Обложка
ищется

Обложка
пщется

XLVIII Сем. № 12.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 576.

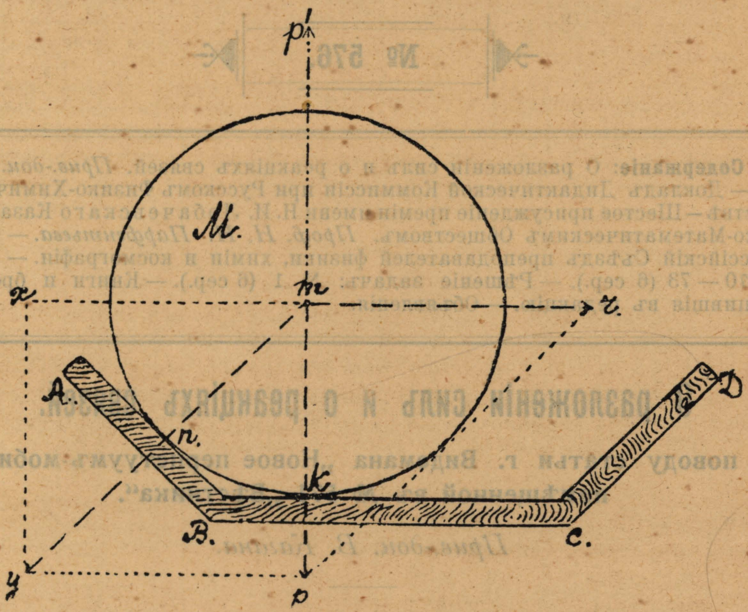
О разложеніи силъ и о реакціяхъ связей.

По поводу статьи г. Видемана „Новое перпетуумъ-мобиле", помѣщенной въ № 571 „Вѣстника".

Прив.-доц. В. Кагана.

Печатая названную выше статью г. Видемана, мы указали, что мы расходимся съ авторомъ во взглядахъ на трактуемый имъ вопросъ, и что въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ помѣстимъ по поводу этой статьи свои соображенія. Вопросъ идетъ объ одномъ парадоксѣ, заимствованномъ г. Видеманомъ изъ учебника г. Аменицкаго. Содержащійся въ разсматриваемой задачѣ парадоксъ, съ которымъ г. Аменицкій раздѣлывается въ нѣсколькихъ словахъ, далеко не такъ простъ. Г. Видеманъ останавливается на немъ подробнѣе; но, къ сожалѣнію, и онъ не указываетъ дѣйствительнаго его источника. Между тѣмъ курьезъ, къ которому оба автора относятся полушутя, принадлежитъ къ числу наиболѣе серьезныхъ вопросовъ динамики, разрѣшеніе котораго коренится въ знаменитомъ принципѣ Даламберта.

Парадоксъ этотъ заключается въ слѣдующемъ. Въ ящикѣ $ABCD$ (фиг. 1) лежитъ шаръ M, опирающійся одною точкою на дно и касающійся также одною точкою боковой стѣнки. Сила тяжести mp разлагается на двѣ силы, изъ которыхъ одна mr параллельна дну, а другая my перпендикулярна къ боковой стѣнкѣ. Изъ этихъ двухъ составляющихъ силъ сила my, вслѣдствіе сопротивленія стѣнки AB, уничтожится; слѣдовательно, останется только вторая сила mr, которая заставитъ шаръ откатиться отъ стѣнки AB по направленію къ CD. Но если шаръ дойдетъ до стѣнки CD, то онъ долженъ будетъ, въ силу такихъ же самыхъ обстоятельствъ, отсюда откатиться обратно къ стѣнкѣ AB. Итакъ, шаръ, по этой теоріи, не можетъ остановиться ни у одной ни у другой стѣнки, а потому будетъ качаться вѣчно. Спрашивается, въ чемъ заключается ошибка этого абсурднаго разсужденія?



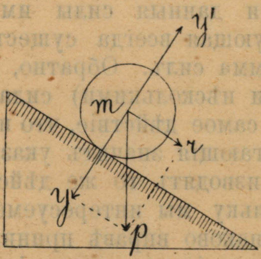
Фиг. 1.

Замѣтимъ, что вопросъ поставленъ совершенно правильно и точно. Задача не въ томъ, чтобы убѣдить насъ въ неправильности вывода, а въ томъ, чтобы указать ошибку разсужденія. Передъ нами нѣкоторая дедукція; чтобы доказать ея ошибочность, необходимо либо указать ошибку въ одной изъ посылокъ дедукціи, либо въ самомъ ходѣ ея. Въ упомянутой статейкѣ г. Видемана мы находимъ четыре опроверженія, изъ нихъ одно принадлежитъ г. Аменицкому, остальныя три — г. Видеману.

Разсужденіе г. Аменицкаго заключается въ томъ, что тутъ „упущено изъ виду то обстоятельство, что сила тяжести mp не производитъ на шаръ дѣйствія, которое приводило бы его въ движеніе, а только заставляетъ шаръ давить на дно“. Поэтому, полагаетъ авторъ, эта сила и не можетъ быть замѣняема двумя такими силами, изъ которыхъ одна способна привести шаръ въ движеніе.

Г. Аменицкій вовсе не указываетъ, гдѣ слабое мѣсто дедукціи, гдѣ тотъ пунктъ разсужденія, въ которомъ указываемое имъ обстоятельство дѣйствительно упущено изъ виду. Можетъ быть, оно заключается въ томъ, что силу въ этомъ случаѣ нельзя разлагать на двѣ указанныя слагающія. Если такъ, то гдѣ критерій, по которому мы можемъ распознать, когда силу можно разложить на двѣ слагающія по правилу параллелограмма силъ, и когда нельзя. Сила тяжести, разсуждаетъ г. Аменицкій, вызываетъ только давленіе; слѣдовательно, она не можетъ быть замѣнена двумя силами, которыя при этихъ условіяхъ производили бы движеніе. Это совершенно ясно, и въ этомъ именно заключается парадоксъ; но вѣдь задача г. Аменицкаго заключается не въ томъ, чтобы убѣдить насъ, что сила, производящая только давленіе, не можетъ быть замѣнена двумя силами, вызывающими движеніе, а въ томъ, чтобы указать ошибку разсужденія, которое приводитъ къ такому парадоксальному выводу. Если ошибка коренится въ томъ, что сила my въ данномъ случаѣ не уничтожается, то отчего это происходитъ?

Мы хотѣли бы выяснить вопросъ со всею возможною отчетливостью и для этого сопоставимъ содержащееся въ парадоксѣ разсужденіе съ обыкновеннымъ выводомъ закона движенія шара по наклонной плоскости. Шаръ лежитъ на наклонной плоскости (фиг. 2), опираясь на нее въ точкѣ n; силу тяжести mp разлагаемъ на двѣ силы: my, перпендикулярную къ наклонной плоскости, и mr, параллельную ей. Первая сила уничтожается сопротивленіемъ поверхности, вторая производитъ движеніе.



Фиг. 2.

Въ чемъ заключается разница между первымъ и вторымъ разсужденіемъ? И тамъ и здѣсь сила тяжести правильно разлагается на двѣ слагающія; и тамъ и здѣсь слагающая, нормальная къ твердой поверхности, уничтожается сопротивленіемъ этой поверхности. Почему же въ первомъ случаѣ разсужденіе приводитъ къ абсурдному результату, а во второмъ къ правильному? Источникъ этого различія г. Аменицкимъ не указанъ, и г. Видеманъ вполнѣ правъ, не удовлетворяясь его объясненіемъ. Вмѣсто этого г. Видеманъ даетъ три своихъ объясненія. Разсмотримъ ихъ по порядку; приведемъ въ подлинникѣ сначала первое изъ этихъ объясненій.

«Во-первыхъ, шаръ не будетъ приводиться въ движеніе силою mr по той простой причинѣ, что этой силы вовсе нѣтъ. Изъ параллелограмма $ymrp$ слѣдуетъ лишь то, что, если мы выкинемъ силу mp, то можемъ взамѣнъ ея примѣнить двѣ силы: mr и my (или какія-нибудь другія двѣ силы или даже пять, десять силъ, коихъ величина и направленіе могутъ опредѣляться другими параллелограммами). Но пока у насъ дѣйствуетъ данная сила, то, очевидно, никакихъ замѣняющихъ силъ еще нѣтъ, совершенно подобно тому, какъ при размѣнѣ денегъ мы, правда, можемъ взамѣнъ одного рубля получить десять гривенниковъ, но отсюда вовсе не слѣдуетъ, что у насъ уже имѣются эти гривенники, когда мы еще не отдали рубля Словомъ, одно построеніе параллелограмма на бумагѣ или въ воображеніи еще недостаточно для того, чтобы на шаръ въ самомъ дѣлѣ стали вліять силы *mr* и *my*, какъ предполагаетъ г. Аменицкій. На шаръ вліяетъ только сила тяжести».

Итакъ, бѣда заключается въ томъ, что слагающихъ вовсе нѣтъ, есть равнодѣйствующая, а слагающихъ нѣтъ, — подобно тому, какъ, имѣя въ карманѣ рубль, нельзя сказать, что есть десять гривенниковъ. Но почему же тогда эти слагающія оказываются налицо во второмъ случаѣ, когда рѣчь идетъ о движеніи шара по наклонной плоскости? Почему эти слагающія оказываются налицо въ сотнѣ другихъ случаевъ, въ которыхъ вопросъ о движеніи разрѣшается разложеніемъ силы на двѣ слагающія? Оказывается, что не всегда можно разложить данную силу на двѣ слагающія по правилу параллелограмма силъ: нужно, чтобы составляющія были налицо. Эти разсужденія г. Видемана не могутъ не поставить въ тупикъ всякаго учащагося, ибо они заставятъ его усомниться въ правильности почти всѣхъ разсужденій изъ отдѣла механики, которыя онъ привыкъ слышать на урокахъ физики.

