоэдрическую) фигуру раздѣлить на многоугольныя части такъ, чтобы, пропустивъ какую-нибудь одну часть, изъ остальныхъ можно было бы составить фигуру, эквивалентную данной". Такова система геометріи Веронезе. Правда, изложеніе ея довольно тяжелое, и аксіомы, какъ въ смыслѣ числа ихъ, такъ и въ смыслѣ независимости другъ отъ друга, нуждаются еще въ научной критикѣ,— впрочемъ, и самъ авторъ не фиксируетъ ихъ окончательно,— но все же она представляетъ серьезную и заслуживающую вниманія попытку создать логическую геометрію, которая охватывала бы не только ученіе о фигурахъ, но и числовыя наши системы, даже въ болѣе широкомъ объемѣ, чѣмъ наше ученіе о числѣ, ограничивающееся пока только системами линейными. Сейчасъ, однако, геометрическое зданіе Веронезе вырисовывается лишь въ довольно туманныхъ чертахъ; оно нуждается въ болѣе тщательномъ установленіи фундамента и болѣе ясной отдѣлкѣ частей. А потому эта книга въ качествѣ учебнаго пособія для учащихся въ средней школѣ не можетъ быть признана полезной.

---

2. Преподаватель Высшихъ Женскихъ курсовъ М. Ф. Бергъ сдѣлалъ докладъ объ „Элементарномъ вычисленіи логариѳмовъ".

Приближенныя значенія десятичныхъ логариѳмовъ чиселъ можно получать, составляя степени данныхъ чиселъ, близкія къ степенямъ 10-ти. Степень даннаго числа можетъ быть равна степени 10-ти или съ избыткомъ или по недостатку.

Дано число A; пусть

$$A^x = 10^m (1+\alpha),$$

$$A^y = 10^n (1-\beta),$$

гдѣ $1+\alpha$ и $1-\beta$ суть отношенія степеней числа A къ степенямъ 10-ти.

Первыми приближеніями $\mathrm{Lg}\, A$ служатъ дроби $\frac{m}{x}$ и $\frac{n}{y}$.

Чтобы получить весьма близкое значеніе $\mathrm{Lg}\, A$, прологариѳмируемъ 2 данныхъ равенства:

$$x \,.\, \mathrm{Lg}\, A = m + \mathrm{Lg}\,(1+\alpha),$$

$$y \,.\, \mathrm{Lg}\, A = n + \mathrm{Lg}\,(1-\beta).$$

Отсюда:

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{m}{x} + \frac{1}{x \lg 10} \cdot \lg(1+\alpha),$$

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{n}{y} + \frac{1}{y \lg 10} \cdot \lg(1-\beta).$$

Подъ знакомъ „lg“ мы разумѣемъ лотариѳмъ натуральный, подъ знакомъ „Lg“ — десятичный.

Разлагая $\lg(1+\alpha)$ и $\lg(1-\beta)$ въ ряды, получаемъ, ограничиваясь двумя членами разложенія:

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{m}{x} + \frac{1}{x \lg 10}\left(\alpha - \frac{\alpha^2}{1.2}\right),$$

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{n}{y} - \frac{1}{y \lg 10}\left(\beta + \frac{\beta^2}{1.2}\right).$$

Помножая обѣ части перваго уравненія на $\frac{x}{\alpha}$, второго — на $\frac{y}{\beta}$, получаемъ, складывая:

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{\frac{m}{\alpha} + \frac{n}{\beta}}{\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}} - \frac{1}{2\,.\lg 10} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}},$$

или

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{\frac{m}{x} \cdot \frac{x}{\alpha} + \frac{n}{y} \cdot \frac{y}{\beta}}{\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}} - \frac{1}{2 \lg 10} \cdot \frac{(\alpha+\beta)\alpha\beta}{x\beta + y\alpha}.$$

Итакъ, получивъ

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{\frac{m}{x} \cdot \frac{x}{\alpha} + \frac{n}{y} \cdot \frac{y}{\beta}}{\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}},$$

сдѣлаемъ ошибку, меньшую

$$\frac{1}{2 \lg 10} \cdot \frac{(\alpha+\beta)\alpha\beta}{x\beta + y\alpha}.$$

Пусть x — низшій изъ двухъ показателей степеней числа A; тогда допущенная ошибка a fortiori меньше

$$\frac{1}{2 \lg 10} \cdot \frac{(\alpha+\beta)\alpha\beta}{x(\alpha+\beta)} = \frac{1\,.}{2 \lg 10} \cdot \frac{\alpha\beta}{x};$$

lg 10 нѣсколько больше 2, такъ что ошибка

$$< \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha\beta}{x}.$$

Итакъ, если положимъ:

$$\mathrm{Lg}\, A = \frac{\frac{m}{x} \cdot \frac{x}{\alpha} + \frac{n}{y} \cdot \frac{y}{\beta}}{\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta}},$$

то сдѣлаемъ ошибку, меньшую четверти произведенія двухъ малыхъ дробей $\alpha\beta$, дѣленнаго на показатель степени x.

