

№ 60.

ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

РЕКОМЕНДОВАНО

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія
для среднихъ учебныхъ заведеній
и Главнымъ Управленіемъ Военно-Учебныхъ Заведеній
для военно-учебныхъ заведеній.

V СЕМЕСТРА № 12-й.

ЭКС

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли Н. Н. Кушнеревъ и К^о, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Елизаветинская ул., домъ Мохельсона.

1888.

<http://vofem.ru>

СОДЕРЖАНИЕ № 60.

Какия задачи рѣшаются циркулемъ и линейкою? (Тема для сотрудниковъ). Пр. В. Ермакова.—Научная хроника: Формулы Delauney, выражающія разстоянія между членами солнечной системы. Ис. Г—скаго. Электрическій маякъ св. Екатерины, на островѣ Вигтъ. Бзм. 26 дневная періодичность сѣвернаго сіянія (Лицваръ) Бзм., Спектральный анализъ кадмія (Грюнвальдъ) Бзм. Планета (279) Бзм.—Арифметическія начала гармонизаціи (окончаніе) В. Фабриціуса.—Изъ прошлаго. Ш.—Задачи: №№ 408—414.—Загадки и вопросы №№ 23—24.—Рѣшенія задачъ: №№ 140, 258, 281, 347, 362 и 363.

Заглавный листъ и Содержание V-го семестра

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЬ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, три раза въ мѣсяцъ, исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на одно полугодіе—всего 12 №№—3 рубля

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр.

на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу	6 руб.	За $\frac{1}{3}$ страницы	2 руб.
„ $\frac{1}{2}$ страницы	3 руб.	„ $\frac{1}{4}$ страницы	1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензій или библиографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ бесплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 60.

V Сем.

11 Декабря 1888 г.

№ 12.

КАКІЯ ЗАДАЧИ РѢШАЮТСЯ ЦИРКУЛЕМЪ и ЛИНЕЙКОЮ?

Тема для сотрудниковъ.

Каждая геометрическая задача можетъ быть сведена на уравненія; рѣшивъ эти уравненія и построивъ найденныя формулы, мы вмѣстѣ съ тѣмъ рѣшаемъ и самую задачу.

Мы умѣемъ строить циркулемъ и линейкою рациональныя буквенныя выраженія и выраженія, содержащія квадратныя корни. Другихъ выраженій строить циркулемъ и линейкою мы не умѣемъ; такъ напр. мы не умѣемъ строить корней нечетной степени. Вопросъ о томъ, дѣйствительно ли нельзя извлекать корней нечетной степени помощью циркуля и линейки, мы оставимъ въ сторонѣ; для насъ важно только знать, что подобныхъ выраженій мы строить не умѣемъ.

Положимъ, что геометрическая задача приведена къ уравненіямъ. Нужно рѣшить эти уравненія. Если рѣшеніе выразится при помощи квадратныхъ корней, или въ немъ вовсе корней не будетъ, то задача рѣшается циркулемъ и линейкою. Если же уравненія не могутъ быть рѣшены при помощи квадратныхъ корней, то задача циркулемъ и линейкою не рѣшается. Но въ этомъ послѣднемъ случаѣ мы не умѣемъ рѣшать уравненій; часто рѣшеніе посредствомъ корней въ общемъ случаѣ даже невозможно. Какъ же въ такомъ случаѣ показать, что задача дѣйствительно не рѣшается циркулемъ и линейкою? Быть можетъ уравненія рѣшаются квадратными корнями, да мы не умѣемъ найти этого рѣшенія. Для показанія невозможности рѣшенія можно дать весьма простое средство. Вмѣсто данныхъ буквъ подставимъ нѣкоторыя числа и выберемъ ихъ такъ, чтобы уравненія рѣшались посредствомъ корней. Положимъ, что въ рѣшеніи одного изъ такихъ частныхъ случаевъ встрѣчается корень нечетной степени; этого достаточно, чтобы утверждать невозможность рѣшенія въ общемъ случаѣ. Дѣйствительно, если задача не рѣшается циркулемъ и линейкою въ частномъ случаѣ, то она тѣмъ болѣе не рѣшается въ общемъ случаѣ.

Большинство трудныхъ геометрическихъ задачъ приводится къ рѣшенію двухъ квадратныхъ уравненій съ двумя неизвѣстными, или, что все равно, къ одному уравненію четвертой степени. Этотъ случай необходимо разсмотрѣть подробно.

Чтобы рѣшить два уравненія второй степени съ двумя неизвѣстными, поступаемъ слѣдующимъ образомъ: одно уравненіе умножаемъ на неопреѣленный множитель h и прибавляемъ къ другому; этотъ множитель нужно подобрать такъ, чтобы полученное уравненіе второй степени могло быть замѣнено уравненіемъ (однимъ изъ двухъ уравненій) первой степени, для чего h должно удовлетворять кубическому уравненію:

$$Ah^3 + Bh^2 + Ch + D = 0.$$

Если найдено h , то дальнѣйшій процессъ рѣшенія весьма простъ. Нѣтъ надобности знать рѣшеніе кубическаго уравненія въ общемъ случаѣ. Мы знаемъ, что это рѣшеніе, въ нашемъ вопросѣ, не должно содержать кубическаго корня, а это возможно только въ томъ случаѣ, когда первая часть кубическаго уравненія распадается на два множителя:

$$(ah + b)(ch^2 + dh + e) = 0,$$

т. е. когда уравненіе имѣетъ рациональный корень $h = -\frac{b}{a}$. При нѣкоторой сноровкѣ мы всегда съумѣемъ найти этотъ рациональный корень. Но если рациональнаго корня не удастся найти, то задача быть можетъ и не рѣшается циркулемъ и линейкою. Достаточно обнаружить эту невозможность на частномъ случаѣ. Для этой цѣли вмѣсто данныхъ буквъ представляемъ числа, выбранныя такимъ образомъ, чтобы средніе коэффициенты кубическаго уравненія, B и C , обращались въ нули; если при этомъ $\frac{D}{A}$ не есть полный кубъ, то невозможность доказана.

Необходимо это правило пояснить двумя или большимъ числомъ примѣровъ.

Въ этомъ заключается сущность предлагаемой темы.

Еще нѣсколько словъ относительно уравненій высшихъ степеней.

Посредствомъ квадратныхъ корней могутъ рѣшаться только уравненія 2-ой, 4-ой, 8-ой, 16-ой, 32-ой и т. д. степени. Поэтому, если въ задачѣ встрѣчаются уравненія другихъ степеней, то это обстоятельство указываетъ на невозможность построенія, исключая тотъ случай, когда, послѣ перенесенія всѣхъ членовъ въ одну часть, эта часть разлагается на множители.

Геометрическія задачи, приводимыя къ уравненіямъ 8-ой и высшихъ степеней, не многочисленны; рѣшенія ихъ могутъ быть найдены въ математическихъ журналахъ. Къ подобнымъ задачамъ принадлежатъ: дѣленіе окружности на семнадцать частей и задача Мальфатти.

Проф. В. Ермаковъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Формулы Delauney, выражающія разстоянія между членами солнечной системы. (С. R. t. CVI, p. 1058).