Но разъ поставленъ вопросъ о томъ, всегда ли существуютъ слагающія или нѣтъ, остановимся на этомъ вопросѣ нѣсколько подробнѣе. Во всякомъ учебникѣ физики мы находимъ положенія, которыя формулируются приблизительно въ слѣдующихъ выраженіяхъ: „Равнодѣйствующей двухъ силъ называется сила, производящая то же дѣйствіе, что и обѣ данныя силы въ совокупности. Если данныя силы имѣютъ общую точку приложенія, то равнодѣйствующая всегда существуетъ и опредѣляется по правилу параллелограмма силъ. Обратно, каждая сила можетъ быть замѣнена двумя (или нѣсколькими) силами, которыя въ совокупности производятъ то же самое дѣйствіе, что и данная сила“. Итакъ, разложить силу на двѣ слагающія значитъ указать двѣ другія силы, которыя въ совокупности производятъ то же дѣйствіе, что и данная сила. Слѣдовательно, поскольку мы интересуемся результатомъ механическаго процесса, мы одинаково вправѣ принимать, что дѣйствуетъ указанная сила или замѣняющія ее слагающія. По отношенію къ динамическому результату совершенно все равно, дѣйствуетъ ли равнодѣйствующая или дѣйствуютъ замѣняющія ее слагающія. Г. Видеманъ совершенно напрасно пытается разрушить всѣ тѣ доказательства, въ которыхъ находитъ себѣ примѣненіе разложеніе силъ; если разложенія выполнены правильно, то доказательства въ этомъ отношеніи безупречны. Г. Видеманъ, очевидно, это чувствуетъ и потому приводитъ еще второе возраженіе. Приведемъ и его въ подлинникѣ.

«Во-вторыхъ, если даже предположить, что мы какимъ-нибудь образомъ избавились отъ силы *mp* и замѣнили ее двумя составляющими, то и тогда шаръ не будетъ сдвинутъ съ мѣста, потому что сила *my*, вопреки утвержденію г. Аменицкаго, вовсе не „уничтожается“. Стѣнка *AB* въ этомъ случаѣ препятствовала бы лишь движенію шара влѣво, а это совсѣмъ не то же, что уничтожить и самую силу, толкающую шаръ влѣво. Насколько противоположное утвержденіе невѣрно, видно изъ примѣра данной силы тяжести *mp*: вѣдь эта сила тоже встрѣчаетъ непреодолимое препятствіе, и именно со стороны дна ящика, однако же, г. Аменицкій не объявляетъ ее уничтоженною. Въ дѣйствительности тяжесть, какъ всякому извѣстно, хотя и не можетъ двинуть шара внизъ, но не бездѣйствуетъ: она прижимаетъ его ко дну и, конечно, при этомъ измѣняетъ форму дна или самого шара, или ихъ обоихъ, а при достаточномъ напряженіи можетъ даже продавить дно. Точно такъ же, если мы въ нашей задачѣ на самомъ дѣлѣ примѣнимъ силу *my*, то она прижметъ шаръ къ боковой стѣнкѣ, и г. Аменицкому надо еще будетъ доказать, что другая сила *mr* преодолѣетъ это давленіе и откатитъ шаръ отъ стѣнки *AB*».

Итакъ, суть оказывается въ томъ, что сила *my*, вопреки разсужденію г. Аменицкаго, вовсе не уничтожается: она давитъ на стѣнку подобно тому, какъ сила тяжести давитъ на дно, и можетъ продавить стѣнку подобно тому, какъ шаръ можетъ продавить дно. Но мы вѣдь занимаемся здѣсь вопросомъ чистой механики; и дно и стѣнку мы представляемъ себѣ абсолютно твердыми поверхностями, создающими извѣстныя кинематическія условія движенія; продавить ихъ нельзя. Сила вызываетъ ускореніе; если въ данныхъ кинематическихъ условіяхъ сила тяжести не вызываетъ ускоренія, то это потому, что она, вопреки утвержденію г. Аменицкаго, дѣйствительно уничтожается реакціей поверхности — дна ящика. Если сила *my* въ данномъ случаѣ не уничтожается, то почему она уничтожается въ случаѣ наклонной плоскости (фиг. 2)? Выяснить это значило бы разъяснить парадоксъ; но г. Видеманъ этого отнюдь не дѣлаетъ. Гордіевъ узелъ, уже какъ будто имъ развязанный, онъ старается разрубить слѣдующимъ новымъ разсужденіемъ.

«Въ третьихъ, никто и этого (т. е. что нормальная слагающая уничтожится), конечно, не докажетъ, ибо самый фактъ, что наши двѣ составляющія получились въ результатѣ разложенія силы, направленной строго вертикально, т. е. безъ малѣйшаго наклона вправо или влѣво, этотъ фактъ уже исключаетъ возможность предположенія, чтобы какая-нибудь составляющая перетянула шаръ въ свою сторону. Для большей же убѣдительности разложимъ и силу *my*, при томъ такимъ образомъ, чтобы наглядно выяснилось, насколько она можетъ тянуть шаръ влѣво; для этого построимъ параллелограммъ *yxmp*: мы безъ труда убѣдимся, что сила *my* будетъ дѣйствовать влѣво съ такимъ напряженіемъ, какъ дѣйствовала бы сила *mx*, а послѣдняя совершенно равна силѣ *mr*».

Итакъ, здѣсь г. Видеманъ снова старается увѣрить насъ, что никакимъ разсужденіемъ нельзя доказать, что шаръ, спокойно лежащій на днѣ сосуда, не станетъ вѣчно катиться туда и обратно. Затѣмъ онъ указываетъ, что достаточно нѣсколько измѣнить разсужденіе, и результатъ получится правильный. Это, конечно, не подлежитъ сомнѣнію, но вопросъ объ источникѣ ошибки отъ этого нисколько не сталъ яснѣе.

Мы видимъ, такимъ образомъ, что г. Видеманъ ничего не прибавилъ къ неправильнымъ соображеніямъ г. Аменицкаго. Тѣмъ не менѣе онъ продолжаетъ относиться къ послѣднему съ крайней ироніей и заканчиваетъ свою статью слѣдующими словами:

«Въ заключеніе остается пожалѣть, что г. Аменицкому не пришло въ голову сдѣлать чисто ариѳметическое разложеніе силы *mp* по прямой линіи, — напримѣръ, при величинѣ *mp* въ одинъ фунтъ, разложить ее на 100 фунтовъ, дѣйствующихъ внизъ, и 99 фунтовъ, дѣйствующихъ вверхъ. Тогда, по теоріи г. Аменицкаго, сила въ 100 фунтовъ, направленная внизъ, уничтожилась бы сопротивленіемъ дна, а 99 фунтовъ подняли бы нашъ шаръ съ головокружительною быстротою къ небу»...

И здѣсь, конечно, никто не усомнится въ томъ, что этими средствами нельзя устроить дешеваго аэроплана, но одно дѣло посмѣяться, а другое дѣло выяснить дѣйствительный источникъ парадокса. Почему шаръ, спокойно лежащій на плоскости, не устремляется съ чрезвычайною силою вверхъ, этого г. Видеманъ не объяснилъ, т. е., вѣрнѣе, онъ не объяснилъ, чѣмъ разсужденіе, которое приводитъ къ такому ложному результату, отличается отъ тѣхъ соображеній, при помощи которыхъ выводится законъ движенія тѣла по наклонной плоскости. „Мнѣ кажется,“ пишетъ мнѣ по этому поводу одинъ изъ читателей „Вѣстника“, „что дѣло здѣсь гораздо сложнѣе, и что источникъ парадокса нужно искать въ принципѣ Даламберта“, и этотъ читатель, конечно, совершенно правъ.

Какъ въ случаѣ „perpetuum mobile“, такъ и въ случаѣ юмористическаго аэроплана г. Видемана парадоксальное разсужденіе состоитъ изъ двухъ частей. Во-первыхъ, дѣйствующая на тѣло сила правильно разлагается на двѣ силы. Какъ мы уже сказали выше, противъ этого пріема нельзя сдѣлать ни малѣйшихъ возраженій, онъ безупречно правиленъ. Во-вторыхъ, утверждается, что одна слагающая уничтожается реакціей поверхности. Такъ какъ разсужденіе ошибочно, а первая его половина несомнѣнно правильна, то ошибка должна заключаться во второй половинѣ. Такъ оно и есть; чтобы установить, въ чемъ заключается ошибка, надо указать правило, устанавливающее, какую реакцію дѣйствительно оказываетъ поверхность, по которой тѣло движется. Это правило устанавливается принципомъ Даламберта.

Два парадокса, о которыхъ идетъ рѣчь въ статьѣ г. Видемана (перпетуумъ мобиле и своеобразный аэропланъ), какъ и множество другихъ парадоксовъ этого рода, имѣютъ своимъ источникомъ неправильное пониманіе законовъ движенія тѣла, свобода перемѣщенія котораго ограничена такъ называемыми связями. Если точно установить и правильно примѣнять эти законы, то парадоксы исчезнутъ.

Тѣло, или, будемъ лучше говорить, матеріальная точка, называется свободной въ своемъ движеніи, если условія движенія таковы, что точка въ каждый моментъ можетъ изъ своего положенія перемѣститься въ любомъ направленіи. Если представимъ себѣ матеріальную точку въ пустотѣ, то изъ любого ея положенія она можетъ перемѣститься въ какомъ угодно направленіи, коль скоро ей будетъ въ этомъ направленіи сообщенъ импульсъ; это свободная матеріальная точка. Опредѣленіе движенія свободной матеріальной точки подъ дѣйствіемъ заданныхъ силъ составляетъ первую основную часть динамики. Мы будемъ предполагать, что мы владѣемъ рѣшеніемъ этой задачи, т. е. что мы умѣемъ опредѣлять движеніе точки подъ дѣйствіемъ заданныхъ силъ.

Точка называется связанной въ своемъ движеніи, если свобода ея перемѣщенія тѣми или иными способами ограничена, т. е. если она не можетъ получить перемѣщенія въ любомъ направленіи. Если, напримѣръ, твердый шаръ катится по твердой плоскости, то центръ этого тѣла не можетъ получить такого перемѣщенія, которое приблизило бы его къ плоскости. Центръ этого шара представляетъ собой точку, связанную въ своемъ движеніи; тѣ условія, которыми опредѣляется ограниченіе свободы при движеніи точки, называются связями.