Примѣняя этотъ пріемъ къ опредѣленію Lg 2, получаемъ слѣдующую таблицу степеней 2, близкихъ къ степенямъ 10-ти:

$$\begin{array}{ll}
2^{3} = 8 & = 10^{1}(1 - 0{,}2) \\
2^{10} = 1024 & = 10^{3}(1 + 0{,}024) \\
2^{13} = 8192 & \\
2^{23} = 8388608 & \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
2^{93} = \ \ 990376 \,.\, 10^{22} & = 19^{28}(1 - 0{,}01) \\
2^{103} = 1014145 \,.\, 10^{25} & = 10^{31}(1 + 0{,}014) \\
2^{196} = 1004380 \,.\, 10^{53} & = 10^{59}(1 + 0{,}0044) \\
2^{289} = \ \ 994713 \,.\, 10^{81} & = 10^{87}(1 - 0{,}0053) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

Степени 2-хъ „ближайшія“ къ степенямъ 10-ти, получаемъ перемноженіемъ „ближайшихъ“ по избытку на „ближайшія“ по недостатку.

Воспользуемся равенствами:

$$2^{93} = 10^{28}(1 - 0{,}01) = 10^{28}(1 - 1\%),$$

$$2^{103} = 10^{31}(1 + 0{,}014) = 10^{31}(1 + 1{,}4\%).$$

Первыя приближенія:

$$\text{Lg } 2 < 28 : 93 = 0{,}30\,107,$$

$$\text{Lg } 2 > 31 : 103 = 0{,}30\,097.$$

Если положимъ

$$\text{Lg } 2 = \frac{0{,}30\,107 \,.\, \frac{93}{1} + 0{,}30\,097 \,.\, \frac{103}{1{,}4}}{\frac{93}{1} + \frac{103}{1{,}4}},$$

то сдѣлаемъ, согласно вышесказанному, ошибку

$$< \frac{1}{4} \cdot \frac{\frac{1}{100} \cdot \frac{1{,}4}{100}}{93},$$

то есть

$$< \frac{1}{250\,000}.$$

такъ что получимъ 5 знаковъ Lg 2.

Выведенное нами выраженіе Lg 2 проще всего можно получить, раздѣливъ разность между 0,30107 и 0,30097, т. е. 0,00010, на части, обратно пропорціональныя $\frac{93}{1}$ и $\frac{108}{1{,}4}$, т. е. въ отношенія $73^{4}/_{7} : 93$ или $70 : 88 = 35 : 44$.

$$0{,}30\,107 - 0{,}00004 = 0{,}30\,103.$$

$$\begin{array}{r|l}
10 & 79 \\
\hline
 & 0{,}126 \\
 & \times 35 \\
\hline
 & 3{,}5 \\
 & \ \ 7 \\
 & \ \ 2 \\
\hline
 & 4
\end{array}$$

Взявъ болѣе высокія степени 2-хъ, могли бы получить сколько угодно десятичныхъ знаковъ искомаго логариѳма.

N,

ЗАДАЧИ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 139. Стороны AB и AC треугольника ABC раздѣлены точками M и N такъ, что имѣетъ мѣсто равенство

$$\frac{AM}{BM}=\frac{CN}{AN}.$$

Найти геометрическое мѣсто срединъ отрѣзка MN.

В. Шлыгинъ (Москва).

№ 140. Рѣшить уравненіе

$$x^4-22x^2+32x+17=0.$$

С. Адамовичъ (Двинскъ).

№ 141. Въ выпукломъ плоскомъ четырехугольникѣ $ABCD$ даны сторона $BC=a$ и углы

$$\angle BAC=\alpha,\quad \angle CAD=\beta,\quad \angle ADB=\gamma,\quad \angle BDC=\delta.$$

Опредѣлить углы

$$\angle DBC=x,\quad \angle ACB=y.$$

С. Слугиновъ (Казань).

№ 142. На сторонахъ BC и AC треугольника ABC взяты точки D и E, а на отрѣзкѣ AD взята точка F. Вычислить углы треугольника ABC и отношеніе $BD:DC$, если извѣстно, что радіусы окружностей, описанныхъ около треугольниковъ ABD, BDF и DEC соотвѣтственно равны радіусамъ круговъ, описанныхъ около треугольниковъ ADC, ABF и ADE.