Вмѣсто закона Титіуса, болѣе извѣстнаго подъ именемъ закона

Боду, Delauney предлагаетъ слѣдующую формулу для выраженія разстояній планетъ отъ солнца:

$$A a^n,$$

гдѣ A и a суть постоянныя, опредѣляемыя эмпирически, а n выражаетъ порядокъ планеты, считая отъ солнца. Эта формула гораздо точнѣе даетъ разстояніе Нептуна отъ солнца, чѣмъ законъ Титіуса, но она менѣе удовлетворительна, чѣмъ послѣдній, по отношенію къ Урану. Нижеслѣдующая табличка представляетъ числа, получаемыя по закону Титіуса, формулѣ Delauney и дѣйствительныя разстоянія планетъ отъ солнца:

	Титіусъ	Delauney	Дѣйствит. разстоянія.
Меркурій	0,55	0,38	0,39
Венера	0,70	0,73	0,72
Земля	1,00	1,05	1,00
Марсъ	1,60	1,55	1,52
Юпитеръ	5,20	5,79	5,20
Сатурнъ	10,00	9,55	9,54
Уранъ	19,60	16,30	19,18
Нептунъ	38,80	28,82	30,06

Боду или Титіусъ помѣщаетъ одну планету между Марсомъ и Юпитеромъ; Delauney помѣщаетъ тамъ двѣ планеты и, кромѣ того, третью между Меркуріемъ и Венерою. Формула Delauney, удовлетворительно выражающая разстояніе Нептуна отъ солнца, можетъ быть, послужить для опредѣленія разстоянія планеты, которую многіе астрономы предполагаютъ за Нептуномъ.

Для выраженія разстоянія спутниковъ отъ ихъ планетъ Delauney даетъ формулу: A^n . Эти разстоянія удовлетворительно выражаются цѣ-

лыми степенями дроби: $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Ив. Г—скій (Кіевъ).

♦ Электрическій маякъ св. Екатерины, на островѣ Вигтъ.

Этотъ новооткрытый маякъ считается теперь наисильнѣйшимъ въ мірѣ. Свѣтъ его равенъ 60000 свѣчамъ; во время же тумана съ помощію вѣхъ имѣющихся машинъ, свѣтъ можетъ достигъ 6 миллионѣвъ свѣчей. На этотъ свѣтъ смотрятъ сквозь очки съ двойными черными стеклами. но только короткое время. При этомъ слѣдуетъ замѣтить, что электрическій свѣтъ употребляется теперь для маяковъ не потому, что онъ, какъ думаютъ, обладаетъ большей проникающей силой, чѣмъ газовый свѣтъ, а только потому, что силу свѣта можно увеличить до безконечности.

Бам. (Цюр.).

♦ 26 дневная періодичность сѣвернаго сіянія. Лицнаръ. (Liznar. Sitzber. Wien. Acad. 97. p. 1001. 1888).

Какъ извѣстно, между явленіями земного магнетизма и сѣвернымъ сіяніемъ существуетъ зависимость, выражающаяся особенно ясно въ 11-ти

лѣтнемъ періодѣ. Такъ какъ оба явленія, какъ можно думать, зависятъ отъ солнца, и такъ какъ съ другой стороны для магнитныхъ элементовъ доказана 26-ти дневная періодичность, то автору пришла мысль изслѣдовать, не существуетъ ли подобной періодичности и для сѣвернаго сіянія.

Для этой цѣли авторъ воспользовался наблюденіями полярныхъ станцій Боссекопъ, Янъ Мауенъ и форта Раэ въ 188 $\frac{2}{3}$ году. Послѣ того, какъ лунная періодичность, соответствующая фазамъ луны, была выпущена, данныя были изслѣдованы по отношенію къ 26-ти дневной періодичности, при чемъ авторъ нашелъ не только явственно выраженную періодичность приблизительно въ 26 дней, но сравненіе показало даже, что максимумъ и минимумъ кривыхъ для магнитныхъ элементовъ тѣхъ же станцій вполнѣ совпадаетъ съ тѣми же величинами и для сѣверныхъ сіяній.

Бжм.

♦ Спектральный анализъ кадмія. Грюнвальдъ. (*Grünwald. Chem. Centr. Blat.* 60, p. 146. 1889).

Какъ извѣстно читателямъ „Вѣстника“, авторъ при помощи математическаго анализа спектра нашелъ, что Н, О, С, Mg и т. д. сложные тѣла*). Теперь онъ доказываетъ сложность кадмія; по его мнѣнію кадмій состоитъ изъ первоначальнаго элемента *c* (находящагося въ водородѣ) въ двухъ измѣненіяхъ и первон. элемента *b* (находящагося въ водородѣ) въ 4 различныхъ измѣненіяхъ. Авторъ одновременно предполагаетъ, что *c* представляетъ собою только извѣстную форму сгущенія первоначальнаго элемента *a* (находящагося тоже въ водородѣ $H=ba_k$) и высказываетъ гипотезу, что атомные вѣса всѣхъ вторичныхъ элементовъ могутъ быть выведены въ цѣлыхъ числахъ изъ атомныхъ вѣсовъ обихъ составныхъ частей водорода *a* и *b*.

Бжм.

♦ Планета (279). (*Astr. Nachr.* № 2869—70. p. 222. 1889).

Элементы этой новооткрытой планеты были вычислены Лангомъ въ Вѣнѣ. Не смотря на значительный интервалъ наблюденій, вычисленія эти еще нельзя считать вполнѣ точными въ виду того, что наклоненіе орбиты этой планеты очень незначительно. Но если они хоть сколько нибудь вѣроятны, то открытіемъ этой планеты расширяется поясъ астероидовъ и именно по направленію къ Юпитеру. Эта планета находится очень близко къ Юпитеру, такъ что орбита ея будетъ претерпѣвать значительныя возмущенія, что даетъ намъ въ руки болѣе вѣрное средство для опредѣленія массы Юпитера, чѣмъ мы до сихъ поръ имѣли.

Планета (281) тоже заслуживаетъ особеннаго вниманія, такъ какъ она теперь наиболѣе близкая къ солнцу изъ всей группы астероидовъ.

Въ томъ же № упомянутаго журнала, астрономовъ просятъ непрерывно слѣдить за первой планетой въ виду сказаннаго ея значенія.

Бжм.

*) См. „Вѣстникъ“ № 29, стр. 110 сем. III.

АРИΘΜΕΤΙΚΕΣΚΙΑ НАЧАЛА ГАРМОНИЗАЦІИ

(Окончаніе *).

§ 5. Совокупляя все сказанное, можно теперь установить слѣдующій

КАНОНЪ

для нормальной гармонизаціи даннаго баса:

Когда басъ дѣлаетъ шагъ на:	Тогда сумма передвиженій верхнихъ трехъ голосовъ должна быть:
0 ступеней	0 или ± 7 ступеней.
± 1 „ (на секунду)	∓ 4 ступени.
± 2 „ (на терцію)	∓ 1 или ∓ 8 ступеней.
± 3 „ (на кварту)	± 2 (или ∓ 5) ступ.
± 4 „ (на квинту)	∓ 2 ступ.
± 5 „ (на сексту)	± 1 „
± 6 „ (на септиму)	∓ 10 „

Вотъ какимъ образомъ слѣдуетъ воспользоваться этимъ ключемъ. Пусть данъ извѣстный басъ, напимѣръ

G, H, d, D, E, G, H, H, C, E, G, C, D, D, G.

Начнемъ съ того, что опредѣлимъ шаги между отдѣльными нотами баса. Тогда мы найдемъ рядъ:

+2, +2, -7, +1, +2; +2, -7, +1, +2, +2; -4, +1, 0, -4.

Сумма этихъ чиселъ должна обратиться въ нуль каждый разъ, когда возвратимся къ исходному тону, что случается въ мѣстахъ, обозначенныхъ точкою съ запятою. Сумма всѣхъ чиселъ выходитъ -7, что доказываетъ, что басъ оканчивается на нотѣ октавою ниже начальной.