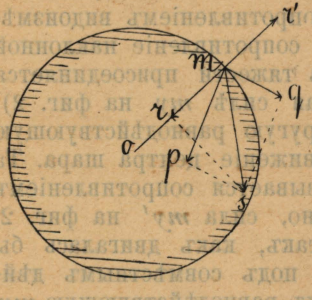
Если сила дѣйствуетъ на свободную точку, то она сообщаетъ ей то именно ускореніе, которое опредѣляется величиной и направленіемъ силы. Но если точка связана, то дѣйствіе силы обыкновенно видоизмѣняется; это обусловливается тѣмъ, что физическіе агенты, которыми связь осуществляется, развиваютъ добавочную силу, которая слагается съ дѣйствующей силой и такимъ образомъ видоизмѣняетъ ея дѣйствіе. Если, напримѣръ, тяжелый шаръ находится въ пустотѣ, то сила тяжести заставляетъ его падать вертикально внизъ. Но если тяжелый шаръ лежитъ на наклонной плоскости, то эта послѣдняя представляетъ собою связь, которая лишаетъ шаръ возможности двигаться по вертикали; наклонная плоскость своимъ сопротивленіемъ видоизмѣняетъ дѣйствіе силы тяжести; иначе говоря, сопротивленіе наклонной плоскости выражается въ томъ, что къ силѣ тяжести присоединяется новая слагающая (равная и противоположная силѣ my на фиг. 2); присоединяясь къ силѣ тяжести, она даетъ другую равнодѣйствующую (mr на фиг. 2), и послѣдней опредѣляется движеніе центра шара. Та слагающая, которая развивается связью, называется сопротивленіемъ или реакціей связи; это есть, слѣдовательно, сила my' на фиг. 2. Центръ тяжести движется, слѣдовательно, такъ, какъ двигалась бы свободная точка, если бы она находилась подъ совмѣстнымъ дѣйствіемъ силы тяжести mp и силы my', дающихъ равнодѣйствующую mr. Вообще, точка, движеніе которой ограничено связями, движется такъ, какъ двигалась бы свободная точка, если бы къ дѣйствующимъ силамъ присоединилась реакція связи. Итакъ, что же намъ необходимо знать для того, чтобы установить движеніе связанной точки подъ дѣйствіемъ заданныхъ силъ? Намъ нужно умѣть разсчитать реакцію связи въ каждый данный моментъ. Точка будетъ двигаться такъ, какъ двигалась бы свободная точка подъ дѣйствіемъ тѣхъ же силъ съ присоединеніемъ къ нимъ реакціи связи. Принципъ Даламберта даетъ возможность установить эту реакцію. Мы не будемъ здѣсь приводить принципъ Даламберта во всей его общности, потому что это завело бы насъ слишкомъ далеко. Мы ограничимся только двумя случаями, которыми вопросы элементарной механики, въ случаѣ одной движущейся точки, въ сущности, вполнѣ исчерпываются.

Первый случай. Точка поставлена въ такія кинематическія условія, что можетъ двигаться только по данной поверхности; связь, осуществляющая это условіе, называется удерживающей поверхностью.

Если, напримѣръ, твердый шаръ лежитъ между двумя параллельными твердыми поверхностями, разстояніе между которыми въ точности равняется діаметру шара, то центръ шара можетъ двигаться только по поверхности, проходящей на одинаковомъ разстояніи отъ обѣихъ параллельныхъ поверхностей. Какъ же опредѣляется реакція удерживающей поверхности?

Реакція удерживающей поверхности равна проекціи на нормаль къ поверхности равнодѣйствующей всѣхъ дѣйствующихъ на движущуюся точку силъ, но имѣетъ противоположное этой проекціи направленіе.

Подробнѣе: если мы хотимъ опредѣлить реакцію удерживающей поверхности въ опредѣленный моментъ, то мы должны a) провести нормаль къ поверхности въ той точкѣ, въ которой въ разсматриваемый моментъ находится движущаяся точка, b) найти равнодѣйствующую всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на матеріальную точку помимо связи, c) построить проекцію этой равнодѣйствующей на нормаль къ поверхности, d) взять силу, равную и противоположную этой проекціи; это будетъ искомая реакція.



Фиг. 3.

Примѣръ. Матеріальная точка m движется по удерживающей сферѣ (фиг. 3) подъ дѣйствіемъ двухъ силъ: силы mp и силы mq. Опредѣлить реакцію сферы.

Нормалью къ поверхности сферы въ точкѣ m служитъ радіусъ, проходящій черезъ точку m; равнодѣйствующая ms силъ mp и mq выражается діагональю ms параллелограмма $mpsq$; проекція этой равнодѣйствующей на нормаль есть mr; равный и противоположный отрѣзокъ mr' выражаетъ реакцію связи.

Иногда кинематическія условія таковы, что матеріальная точка можетъ либо двигаться по нѣкоторой поверхности, либо сойти съ нея только въ одну опредѣленную сторону. Такого рода связь называется неудерживающей поверхностью. Если, напримѣръ, твердый шаръ лежитъ на горизонтальной твердой плоскости, то центръ его можетъ либо двигаться по плоскости, параллельной плоскости опоры, либо при дѣйствіи надлежащихъ силъ подняться надъ этой плоскостью; опуститься ниже этой плоскости онъ не можетъ, такъ какъ этому препятствуетъ твердая плоскость, осуществляющая связь. Въ случаѣ неудерживающей поверхности мы будемъ называть положительной нормалью къ поверхности лучъ, направленный по нормали въ ту сторону поверхности, въ которую перемѣщеніе матеріальной точки возможно, а отрицательной нормалью мы будемъ называть лучъ противоположнаго направленія. Такъ, напримѣръ, въ разсмотрѣнномъ выше примѣрѣ шара, лежащаго на твердой горизонтальной плоскости, положительная нормаль будетъ направлена вертикально вверхъ, а отрицательная — вертикально внизъ.

Неудерживающая связь препятствуетъ перемѣщенію точки только въ сторону отрицательной нормали; если поэтому равнодѣйствующая всѣхъ дѣйствующихъ силъ даетъ проекцію, направленную по отрицательной нормали, то связь оказываетъ реакцію въ противоположномъ направленіи, т. е. въ сторону положительной нормали; если эта равнодѣйствующая даетъ проекцію, направленную по положительной нормали, то она свободно производитъ свое дѣйствіе — связь не реагируетъ. Если, напримѣръ, на шаръ, лежащій на твердой горизонтальной плоскости, дѣйствуетъ сила, направленная вертикально внизъ, то твердая плоскость оказываетъ ей противодѣйствіе; если же эта сила направлена вертикально вверхъ, то она свободно подымаетъ шаръ — плоскость не оказываетъ реакціи.

Итакъ, *въ случаѣ неудерживающей поверхности реакція опредѣляется по тому же правилу, какъ и въ случаѣ удерживающей поверхности; но она дѣйствуетъ только въ томъ случаѣ, если она направлена по положительной нормали, т. е. если проекція равнодѣйствующей направлена по отрицательной нормали; если же проекція равнодѣйствующей направлена по положительной нормали, то поверхность не оказываетъ никакой реакціи.*

Мы особенно подчеркнемъ еще одно обстоятельство: изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что *реакція связи зависитъ только отъ равнодѣйствующей всѣхъ приложенныхъ къ матеріальной точкѣ силъ.* Оно и ясно: не можетъ же реакція зависѣть отъ того, замѣнимъ ли мы данную силу той или иной эквивалентной ей системой силъ, разъ эта послѣдняя производитъ то же дѣйствіе, что и первоначальная сила.

Приложимъ теперь изложенное правило къ нѣкоторымъ случаямъ, о которыхъ была рѣчь выше.

Прежде всего разберемъ своеобразный аэропланъ г. *Видемана*. Однородный шаръ вѣсомъ въ 1 фунтъ лежитъ на горизонтальной доскѣ. Центръ шара, съ которымъ совпадаетъ и центръ его тяжести, ограниченъ въ своемъ движеніи неудерживающей связью: онъ можетъ двигаться либо въ плоскости, проходящей черезъ его начальное положеніе параллельно плоскости опоры, либо можетъ подняться вверхъ, если къ нему будетъ приложена сила, способная такое поднятіе произвести; твердая плоскость преграждаетъ лишь его движеніе внизъ. Положительная нормаль къ плоскости связи направлена вертикально вверхъ, отрицательная — вертикально внизъ. Къ центру шара приложена сила въ одинъ фунтъ, дѣйствующая вертикально внизъ, т. е. по отрицательной нормали. Слѣдовательно, связь развиваетъ реакцію, дѣйствующую въ противоположномъ направленіи. Въ данномъ случаѣ проекція на нормаль равнодѣйствующей приложенныхъ къ центру шара силъ совпадаетъ съ самой равнодѣйствующей. Поэтому реакція также равна одному фунту и направлена вертикально вверхъ; реакція уничтожаетъ всю приложенную къ шару силу, и если онъ не имѣлъ начальной скорости, то онъ остается безъ движенія. Если мы разложимъ приложенную къ центру шара силу на двѣ, одну въ 100 фунтовъ, дѣйствующую вертикально внизъ, другую въ 99 фунтовъ, дѣйствующую вертикально вверхъ, то реакція связи, зависящая исключительно отъ равнодѣйствующей, попрежнему останется равной одному фунту и будетъ дѣйствовать вертикально вверхъ. Итакъ, теперь къ центру тяжести шара будутъ приложены три силы: одна въ 100 фунтовъ, направленная внизъ, другая въ 99 фунтовъ, направленная вверхъ, и третья (реакція) въ 1 фунтъ, направленная вверхъ. Эти три силы взаимно уравновѣшиваются, и шаръ, конечно, не превратится въ аэропланъ.