Н. С. (Одесса).

№ 143. Рѣшить систему уравненій

$$\begin{aligned} xy+zv&=\lambda,\\ xz+yv&=\mu,\\ xv+yz&=\gamma,\\ x+y+z+v&=2s. \end{aligned}$$

Примѣнить полученныя формулы въ томъ случаѣ, когда

$$\lambda=111,\quad \mu=84,\quad \gamma=76,\quad s=14.$$

(Заимств.)

№ 144. Найти пятизначное число, равное суммѣ всѣхъ тѣхъ различныхъ трехзначныхъ чиселъ, которыя получатся, если расположить цифры пятизначнаго числа всѣми способами по три.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 903 (4 сер.). *Построить треугольникъ* ABC *по биссекторамъ* AD = l, AD' = l' *и по прямой* AS = m, *соединяющей вершину* A *съ точкой касанія* S *вписанной окружности со стороной* BC.

Пусть O есть центръ круга описаннаго. Замѣчая, что внѣшній и внутренній биссекторы $AD = l$ и $AD' = l'$ взаимно перпендикулярны, и что радіусъ OS перпендикуляренъ къ касательной BC, приходимъ къ слѣдующему построенію: строимъ прямоугольный треугольникъ DAD' по катетамъ $AD = l$ и $AD' = l'$ и дѣлаемъ изъ центра A радіусомъ m засѣчку S на DD'; затѣмъ изъ S возставляемъ перпендикуляръ къ DD' до встрѣчи съ AD въ точкѣ O и описываемъ изъ O радіусомъ OS окружность; проведя изъ A касательныя къ этой окружности и продолживъ ихъ до встрѣчи съ DD' въ точкахъ B и C, получимъ искомый треугольникъ ABC. Слѣдуетъ замѣтить, что, такъ какъ центръ O лежитъ на отрѣзкѣ AD, то уголъ ASD тупой, а потому задача возможна лишь тогда, если $AS = m < AD = l$; если это условіе соблюдено, то для возможности задачи необходимо еще, чтобы окружность, описанная изъ A радіусомъ m, встрѣчала DD'; тогда изъ двухъ вообще возможныхъ засѣчекъ S надо выбрать ту, которая даетъ тупой уголъ ASD.

Э. Лейнѣкъ (Рига).

№ 65 (5 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 = 3,$$

$$2x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 2y^3 = 36.$$

(Заимств. изъ *Supplemento al periodico di matematica*).

Помноживъ первое уравненіе на 3 и складывая со вторымъ, получимъ:

$$5(x^3 - y^3) = 45,$$

откуда

$$x^3 - y^3 = 9. \qquad (1)$$

Второе изъ данныхъ уравненій можно представить въ видѣ

$$(x - y)^3 + x^3 - y^3 = 36,$$

или [см. (1)]

$$(x - y)^3 + 9 = 36,$$

откуда

$$(x - y)^3 = 27,$$

$$x - y = 3a, \qquad (2)$$

гдѣ a имѣетъ одно изъ трехъ возможныхъ значеній корня третьей степени изъ единицы. Подставляя значеніе $x^3 - y^3$ изъ равенства (1) въ первое изъ данныхъ уравненій и принимая во вниманіе равенство (2), находимъ:

$$x^2y - xy^2 + 9 = 3,$$

$$xy(x - y) = -6,$$

$$3a \cdot xy = -6 = -6a^3,$$

откуда

$$xy = -2a^2. \qquad (3)$$

Согласно съ равенствами (2) и (3), мы видимъ, что значенія x и $(-y)$ суть корни квадратнаго уравненія

$$z^2 - 3az + 2a^2 = 0.$$

Изъ этого уравненія находимъ:

$$z = \frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 8a^2}}{2} = \frac{3a \pm a}{2}.$$

откуда

$$z_1 = x = 2a;\ z_2 = -y = a, \quad \text{или} \quad z_1 = x = a, \quad z_2 = -y = 2a.$$

Итакъ,

$$x = 2a, \quad y = -a \quad \text{или} \quad x = a, \quad y = -2a,$$

$$\text{гдѣ } a = 1 \text{ или } a = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \ i = \sqrt{-1}.$$

Слѣдовательно, предложенная система имѣетъ дѣйствительныя рѣшенія

$$x = 2, y = -1; \quad x = 1, y = -2$$

и мнимыя

$$x = -1 \pm i\sqrt{3}, \ y = \frac{1 \mp i\sqrt{3}}{2}; \quad x = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \quad y = 1 \mp i\sqrt{3},$$

при чемъ въ одномъ и томъ же рѣшеніи слѣдуетъ брать одновременно либо верхніе, либо нижніе знаки.