Выпишемъ теперь по нашему канону соответствующій ходъ верхнихъ голосовъ; найдемъ рядъ:

-1, -1, 0, -4, -1; -1, 0, -4, -1, -1; +2, -4, 0, +2.

Такъ какъ рядъ басовыхъ нотъ начинается и оканчивается на G, то сумма этого ряда должна быть 0 или кратное отъ 7. Въ данномъ случаѣ она выходитъ -14, изъ чего мы заранее можемъ заключить, что верхнѣе голоса постепенно опускаясь, будутъ въ заключеніе занимать положеніе двумя обрашеніями ниже первоначальнаго. Если мы желаемъ покончить гармонизацію даннаго баса такъ, чтобы верхній голосъ въ послѣднемъ трезвучіи давалъ G, то нужно начинать гармонизацію съ положенія G—H—d. Такимъ образомъ получимъ:

Верхній голосъ.	d d d d	h h h h	g g g g	fis fis g
Средній голосъ.	h h a a	g g fis fis	e e d e	d d d
Нижній голосъ.	g fis fis fis	e d d d	c H H c	A A H
	-1-1 0-4	-1-1 0-4	-1-1+2-4	0+2
Басъ	G H d D	E G H H	C E G C	D D G
	+2+2-7+1	+2+2-7+1	+2+2-4+1	0-4

*) См. „Вѣстникъ“ № 59.

Посредствомъ предыдущаго канона можно безошибочно прогармонизовать данный басъ; но подобная съ теоретической стороны исполнѣ правильная гармонизація очень скоро утомила бы ухо своею монотонностью. Для того, чтобы музыка могла служить орудіемъ для выраженія человѣческихъ чувствъ, необходимо расширить правила гармонизаціи. Дальнѣйшее развитіе гармоніи вводитъ новыя правила, которыя однако не нарушаютъ силы предыдущаго канона.

Здѣсь, конечно, не можетъ быть рѣчи о томъ, чтобы давать какой нибудь учебникъ гармоніи; укажемъ лишь на нѣкоторыя изъ важнѣйшихъ расширеній нашего канона.

§ 6. До сихъ поръ мы предполагали, что верхніе три голоса образуютъ трезвучіе въ тѣсномъ расположеніи. Но это требованіе не обязательно и очень часто на самомъ дѣлѣ тѣсное расположеніе голосовъ замѣняется такъ называемымъ *широкимъ*, при чемъ средній изъ нихъ переносится на октаву внизъ, такъ что этотъ голосъ въ самомъ дѣлѣ становится нижнимъ. Можно когда угодно переходить изъ тѣснаго расположенія въ широкое. Но бываютъ случаи, гдѣ переходъ въ широкое расположеніе можетъ служить средствомъ для устраненія неудобствъ, встрѣчаемыхъ при примѣненіи нормальной гармонизаціи. Разсматривая такой переходъ изъ тѣснаго въ широкое расположеніе съ точки зрѣнія нашего механическаго способа гармонизаціи, обратимъ вниманіе на то обстоятельство, что при этомъ ходъ двухъ нижнихъ голосовъ можетъ измѣнить знакъ. Пусть даны два трезвучія G—с—е, А—с—е, соотвѣтствующія ходу баса отъ С на терцію внизъ или на сексту вверхъ. Если мы во второмъ трезвучіи замѣнимъ тѣсное расположеніе широкимъ, то получимъ С—А—е, и оказывается, что теперь G двигался на С, с на А, то есть, оба голоса двигались внизъ. Если при этомъ басъ дѣлалъ шагъ на сексту вверхъ, то получается значительно болѣе стройная гармонизація нежели при нормальной гармонизаціи черезъ А—с—е. Слѣдующій рядъ представляетъ примѣръ перехода изъ тѣснаго расположенія въ широкое и наоборотъ.

	e	e	f	d	c
Верхніе голоса.	c	a	a	g	g
	g	c	c	H	e
Басъ	C,	A,	F,	G,	C.

При этихъ переходахъ случается, что отдѣльные голоса изъ верхнихъ передвигаются въ противоположную сторону, что придаетъ гармоніи большую красоту. Иногда можно вслѣдствіе такого перехода вести верхній голосъ вверхъ, когда по канону слѣдовало бы вести его внизъ.

Пусть въ басу дана комбинація F, G. По канону мы гармонизируемъ это такъ: с—f—а, H—d—g. Если же переходимъ въ широкое расположеніе, то можно писать: с—f—а, G—d—h. Если бы мы не переходили въ широкое расположеніе голосовъ, то имѣли бы с—f—а, d—g—h, т. е. сдѣлали бы запрещенный шагъ на +3. Пусть басъ дѣлаетъ шагъ на септиму отъ С на В. По канону, какъ мы видѣли, этотъ шагъ не можетъ быть хорошо гармонизированъ. Но при переходѣ въ широкое расположеніе и этотъ шагъ можетъ быть хорошо гармонизированъ. Напр., E—G—с, В—F—d. Второе трезвучіе въ тѣсномъ расположеніи F—В—d, соотвѣтствовало бы движенію +4, которое при шагѣ баса на +6 ступеней непременно повлекло бы за собою скрытыя квинты и октавы.

§ 7. Весьма важное расширение гармонизационных средств заключается въ томъ, что басъ можетъ давать не только основную ноту трезвучія, но и его терцію или квинту. Въ первомъ случаѣ басъ съ верхнимъ голосомъ образуетъ такъ называемый секстаккордъ, во второмъ случаѣ—квартсекстаккордъ.

Такое веденіе басовъ влечетъ за собою дополнительные правила гармонизаціи верхнихъ голосовъ, когда вслѣдствіи измѣненнаго хода басовъ, движеніе внизъ обращается въ движеніе вверхъ.

Главная особенность при употребленіи *секстаккорда* заключается въ томъ, что по правилу „терція не должна удваиваться“. Поэтому изъ верхнихъ голосовъ, тотъ, который далъ бы терцію трезвучія подвигается вверхъ или внизъ покуда онъ либо совпадаетъ съ примой или квинтою, либо же съ ними образуетъ октаву. Гармонизацію можно вообще производить такимъ образомъ, что верхніе голоса сначала ведутся такъ, какъ будто басъ давалъ приму трезвучія, а затѣмъ передвигаютъ голосъ, дающій терцію, такъ, чтобы онъ съ другими двумя верхними голосами двигался въ противоположныя стороны.

Но когда первоначальный шагъ баса составляетъ 0, —1, —2 ступени, то при замѣнѣ основного тона терціею покой или движеніе баса внизъ замѣняется фактическимъ движеніемъ вверхъ, и въ зависимости отъ этого допускается иногда такое веденіе верхнихъ голосовъ, которое по канону невозможно.

Такъ, при основномъ шагѣ баса $n=0$, фактический шагъ выходитъ +2; движеніе верхнихъ голосовъ на +7, которое по канону возможно, теперь ведетъ къ скрытымъ квинтамъ и октавамъ.

Верхніе голоса должны оставаться на мѣстѣ или перемѣщаться на—7 ступеней, чего однако нельзя, если голоса въ новомъ трезвучіи будутъ находиться въ основномъ положеніи ($c-e-g$).

При основномъ шагѣ баса $n=-1$, фактическое движеніе выходитъ +1, и каноническое движеніе верхнихъ голосовъ на +4 выходитъ неправильнымъ. Но здѣсь съ легкимъ видоизмѣненіемъ можно примѣнить параллельное движеніе—3, передвигая послѣ совершенія параллельнаго передвиганія голосъ, дающій терцію, вверхъ на двѣ ступени; какъ показываютъ слѣдующіе примѣры.