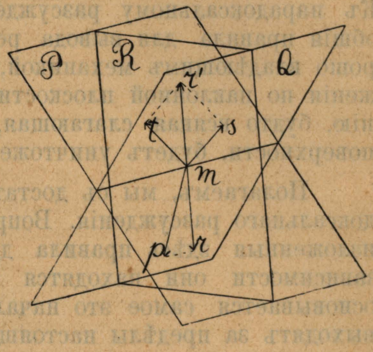
Итакъ, въ чемъ же заключалась бы ошибка того, кто вздумалъ бы предложить изготовленіе аэроплановъ при помощи разложенія силы тяжести на двѣ составляющія? Въ томъ, очевидно, что связь не будетъ развивать реакціи согласно нашему желанію — въ зависимости отъ того, какъ мы будемъ разлагать силу на двѣ составляющія; она дѣйствительно развиваетъ реакцію, но послѣдняя вполнѣ опредѣляется равнодѣйствующей приложенныхъ къ точкѣ силъ; въ данномъ случаѣ эта реакція равна одному фунту и направлена вертикально вверхъ, какой бы эквивалентной системой силъ мы ни замѣнили вѣсъ шара.

Обратимся теперь къ наклонной плоскости (фиг. 2). Здѣсь мы снова имѣемъ неудерживающую плоскость. Положительная нормаль направлена въ сторону my', отрицательная — по my; сила, приложенная къ центру шара (его вѣсъ mp), направлена вертикально внизъ, ея проекція на нормаль my направлена въ отрицательную сторону послѣдней, а потому связь производитъ реакцію my', равную и противоположную my. На центръ шара дѣйствуютъ теперь силы mp и my', равнодѣйствующая которыхъ mr и производитъ движеніе шара по наклонной плоскости. Это выражаютъ обыкновенно такъ, что „реакція связи уничтожаетъ слагающую my, дѣйствующую нормально къ наклонной плоскости“. Это въ данномъ случаѣ дѣйствительно имѣетъ мѣсто, потому что реакція равна и противоположна my. Но такъ какъ въ обычномъ элементарномъ изложеніи это соображеніе не приводится, т. е. не устанавливается заранѣе величина реакціи связи, то у недостаточно освѣдомленнаго читателя и можетъ выработаться представленіе, что реакція связи уничтожитъ слагающую любой величины, которую мы направимъ по нормали къ поверхности связи. Это и есть источникъ всѣхъ парадоксовъ этого рода.

Второй случай. Связь состоитъ изъ двухъ удерживающихъ поверхностей, т. е. движущаяся точка должна оставаться на двухъ поверхностяхъ, иначе говоря, должна двигаться по линіи пересѣченія этихъ поверхностей.

Въ этомъ случаѣ каждая связь развиваетъ реакцію, которая опредѣляется слѣдующимъ образомъ: а) черезъ точку, въ которой въ данный моментъ находится движущаяся матеріальная точка, нужно провести плоскость, нормальную къ этой линіи; b) нужно взять проекцію на эту плоскость равнодѣйствующей силъ, приложенныхъ къ матеріальной точкѣ; c) сила, равная и противоположная этой проекціи, есть равнодѣйствующая реакцій обѣихъ удерживающихъ поверхностей; d) чтобы опредѣлить реакцію каждой отдѣльной поверхности, нужно разложить эту послѣднюю силу на двѣ слагающія по нормалямъ къ поверхностямъ.

Примѣръ. Тяжелая матеріальная точка m движется по линіи пересѣченія двухъ плоскостей P и Q. На точку дѣйствуетъ сила mp, направленная вертикально внизъ. Чтобы опредѣлить реакціи поверхностей проводимъ плоскость R, перпендикулярную къ линіи пересѣченія плоскостей P и Q въ точкѣ m, и строимъ проекцію mr силы mp на эту плоскость. Сила mr', равная и противоположная силѣ mr, представитъ равнодѣйствующую реакцій обѣихъ плоскостей. Если силу r' разложимъ на двѣ составляющія ms и mt по нормалямъ къ удерживающимъ плоскостямъ, то мы получимъ реакціи двухъ плоскостей.



Фиг. 4.

Если одна изъ двухъ поверхностей или обѣ будутъ неудерживающими, то реакціи строятся по тому же правилу, но каждая реакція дѣйствуетъ только въ томъ случаѣ, если она направлена въ положительную сторону соотвѣтствующей нормали.

Примѣнимъ это правило къ перпетуумъ-мобиле г. Аменицкаго. Шаръ опирается на дно сосуда и плоскую стѣнку ящика; центръ шара лежитъ на линіи пересѣченія плоскостей, параллельныхъ плоскости дна и плоскости стѣнки. Эта линія пересѣченія горизонтальна. Обѣ связи неудерживающія, mp и my суть направленія отрицательныхъ нормалей къ нимъ. На центръ шара дѣйствуетъ сила тяжести mp вертикально внизъ. Плоскость, перпендикулярная къ линіи пересѣченія связей, есть вертикальная плоскость чертежа. Проекція силы mp на эту плоскость совпадаетъ съ самой силой; поэтому полная реакція связей выражается силой mp', равной и противоположной mp. Итакъ, чтобы найти реакціи дна и стѣнки въ отдѣльности, надо эту силу mp' разложить на двѣ силы, дѣйствующія по направленію прямыхъ mp и my. Но это разложеніе приводитъ къ тому, что на одну нормаль падаетъ вся сила mp', а на другую слагающей не приходится. Итакъ, дно оказываетъ реакцію mp', а боковая стѣнка никакой реакціи не оказываетъ; эта связь, какъ говорятъ, не напряжена.

Такимъ образомъ на центръ шара дѣйствуютъ двѣ силы: вѣсъ шара mp и реакція mp'; онѣ взаимно уничтожаются, и, если шаръ не имѣлъ начальной скорости, то онъ останется въ покоѣ. Если мы замѣнимъ силу mp двумя силами my и mr, то къ центру шара будутъ приложены три силы my, mr и mp'; эти три силы взаимно уравновѣшиваются, и движенія не произойдетъ.

Ошибка разсужденія заключалась, слѣдовательно, въ томъ, что расчетъ реакцій связей былъ поставленъ въ зависимость не отъ равнодѣйствующей всѣхъ приложенныхъ къ шару силъ, а отъ того или иного разложенія этой равнодѣйствующей на двѣ слагающія. Разница между разсужденіемъ въ случаѣ наклонной плоскости и при перпетуумъ-мобиле г. Аменицкаго заключается въ томъ, что въ первомъ случаѣ реакція разсчитана правильно, во второмъ неправильно. Къ парадоксальному разсужденію приводитъ то обстоятельство, что общія правила для вывода реакціи связи лицамъ, недостаточно хорошо владѣющимъ механикой, неизвѣстны; обычный же выводъ движенія по наклонной плоскости приводитъ къ ошибочному представленію, будто всякая слагающая, направленная по нормали къ твердой поверхности, будетъ уничтожена реакціей этой поверхности.

Полагаемъ, мы съ достаточной ясностью выяснили ошибку парадоксальнаго разсужденія. Вопросъ, конечно, другой, на чемъ основаны изложенныя здѣсь правила для вычисленія реакцій связей, въ какой зависимости они находятся отъ начала Даламберта; на чемъ основывается самое это начало — это вопросы довольно сложные; они выходятъ за предѣлы настоящей статьи, которая имѣетъ лишь цѣлью распутать парадоксъ г. Аменицкаго.

Къ реформѣ преподаванія математики и физики въ средней школѣ.

V.

Докладъ Дидактической Коммиссіи при Русскомъ Физико-Химическомъ Обществѣ *).

Почти весь 1910 г. при Р. Ф.-Х. О. подъ предсѣдательствомъ проф. О. Д. Хвольсона работала Дидактическая Коммиссія, поставившая себѣ цѣлью выработать примѣрную программу курса физики въ средн. учебныхъ заведеніяхъ.

Съ цѣлью полнѣе освѣтить вопросъ, Коммиссія старалась привлечь въ свою среду не только лицъ, работающихъ въ мужскихъ гимназіяхъ, но и лицъ, преподающихъ въ женскихъ гимназіяхъ, кадетскихъ корпусахъ и т. д.

*) Докладъ этотъ былъ прочитанъ въ засѣданіи подотдѣла методовъ преподаванія физики и химіи 2-го Менделѣевскаго съѣзда 22 декабря 1911 г. (См. „Вѣстникъ", № 555, стр. 83). Но въ печати онъ появился только теперь—въ послѣдней книжкѣ Журнала Р. Ф.-Х. О. Въ виду капитальной важности доклада и авторитетности органа, отъ котораго онъ исходитъ, мы сочли нужнымъ помѣстить докладъ цѣликомъ. *Ред.*

Однако, чтобы концентрировать обсужденіе, мы рѣшили конкретизировать вопросъ, взявши для примѣра одинъ типъ учебныхъ заведеній, а именно: казенную мужскую гимназію. Тѣмъ съ большею благодарностью Бюро Коммиссіи должно отмѣтить постоянное участіе въ ея засѣданіяхъ лицъ, непосредственно не заинтересованныхъ въ разбиравшемся вопросѣ.

Первый вопросъ, который поставила себѣ Коммиссія, это вопросъ о цѣлесообразности самой постановки задачи: своевременно ли въ какомъ бы то ни было видѣ стремиться къ нормировкѣ преподаванія физики; не правильнѣе ли было бы воздержаться пока отъ всякаго фиксированія, выждавъ, какіе результаты принесутъ предпринимаемыя попытки приложенія новыхъ методовъ преподаванія. Рядъ соображеній привелъ насъ къ утвердительному отвѣту на этотъ вопросъ.

1) Реформа преподаванія физики въ Россіи началась давно. Первый большой вопросъ — вопросъ о физическихъ кабинетахъ, вопросъ о замѣнѣ мѣловой физики физикой экспериментальной — несомнѣнно повсюду, и у насъ въ Россіи, прошелъ всѣ фазы — и результаты его налицо. Правда, другой, не менѣе важный вопросъ, вопросъ о введеніи практическихъ занятій, еще ждетъ своего детальнаго разрѣшенія, но общее рѣшеніе по этому вопросу уже достаточно назрѣло. Итакъ — уже эти двѣ крупныя реформы требуютъ своего закрѣпленія, чтобы послужить базами дальнѣйшаго прогресса.