Я. Л. (Одесса); *С. Кудинъ* (Москва); *В. Добровольскій* (Брянскъ). *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *Ф. Раппопортъ* (Одесса); *А. Русецкій* (Новозыбково); *Б. Щиголевъ* (Варшава).

№ 66 (5 сер.). *Нѣкто, проѣзжая въ вагонѣ трамвая, замѣтилъ своего знакомаго, направлявшагося пѣшкомъ по дорогѣ вдоль линіи трамвая въ противоположную сторону. Спустя 8 секундъ онъ успѣлъ соскочить съ вагона и направиться вдогонку за знакомымъ. Опредѣлить, черезъ сколько времени онъ нагонитъ знакомаго, если скорость его движенія при ходьбѣ вдвое быстрѣе скорости его знакомаго и впятеро медленнѣе скорости вагона (движенія обоихъ лицъ, упоминаемыхъ въ задачѣ, и движеніе вагона предполагаются равномѣрными).*

Задача допускаетъ простое ариѳметическое рѣшеніе. Примемъ скорость (т. е. пространство, проходимое за 1 секунду) знакомаго за условную единицу; тогда, согласно съ условіемъ, скорость догоняющаго его лица есть двѣ условныхъ единицы; а скорость трамвая — $2 . 5$. т. е. 10 условныхъ единицъ. За 8 секундъ знакомый пройдетъ въ направленіи, противоположномъ движенію трамвая, $1 . 8 = 8$ условныхъ единицъ, а догоняющее знакомаго лицо пройдетъ за это время $10 . 8$, т. е. 80 единицъ. Слѣдовательно, разстояніе между знакомымъ и догоняющимъ его лицомъ въ тотъ моментъ, когда одинъ изъ нихъ начинаетъ пѣшкомъ догонять другого, равно $80 + 8 = 88$ единицъ. Такъ какъ оба движутся въ одномъ направленіи и такъ какъ догоняющее своего знакомаго лицо проходитъ въ секунду 2 единицы, а знакомый проходитъ въ секунду 1 единицу, то встрѣча произойдетъ черезъ $\frac{88}{2-1}$, то есть черезъ 88 секундъ.

С. Кудинъ (Москва); *П. Прозоровскій* (Тамбовъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *А. Русецкій* (Новозыбково); *Б. Щиголевъ* (Варшава); *Л. Барановскій* (Фу-дзя-дзянъ, Манчжурія); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ).

№ 70 (5 сер.). *Найти геометрическое мѣсто точекъ* M, *лежащихъ внутри угла* A *равнобедреннаго треугольника* ABC *и обладающихъ тѣмъ свой-*

ствомъ, что разстояніе каждой изъ нихъ отъ основанія BC *есть среднее пропорціональное между разстояніями отъ равныхъ сторонъ* AB *и* AC.

(Заимств. изъ *L'Éducation mathématique*).

Пусть точка M лежитъ внутри треугольника ABC. Опустивъ перпендикуляры MA', MB', MC' соотвѣтственно на стороны BC, AC, AB равнобедреннаго треугольника, соединимъ прямыми точку A' съ точками B' и C' и точку M съ точками B и C.

Въ четырехугольникѣ $A'MC'B$ углы при вершинахъ A' и C' прямые, а потому сумма ихъ равна π, откуда слѣдуетъ, что около него можно описать окружность. Поэтому

$$\angle MBA' = \angle MC'A', \tag{1}$$

$$\angle C'MA' = \pi - \angle ABC. \tag{2}$$

Точно такъ же можно доказать, что и около четырехугольника $A'MB'C$ можно описать окружность, откуда вытекаютъ равенства:

$$\angle MCA' = \angle MB'A', \tag{3}$$

$$\angle B'MA' = \pi - \angle ACB = \pi - \angle ABC. \tag{4}$$

Изъ равенствъ (2) и (4) слѣдуетъ, что углы $C'MA'$ и $B'MA'$ равны; кромѣ того, по условію, $\frac{CM'}{MA'} = \frac{MA'}{MB'}$; поэтому треугольники $C'MA'$ и $A'MB'$ подобны, а изъ подобія ихъ вытекаетъ равенство:

$$\angle MC'A' = \angle MA'B'. \tag{5}$$

Слѣдовательно, [см. (3), (1), (5)], въ треугольникѣ MBC и $MA'B'$ углы MCB, MBC и $MB'A'$, $MA'B'$ соотвѣтственно равны, а потому [см. (4)]