Верхніе голоса.	$\left\{ \begin{array}{l} g > f, f \\ e \\ c \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} c \quad h \\ g > f, f \\ e \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} e \quad f \\ c \quad h \\ g \quad f \end{array} \right.$
Басъ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Фактич. тонъ. . .} \\ \text{Основной тонъ. .} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad D \\ (H) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad D \\ (H) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad D \\ (H) \end{array} \right.$

При шагѣ баса на $n=-2$, фактическое движеніе баса при употребленіи секстаккорда превратится въ нуль ($C-C$). Придадимъ верхнимъ голосамъ движеніе +1 (по канону), а затѣмъ передвинемъ голосъ, дающій терцію, на 2 ступени внизъ. Фактическое движеніе верхнихъ голосовъ выходитъ теперь —1.

Вотъ примѣръ правильного употребленія секстаккорда.

Верхніе голоса.	$\left\{ \begin{array}{l} g \quad a \\ e \quad e \\ c \quad A \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} c \quad a, a \\ g > a, a \\ e \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} e \quad e \\ c > a, a \\ g \end{array} \right.$
Басъ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Фактич. тонъ. . .} \\ \text{Основн. тонъ . .} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad C \\ (A) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad C \\ (A) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} C \quad C \\ (A) \end{array} \right.$

§ 8. При употребленіи *квартсектаккорда*, когда басъ вмѣсто примы даетъ квинту, надо имѣть ввиду, что основной шагъ баса на 0, —1, —2, —3, —4 ступени обратится въ фактическій шагъ на +4, +3, +2, +1 и 0 ступени, вслѣдствіе чего при канонической гармонизаціи могутъ происходить запрещенныя квинты и октавы. Разберемъ важнѣйшіе случаи.

1) Основной шагъ $n=0$, фактическій $n'=+4$. Верхніе голоса должны оставаться на мѣстѣ, ибо при движеніи +7, верхніе голоса, какъ съ басами такъ и между собою, даютъ квинты и октавы, движеніе же на —7 возможно если трезвучіе чрезъ это не переходитъ въ основное положеніе.

2) Основной шагъ $n=-1$, фактическій же $n'=+3$. Нормальное движеніе верхнихъ голосовъ +4 теперь, равно какъ и движеніе —3 не годится. Остается движеніе —10 или переходъ въ широкое расположеніе; гармонизація все же получается весьма неудовлетворительная.

3) Основной шагъ $n=-2$, фактическій $n'=+2$. Нормальное движеніе верхнихъ голосовъ +1, конечно, возможно, такъ какъ два голоса остаются на мѣстѣ, но гармонизація получается менѣе стройная, какъ при основномъ шагѣ $n=-2$. Движеніе —6 верхнихъ голосовъ невозможно, если не вести средній голосъ на октаву вверхъ.

4) Основной шагъ $n=-3$, фактическій $n'=+1$. Нормальная гармонизація —2 дастъ весьма благозвучное сочетаніе. Движеніе +5 здѣсь не годится, если не переходитъ въ широкое расположеніе голосовъ.

5) Основной шагъ $n=-4$, фактическій — нуль. Движенія верхнихъ голосовъ на —5 и +2 возможны и почти одинаково благозвучны.

Квартсектаккордъ примѣняется, какъ мы видимъ, удобнѣе всего при основныхъ шагахъ баса на —3 и —4 ступени.

§ 9. Вышесказаннаго достаточно, чтобы пояснить характеръ примѣненія ариометическихъ началъ къ дальнѣйшему развитію гармоніи. Читатель видитъ, что всякое измѣненіе въ расположеніи голосовъ можетъ быть кратко и ясно выражено определеннымъ числомъ. Не вдаваясь здѣсь въ дальнѣйшія подробности гармонизаціи, укажемъ въ заключеніе на примѣненіе въ музыкѣ такъ называемаго доминантсептаккорда т. е. септаккорда на пятой ступени лада или на квинтѣ основного тона.

Трезвучіе на пятой ступени можетъ быть замѣнено доминантсептаккордомъ, если послѣ него слѣдуетъ трезвучіе на первой ступени, въ которое, какъ говорятъ „разрѣшается“ доминантсептаккордъ. При этомъ соблюдается слѣдующее.

Голоса ведутся сперва согласно канону, затѣмъ когда 1) басъ даетъ доминанту (G въ ладѣ C—dur), то въ верхнихъ голосахъ, голосъ дающій квинту (d) двигается вверхъ, на ту септиму, которая стоитъ на ступень выше терціи слѣдующаго основного трезвучія, въ которое доминантсептаккордъ разрѣшается. При этомъ сумма передвиженія голосовъ, обращая вниманіе на противоположные знаки ихъ, получается 0. Если мы, напримѣръ въ слѣдующихъ трехъ случаяхъ

g	g	h	c	d	e
d	e	g	g	H	c
H	c	d	e	G	G
G	C,	G	C,	G	C

желаемъ замѣнить трезвучіе на доминантѣ черезъ доминантсептаккордъ, то получимъ:

g	g	h	c	f	e
f	e	g	g	H	c
H	c	f	e	G	G
G	C,	G	C,	G	C

2) Когда въ басѣ вмѣсто доминанты находится ея терція (Н въ C—dur), то верхній голосъ, дающій терцію, подвигается на кварту внизъ или на квинту вверхъ, съ тѣмъ, чтобы при разрѣшеніи доминантсентаккорда сумма передвиженій была минимумъ. Вотъ примѣръ такой гармонизаціи:

$$\begin{array}{ccccc} g & g & d & c & f & e \\ f & e & g & g & d & c \\ d & c & f & e & g & g \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{H C,} & \text{H C,} & \text{H C} \\ (G) & (G) & (G) \end{array}$$

3) Когда въ басѣ вмѣсто доминанты, ея квинта (D въ C—dur), то гармонизація верхнихъ голосовъ ведется какъ въ первомъ случаѣ, такъ какъ теперь голосъ, дающій квинту, замѣняется черезъ септиму.

4) Когда басъ даетъ септиму, то верхніе голоса ведутся по канону, такъ какъ будто бы басъ дѣлалъ доминанту.

Приглашаемъ любителей музыки хорошенько усвоить себѣ вышеизложенныя правила механической гармонизаціи, заключающія въ себѣ главную суть правильнаго веденія четырехъ голосовъ. При этомъ совѣтуемъ упражняться у фортепіана, рѣшая задачи, предлагаемыя въ разныхъ учебникахъ гармоніи, напр., на первыхъ 39 страницахъ учебника Чайковского, покуда любитель не будетъ въ состояніи совершенно механически примѣнять какъ самый канонъ, такъ и добавочныя правила, обуславливаемыя употребленіемъ сектаккорда, квартсектаккорда и доминантсентаккорда. Достигнувъ этого, онъ будетъ имѣть весьма прочный фундаментъ для дальнѣйшаго изученія теоріи музыки, которая тогда особыхъ затрудненій уже не представитъ.

В. Фабриціусъ (Кіевъ).

ИЗЪ ПРОШЛАГО.

7. Иди возлѣ толпы, но не посреди ея, ни впереди. (Пифагоръ, род. въ—569 ум. около—470).