2) Другой мотивъ, побудившій насъ утвердительно отвѣтить на поставленный вопросъ, былъ мотивъ соціальный. Пестрота, которая отмѣчаетъ теперь преподаваніе физики въ различныхъ школахъ, въ извѣстномъ смыслѣ не согласуется съ демократизаціей народнаго образованія, съ его доступностью для болѣе широкихъ массъ. Бо́льшее однообразіе, рутинизируя до извѣстной степени школу, дѣлаетъ ее, однако, болѣе доступной, напримѣръ, въ смыслѣ перехода ученика изъ городского училища въ гимназію и т. п. Такая рутинизація является, повидимому, неизбѣжнымъ послѣдствіемъ демократизаціи. Предлагая здѣсь свой докладъ, Коммиссія ни въ какой мѣрѣ не разсчитываетъ дать что-либо новое. Естественно, что всякая нормировка должна дать нѣчто среднее, до извѣстной степени обезличенное. Отсюда не слѣдуетъ, что предлагаемые тезисы мы считаемъ единственно правильными. Напротивъ того, мы предвидимъ большое число индивидуальныхъ рѣшеній, болѣе удачныхъ, чѣмъ предлагаемая норма. Тѣмъ не менѣе мы надѣемся, что эта норма отражаетъ на себѣ ту равнодѣйствующую всѣхъ приложенныхъ силъ, которая опредѣляетъ прочныя культурныя завоеванія. Выставляя свои тезисы, Коммиссія желала бы только дать почву для преній, и мы были бы глубоко удовлетворены, если бы убѣдились, что программа преній отвѣчаетъ назрѣвшимъ вопросамъ.

При рѣшеніи вопроса о содержаніи курса физики мы встрѣчаемся съ рядомъ тенденцій, приводящихъ къ противоположнымъ выводамъ. Богатство физики, съ одной стороны, высокимъ теоретическимъ содержаніемъ, а съ другой стороны—многочисленными приложеніями, заставляютъ однихъ подчеркивать цѣнность ея умозрительныхъ концепцій, другихъ — видѣть цѣнность ея въ разъясненіи каждодневныхъ явленій, въ подготовкѣ учениковъ къ той или иной практической дѣятельности. Считая установленнымъ тезисъ, что средняя школа должна быть школой общеобразовательной, мы старались очертить программу курса физики по роли ея въ общеобразовательной школѣ, принципіально отстраняя всякіе иные мотивы, которые могли бы опредѣлять содержаніе преподаванія.

Цѣнность физики въ качествѣ образовательнаго предмета лежитъ какъ въ ея содержаніи, такъ и въ ея методѣ. Но и въ содержаніи ея мы отмѣчаемъ два момента. Физика знакомитъ насъ съ наиболѣе общими процессами, протекающими въ окружающей жизни, приближаетъ насъ къ ихъ пониманію. Поэтому такіе общіе и твердо установленные законы, какъ законъ сохраненія энергіи, должны быть проведены съ возможною отчетливостью въ курсѣ. Для правильнаго освѣщенія истиннаго содержанія такихъ законовъ не слѣдуетъ жалѣть времени, экономя его на другихъ, менѣе важныхъ вопросахъ. Но и прикладная физика не можетъ быть вычеркнута изъ списка общеобразовательныхъ предметовъ. Если образованный человѣкъ долженъ имѣть ясное понятіе объ основныхъ явленіяхъ окружающей его природы, то въ такой же мѣрѣ онъ долженъ представлять себѣ, какими путями и средствами осуществляется окружающая его напряженная техническая жизнь. Своимъ методомъ физика способствуетъ развитію самодѣятельности и наблюдательности, пріучаетъ къ точному мышленію въ области реально представляющихся задачъ, идя въ этомъ отношеніи дальше другихъ предметовъ естествознанія, преподаваемыхъ въ средней школѣ. Достиженію этой послѣдней цѣли особенно способствуетъ введеніе практическихъ занятій учащихся. Однако, мы не рѣшаемся теперь уже нормировать этотъ методъ обученія, въ виду спорности наиболѣе цѣлесообразной и осуществимой формы этихъ занятій. Однако, мы полагаемъ возможнымъ обсуждать вопросъ о программѣ, не предрѣшая вопроса о практическихъ занятіяхъ.

Что касается формы курса, то ни одна изъ двухъ существующихъ общихъ формъ — курса радіальнаго и курса концентрическаго — не представляется намъ пріемлемою. Курсъ радіальный — какъ онъ принятъ у насъ — имѣетъ свои большіе и хорошо намъ знакомые недостатки. Съ одной стороны, совершенно несравнимо общее развитіе учениковъ въ началѣ и въ концѣ. Благодаря этому главы, проходимыя въ началѣ, должны быть излагаемы значительно элементарнѣе, чѣмъ заключительныя главы. Съ другой стороны, прохожденіе большого курса безъ предварительнаго ознакомленія съ основными фактами дѣлаетъ систематическій курсъ утомительнымъ вслѣдствіе полной новизны всего излагаемаго матеріала. Несомнѣнно выгоднѣе, когда по курсу предварительно разставлены вѣхи, которыя отмѣчаютъ пройденный путь и опредѣляютъ предстоящій. Наконецъ, многія свѣдѣнія изъ физики рано требуются на урокахъ другихъ предметовъ, а между тѣмъ очень важно подчеркнуть въ сознаніи учащихся эту возможную связь наукъ, чтобы они ощутили стройность и цѣльность научнаго міропониманія. Все это указываетъ на цѣнность концентрической формы курса. Однако, существующія попытки концентрическихъ курсовъ не кажутся намъ удовлетворительными. Тѣсная и взаимная связь физическихъ явленій не позволяетъ выполнить дѣленіе на концентры во всѣхъ отдѣлахъ курса, получается чисто механическое отсѣиванье легкаго отъ труднаго, благодаря чему легкое — отпавшее въ первый концентръ — лишается взаимной связи, а болѣе сложный второй концентръ можетъ воспроизвести эту связь лишь путемъ включенія всѣхъ выпавшихъ при дѣленіи звеньевъ. Поэтому мы полагаемъ, что первый концентръ не долженъ представлять свѣдѣній изъ всѣхъ отдѣловъ физики. Онъ долженъ представить самостоятельный курсъ, логически стройный и методически связный. Поэтому вмѣсто концентровъ мы говоримъ о ступеняхъ, при чемъ младшая ступень представляетъ изъ себя методическое введеніе — пропедевтику физики, а старшая даетъ уже систематическій курсъ.

Для первой ступени, какъ по характеру, такъ и по содержанію, наиболѣе подходятъ экспериментальныя главы изъ гидростатики, аэростатики и теплоты. Этимъ курсомъ могутъ быть удовлетворены два требованія: нѣкоторая общая подготовка, позволяющая сразу поставить систематическій курсъ на прочномъ фундаментѣ, и, во-вторыхъ, вопросы теплоты и гидростатики нужны болѣе всего въ другихъ отдѣлахъ естествознанія.

Третья цѣль концентрическаго курса — предварительная разстановка вѣхъ, опредѣляющихъ курсъ, — не удовлетворяется, и удовлетворить ее приходится какимъ-нибудь инымъ путемъ. Понятіе «экспериментальныя» главы не предполагаетъ еще практическихъ занятій,—однако, намѣченная цѣль несомнѣнно будетъ лучше достигнута, если эта первая ступень будетъ проработана на лабораторныхъ урокахъ. Такой лабораторный методъ требуетъ, конечно, многочисленныхъ комплектовъ, но стоимость такого пропедевтическаго практикума весьма невелика, обстановка его несложна, а потому мы не считали бы невозможнымъ исходить изъ предположенія наличности такого лабораторнаго курса. Такое прохожденіе гидростатики не должно быть основано на предварительномъ ознакомленіи съ механикой. Основныя механическія представленія и аксіомы въ достаточной мѣрѣ присущи учащимся, чтобы введеніе механическихъ понятій требовало особаго курса механики; обосновать же гидростатику и аэростатику на механикѣ на первой ступени все равно невозможно.

Что касается второй ступени, то она рисуется въ такомъ порядкѣ. Открывается она съ оптики, которая при современныхъ экспериментальныхъ средствахъ является одной изъ наиболѣе наглядныхъ областей. Вмѣстѣ съ тѣмъ геометрическая оптика представляется чрезвычайно хорошимъ матеріаломъ, гдѣ можно пріучить учащихся оперировать физическими понятіями, проводить расчетъ до конца, хотя и въ элементарной формѣ.

На второмъ мѣстѣ стоитъ ученіе о магнитныхъ и электрическихъ явленіяхъ. Мысль, что электричество, какъ наиболѣе богатая экспериментальными понятіями глава, должно быть поставлено впереди, врядъ ли правильна, такъ какъ за экспериментальнымъ богатствомъ кроется большая сложность теоретической концепціи. Заключительной главой является глава о тепловыхъ явленіяхъ, которую въ нашихъ тезисахъ, для краткости, мы назвали термодинамикой, чтобы оттѣнить характеръ преподаванія. Здѣсь мы представляемъ себѣ умѣстнымъ изложить 1-й принципъ и, если возможно, дать понятіе о 2-мъ принципѣ, установить нѣкоторыя взаимоотношенія между тепловыми процессами и внѣшними факторами — давленіемъ и т. д.

Что касается механики, то роль ея въ нашей программѣ выяснена недостаточно. Несомнѣнно, что обоснованіе физики на механикѣ неосуществимо въ средней школѣ (какъ оно неосуществимо въ наукѣ). Поэтому предпосылать курсу физики большую главу теоретической механики представляется мало цѣлесообразнымъ. Основныя понятія даются легко и могутъ быть вводимы попутно, что же касается стройнаго и связнаго курса механики, то онъ заключаетъ въ себѣ такія громадныя трудности,— какъ, напримѣръ, понятіе «масса»,— что преждевременное введеніе этого курса было бы мало цѣлесообразно.