$$\angle BMC = \angle B'MA' = \pi - \angle ABC. \tag{6}$$

Итакъ, точки M искомаго геометрическаго мѣста, лежащія внутри треугольника ABC, суть точки дуги, опирающейся на хорду BC и стягивающей уголъ $\pi - \angle ABC$. Если точка M искомаго геометрическаго мѣста взята внѣ треугольника ABC, то къ ней приложимы всѣ тѣ же разсужденія, какъ и въ прежнемъ случаѣ, лишь съ той разницей, что углы при основаніи равнобедреннаго треугольника придется замѣнить въ предыдущихъ формулахъ смежными имъ углами; такимъ образомъ, разсматриваемая часть искомаго геометрическаго мѣста есть дуга, описанная на BC и вмѣщающая уголъ $\pi - (\pi - \angle ABC) = \angle ABC$. Обѣ разсмотрѣнныя нами отдѣльно части геометрическаго мѣста составляютъ вмѣстѣ окружность, касающуюся сторонъ угла BAC въ точкахъ B и C. Дѣйствительно, для точки M', взятой иа этой окружности внѣ треугольника ABC, имѣемъ $\angle BM'C = \frac{\smile BMC}{2} = \angle ABC$ (гдѣ M есть точка, взятая на другой части окружности), а потому $\angle BMC = \pi - \angle ABC$.

С. Кудинъ (Москва).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый.

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библіографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы**: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается БЕЗПЛАТНО по первому требованію.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1907-8 г.

Проф. *А. Клоссовскій.* Температура и давленіе въ болѣе высокихъ слояхъ атмосферы. — Проф. *А. Риги.* Атомныя измѣненія въ радіоактивныхъ тѣлахъ. — Проф. *І. Гейбергъ.* Новое сочиненіе Архимеда. — *Дм. Ефремовъ.* О четырехугольникахъ. — *Н. Элпидинскій.* Объемъ пирамиды. — Проф. *О. Леманъ.* Жидкіе кристаллы и теоріи жизни.—*С. Гирманъ.* Упрощенное обращеніе простыхъ правильныхъ дробей съ знаменателемъ 7 въ десятичныя дроби.—Лордъ Кельвинъ.—Проф. *А. Риги.* Объ электрической природѣ матеріи. — *С. Р.* Замѣтка по кинетической теоріи газовъ.—*А. Турчаниновъ.* Къ великой теоремѣ Фермата. — *Ованнесъ Навакатикянцъ.* Приложеніе одного алгебраическаго неравенства къ логариѳмамъ.—Проф. *Фёппль.* Задача о падающей кошкѣ. — Проф. *Пеши.* Задача изъ теоріи соединеній, поставленная лордомъ Кельвиномъ.—*А. Филипповъ.* Замѣтка объ именованныхъ числахъ.—Прив.-доц. *В. Каганъ.* Современная постановка задачи объ обоснованіи геометріи.—*П. С. Флоровъ.* Замѣтка о вычисленіи π.—Объ анодныхъ лучахъ.—Проф. *Дж. Дж. Томсонъ.* Корпускулярная теорія матеріи.—*Д. Л. Волковскій.* Къ исторіи Московскихъ Математическихъ обществъ.—*А. Турчаниновъ.* Къ вопросу о несуществованіи нечетныхъ совершенныхъ чиселъ.—*И. Я. Точидловскій.* Образованіе зародышевыхъ элементовъ тумана и облаковъ. — *А. Кирилловъ.* Къ геометріи треугольника.— Проф. *В. А. Циммерманъ.* Объ объемѣ шара, шарового сегмента и шарового слоя.—*Т. Бонезенъ.* Реформа преподаванія элементарной математики.—*А. Турчаниновъ.* Нѣкоторыя теоремы о нечетныхъ совершенныхъ числахъ. — *Д. Крыжановскій.* Ученіе о температурѣ по Маху.— *Дм. Ефремовъ.* Нѣкоторыя свойства цѣлаго алгебраическаго многочлена 4-й степени.— Проф. *Г. Цезаро.* Новый выводъ формулъ сферической тригонометріи. — *Т. Леви-Чивита.* Объ электромагнитной массѣ. — *Л. Гюнтеръ.* Опредѣленіе разстояній солнца и луны отъ земли и ихъ параллаксовъ въ прежнія времена и теперь.—*А. Филипповъ.* О періодическихъ дробяхъ.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписн. платы по соглаш. съ контор. редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступка.
Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопрод. по 2 р. за семестръ.
Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонд.: **Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.**