О жизни Пифагора не достаетъ вполне достовѣрныхъ свѣдѣній; съ наибольшимъ вѣроятіемъ можно принять слѣдующее. Родился Пифагоръ на остр. Самосѣ; въ юности часто сопровождалъ своего отца въ путешествіяхъ по торговымъ дѣламъ. Около—551 г. познакомился съ ученіями Ферисиды (на остр. Лесбосѣ), Фалеса и Анаксимандра (въ Милетѣ); потомъ провелъ въ Египтѣ почти 27 лѣтъ и, при завоеваніи страны Камбизомъ, попалъ въ плѣнъ, изъ котораго былъ освобожденъ около—512 г. Возвратившись на родину, хотѣлъ основать на Самосѣ школу, но не нашелъ учениковъ. Тогда, перѣхавъ въ Сицилію сначала въ Сибарисъ, потомъ въ Кротонъ, основалъ тамъ свой философско-политическій союзъ. Въ 509 г. женился на Феанѣ, которая написала его біографію, но таковая не сохранилась. Въ расприхъ между жителями Кротона и Сибариса Пифагоръ принималъ дѣятельное участіе. При одной изъ нихъ, около—490, его школа была сожжена, ученики перебиты и разсѣяны. Тогда онъ перешелъ въ Тарентъ, гдѣ и умеръ.

8. Та книга хороша, авторъ которой говоритъ все что должно, только то что должно и такъ какъ должно. (Аристотель, знаменитый

философъ древности, воспитатель Александра Македонскаго, род. въ Стагирѣ—384, ум. на остр. Эвбеѣ—322).

Семнадцатилѣтнимъ юношей Аристотель переселился въ Аѳины, чтобы поступить въ число учениковъ Платона. Впослѣдствіи онъ сталъ расходиться во взглядахъ съ знаменитымъ учителемъ, и тогда то была имъ сказана фраза, обратившаяся въ латинскую поговорку: „Amicus Plato, sed magis amica veritas.“

Послѣ смерти Платона, Аристотель вскорѣ принялъ на себя обязанности воспитателя 14-ти лѣтняго Александра, сына македонскаго царя Филиппа. До вступленія на престолъ отношенія между учителемъ и ученикомъ были, повидимому, наилучшія. Александръ говорилъ: „я чту Аристотеля наравнѣ съ моимъ отцомъ, потому что если я отцу обязанъ жизнью, то Аристотелю обязанъ всѣмъ, что даетъ ей цѣну.“

9. Однажды Вѣра, Надежда и Любовь почувствовали влеченіе къ творчеству; онѣ сообща принялись за работу и создали чудную фигуру—Терпѣніе. (Гете, знаменитый нѣмецкій поэтъ и неудачный физикъ, род. въ 1749 г. во Франкфуртѣ на М., ум. въ 1832 г. въ Веймарѣ).

10. Трехсотлѣтніе юбилей. Въ 1588 г. родился во Франціи (въ Мэнскомъ округѣ) Маренъ Мерсеннъ, игравшій въ началѣ XVII столѣтія оригинальную роль научнаго физико-математическаго журнала. Печатныхъ журналовъ въ эту эпоху еще не было, и ученые для обмѣна мыслей должны были вступать въ личную переписку. Самымъ дѣятельнымъ и разумнымъ посредникомъ между выдающимися учеными своего времени былъ именно Мерсеннъ (вступившій впослѣдствіи въ орденъ миноритовъ). Онъ поддерживалъ постоянныя сношенія съ такими людьми какъ Галилей, Декартъ, Гассенди, Роберваль, Гоббсъ и др., умѣлъ возбудить въ обществѣ интересъ къ вопросамъ научнымъ, пропагандировалъ новыя идеи, подвергая ихъ неоднократно тщательной опытной повѣркѣ, и впервые ввелъ въ Европѣ обычай назначать премій за научныя изслѣдованія.

Какъ физикъ, Мерсеннъ извѣстенъ болѣе всего своими изслѣдованіями въ области акустики. Имъ впервые была опредѣлена скорость звука въ воздухѣ (=1380 ф.) посредствомъ наблюденія промежутка времени между появленіемъ пламени и звукомъ выстрѣла изъ ружья. Имъ также было сдѣлано весьма важное открытіе созвучія двухъ струнъ, онъ замѣтилъ, что если одну струну привести въ колебаніе, то вторая струна, настроенная даже въ октаву или въ квинту, сама приходитъ въ колебательное состояніе; къ сожалѣнію, ни онъ самъ, ни Галилей не обратили на это явленіе должнаго вниманія. Мерсеннъ установилъ также законы колебаній струнъ.

Наблюденія Мерсенна надъ качаніями маятника, надъ истеченіемъ жидкостей—не имѣютъ значенія. Его гипотеза *воздушныхъ крошечекъ*, (которую онъ старался замѣнить старинное „horror vacui“), благодаря которымъ вода подымается въ насосахъ, лишена всякаго смысла.

Умеръ Мерсеннъ въ 1648 г. Главныя его сочиненія: „Harmonie universelle“ (Paris, 1636) и „Cogitata physico-mathematica“ (Paris, 1644—1647).

11. Трехсотлѣтніе юбилей (продолженіе). Для борьбы съ физическими ученіями Аристотеля, въ Италіи существовала нѣкоторое время такъ называемая Телезіанская Академія, основанная бернардиномъ Телезіемъ, который умеръ триста лѣтъ тому назадъ, въ 1588 г.—Физическіе взгляды Телезія были крайне смутные: кромѣ

первичнаго вещества, для объясненія всѣхъ явленій онъ принимаетъ двѣ *бездѣйствительныя сущности*: тепло и холодъ. Главное сочиненіе Телезія: „De rerum natura juxta principia propria“ (1565 г.). III.

ЗАДАЧИ.

№ 408. Какая зависимость существуетъ между a , b и c , если

$$(x-y)(x-z)=ayz,$$

$$(y-z)(y-x)=bzx,$$

$$(z-x)(z-y)=cxy.$$

(Займств.) Я. Тепляковъ.

№ 409. Медіана AD треугольника ABC раздѣлена въ точкѣ O въ отношеніи *т.н.* Прямая BO и CO продолжены до пересѣченія со сторонами треугольника въ точкахъ P и Q. Определить длину прямой PQ.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 410. Дана окружность и на данной прямой опредѣленный отръзокъ АВ. Требуется на данной окружности найти такую точку М, чтобы, соединивъ ее съ концами отръзка А и В прямыми, пересѣкающими ту-же окружность въ точкахъ С и D, хорда CD была параллельна отръзку АВ. (Задача Паппуса Александрійскаго).

(Зимств.) В. Захаровъ (Камышинъ).

№ 411. Въ точкѣ пересѣченія А двухъ данныхъ окружностей помѣщена вершина даннаго угла, стороны котораго пересѣкаютъ окружности соответственно въ точкахъ В и С. На АВ и АС построенъ параллелограмъ, четвертая вершина котораго есть М. Найти геометрическое мѣсто точки М при вращеніи параллелограма съ постояннымъ угломъ А около вершины А. А Вобятинскій (Ег. зол. пр.).

№ 412. Построить гармоническій четырёхугольникъ, когда даны двѣ его діагонали и уголъ между прямыми, соединяющими концы одной изъ нихъ со серединой другой.

Пр. В. Ермаковъ.

№ 413. Горизонтально протянутая веревка, перепущена через блокъ и далѣе направляется относительно продолженія прежняго направленія подъ угломъ, котораго вертикальная проекція равна 40° , а горизонтальная—равна 70° .—Определить направленіе оси блока.

К. А. Г. (Спб.).

№ 414. На плоскости даны два концентрическіе круга, радіусовъ 7 ф. и 20 ф. По направленію перпендикуляра къ этой плоскости, составленнаго изъ центра, требуется помѣстить источникъ свѣта такъ,

чтобы меньшій кругъ получалъ $\frac{1}{4}$ всего количества свѣта, освѣщающаго большій кругъ. Опредѣлить разстояніе источника свѣта отъ плоскости. (Займств.) III.