Въ виду этого механика разбивается въ нашемъ представленіи на 4 части. Въ пропедевтическомъ курсѣ сообщаются простѣйшія механическія понятія. Курсу оптики и акустики предпосылается глава о колебательномъ движеніи. Курсу электричества и магнетизма предпосылается глава о работѣ и потенціалѣ. Наконецъ, въ послѣднемъ классѣ дается общая механическая схема — «ученіе о движеніи и силахъ». Вмѣстѣ съ тѣмъ въ послѣднемъ классѣ вновь разрабатываются, но уже подъ другимъ угломъ зрѣнія, тѣ вопросы, которые послужили матеріаломъ пропедевтическаго курса, что удовлетворяетъ до нѣкоторой степени потребность въ концентрированіи курса.

Химія не нашла себѣ мѣста въ нашей схемѣ. Мы полагали, что химія, въ виду своей важности, какъ одна изъ двухъ основныхъ наукъ естествознанія, въ виду богатства своего содержанія и своеобразія своихъ научныхъ концепцій, должна быть выдѣлена въ самостоятельный предметъ.

Число часовъ, потребныхъ для прохожденія такого курса физики, полагается нами въ 10 часовъ, при чемъ предполагается факультативно лабораторный методъ преподаванія на первой ступени, но не имѣются въ виду практическія занятія. Что касается распредѣленія этихъ 10 часовъ, то намѣчались 2 схемы:

Классы	5	6	7	8
Либо А	0	3	4	3
» В	2	3	3	2

Первая схема опиралась на желаніе сконцентрировать нѣсколько самое преподаваніе и дать учителю возможность лучше ознакомиться съ классомъ. Вторая схема исходитъ изъ представленія, что желательно уже съ болѣе юнаго возраста прививать знакомство съ основными явленіями физики.

Распредѣленіе матеріала по классамъ въ этихъ 2-хъ схемахъ рисуется такъ: Схема А. Гидростатика, аэростатика и теплота — 3 часа. Оптика, акустика, электричество и магнетизмъ — 4 часа. Механика, термодинамика — 3 часа. Схема В. Гидростатика, аэростатика и теплота — 2 часа. Оптика, акустика — 3 часа. Электричество и магнетизмъ — 3 часа. Механика, термодинамика — 2 часа.

Что касается характера курса, то намъ казалось полезнымъ сдѣлать слѣдующія замѣчанія. Курсъ неоднократно называется нами экспериментальнымъ. Мы хотимъ этимъ сказать, съ одной стороны, что самыя понятія должны вырабатываться въ сознаніи учениковъ путемъ экспериментальныхъ воспріятій, и, во-вторыхъ, что главное содержаніе должны составить опытные факты, а не ихъ теоретическое истолкованіе.

Современныя экспериментальныя средства представляютъ къ тому полную возможность; однако, мы считаемъ нужнымъ сдѣлать двѣ оговорки.

1) Экспериментъ никоимъ образомъ не долженъ стать самодовлѣющей частью курса. Онъ долженъ являться только средствомъ и долженъ составить органическую часть курса. Поэтому экспериментъ не долженъ загромождать курса. Заучиванье эксперимента, а особенно эксперимента, не произведеннаго въ классѣ, допустимо лишь въ особыхъ, классическихъ случаяхъ.

2) Увлеченіе экспериментомъ, когда каждая фраза, каждый выводъ иллюстрируется, а особенно, когда иллюстрація эта производится при помощи огромнаго числа спеціальныхъ мелочныхъ приспособленій, какъ это теперь дѣлается многими фирмами, должно быть осуждено. Иллюстрированы должны быть тѣ основныя явленія, о характерѣ и размѣрахъ которыхъ можетъ составиться невѣрное представленіе въ сознаніи учащагося. Такъ, недостаточно сказать, что всѣ тѣла расширяются при нагрѣваніи. Нужно показать, какъ, въ сущности, невелико это расширеніе. Демонстрировать же, что латунь расширяется больше, чѣмъ желѣзо, нѣтъ необходимости. Въ этомъ ученики могутъ повѣрить намъ. Измѣреніе въ точномъ смыслѣ слова должно лишь изрѣдка примѣняться на лекціи. Слѣдуетъ скорѣе внушать мысль, что точно измѣрять можно только при тщательной детальной работѣ, а не бѣгло и быстро, какъ на лекціи. Самый экспериментъ долженъ быть простъ, изященъ и внушителенъ. Для достиженія этого въ общемъ мы полагаемъ своевременнымъ выставить требованія, чтобы физическій классъ былъ достаточно обставленъ средствами, какъ, напримѣръ, токъ, газъ, вода. Кромѣ того, такъ называемые основные приборы, представляющіе собою не приборы для опредѣленнаго эксперимента, но приборы, пользованіе которыми предвидится часто и въ разныхъ комбинаціяхъ, должны быть солидны и хороши. Такими приборами являются насосы, вѣсы, гальванометры, индукціонныя катушки, электромагниты и т. д. Эту мысль мы и старались провести въ изданномъ нами въ 1910 г. «спискѣ приборовъ», принятомъ затѣмъ, какъ нормальный, Ученымъ Комитетомъ М. Н. П.

Будучи, однако, въ основаніяхъ своихъ экспериментальнымъ, курсъ физики, особенно на старшихъ ступеняхъ, долженъ приводить къ научнымъ обобщеніямъ. Въ этомъ смыслѣ курсъ среднешкольной физики долженъ быть достаточно современенъ. Онъ долженъ считаться съ состояніемъ науки, долженъ учитывать тѣ конъюнктуры, которыя опредѣляютъ интересъ отдѣльныхъ вопросовъ, долженъ сглаживать переходъ отъ школьнаго преподаванія къ научному изученію. Но въ этомъ стремленіи идти за наукою должна быть соблюдена диктуемая педагогическими соображеніями осторожность. Надо твердо помнить, что то, что пригодно, какъ рабочая гипотеза, для пробивающаго дорогу впередъ изслѣдователя, то можетъ породить совершенно невѣрные образы въ головахъ начинающихъ — можетъ дискредитировать въ глазахъ ихъ самую науку. Надо, чтобы въ сознаніи учениковъ явилась потребность въ созданіи какой-нибудь рабочей гипотезы, но именно р а б о ч е й, т. е. необходимой для движенія впередъ, а не для удовлетворенія результатами.

Поэтому мы полагаемъ, что новыя, спорныя теоріи и гипотезы, не постулируемыя извѣстными ученикамъ фактами, должны лишь въ крайнихъ случаяхъ съ величайшей осторожностью и ни въ какомъ случаѣ не догматически сообщаться ученикамъ. Нѣкоторыя гипотезы должны быть, конечно, изложены въ курсѣ. Такова гипотеза молекулярная, такова скажемъ, пока не поздно, гипотеза эфира. Но въ изложеніи должна быть проведена отчетливая грань между самыми явленіями, доступными нашему опыту, и гипотетическимъ ихъ истолкованіемъ.

Приблизительно то же можно сказать о взглядахъ, оправдываемыхъ недоступными ученику теоретическими соображеніями; напримѣръ, цифровые выводы кинетической теоріи газовъ могутъ быть сообщаемы лишь съ соотвѣтствующими поясненіями. Однако, это не снимаетъ съ преподавателя обязанности удовлетворять назрѣвшую потребность учениковъ въ разъясненіяхъ. Новыя физическія открытія, поражающія воображеніе учениковъ и вызывающія естественные съ ихъ стороны вопросы, должны быть предметомъ бесѣдъ въ классѣ.

Весьма сложнымъ представляется намъ вопросъ о роли историческаго элемента въ курсѣ физики. Несомнѣнно, въ понятіе «общаго образованія» входитъ и ознакомленіе съ важнѣйшими эпохами, когда физическая мысль испытывала особенно рѣзкую эволюцію. Эпохи Галилея, Франклина должны найти себѣ мѣсто въ курсѣ. Но простое упоминаніе именъ, датъ и описаніе экспериментовъ ни въ какой мѣрѣ не рѣшаетъ этой задачи. Настроеніе эпохи, импульсы, двигавшіе изслѣдователями, остаются скрытыми, и получается обратный эффектъ. Вмѣсто уваженія къ генію, преклоненія передъ свѣжестью и силой мысли и убѣжденія, получается только недоумѣніе: неужели надо было быть столь геніальнымъ для того, чтобы бросать камни съ Пизанской башни. Приходится удовлетвориться внѣклассной работой, дѣлая отдѣльныя эпохи предметомъ рефератовъ. Изложеніе самаго вопроса въ порядкѣ исторической послѣдовательности открытій (опыты Гальвани) не даетъ, конечно, даже приблизительнаго рѣшенія задачи, затрудняя, однако, чрезвычайно систематическое изложеніе, такъ какъ исторически первыя открытія далеко не всегда являются первыми по своей логической необходимости съ точки зрѣнія современности.

О значеніи, которое въ системѣ общаго образованія приписывается нами пониманію важнѣйшихъ принциповъ, опредѣляющихъ успѣхи современной техники, была уже рѣчь вначалѣ. Здѣсь умѣстно только прибавить, что подъ ознакомленіемъ съ техническими приложеніями мы подразумѣваемъ лишь ознакомленіе съ самими принципами. Что касается деталей, то онѣ могутъ и должны быть опущены. Однако, мы настаиваемъ на необходимости давать достаточно современныя схемы и соблюдать дѣйствительные масштабы. Экскурсіи, хорошіе рисунки и фотографіи могутъ значительно способствовать выработкѣ правильныхъ представленій.

Что касается метода преподаванія, то о немъ почти нельзя говорить внѣ основного вопроса о практическихъ занятіяхъ. Мы хотѣли бы здѣсь обратить вниманіе на два вопроса. Тенденція послѣднихъ лѣтъ по отношенію къ математикѣ была чисто отрицательная. Коммиссія не вполнѣ раздѣляетъ эту точку зрѣнія. Считая, что несомнѣнно математика въ преподаваніи физики должна играть служебную, а не первенствующую роль, мы тѣмъ не менѣе полагаемъ что элементарные пріемы математики должны широко примѣняться. Ученики должны пріучаться оперировать съ формулами и читать ихъ. Глава о пропорціональности, уравненія 1-й степени, тригонометрическія соотношенія должны быть использованы. Слѣдуетъ пріучить учениковъ къ размѣрностямъ, указывая на однородность уравненій физики. Однако, самыя задачи должны быть всегда просты въ математическомъ смыслѣ. Въ нихъ долженъ ярко выступать физическій элементъ. Числовыя данныя должны быть правдоподобны, и самыя задачи должны отвѣчать реальнымъ случаямъ. Рекомендуется также шире примѣнять графическіе пріемы. Записываніе результатовъ въ видѣ кривыхъ, нанесенныхъ на миллиметровой бумагѣ, много способствуетъ наглядности и отчетливости.