Загадки и вопросы.

№ 23. Для вывода съ тканей жирныхъ пятенъ слѣдуетъ намочить *вокругъ* пятна эфиромъ, бензиномъ или скипидаромъ, и затѣмъ, идя отъ окружности къ центру, сгнать туда жиръ, гдѣ онъ и снимается ватой или пропускной бумагой.—Можно еще *нагрѣвать* (напр. горячимъ утюгомъ) одну поверхность ткани, а къ другой—приложить пропускную бумагу, которая и впитаетъ въ себя жиръ.

Объяснить рациональность этихъ обоихъ приѣмовъ.

(Займств.) А. Корольковъ.

№ 24. Въ одномъ обществѣ, для развлечения начинавшей скучать молодежи, была предложена слѣдующая забава. Каждый мужчина былъ связанъ со своей дамой при помощи двухъ веревокъ, длиною каждая въ $1\frac{1}{2}$ —2 метра. Концы одной веревки завязывались наглухо на обѣихъ рукахъ дамы, образуя какъ бы браслеты; вторая веревка, перекинутая черезъ первую (такъ какъ звенья въ цѣпи), точно такъ-же привязывалась концами къ рукамъ мужчины. Когда всѣ пары были такимъ образомъ-связаны, предложившій игру скомандовалъ: „теперь разойдитесь, не нае рушая цѣлости веревокъ и узловъ“, а такъ какъ задача оказалась н, особенно легкою, то были еще назначены призы.—Что нужно сдѣлать чтобы получить въ такой игрѣ призы? III.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 140. Два изолированные изъ различныхъ металловъ шара, радиусовъ R и R' , поставлены на разстояніи внѣ взаимнаго электрическаго вліянія и соединены тонкою металлическою проволокою. Спрашивается, какими количествами электричества зарядятся шары, и какіе будутъ на нихъ потенціалы, электрическая плотность, электрическое напряженіе и электрическая энергія, если извѣстно, что электровозбудительная сила (разность потенціаловъ) при соприкосновеніи металла перваго шара съ металломъ втораго шара есть E ?

Обозначимъ потенціалы на первомъ и второмъ шарѣ чрезъ V и V' , тогда, по условію:

$$V - V' = E.$$

Количества электричества на шарахъ должны быть соотвѣтственно равны RV и $R'V'$, а такъ какъ шары не были предварительно заряжены, то получаемыя количества, образуясь изъ нейтрализованнаго электричества, должны быть въ суммѣ равны нулю, т. е.

$$RV + R'V' = 0.$$

Изъ двухъ приведенныхъ выше уравненій получаемъ:

$$V = \frac{R'E}{R+R'} \text{ и } V' = \frac{RE}{R+R'}.$$

Количества электричества будутъ соответственно:

$$+ \frac{RR'E}{R+R'} \text{ и } - \frac{RR'E}{R+R'}.$$

Электрическія плотности:

$$+ \frac{1}{4\pi R} \cdot \frac{R'E}{R+R'}, \quad - \frac{1}{4\pi R'} \cdot \frac{RE}{R+R'}.$$

Электрическія напряженія *):

$$\frac{1}{8\pi R^2} \cdot \left(\frac{R'E}{R+R'} \right)^2 \text{ и } \frac{1}{8\pi R'^2} \cdot \left(\frac{RE}{R+R'} \right)^2.$$

Электрическая энергія на обоихъ проводникахъ *):

$$\frac{1}{2} (RV' + R'V'^2) \text{ или } \frac{1}{2} \cdot \frac{RR'E^2}{R+R'}.$$

NB. Удовлетворительнаго рѣшенія этой задачи не было получено ни одного.

Прим. ред.

№ 258. Сумма каждаго пяти рядомъ стоящихъ членовъ возрастающей геометрической прогрессіи въ 19 разъ больше третьяго изъ нихъ. Найти эту прогрессію, если извѣстно, что одинъ изъ ея членовъ, именно *m*-ый (напр. 4-ый), равенъ единицѣ.

Обозначивъ первый членъ этой прогрессіи чрезъ *a*, а знаменателя чрезъ *q*, имѣемъ по условію, для какихъ нибудь пяти послѣдовательныхъ членовъ, начиная съ *i*-го,

$$aq^{i-1} + aq^i + aq^{i+1} + aq^{i+2} + aq^{i+3} = 19aq^{i+1},$$

или

$$aq^{i-1} (1+q-18q^2+q^3+q^4) = 0.$$

Такъ какъ *a* и *q* не могутъ быть = 0, то необходимо, чтобы

$$1+q-18q^2+q^3+q^4=0;$$

это уравненіе принадлежитъ къ числу возвратныхъ и рѣшается общимъ приемомъ:

$$q^2+q-18+\frac{1}{q}+\frac{1}{q^2}=0,$$

*) См. Шиллеръ. Элем. учен. объ электр. §§ 7 и 13.

полагаемъ $q + \frac{1}{q} = u$, тогда имѣемъ такое уравненіе:

$$u^2 + u - 20 = 0.$$

Отсюда, опредѣляя u , найдемъ и четыре значенія для q :

$$2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}, \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{21}}{2},$$

а такъ какъ прогрессія возрастающая, то знаменателемъ ея можетъ быть только число положительное большее единицы; а потому $q = 2 + \sqrt{3}$.

Тогда m -й членъ

$$a(2 + \sqrt{3})^{m-1} = 1,$$

отсюда

$$a = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^{m-1}}$$

и искомая прогрессія будетъ

$$\therefore \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^{m-1}}, \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^{m-2}}, \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^{m-3}}, \dots$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *П. Святиликовъ* (Троицк.), *Н. Соболевскій* (Москва),
А. Петренко (Воронежъ). Ученики: Ворон. к. к. (7) *А. П.* и (6) *Н. В.*, Тифл. р. уч.
(7) *П. Н.*

№ 281. Доказать что радіусы четырехъ окружностей, проходящихъ черезъ каждыя три изъ четырехъ центровъ вписанныхъ въ какой нибудь треугольникъ круговъ, равны между собою и равны діаметру круга, описаннаго около того-же треугольника.

Изъ геометріи извѣстно, что два центра круговъ вписанныхъ (внутри или вѣ) въ данный треугольникъ ABC и третья вершина этого треугольника находятся на прямой линіи. Назовемъ центры вѣ вписанныхъ окружностей чрезъ O_a, O_b, O_c и внутри вписанной—чрезъ O , тогда O_c, A и O_b лежатъ на одной прямой и т. д. Кромѣ того равнодѣляція угловъ A, B и C перпендикулярны соответственно къ сторонамъ треугольника $O_a O_b O_c$, слѣдов. треугольникъ ABC будетъ ортоцентрическимъ въ отношеніи треугольника $O_a O_b O_c$, а погому радіусъ описаннаго около треугольника $O_a O_b O_c$ круга равенъ діаметру круга описаннаго около треугольника ABC , но діаметръ этотъ постояненъ, и не трудно видѣть, что круги проходящіе чрезъ центръ вписаннаго и вѣ-вписанныхъ окружностей равны, какъ между собою, такъ и кругу, описанному около $O_a O_b O_c$.

А. Бобятинскій (Ег. зол. пр.), *В. Соллертинскій* (Гатчино), *С. Блажко* (Москва) Ученики: Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Кіевск. I (8) *В. Б.*

№ 347. Данъ равносторонній треугольникъ ABC. Найти геометрическое мѣсто точекъ M, удовлетворяющихъ условію

$$AM=BM+MC.$$

Искомымъ геометрическимъ мѣстомъ будетъ меньшая изъ дугъ окружности, проходящей чрезъ A, B и C, и заключенная между сторонами угла CAB. Въ самомъ дѣлѣ, возьмемъ на дугѣ BC этой окружности какую нибудь точку M; тогда, соединяя M съ A, B и C, получимъ вписанный четырехугольникъ ABMC, изъ котораго, по теоремѣ Птолемея, имѣемъ

$$AM \cdot BC = BM \cdot AC + MC \cdot AB.$$

Но въ данномъ случаѣ

$$AB=BC=AC,$$

слѣдовательно

$$AM=BM+MC.$$

В. Гиммельфарбъ (Кіевъ), Н. Изановскій и М. Домовъ (Воронежъ), П. Трипольскій (Полтава), И. К. (Спб.), В. Соллертинскій (Гатчино), С. Кричевскій (Ромны). Ученики: Кіевск. I-ой г. (7) *А. Шлж.*, Курск. г. (5) *Л. Л.*, (6) *К. П.* и *В. Х.*, (7) *В. Г.*, *Н. Р.* и *Т. Ш.*, Измаил. прог. (6) *И. К.*, Орлов. г. (8) *А. О.*, Воспитан. Полт. Дух. Сем. (3) *И. М.* и *С. З.* Ворон. к. к. (6) *Г. У.* Кам.-Под. г. (6) *Я. М.* и (7) *А. Р.*, Новоз. р. уч. (7) *М. Н.*, Екатрсл. г. (6) *А. С.* Полт. р. уч. (5) *Е. Ц.* Тифл. р. уч. (7) *П. Н.*, Крем. р. уч. (5) *И. Т.*

№ 362. Доказать, что хорда, соединяющая середины дугъ, отсекаемыхъ двумя сторонами вписаннаго правильнаго треугольника, въ точкахъ пересѣченія съ этими сторонами дѣлится на три равныя части.

Пусть треугольникъ будетъ ABC; предположимъ, что D и E середины дугъ AB и AC. Дуги DB и EC равны, а потому DE || BC; треугольникъ AFG равносторонній (F точка пересѣченія хорды со стороною AB, а G—со стороною AC). Углы ADF, FAD, AEG и GAE равны; изъ равенства ихъ слѣдуетъ

$$DF=AG=AF=FG=GE,$$

отсюда

$$DF=FG=GE.$$

Н. Карповъ (Лубны), С. Охлобыстинъ и Ѳ. Комбратъевъ (Ив. Возн.), З. А. (Новоз.). П. Свѣшниковъ (Троицкѣ), М. Сухановъ (ст. Усть-Медвѣд.). Ученики: Кіевск. I-ой г. (7) *А. Шлж.*, (8) *В. Б.*, Кіевск. II-ой г. (5) *К.*, *К. П.* и *А. К.* (7) *В. М.*, Курск. г. (5) *В. М.*, (6) *В. Х.*, (7) *С. Д.*, *А. П.* и *М. И.*, Полт. к. к. (7) *В. Тр-въ*, Короч. г. (5) *Н. М.*, (8) *Н. Б.* и *Ф. К.*, Новоз. р. уч. (7) *М. Н.*, Тифл. 2-ой г. (6) *М. А.*, Екатрсл. г. (6) *А. С.*, Симб. к. к. (?) *Н. П.*, и (7) *М. Б.*, Полтав. Дух. Сем. (3) *С. З.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, Ворон. к. к. (6) *Г. У.* и *К. А.*, Урюп. р. уч. (6) *П. У-ъ*, Изм. пр. (6) *И. К.*

№ 363. Данъ ромбъ, тупой уголъ котораго $=150^\circ$ и большая діагональ $=a$; въ него вписанъ прямоугольникъ такъ, что одна изъ его діагоналей есть меньшая діагональ ромба. Определить площадь этого прямоугольника, не вводя тригонометрическихъ величинъ.

Обозначивъ сторону ромба чрезъ y и меньшую діагональ чрезъ x , будемъ имѣть

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Кромѣ того x мы можемъ разсматривать какъ сторону правильного двѣнадцатиугольника, вписаннаго въ кругъ радіуса y , слѣдовательно

$$x = y \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

Изъ этихъ двухъ уравненій находимъ

$$x = a(2 - \sqrt{3}), \quad y = a \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

Высота h ромба, т. е. одна изъ сторонъ прямоугольника, вписаннаго въ ромбъ, опредѣлится изъ уравненія

$$\frac{xa}{4} = \frac{yh}{2}.$$

Отсюда

$$h = \frac{a}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

Другая сторона прямоугольника будетъ

$$z^2 = x^2 - h^2,$$

или

$$z = \frac{a}{2} \sqrt{(2 - \sqrt{3})^3}.$$

Тогда искомая площадь

$$Q = hz = \left[\frac{a}{2} (2 - \sqrt{3}) \right]^2.$$

Н. Карповъ (Лубны), С. Ожлобыстинъ и Ѳ. Кондратьевъ (Ив. Возн.), Э. А. (Новозыб.), П. Савиниковъ (Троицкъ), М. Сухановъ (ст. Усть-Медвѣд.), П. Трипольскій (Полтава), С. Кричевскій (Ромны). Ученики: Полт. р. уч. (5) Е. Д., Кам-Под. г. (6) Я. М., (7) А. Р., Спб. Екат. уч. (6) В. М., Ектрсл. г. (6) А. С., Курск. г. (6) В. Х., (7) А. И., В. Г., Т. III., (8) П. Г., Урюп. р. уч. (6) П. У., Крем. р. уч. (5) I. Т.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 13 Марта 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

„СЕМЕЙНЫЕ ВЕЧЕРА.“

Журналъ этотъ состоитъ подъ Высочайшимъ покровительствомъ ГОСУДАРЫНИ ИМПЕРАТРИЦЫ МАРИИ ѲЕОДОРОВНЫ. Рекомендованъ Ученымъ Комитетомъ Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія—для гимназій, уѣздныхъ училищъ, городскихъ и народныхъ школъ, состоящихъ при IV отд. Собств. ЕГО ВЕЛИЧЕСТВА Канцеляріи; учебнымъ Комитетомъ для чтенія воспитанницамъ женскихъ учебныхъ заведеній ИМПЕРАТРИЦЫ МАРИИ; Духовно-Учебнымъ Управленіемъ рекомендованъ начальствамъ духовныхъ семинарій и училищъ и Главнымъ Управленіемъ военно-учебныхъ заведеній рекомендованъ для библиотекъ военныхъ гимназій и прогимназій,—какъ изданіе, представляющее обильный матеріалъ для выбора статей, пригодныхъ для чтенія воспитанниковъ.

Статьи будутъ тщательно распределяться такимъ образомъ, чтобы первый отдѣлъ изданія, состоящій изъ 12 книгъ, украшенныхъ картинами, распадался на двѣ половины, изъ которыхъ первая составила-бы вполне пригодное чтеніе для дѣтей отъ 8 до 14 лѣтъ, а вторая—для дѣтей отъ 5 до 8 лѣтъ. Другой же отдѣлъ заключалъ-бы въ себя, по преимуществу статьи приспособленныя для семейнаго чтенія такъ, чтобы всѣ члены семьи нашли въ этомъ отдѣлѣ вещи, которыя прочлисъ-бы съ одинаковымъ интересомъ и пользой.

При отдѣлѣ семейнаго чтенія будутъ разсылаться приложенія рисунковъ новѣйшихъ рукодѣлій, а при отдѣлѣ для дѣтей—рисунки техническихъ искусствъ и различные игры и занятія, а также награды подписчикамъ, приславшимъ опредѣленное редакціей количество задачъ и рѣшеній.

Награды будутъ состоять изъ сочиненій лучшихъ авторовъ, какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ.

Кромѣ того, всѣмъ подписчикамъ на оба отдѣла „Семейныхъ Вечеровъ“ будетъ разослана въ концѣ года ПРЕМІЯ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:

	БЕЗЪ ДОСТ.	СЪ ДОСТ.
Полный журналъ (24 книжки)	10 р.	11 р.
Отдѣлъ для дѣтей (12 книжекъ)	5 „	5 „ 50 к.
„ семейнаго чтенія и юношества (12 кн.)	5 „	5 „ 50 „

Для всѣхъ учебныхъ заведеній, подписавшихся на полный журналъ и обращающихся прямо въ редакцію, уступается 1 руб.

Для земскихъ школъ, подписавшихся не менѣе какъ на 25 полныхъ экз., уступается 2 рубля

Разсрочка допускается: для лицъ, служащихъ въ казен. учрежденіяхъ, за ручательствомъ г. казначеевъ, для воспитательныхъ и учебныхъ заведеній, за ручательствомъ ихъ начальствъ. А для прочихъ подписчиковъ—по соглашенію съ редакціей.

Разсрочка допускается по третямъ не иначе, какъ по соглашенію съ редакціей.

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ:

Въ редакціи журнала „Семейные Вечера“ С. Петербургъ, Невскій д. № 75 кв. 25.

Редакторъ-издательница С. Гаширева.

2—3

Съ 1-го Января 1889 года будетъ издаваться

Журналъ СЧЕТОВОДЪ Ѳ. В. Езерскаго.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

Отдѣлъ I. Научный. Счетоводство. Финансы. Контроль. Коммерческія науки; отдѣлъ II. Обзоръ свѣтъ, отчетовъ земскихъ и городскихъ учреждений, товариществъ, компаній и обществъ на паяхъ, акціяхъ, взаимнаго кредита и т. п.; отдѣлъ III. Судебный, (безъ обсужденія судебныхъ рѣшеній). Судебно-счетоводная экспертиза; отдѣлъ IV. Библиографія. Новыя книги и рецензіи на изданія, соответствующія программѣ журнала; отдѣлъ V. Счетоводная жизнь. Сцены и рассказы изъ нея; отдѣлъ VI. Справочный. Рекламы. Объявленія.

Срокъ выхода въ свѣтъ по три книги въ мѣсяцъ, а въ Май, Іюнь и Іюль по двѣ, всего 33 книги въ годъ.

Подписная цѣна съ доставкой и пересылкою на годъ 6 р., полгода 3 руб.

Книгопродавцамъ уступки 10%.

Адресоваться въ редакцію журнала „СЧЕТОВОДЪ“ Ѳ. В. Езерскаго. С.-Петербургъ, Невскій пр., № 66.

Редакторъ издатель Ѳ. В. Езерскій.

3—3.

ВЪ 1889 ГОДУ (ДЕСЯТЫЙ ГОДЪ ИЗДАНІЯ)

РУССКІЙ НАЧАЛЬНЫЙ УЧИТЕЛЬ

будетъ издаваться по прежней программѣ и съ особымъ отдѣломъ работъ и сообщеній

НАРОДНЫХЪ УЧИТЕЛЕЙ И УЧИТЕЛЬНИЦЪ.

Обязательный объемъ остается прежній: не менѣе 25 листовъ въ годъ (въ предыдущіе годы давалось 40—50 листовъ, т. е. болѣе обязательнаго объема). Лѣтнія книжки выходятъ по двѣ вмѣстѣ.

Въ журналъ принимаютъ участіе: Беренштамъ, Н. Бунаковъ, Гербачъ, Демковъ, Доброписцевъ, Кричагинъ, Латышевъ, Ив. Мещерскій, Св. Песоцкій, Д. Д. Семеновъ, Д. Соловьевъ, Св. Мих. Соколовъ, Сентъ-Илеръ, Шаталовъ и др. Въ журналъ помѣщаются многія работы и письма народныхъ учителей, разборы новыхъ книгъ и различныя сообщенія о ходѣ учебнаго дѣла. Ежегодный конкурсъ на составленіе чтеній для народа.

Подписка принимается въ редакціи (Сиб., Англійскій пр., д. 40, кв. 8).

Подписная цѣна на годъ: 3 р. съ пересылкой.

Есть экземпляры за прежніе годы, кромѣ 1883 г.

Журналъ ОДОБРЕНЪ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія для народныхъ училищъ, учительскихъ семинарій и институтовъ.

Въ редакціи можно получать также:

Учебникъ ариѳметики. В. Латышева. (Въ объемѣ курса младшихъ классовъ гимназій). Ц. 35 к. 2-е изданіе.

Физиологія Фостера (отдѣльн. изданіе). Ц. 60 к. Одобрена Учен. Комит. М. Н. Пр.

Сборникъ работъ народныхъ учителей. Ц. 60 к.

Объяснительный курсъ ариѳметики. В. Латышева. Часть I. Ц. 40 к.

Краткіе очерки по естествознанію въ примѣненіи къ сельскому хозяйству. Народнаго учителя Чаплыгина. Ц. 25 к.

О разведеніи хмѣли. Народнаго учителя Чаплыгина. Ц. 8 к.

О вѣтрѣ Учителя Тясто. Ц. 8 к.

Совѣсть не допустила. Учителя Вершинина. Ц. 8 к.

О школахъ грамотности. Н. Бунакова. Ц. 30 к.

Словарь малоопитныхъ славянскихъ словъ и оборотовъ Евангелія, дополненный словаремъ къ псалмамъ, молитвамъ, пѣснопѣніямъ. Составилъ А. Державинъ. 2-е изд. Ц. 20 к. Выпускъ 2-й. Ц. 30 к.

Ячникъ. Первая книжка послѣ азбуки для дѣтей туземцевъ Туркестанскаго края. Ц. 40 к.

Опытъ педагогической хрестоматіи. Идеалы воспитанія и обученія. Составилъ Х. Пахоловъ. Ц. 45 к.

О надѣленіи народныхъ школъ землею въ интересахъ школьнаго дѣла и сельскаго хозяйства. Составилъ И. Мещерскій. Ц. 60 к.

По вопросу о надѣленіи народныхъ школъ землею. Протоколы засѣданій I отд. Императорскаго В. Эк. Общества съ предисловіемъ И. Мещерскаго. Ц. 25 к.

Пушкинъ, А. С., Сочиненія. Вып. I. Изд. для народно-учебной бібліотеки. Съ предисловіемъ Бунакова. Ц. 15 к.

1889 годъ объявляется седьмой конкурсъ на составленіе чтеній для народа. Работы должны быть доставлены не позже 1-го августа 1889 года. Выборъ темъ представляется сдѣлать самимъ авторамъ. Объемъ чтенія долженъ быть около 1 листа печати. Кромѣ небольшого вознагражденія за статью, редакція принимаетъ на себя хлопоты объ отдѣльномъ изданіи (второе и послѣдующія изданія, если будутъ нужны, конечно, будутъ составлять собственность авторовъ) принятаго чтенія и представленіе его на разсмотрѣніе въ Ученый Комит. Мин. Нар. Пр. Напечатано будетъ одно или два лучшихъ чтеній. Ответы авторамъ чтеній рассылаются въ концѣ сентября. Присылать можно только такія работы, которыя не были напечатаны.

Редакція проситъ Земскія Управы и Училищныя Совѣты высылать въ редакцію отчеты по училищному дѣлу.