Таковы тѣ выводы, которые получились у насъ послѣ длиннаго ряда засѣданій и какъ нѣчто среднее изъ имѣвшагося у насъ матеріала. Несомнѣнно, что многіе изъ васъ испытываютъ при выслушаніи этого чувство глубокой неудовлетворенности, ибо положенія эти слишкомъ общи и достаточно общепризнанны. Но, повторяю, цѣль наша была дать не что-либо индивидуальное и интересное, но нѣчто среднее, что бы шло лишь на нѣсколько шаговъ — но шаговъ вѣрныхъ — впередъ, и за чѣмъ могли бы пойти многіе.

Шестое присужденіе преміи имени Н. И. Лобачевскаго Казанскимъ Физико-Математическимъ Обществомъ.

22-го октября 1912 года должно было состояться шестое присужденіе преміи имени Н. И. Лобачевскаго.

По совершенно случайнымъ и непредвидѣннымъ обстоятельствамъ присужденіе премій за конкурсныя сочиненія состоялось въ два пріема — 22 октября и 8 декабря истекшаго года.

Всего поступило къ шестому конкурсу три работы; именно: мемуаръ проф. Л. Шлезингера (L. Schlesinger) — «Ueber eine Klasse von Differentialsystemen beliebiger Ordnung mit festen kritischen Punkten» (1911) въ рукописи, работа проф. Страсбургскаго Университета Ф. Шура (F. Schur) — «Die Grundlagen der Geometrie» (1909) и работа американскаго ученаго Ю. Л. Кулиджа (Julian Lowel Coolidge) — «The Elements of the Non Euclidean Geometry».

Всѣ три работы были допущены къ конкурсу. Нынѣшній шестой конкурсъ обладалъ двумя преміями имени Н. И. Лобачевскаго, по 500 руб. каждая, въ виду того, что на четвертомъ и пятомъ конкурсахъ премія никому не была присуждена, а по уставу «О преміи имени Н. И. Лобачевскаго» въ такихъ случаяхъ неприсужденная премія переносится на слѣдующій конкурсъ, и тогда слѣдующій конкурсъ обладаетъ уже двумя преміями, при чемъ одна премія выдается исключительно лишь за сочиненія и работы въ духѣ «Геометріи Н. И. Лобачевскаго», другая же присуждается за работы на тему, предложенную вообще изъ области чистой математики Казанскимъ Физико-Математическимъ Обществомъ.

На соисканіе вотъ этой второй преміи Физико-Математическое Общество задало такую тему: «Изученіе общихъ интеграловъ уравненій Painlevé (дифференціальныя уравненія второго порядка первой степени, общій интегралъ коихъ имѣетъ неподвижныя критическія точки». Желательно подробное изученіе одного изъ этихъ типовъ уравненій.

Мемуаръ, присланный проф. Л. Шлезингеромъ изъ Гиссена (Giessen), какъ разъ и посвященъ вопросамъ, затронутымъ темой.

Въ качествѣ рецензентовъ, которые должны были дать детальную критику присланныхъ на конкурсъ работъ, особой коммиссіей по присужденію преміи послѣ переговоровъ были намѣчены слѣдующія лица: проф. Б. К. Млодзѣевскому было предложено разобрать книгу «Die Grundlagen der Geometrie»

F. Schur'a, проф. W. Killing согласился по просьбѣ Общества дать оцѣнку книгѣ J. L. Coolidge'a «The Elements of the Non Enclidean Geometry», а проф. Н. Н. Парфентьевъ взялъ на себя трудъ разобрать вышецитированный мемуаръ проф. Л. Шлезингера.

Отзывы всѣхъ этихъ лицъ появятся въ печати въ видѣ отдѣльной брошюры «Шестое присужденіе преміи имени Н. И. Лобачевскаго».

На основаніи представленныхъ отзывовъ удостоены премій по 500 руб. проф. F. Schur и проф. L. Schlesinger; проф. же Coolidge удостоенъ почетнаго отзыва за свою книгу. Всѣмъ тремъ рецензентамъ за ихъ отзывы Коммиссія присудила золотыя медали имени Н. И. Лобачевскаго.

Прибавимъ, что проф. изъ Мюнстера W. Killing былъ удостоенъ въ 1897 году преміи имени Н. И. Лобачевскаго, и, слѣдовательно, онъ не только лауреатъ медали имени Н. И. Лобачевскаго, но и самой преміи имени Н. И. Лобачевскаго.

Детали о дѣятельности Коммиссіи шестого присужденія преміи появятся въ nº 4 тома XVIII-го «Изв. К. Ф.-М. О.» и въ вышеупомянутой брошюрѣ.

Проф. Н. Н. Парфентьевъ.

Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи.

Во время рождественскихъ каникулъ 1913-1914 г., съ 27 декабря по 6 января, въ С.-Петербургѣ состоится Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи, организуемый Русскимъ Физико-Химическимъ Обществомъ, состоящимъ при Императорскомъ С.-Петербургскомъ Университетѣ. Программа и положеніе Съѣзда утверждены г. Министромъ Внутреннихъ Дѣлъ 27 августа 1912 года.

Совѣтъ С.-Петербургскаго Университета любезно согласился предоставить для занятій Съѣзда университетскія помѣщенія. Для организаціи Съѣзда Физическимъ и Химическимъ отдѣленіями Русскаго Физико-Химическаго Общества выдѣленъ особый комитетъ, который уже приступилъ къ организаціонной работѣ. Предсѣдателемъ Распорядительнаго Комитета избранъ проф. Орестъ Даниловичъ Хвольсонъ, товарищемъ предсѣдателя — С. И. Сазоновъ, секретарями — А. А. Добіашъ и Н. Н. Соковнинъ.

Въ настоящее время Комитетъ прилагаетъ усилія къ привлеченію вниманія провинціальныхъ преподавателей къ организаціонной работѣ и дѣлаетъ шаги къ устройству мѣстныхъ отдѣловъ Комитета. Распорядительный Комитетъ покорнѣйше проситъ лицъ и учрежденія, которыя получатъ настоящее оповѣщеніе, содѣйствовать распространенію свѣдѣній о предстоящемъ Съѣздѣ.

Адресъ для сношеній съ Организаціоннымъ Комитетомъ: С.-Петербургъ, Университетъ. Физическій Институтъ. Секретарю Распорядительнаго Комитета Съѣзда Александру Антоновичу Добіашу.

Положенія о „Первомъ Всероссійскомъ Съѣздѣ преподавателей физики, химіи и космографіи“.

1) Первый Всероссійскій Съѣздъ преподавателей физики, химіи и космографіи имѣетъ цѣлью способствовать успѣхамъ преподаванія физики, химіи и космографіи въ Россіи. 2) Членами Съѣзда могутъ быть преподаватели физики, химіи и космографіи, а также лица, интересующіяся вопросами преподаванія этихъ предметовъ. 3) Всякій, желающій вступить въ члены Съѣзда, вноситъ на расходы по устройству Съѣзда пять рублей и сообщаетъ свое имя, отчество, фамилію, точный адресъ и родъ занятій. 4) Съѣздъ устраивается Русскимъ Физико-Химическимъ Обществомъ при Императорскомъ С.-Петербургскомъ Университетѣ. 5) Съѣздъ имѣетъ быть въ С.-Петербургѣ съ 27 декабря 1913 года по 6 января 1914 года.

Программа „Перваго Всероссійскаго Съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи“.

1) Рефераты по научнымъ вопросамъ. 2) Программы физики, химіи и космографіи. 3) Положеніе физики, химіи и космографіи среди другихъ образовательныхъ предметовъ. 4) Методы преподаванія физики, химіи и космографіи. 5) Постановка практическихъ занятій. 6) Подготовка преподавателей. 7) Учебники. 8) Устройство лабораторій и постановка класснаго эксперимента. 9) Рефераты учениковъ. 10) Экскурсіи съ учащимися.

При Съѣздѣ для его членовъ предполагается устройство выставки научныхъ и учебныхъ приборовъ, а также будутъ организованы экскурсіи.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 70 (6 сер.). Доказать, что при a и b цѣлыхъ число

$$a^2 - ab + b^2$$

всегда можно представить въ видѣ $x^2 + 3y^2$ при условіи, чтобы x и y были также цѣлыми.

М. Шейнфинкель (Одесса).

№ 71 (6 сер.). Доказать неравенство

$$x^2 + xy + my^2 \geqq m$$

въ предположеніи, что x — цѣлое число, y — цѣлое число, отличное отъ нуля, а m — цѣлое положительное число.

Ю. Рабиновичъ (Казань).

№ 72 (6 сер.). Найти цѣлыя значенія числа p, при которыхъ уравненіе

$$x^2 + xp - 3p = 0$$

имѣетъ цѣлые корни.

Н. С. (Одесса).

№ 73 (6 сер.). Черезъ точку P проводятъ прямую, встрѣчающую данныя перпендикулярныя прямыя Ox и Oy въ точкахъ A и B; затѣмъ изъ P возставляютъ перпендикуляръ къ AB, встрѣчающій прямыя Ox и Oy въ точкахъ A' и B', а изъ A' и B' опускаютъ перпендикуляры на OP, отсѣкающіе на прямой AB отрѣзокъ $A''B''$. Доказать, что $AB = A''B''$.

(Заимств.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 1 (6 сер). *Даны на плоскости двѣ прямыя и точки* B *и* C *на первой, точки* D *и* E *на второй прямой. Найти на этихъ прямыхъ еще по точкѣ* X *и* Y *такъ, чтобы отношенія* BX : DY *и* CX : EY *имѣли данныя значенія.*

Назовемъ отношенія $BX : DY$ и $CX : EY$ соотвѣтственно черезъ k и l и предположимъ для большей опредѣленности, что k и l суть данныя неотрицательныя числа. Обозначивъ длины отрѣзковъ CX и EY черезъ x и y, а длины BC и DE черезъ a и b, выразимъ черезъ x и y соотвѣтственно длины BX и DY, принимая во вниманіе, что каждая изъ трехъ точекъ B, C, X можетъ вообще лежать между двумя другими точками, а также и каждая изъ точекъ D, E, Y можетъ лежать между двумя другими точками. Такимъ образомъ, мы получимъ одно изъ равенствъ:

$$BX = a + x, \quad BX = a - x, \quad BX = x - a; \tag{1}$$

подобнымъ же образомъ DY выражается однимъ изъ равенствъ:

$$DY = b + y, \quad DY = b - y, \quad DY = y - b. \tag{2}$$

Изъ равенствъ (1) и (2), перебирая всѣ возможныя комбинаціи, мы приходимъ къ девяти выраженіямъ отношенія $BX : DY$ черезъ x и y, изъ которыхъ, однако, достаточно удержать лишь семь въ силу тожествъ:

$$\frac{a-x}{b-y} = \frac{x-a}{y-b}, \quad \frac{x-a}{b-y} = \frac{a-x}{y-b}.$$

Изъ всего сказаннаго выше вытекаетъ, что задача приводится къ нахожденію неотрицательныхъ значеній x и y изъ системы, образуемой уравненіемъ

$$x = yl \tag{3}$$

и однимъ изъ семи уравненій:

$$\frac{a+x}{b+y} = k, \quad \frac{a-x}{b-y} = k, \quad \frac{a+x}{b-y} = k, \quad \frac{a-x}{b+y} = k, \quad \frac{x-a}{b+y} = k,$$

$$\frac{a+x}{y-b} = k, \quad \frac{x-a}{b-y} = k.$$

Рѣшая эти семь системъ, получимъ для y одно изъ слѣдующихъ семи значенiй:

$$y=\frac{bk-a}{l-k},\quad y=\frac{bk-a}{k-l};\quad y=\frac{bk-a}{l+k},\quad y=\frac{a-bk}{l+k};\quad y=\frac{bk+a}{l-k},$$
$$y=\frac{bk+a}{k-l};\quad y=\frac{bk+a}{l+k},\tag{4}$$

изъ которыхъ умноженiемъ на l находимъ соотвѣтствующiя значенiя x; любое изъ этихъ значенiй x неотрицательно, если значенiе y неотрицательно, а потому для рѣшенiя задачи въ каждомъ изъ семи разсматриваемыхъ случаевъ достаточно, чтобы одна изъ формулъ (4) давала въ соотвѣтствующемъ случаѣ неотрицательное значенiе для y. Если отвлечься отъ мало интересныхъ и нетрудныхъ для изслѣдованiя случаевъ, когда одно изъ отношенiй k или l равно нулю, то, согласно съ сдѣланнымъ въ началѣ рѣшенiя предположенiемъ, k и l положительны. Въ этомъ случаѣ формулы (4) даютъ слѣдующiй результатъ. Если $bk-a\neq 0$ и $l-k\neq 0$, то одна и только одна изъ первыхъ двухъ формулъ (4) даетъ рѣшенiе задачи, и точно такъ же лишь одна изъ слѣдующихъ двухъ паръ формулъ даетъ по новому рѣшенiю задачи; наконецъ, послѣдняя изъ формулъ (4) всегда даетъ рѣшенiе задачи. Если $bk-a=0$, то третья и четвертая изъ формулъ (4) всегда даетъ для y нулевое рѣшенiе, а первая и вторая даетъ нулевое рѣшенiе лишь тогда, если $l\neq k$; эти нулевыя рѣшенiя не имѣютъ, строго говоря, геометрическаго значенiя, такъ какъ изъ $y=0$ вытекаетъ [см. (3)] $x=0$. Наконецъ, если $l=k$, то пятая и шестая формулы теряютъ смыслъ, а первая и вторая — только тогда, если $ab\neq k$; если же и $ab=k$, то первыя двѣ формулы даютъ неопредѣленныя рѣшенiя для y (что легко провѣряется при помощи теоремы о рядѣ равныхъ отношенiй), а отрѣзокъ x опредѣляется при любомъ y равенствомъ (3). Отложивъ въ каждомъ изъ разсмотрѣнныхъ случаевъ въ соотвѣтствующемъ направленiи отъ точекъ C и E найденные нами отрѣзки $CX=x$ и $EY=y$, получимъ на прямыхъ BC и DE искомыя точки X и Y.

Дадимъ теперь геометрическое рѣшенiе той же задачи. Предположимъ, что задача рѣшена, и проведемъ соотвѣтственно черезъ точки B и C прямой BC параллельныя прямыя β и γ подъ произвольнымъ угломъ къ прямой BC. Отложимъ теперь отрѣзки $Be=DE$, $ey=EY$ на прямой β въ той же послѣдовательности, въ какой отрѣзки DE и EY лежатъ на прямой DE и построимъ параллелограммъ $Cey\eta$; тогда точка η будетъ лежать на прямой γ, и

$$Ce=y\eta.\tag{5}$$

Затѣмъ проведемъ черезъ точки e и C прямыя, соотвѣтственно параллельныя прямымъ yX и ηX до пересѣченiя въ нѣкоторой точкѣ ξ. Треугольники $Ce\xi$ и ηyX съ соотвѣтственно параллельными сторонами подобны, а въ силу равенства (5) они равны, а потому отрѣзки $e\xi$ и yX равны и параллельны; слѣдовательно, прямая ξX параллельна прямымъ β и γ. Направленiя прямыхъ yX и ηX можно считать извѣстными. Дѣйствительно, пусть

$$\frac{BX}{By}=\frac{BX}{Dy}=k=\frac{m}{n},\quad \frac{CX}{C\eta}=\frac{CX}{EY}=l=\frac{p}{q},$$

гдѣ m, n, p, q суть данные отрѣзки. Отложивъ на прямыхъ BC и Be отъ B (въ одномъ изъ двухъ направленiй, смотря по предполагаемому расположенiю точекъ y и X) отрѣзки $BX'=m$ и $By'=n$, проведемъ прямую $X'y'$; тогда изъ пропорцiи $\dfrac{BX}{By}=\dfrac{BX'}{By'}=\dfrac{m}{n}$ вытекаетъ параллельность прямыхъ Xy и $X'y'$; подобнымъ же образомъ, отложивъ на прямыхъ BC и γ отрѣзки $CX''=p$ и $C\eta'=q$, получимъ прямую $X''\eta'$, параллельную искомой прямой $X\eta$. Изъ всего сказаннаго вытекаетъ слѣдующее построенiе. Отложивъ на прямой β отрѣзокъ $Be=DE$, опредѣлимъ, какъ указано выше, направленiя прямыхъ $X'y'$ и $X''\eta'$ и проведемъ черезъ e и C прямыя, соотвѣтственно параллельныя прямымъ $y'X'$ и $\eta'X''$; пусть эти параллельныя прямыя пересѣкаются въ точкѣ ξ. Затѣмъ проводимъ изъ ξ прямую, параллельную β, до встрѣчи съ BC въ X, а изъ X — прямую, параллельную ξC, до встрѣчи въ η съ прямой γ. Отложивъ на прямой DE въ надлежащемъ направленіи равный $C\eta$ отрѣзокъ EY, получимъ точку Y. Точки X и Y суть искомыя. Если прямыя $e\xi$ и $C\xi$ сливаются, точка ξ можетъ быть взята произвольно на eC, а потому X можно взять произвольно на BC; если же прямыя, проведенныя параллельно надлежащимъ направленіямъ изъ e и C, параллельны между собой, задача невозможна при принятыхъ направленіяхъ отрѣзковъ m, n, p и q (но сдѣлается возможной при нѣкоторыхъ другихъ направленіяхъ, какъ это видно изъ алгебраическаго рѣшенія).

Р. Витвинскій (Варшава); *Д. Кованько* (ст. Струнино); *П. Тикуновъ* (Козловъ).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

В. Г. Фридманъ. *Концентрическій учебникъ алгебры* для мужскихъ и женскихъ гимназій, реальныхъ училищъ и для самообразованія. Часть I. Первая, вторая и третья ступени. Курсъ женскихъ гимназій и III, IV, V классовъ мужскихъ гимназій. Москва, 1912. Стр. 324 Ц. 1 р. 20 к.

В. В. Рюминъ, инж.-технологъ, заслуженный преподаватель техническаго училища. *Ученіе о магнетизмѣ и электричествѣ въ общедоступномъ изложеніи.* Для самообразованія и средней школы. 2-е, дополненное и исправленное, изданіе, съ 340 чертежами и рисунками въ текстѣ, 10-ю портретами и таблицей въ краскахъ. Николаевъ, 1913. Стр. 246. Ц. 2 р. 75 к.

К. Ѳ. Лебединцевъ. *Концентрическое руководство алгебры для среднихъ учебныхъ заведеній.* Часть I. Изданіе книгоизд. „Сотрудникъ". Петербургъ—Кіевъ, 1913. Стр. X+274 Ц. 90 к.

О. Г. Дитцъ. *Записки по сферической тригонометріи.* С.-Петербургъ, 1912. Стр. VI + 80. Ц. 90 к.

П. Яралянцъ. *Ученіе о поверхностяхъ и тѣлахъ вращенія, основанное на теоремахъ Гюльдена-Паппуса.* Примѣненіе теоремъ Гюльдена-Паппуса къ простѣйшему вычисленію поверхностей вращенія и поверхностей и объемовъ тѣлъ вращенія. (Элементарное изложеніе). Уфа, 1912. Стр. 32. Ц. 15 к.

П. Яралянцъ, кандидатъ матем. наукъ, преподаватель гимназіи. *Правила первыхъ четырехъ ариѳметическихъ дѣйствій (сложенія, вычитанія, умноженія и дѣленія) надъ десятичными періодическими дробями.* Белебей, 1912. Стр. 18. Ц. 10 к.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется