Обложка
ищется

Обложка
пщется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIII Сем. № 145. № 1.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Настоящимъ 145-ымъ номеромъ „Вѣстникъ Оп. Физики и Элем. Математики" вступаетъ въ седьмой годъ своего существованія (XIII-ый семестръ изданія). Условія подписки на текущее учебное полугодіе (№№ 145—156) остаются безъ измѣненій, а именно: 3 рубля съ пересылкою, а для льготныхъ подписчиковъ—2 рубля. Пользоваться льготой могутъ не только всѣ учащіеся (безъ всякихъ оффиціальныхъ удостовѣреній), учителя и учительницы низшихъ училищъ, но и всѣ вообще частныя лица, затрудняющіяся вносить за журналъ полную подписную плату, при единственномъ лишь условіи непосредственныхъ съ конторой редакціи сношеній.—Чтобы облегчить новымъ подписчикамъ пріобрѣтеніе полнаго комплекта всѣхъ 12-и томовъ (144-хъ номеровъ) „В. О. Ф.", вышедшихъ съ начала изданія, цѣна на таковой понижена до 20 рублей съ пересылкой. Въ виду ограниченнаго числа оставшихся экземпляровъ, полный комплектъ всѣхъ 12-и вышедшихъ семестровъ „В. О. Ф." продается исключительно лишь въ конторѣ редакціи, и ни въ одномъ изъ книжныхъ магазиновъ въ настоящее время не имѣется. Въ разрозненной продажѣ каждый отдѣльный томъ (семестръ) стоитъ 2 р. 50 к. съ пересылкой, исключая II-го семестра (за I-е полугодіе 1887 года), который отдѣльно отъ прочихъ не продается.

Со времени перенесенія изданія „В. О. Ф." въ г. Одессу, кромѣ №№ 121—144 журнала (XI и XII сем.), редакціей изданы въ теченіе истекшаго учебнаго года отдѣльными оттисками слѣдующія брошюры: *М. Попруженко* „О длинѣ", *О. Пергамента* „Къ столѣтней годовщинѣ дня рожденія Михаила Фарадея", *Г. Г. Де-Метца* Hermann von Helmholtz", *Ѳ. Н. Шведова* „Объ одномъ лекціонномъ электрометрѣ", *П. С. Флорова* „О наибольшихъ произведеніяхъ и наименьшихъ суммахъ", *М. Попруженко* „Одно изъ метрическихъ свойствъ треугольника", *П. Бахметьева* „Электро-капиллярныя явленія", *Н. Слугинова* „Энергія плоскихъ гармоническихъ волнъ", *С. Гирмана* „Разложеніе на множители квадратнаго трехчлена x^2+px+q съ цѣлыми коэффиціентами способомъ группировки", *В. Гернета* „Аналогія между газами и растворенными веществами", *А. Мануйлова* „Основы ученія о величинахъ" и *П. С. Флорова* „Формулы стеколъ"; всего—12 брошюръ (Цѣны указаны въ каталогѣ изданій на обложкѣ).

Изъ прежде изданныхъ редакціей книгъ и брошюръ, въ настоящее время окончательно распроданы: *Н. Слугинова* „Формула простого маятника", *I. Клейбера* „Изъ исторіи ариѳметики" и *К. Максуэлля* „Теорія теплоты" (въ переводѣ А. Л. Королькова) (*).

Желая, по возможности, избавить нашихъ читателей отъ нѣкотораго неудобства, причиняемаго хроническимъ въ зимніе мѣсяцы запаздываніемъ выпуска №№ нашего журнала и стремясь по прежнему къ улучшенію внѣшности изданія, мы перемѣнили типографію: съ настоящаго № журналъ нашъ печатается въ обновленной типографіи „Одесскихъ Новостей".

Въ направленіи журнала, составѣ его сотрудниковъ и пр. никакихъ перемѣнъ не предвидится.

(*) Послѣдніе экземпляры этого сочиненія, сколько намъ извѣстно, остались еще у книгопродавцевъ: Розова (въ Одессѣ и Кіевѣ) и Оглоблина (въ Кіевѣ и Петербургѣ).

Для поддержки нашего журнала, расходы по изданію котораго не вполнѣ покрываются подпискою, не смотря на шестилѣтнее его существованіе и достаточную въ учебныхъ сферахъ популярность, Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія выдана въ текущемъ году незначительная субсидія, назначеніемъ которой мы считаемъ себя въ правѣ гордиться такъ же, какъ и установившимися хорошими отношеніями къ редакціи сотрудниковъ и читателей „Вѣстника".

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

ПРЕДСТАВЛЕНІЕ ИЗОБРАЖЕНІЙ

независимо отъ хода лучей въ преломляющей средѣ оптическихъ стеколъ.

Вычерчиваніе изображеній въ оптическихъ стеклахъ можетъ быть основано на нижеслѣдующихъ приблизительныхъ положеніяхъ:

1) Линіи лучей, пересѣкающіяся въ одной точкѣ, будутъ приблизительно пересѣкаться тоже въ одной точкѣ послѣ ряда испытанныхъ преломленій.

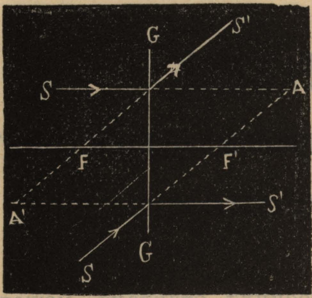
2) Параллельные (главной оптической оси) лучи *сводятся* собирательнымъ стекломъ (или системою стеколъ) въ *главный фокусъ*. Лучъ, проходящій черезъ главный фокусъ, дѣлается, по выходѣ изъ собирательнаго стекла, параллельнымъ главной оптической оси.

3) Параллельные (главной оптической оси) лучи *разводятся* разсѣивательнымъ стекломъ (или системою стеколъ) такъ, какъ будто бы разведенные лучи выходили изъ *мнимаго главнаго фокуса* стекла. Наоборотъ, лучъ, падающій на разсѣивательное стекло въ направленіи къ мнимому фокусу, находящемуся по другую сторону стекла, выходитъ изъ стекла параллельно его главной оптической оси.

4) Собирательное стекло имѣетъ по обѣ свои стороны двѣ *симметрическія плоскости*, перпендикулярныя къ главной оптической оси, и обладающія тѣмъ свойствомъ, что предметъ, помѣщенный въ одной изъ этихъ плоскостей, даетъ дѣйствительное, обратное и равное изображеніе въ другой плоскости. Поэтому каждый лучъ, пересѣкающій одну изъ симметрическихъ плоскостей на опредѣленномъ разстояніи отъ главной оптической оси, пересѣчетъ, по выходѣ изъ собирательнаго стекла, другую симметрическую плос-

кость на такомъ же разстояніи отъ главной оптической оси, только по другую сторону отъ этой послѣдней.

5) Разсѣивательное стекло имѣетъ по обѣ свои стороны также двѣ *симметрическія плоскости*, перпендикулярныя къ главной оптической оси, и обладающія тѣмъ свойствомъ, что лучи, падающіе на разсѣивательное стекло въ такихъ направленіяхъ, чтобы образовать дѣйствительное изображеніе, сойдясь въ точкахъ симметрической плоскости по другую сторону стекла, по выходѣ изъ стекла разводятся имъ такимъ образомъ, что образуютъ мнимое изображеніе въ другой симметрической плоскости, равное и обратное тому дѣйствительному изображенію, которое было бы образовано, если бы разсѣивательное стекло не стояло на пути разсматриваемыхъ лучей *). Поэтому лучъ, направляющійся за стекло въ нѣкоторую точку симметрической плоскости, выйдетъ изъ стекла по прямой, проходящей черезъ точку другой симметрической плоскости, лежащую на томъ же разстояніи отъ главной оптической оси по другую сторону этой послѣдней.

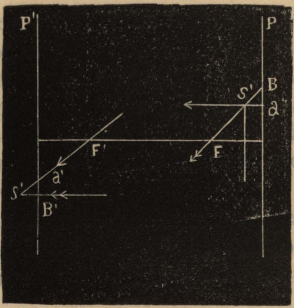


Фиг. 1.

6) Положенія главныхъ фокусовъ и симметрическихъ плоскостей могутъ быть опредѣлены непосредственно изъ опыта и представляютъ собою *данныя* оптическаго стекла (или системы стеколъ), вполнѣ опредѣляющія положеніе изображенія какого бы то ни было предмета.

Пояснимъ теперь на примѣрахъ примѣненіе вышеизложенныхъ положеній къ вычерчиванію изображеній.

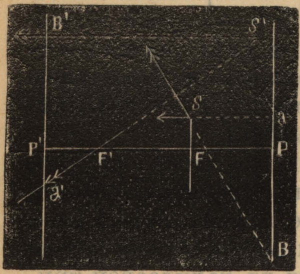
На фиг. 2 представлены двѣ симметрическія плоскости P и P′ и два главныхъ фокуса F и F′ нѣкотораго собирательнаго стекла, на чертежѣ не изображеннаго. S есть свѣтящаяся точка, лежащая внѣ главной оптической оси. Чтобы найти положеніе изображенія S′, выбираемъ два луча, выходящіе изъ S: одинъ —параллельный главной оптической оси, и другой — проходящій черезъ главный фокусъ F. Первый лучъ, выйдя изъ стекла, пройдетъ черезъ главный фокусъ F′; кромѣ того, такъ какъ этотъ лучъ идетъ такъ, какъ будто бы онъ исходилъ изъ



Фиг. 2.

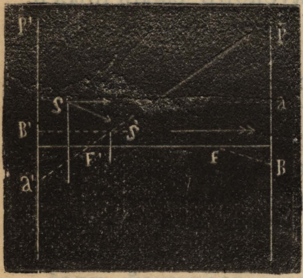
*) Описанный ходъ лучей иллюстрированъ на фиг. 1. Лучи S и S падаютъ на разсѣивательное стекло GG, стремясь сойтись въ точкѣ A. По выходѣ изъ стекла направленія лучей мѣняются въ S′ и S′, имѣющія мнимую точку схожденія A′. Лучъ, бывшій параллельнымъ оптической оси, выходитъ по линіи, проходящей черезъ главный фокусъ F; лучъ, направлявшійся къ главному фокусу F′, выходитъ параллельно оптической оси.

точки a симметрической плоскости P, то онъ долженъ пройти черезъ *соотвѣтствующую* точку a' другой симметрической плоскости P′, при чемъ подъ именемъ соотвѣтственной точки будемъ подразумѣвать такую, которая лежитъ въ другой симметрической плоскости, на равномъ разстояніи отъ главной оптической оси по противоположную сторону этой послѣдней. Второй лучъ, выходящій изъ S и проходящій черезъ F, выйдетъ изъ стекла параллельно оптической оси; но такъ какъ онъ идетъ какъ бы отъ точки B плоскости P, то онъ долженъ пройти черезъ соотвѣтственную точку B′ плоскости P′. Такимъ образомъ положеніе обоихъ вышедшихъ изъ стекла лучей найдено (на рисункѣ эти лучи отмѣчены простою и двойною стрѣлкою соотвѣтственно такимъ же образомъ отмѣченнымъ лучамъ, выходящимъ изъ точки S); пересѣченіе обоихъ лучей опредѣлитъ точку S′, служащую дѣйствительнымъ и обратнымъ изображеніемъ точки S. Легко видѣть, что, принявъ точку S′ за источникъ лучей, мы получимъ ея изображеніе въ S.



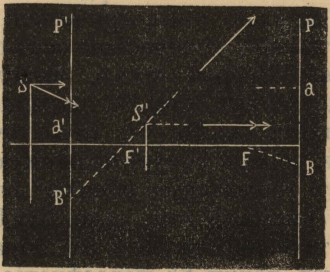
Фиг. 3.

На фиг. 3 изображенъ случай мнимаго изображенія въ собирательномъ стеклѣ, когда свѣтящаяся точка S лежитъ между стекломъ и фокальною плоскостью. Беремъ два луча, выходящіе изъ точки S: одинъ — параллельный главной оптической оси и какъ бы идущій отъ точки a симметрической плоскости P; по выходѣ изъ стекла онъ пойдетъ черезъ фокусъ F′ и черезъ соотвѣтствующую точкѣ a точку a'; другой лучъ изъ S выберемъ такъ, чтобы онъ былъ продолженіемъ прямой, проведенной къ S черезъ фокусъ F; та же прямая пройдетъ черезъ точку B плоскости P; послѣ преломленія такой лучъ пойдетъ параллельно оси и черезъ соотвѣтствующую точку B′ плоскости P′. Оба вышедшіе изъ стекла луча будутъ расходиться и дадутъ мнимое изображеніе въ точкѣ S′.

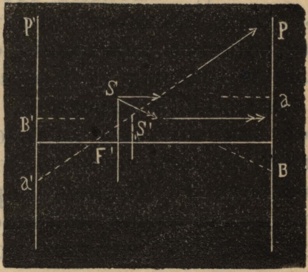


Фиг. 4.

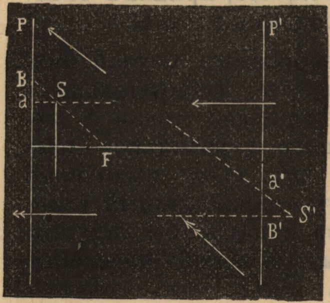
На фиг. 4 представленъ ходъ лучей отъ свѣтящейся точки S, измѣненный разсѣивательнымъ стекломъ. Беремъ два луча, исходящіе изъ точки S: одинъ — параллельный оси и направляющійся къ точкѣ a симметрической плоскости P; по выходѣ изъ стекла этотъ лучъ направится отъ мнимаго фокуса F′ и отъ соотвѣтствующей точки a' другой симметрической плоскости P′; другой лучъ, выходящій изъ S и направляющійся къ мнимому фокусу F и точкѣ B плоскости P, по выходѣ изъ стекла пойдетъ параллельно оси и черезъ соотвѣтствующую точку B′ плоскости P′. Оба луча получатся расходящимися и опредѣлятъ мнимое изображенiе свѣтящейся точки въ S′.



Фиг. 5.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

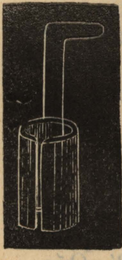
На фиг. 5 представленъ случай разсѣивательнаго стекла, когда свѣтящаяся точка S лежитъ за симметрическою плоскостью P′; а на фиг. 6 — случай подобнаго же стекла, когда свѣтящаяся точка лежитъ между стекломъ и фокальною плоскостью F′. Въ обоихъ случаяхъ имѣемъ мнимыя изображенiя.

На фиг. 7 лучи падаютъ на разсѣивательное стекло, стремясь образовать дѣйствительное изображенiе S между фокальною и симметрическою плоскостями стекла (какъ въ галилеевой трубѣ). Стекломъ лучи разводятся и даютъ мнимое обратное изображенiе въ точкѣ S′.

Проф. *Н. Шиллеръ* (Кiевъ).

Демонстрацiя закона Дюлонга и Пти.

Для демонстрацiи закона Дюлонга и Пти употребляется обыкновенно приборъ Зандмейера, состоящiй изъ кусковъ различныхъ металловъ, имѣющихъ форму пустыхъ внутри цилиндровъ съ проволочными рукоятками. Такую форму имѣетъ цинкъ въ элементахъ Бунзена (рис. 8). Вѣса этихъ кусковъ пропорцiональны атомнымъ вѣсамъ тѣхъ металловъ, изъ которыхъ куски сдѣланы. Куски эти нагрѣваются всѣ въ масляной или водяной банѣ до опредѣленной температуры и затѣмъ быстро переносятся въ стаканы, въ которые налиты одинаковыя количества воды одной и той-же температуры и погружены особые воздушные термометры, состоящiе изъ пробирки, закрытой пробкой, сквозь которую проходитъ до дна пробирки стеклянная трубка; въ пробирки налита подкрашенная жидкость (рис. 9). Трубки всѣхъ термометровъ имѣ-



Фиг. 8.

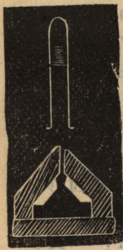
ютъ одинаковый діаметръ. Если во всѣхъ термометрахъ заключается одинаковое количество воздуха, то жидкость подымается въ ихъ трубкахъ на одну и ту-же высоту, когда вода, въ которую они помѣщены, нагрѣется кусками металловъ.

На практикѣ этотъ способъ оказывается не вполнѣ удобнымъ. Главная трудность заключается въ установкѣ термометровъ такъ, чтобы въ ихъ резервуарахъ находилось одинаковое количество воздуха. Можно, конечно, обойти эту трудность, пользуясь однимъ только термометромъ и перенося его послѣдовательно изъ одного стакана въ другой, но тогда опытъ становится болѣе продолжительнымъ.

Фиг. 9.

Въ В. О. Ф. и Э. М. за 1888 г. (*) была напечатана краткая замѣтка о демонстраціи закона Дюлонга и Пти. Тамъ говорится, что др. Шаль при Цюрихскомъ университетѣ пользуется для демонстраціи закона Дюлонга и Пти металлическими брусками (олово и цинкъ) равнаго вѣса, нагрѣвая ихъ до одной и той-же температуры (150°—170°) и быстро помѣщая въ парафиновые ящики съ отверстіями въ днѣ. Количества расплавившагося и вытекшаго черезъ отверстіе парафина пропорціональны удѣльнымъ теплотамъ взятыхъ металловъ или обратно пропорціональны ихъ атомнымъ вѣсамъ.

Опытъ этотъ хорошо удается, если замѣнить металлическіе бруски—кружками, а еще лучше—воронками, какъ показано на рис. 10, и придать парафиновымъ ящикамъ коническую форму. Металлическія воронки (равнаго вѣса) нагрѣваются въ воздушной или масляной банѣ до 120°—170° и затѣмъ быстро перемѣщаются въ парафиновые ящики, подъ отверстіе которыхъ подставлены пробирки одинаковаго діаметра. Тотчасъ начинается вытеканіе парафина. Опытъ требуетъ не больше 3—5 минутъ. Если стѣнки парафиновыхъ ящиковъ достаточно толсты, то они могутъ служить нѣсколько разъ.



Фиг. 10.

В. Г.

ДВА СЛОВА
ПО ПОВОДУ ХОЛЕРЫ.

Казалось бы, въ этомъ журналѣ болѣе, чѣмъ въ какомъ бы то ни было другомъ спеціальномъ изданіи, читатель имѣетъ право ожидать умалчиванія объ ужаснѣйшемъ бѣдствіи, постигшемъ въ

(*) В- О. Ф. и Э. М. III сем., стр. 254.

текущемъ году наше отечество. Но нельзя забыть и того, что вся серьезность подобныхъ бѣдствiй всегда подымала и подымаетъ до исключительно высокаго уровня интересъ къ завоеванiямъ науки въ той, либо другой ея области, обнаруживая вмѣстѣ съ тѣмъ массу непредусмотрѣнныхъ съ теоретической точки зрѣнiя пробѣловъ, отмѣчая печальными фактами ошибки прежнихъ системъ и воззрѣнiй, выдвигая на очередь для предстоящихъ изысканiй новые вопросы, новыя задачи, и пр. Общество наше, вообще апатичное и вполнѣ индифферентное въ дни спокойнаго благоденствiя ко всему тому, что имѣетъ какую бы то ни было связь со „скукой" научныхъ изслѣдованiй, въ часы народныхъ бѣдствiй готово даже кое чему выучиться. Взгляните, напримѣръ, какъ мы почистились, какъ мы вымылись изъ опасенiй преждевременной смерти; а развѣ основныя положенiя гигiены не были точно также извѣстны и до появленiя эпидемiи?

Какъ ни грозенъ переживаемый нынѣ урокъ, онъ во многихъ отношенiяхъ окажется поучительнымъ и, каково бы ни было число жертвъ, Россiя должна, въ силу закона реакцiи, сознательно сдѣлать важный шагъ впередъ по пути прогресса, именно благодаря холерѣ 1892 года.

Въ виду вышеизложеннаго, я не считаю неумѣстнымъ и на страницахъ „Вѣстника Опытной Физики" напомнить о двухъ *забытыхъ* словахъ, забытыхъ въ дни обычнаго у насъ откладыванiя всѣхъ хорошихъ затѣй въ самый дальнiй ящикъ и оказывающихся нынѣ далеко не лишними словами.

Первое изъ этихъ словъ—это „русская научная *терминологiя*". Ея нѣтъ, какъ вамъ извѣстно, а вмѣсто нея есть какое то вавилонское столпотворенiе. Это неудобство, не столь замѣтное въ обыкновенное время, когда спецiальныя сочиненiя читаются только спецiалистами и никому другому до нихъ нѣтъ дѣла, теперь прямо бросается въ глаза. И вотъ, когда вся почти масса читающей публики съ жадностью бросилась знакомиться со всѣмъ, что люди умные написали о холерѣ, о ея природѣ, исторiи, о мѣрахъ борьбы съ нею и пр., оказалось, что добрая половина прочитаннаго остается вполнѣ недоступной пониманiю, благодаря только, тому что авторы употребляютъ какой то медицинскiй воляпюкъ, понятный имъ однимъ. Одна моя знакомая, читая какую то *популярную* брошюру о холерѣ и не будучи въ состоянiи осилить этой тарабарщины, хотя и русскими буквами напечатанной, но во всѣхъ терминахъ не имѣющей ничего съ нашимъ языкомъ общаго, воскликнула въ отчаянiи: „Да вы прежде издайте вашъ словарь, господа медики, чтобы мы могли его купить, а потомъ ужъ и брошюры пишите!—Не угодно ли—смотрите—„*кахектическiе* люди",—а почемъ я знаю, кахектическая ли я или нѣтъ, если я этого слова отродясь не слышала и, умирать буду, не пойму". Господа,—это не шутка! Это—одна изъ самыхъ существенныхъ причинъ розни и взаимонепониманiя между русскимъ обыкновеннымъ смертнымъ и русскимъ ученымъ. Вы скажете, что обыкновенному смертному вовсе незачѣмъ понимать воляпюка медиковъ? Не согласенъ.

Тогда,—если ужъ пошло на то, чтобы вернуться къ эпохѣ фараоновъ, къ кастамъ жрецовъ и гіероглифамъ,—незачѣмъ популярничать. Тогда пусть прямо и будетъ сказано: „позовите насъ, мы васъ вылечимъ; а знать вамъ, какая тамъ въ васъ сидитъ *занятая*,—не вашего ума дѣло!".

И не одна медицина усвоила гіероглифы: вышеуказанное послѣдствіе отсутствія правильно разработнной научной русской терминологіи даетъ себя знать вообще во всей области наукъ естественно-историческихъ и физико-математическихъ. Я не думаю, чтобы были правы тѣ, которые настаиваютъ на введеніи въ науку обязательно *русскихъ* терминовъ, основанныхъ на древне-славянскихъ корняхъ, съ приставками и флексіями, свойственными русскому языку, и пр. Если по историческому ходу развитія научные термины той либо другой науки возникли впервые не у насъ въ Россіи, а въ такихъ странахъ, гдѣ оказалось болѣе удобнымъ принять для ихъ образованія корни греческіе или латинскіе, или наконецъ слова изъ своего собственнаго языка, то намъ ничего не остается, какъ принять эти чужіе термины и, не возможности, усвоить и приноровить ихъ къ характеру русскаго языка. Но основательность такого присвоенія чужестранныхъ словъ ограничивается, какъ мнѣ кажется, только самыми основными, самыми необходимыми терминами, не распространяясь вовсе на термины производные. Поэтому, если намъ казалась-бы дикой всякая попытка замѣнить нынѣ чисто русскими терминами такія напримѣръ слова, какъ «электричество», «ариѳметика», «температура» и пр., то, съ другой стороны, слѣдуетъ считать непозволительнымъ для русскаго автора, а въ особенности для автора общедоступныхъ статей, употребленіе иностранныхъ терминовъ и словъ тамъ, гдѣ они вовсе не необходимы. Такъ напр., если слова «тепло» и «прозрачность» всѣми русскими понимаются отлично, то трудно понять, почему иные авторы предпочитаютъ употребить терминъ «діатермическій« вмѣсто «теплопрозрачный». Примѣровъ подобныхъ ненужныхъ заимствованій и затрудняющихъ лишь незнакомаго съ иностранными языками читателя, можно было-бы привести множество. Въ устраненіи этой вредной привычки и заключается столь желанная въ наше время реформа научной терминологіи. И нельзя сказать, чтобы реформа эта была такъ трудна, или требовала особенныхъ усилій, принятія новыхъ условій и пр. Вовсе нѣтъ! Достаточно было-бы, чтобы каждый изъ насъ, берущихъ перо въ руки — будь то медикъ или математикъ, все равно — отказался только отъ *эволюціи* своего родного языка путемъ искусственныхъ *трансформацій*, *элиминаціи* изъ него всего русскаго, и *эмансипаціи* отъ всего того, что общепонятно, и— наоборотъ — дальбы себѣ слово стремиться къ *развитію* научно-литературнаго языка посредствомъ свойственныхъ ему *преобразованій*, возможнаго *исключенія* изъ него всего не русскаго и *освобожденія* отъ всего того, что общенепонятно.

Другое слово, о которомъ я позволю себѣ здѣсь напомнить, это—наши *мѣры* длины и вѣса. Даже оставляя въ сторонѣ вопросъ о неотложной необходимости устраненія этой страшной путаницы, происходящей вслѣдствіе равногражданственности у насъ множества мѣстныхъ мѣръ, введеніемъ *одной* государственной общеевропейской метрической системы, я не могу, однакожъ, не указать на этотъ разъ на весьма серьезныя неудобства, проистекающія отъ устарѣлыхъ нашихъ *медицинскихъ* мѣръ вѣса, совершенно нынѣ безсмысленныхъ и лишнихъ. Повторяю, это вызываетъ весьма серьезныя неудобства, ибо не только частныя лица, привыкшія въ обыкновенной жизни къ мѣрамъ русскимъ, базарнымъ, путаютъ общеевропейскіе *граммы* съ аптечными *гранами*, но даже фармацевты, даже доктора часто ошибаются при переводѣ однихъ вѣсовъ въ другіе или третьи. Да и къ чему это изобиліе мѣръ вѣса, насилующее память, въ той именно области, гдѣ—напротивъ—желательно устранить по возможности всѣ шансы ошибокъ? Неужели и этимъ пристрастіемъ къ возлюбленнымъ драхмамъ, скрупуламъ и проч. русскіе медики хотятъ оградить по мѣрѣ возможности свой волапюкъ отъ общедоступности?

Заимствую изъ одной статьи, предоставленной мнѣ для этой цѣли редакціей В. О. Ф. (*), кое какія данныя о медицинскомъ вѣсѣ.

Медицинскій вѣсъ былъ различенъ въ различныхъ государствахъ въ зависимости отъ величины принятаго въ его основу фунта. Наибольшій аптекарскій фунтъ—*англійскій* = 454 гр., наименьшій — *прусскій* = 350 гр. Въ Россіи былъ принятъ и остался по нынѣ въ употребленіи *нюренбергскій* мед. фунтъ, равный 358,3226 гр. Пруссія отказалась отъ своего мед. вѣса и замѣнила его десятичнымъ еще въ 1868 г.; въ другихъ государствахъ тоже въ настоящее время употребляется исключительно десятичный (кажется, кромѣ Англіи). У насъ до 1880 года въ медицинской практикѣ употреблялся исключительно только нюренбергскій аптекарскій вѣсъ; съ 1880 года, т. е. со времени изданія по Высочайшему повелѣнію новой Россійской Фармакопеи, оффиціально, такъ сказать, разрѣшено употребленіе десятичнаго вѣса и даже прежній аптек. вѣсъ названъ въ этой Фармакопеѣ „старымъ", хотя онъ и приводится для сравненія рядомъ съ вѣсомъ десятичнымъ. На практикѣ, однакожъ, прежній нюренбергскій вѣсъ остается и по нынѣ господствующимъ, вѣроятно вслѣдствіе привычки, отъ которой, повторяю, давно бы пора отказаться.

Правда, введеніемъ въ медицинскую практику десятичнаго вѣса еще не вполнѣ была бы устранена путаница между частями нашего фунта и граммами. Но именно потому, что почти всѣмъ намъ приходится въ обыденной жизни имѣть дѣло съ аптекой и лекарствами, эта мѣра могла бы оказать важную услугу быстрой подготовки русскаго населенія къ принятію въ будущемъ всей метрической системы мѣръ и вѣсовъ въ ея совокупности, что, очевидно, должно же быть когда нибудь сдѣлано. Ознакомившись,

(*) Изъ статьи доцента Варшавскаго Ветеринарнаго Института *М. В. Журавскаго* о преимуществахъ употребленія десятичнаго вѣса передъ медицинскимъ, доставленной въ нашу редакцію по указанію редакціи „Журнала Мин. Народ. Просв." и непомѣщенной на страницахъ В. О. Ф. за недостаткомъ мѣста.

Прим. ред.

такъ сказать, поневолѣ съ килограммомъ и его десятичнымъ дѣленіемъ на части, съ литрами и др., что несравненно легче усвоенія искусственныхъ дѣленій апт. фунта на части, намъ уже не такъ жалко будетъ разставаться тогда съ излюбленными лотами, кружками и пр., точные образцы коихъ давно бы слѣдовало размѣстить уже въ музеяхъ.

Тогда пришлось бы потревожить и вашу рутину, г.г. математики, и вы, быть можетъ, хоть тогда согласились бы считать десятичныя дроби проще обыкновенныхъ, и не настаивали бы, какъ нынѣ, на педагогической необходимости проходить въ курсѣ ариѳметики простыя дроби ранѣе десятичныхъ, что въ сущности очень нелѣпо. Впрочемъ, объ этомъ побесѣдуемъ въ другой разъ.

Р. И.

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Харьковское Математическое общество.

1) Засѣданіе 24-го Января.

Присутствовали: К. А. Андреевъ, В. Л. Кирпичовъ, М. А. Тихомандрицкій, А. М. Ляпуновъ, Г. В. Левицкій, Н. Д. Пильчиковъ, А. П. Грузинцевъ, А. П. Киселевъ, В. А. Стекловъ и г.г. студенты физико математическаго факультета. Предсѣдательствовалъ К. А. Андреевъ. Предметы занятій.

1) *А. П. Грузинцевъ* изложилъ свою работу „Объ электромагнитной теоріи свѣта".

2) *В. А. Стекловъ* сдѣлалъ сообщеніе „О равновѣсіи упругихъ тѣлъ вращенія".

2) Засѣданіе 28-го Февраля.

Присутствовали: К. А. Андреевъ, В. Л Кирпичовъ, М. А. Тихомандрицкій, А. М. Ляпуновъ, Г. В. Левицкій, Н. Д. Пильчиковъ, Д. С. Зерновъ, А. П. Грузинцевъ, А. А. Клюшниковъ, М. С. Косенко, А. П. Киселевъ, П. М. Рудневъ, В. А. Стекловъ и г.г. студенты физико-математическаго факультета. Предсѣдательствовалъ К. А. Андреевъ. Предметы занятій:

1) *К. А. Андреевъ* доложилъ статью А. А. Маркова „О функціи, равной произведенію двухъ гипергеометрическихъ рядовъ".

2) *Я. Г. Звенигородскій* изложилъ свою работу „О рѣшеніи алгебраическихъ уравненій первыхъ трехъ степеней".

3) Засѣданіе 6-го Марта.

Присутствовали: К. А. Андреевъ, В. Л. Кирпичовъ, М. А. Тихомандрицкій, А. М. Ляпуновъ, Г. В. Левицкій, Д. С. Зерновъ, А. П. Грузинцевъ, А. В. Гречаниновъ, В. А. Стекловъ и г.г. студенты физико-математическаго факультета. Предсѣдательствовалъ К. А. Андреевъ. Предметы занятій:

1) *Г. В. Левицкій* сдѣлалъ сообщеніе „Объ опредѣленіи разности долготъ Харькова и Николаева“.

2) *А. П. Грузинцевъ* изложилъ часть своей работы „Объ электромагнитной теоріи свѣта“.

3) *В. А. Стекловъ* сдѣлалъ сообщеніе „О движеніи твердаго тѣла въ жидкости“.

4) *М. А. Тихомандрицкій* сдѣлалъ нѣсколько замѣчаній по поводу статьи г. Лерха „Объ одной формулѣ Кронекера“.

4) Засѣданіе 24-го Апрѣля.

Присутствовали: К. А. Андреевъ, А. М. Ляпуновъ, М. А. Тихомандрицкій, Н. Д. Пильчиковъ, А. П. Грузинцевъ, И. О. Осиповъ, В. И. Альбицкій, В. А. Стекловъ и г.г. студенты физико-математическаго факультета. Предсѣдательствовалъ А. М. Ляпуновъ. Предметы занятій:

1) *С. Ф. Влесковъ* сообщилъ замѣтку „О принципѣ наименьшаго дѣйствія и теоремѣ Якоби“.

2) *В. А. Стекловъ* изложилъ выводъ уравненій движенія твердаго тѣла съ многосвязными полостями, наполненными однородной капельной жидкостью въ безпредѣльной массѣ такой же жидкости, заполняющей многосвязное пространство.

Секретарь Общества *В. Стекловъ.*

Раціональные прямоугольные треугольники.

(Матеріалы для упражненій и задачъ).

Въ предлагаемой замѣткѣ преподаватели и учащіеся найдутъ цѣлый рядъ теоремъ, изъ которыхъ каждая могла бы быть предложена для самостоятельнаго доказательства или изслѣдованія въ видѣ задачи или упражненія. Само собою разумѣется, что какъ последовательное расположеніе, такъ и доказательства теоремъ могутъ быть иныя, чѣмъ здѣсь.

---

1. Раціональными прямоугольными треугольниками называются тѣ, которыхъ оба катета соизмѣримы съ гипотенузой. Приличнымъ выборомъ единицы длины можно всѣ стороны такого треугольника выразить въ цѣлыхъ числахъ. Длину катетовъ въ такихъ числахъ будемъ обозначать черезъ x и y, а длину гипотенузы—черезъ z.

Изъ уравненія, выражающаго основную зависимость между сторонами прям. тр.,

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

видно, что если два изъ цѣлыхъ чиселъ x, y, z имѣютъ нѣкотораго общаго множителя, то и третье число должно имѣть того-же множителя.

Въ дальнѣйшемъ будемъ принимать, что числа x, y, z не имѣютъ общаго множителя, т. е. будемъ разсматривать стороны раціональныхъ прямоугольныхъ треугольниковъ, выраженныя въ возможно большей единицѣ длины.

2. Сумма квадратовъ двухъ нечетныхъ чиселъ не можетъ дать полнаго квадрата, потому что

$$(2n + 1)^2 + (2m + 1)^2 = 4\,(n^2 + m^2 + n + m) + 2;$$

такая сумма даетъ лишь число четное, но не дѣлящееся на 4, а такое число $= 2\,(2p + 1)$ не можетъ быть полнымъ квадратомъ.

Слѣдовательно, въ раціональномъ прямоугольномъ треугольникѣ оба катета не могутъ выражаться числами нечетными.

Сумма квадратовъ двухъ четныхъ чиселъ всегда дѣлится на 4, т. е. на 2^2; отсюда видимъ, что въ раціональномъ прямоугольномъ треугольникѣ, стороны котораго уже сокращены на ихъ наибольшаго общаго дѣлителя, оба катета не могутъ выражаться числами четными.

Итакъ: *въ прямоугольномъ раціональномъ треугольникѣ одинъ катетъ выражается числомъ четнымъ, а другой—нечетнымъ.*

Въ дальнѣйшемъ будемъ принимать x за число нечетное

$$x = 2n + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2).$$

3. Слѣдствіе: *площадь раціональнаго прям. треугольника выражается всегда числомъ цѣлымъ.*

Обратная теорема не имѣетъ мѣста. Почему?

4. Сумма квадратовъ двухъ чиселъ: четнаго и нечетнаго даетъ, очевидно, число нечетное, которое не можетъ быть квадратомъ числа четнаго, а потому:

Гипотенуза рац. пр. тр. (сокращеннаго) *всегда выражается числомъ нечетнымъ.*

5. Слѣдствія: *высота рац. пр. треугольника* (относительно гип.) *не можетъ выражаться числомъ цѣлымъ.*

Медіана (отн. гип.) *рац. пр. тр. не можетъ выражаться числомъ цѣлымъ.*

6. Называя четный катетъ y черезъ $2m$ и гипотенузу черезъ $2q + 1$, имѣемъ:

$$4m^2 = (2q + 1)^2 - (2n + 1)^2$$

откуда

$$m^2 = q\,(q + 1) - n\,(n + 1);$$

но произведеніе двухъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ даетъ всегда число четное, а потому

$$m^2 = 2v,$$

а чтобы $m = \sqrt{2v}$ не было числомъ ирраціональнымъ, необходимо, чтобы $v = 2k^2$; тогда $m = 2k$ и

$$y = 4k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3).$$

т. е. *одинъ изъ катетовъ рац. прям. тр. всегда долженъ выражаться числомъ кратнымъ 4-хъ*

7. Слѣдствіе: *площадь рац. прям. тр. всегда выражается числомъ четнымъ.*

8. Для возможности равенства

$$x^2 = (z + y)(z - y)$$

необходимо, чтобы

$$z + y = \alpha . \beta^2 \text{ и } z - y = \alpha . \gamma^2,$$

гдѣ α есть произведеніе всѣхъ множителей, входящихъ въ сумму $z + y$ и въ разность $z - y$ въ первой степени. Тогда

$$x = \alpha . \beta . \gamma; \quad y = \alpha . \frac{\beta^2 - \gamma^2}{2}; \quad z = \alpha . \frac{\beta^2 + \gamma^2}{2}$$

Но α не можетъ быть числомъ четнымъ, ибо какъ x, такъ и $z + y$ и $z - y$ суть числа нечетныя. Будучи же числомъ нечетнымъ и вмѣстѣ съ тѣмъ представляя собою общій всѣмъ тремъ сторонамъ множитель, который по условію былъ уже предварительно сокращенъ, α, очевидно, можетъ равняться только единицѣ.

Итакъ:

$$\left.\begin{array}{l} x = \beta . \gamma; \quad y = \dfrac{\beta^2 - \gamma^2}{2} \quad z = \dfrac{\beta^2 + \gamma^2}{2} \\ z + y = \beta^2; \quad z - y = \gamma^2 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Таковы общія формулы сторонъ рац. пр. тр., выраженныхъ черезъ два составные множителя нечетнаго числа x.

Изъ нихъ видимъ, что *какъ сумма, такъ и разность гипотенузы и четнаго катета даютъ полные квадраты нѣкоторыхъ нечетныхъ чиселъ.*

9. Задача: найти всѣ рац. пр. треугольники, одинъ изъ катетовъ которыхъ выражался бы даннымъ нечетнымъ числомъ $x = 2n + 1$, рѣшается по формуламъ (4). Число всѣхъ несократимыхъ рѣшеній будетъ таково, сколькими различными способами можно дан-

ное нечетное число $2n + 1$ представить въ видѣ произведенія двухъ множителей β и γ (гдѣ $\beta > \gamma$), первыхъ между собою.

Примѣръ: При $x = 105$ ($= 7.\ 5.\ 3.\ 1$) имѣемъ четыре рѣшенія:

$$x = 15.7 = 21.5 = 35.3 = 105.1;$$
$$y = 88; \quad 208; \quad 608; \quad 5512;$$
$$z = 137; \quad 233; \quad 617; \quad 5513.$$

Если же мы захотѣли бы найти и всѣ остальныя сократимыя рѣшенія, то по тѣмъ же формуламъ, исключая множитель заключенный въ скобки, получили бы еще девять рѣшеній:

$$x = (3)7.5;\ (7)5.3;\ (5)7.3;\ (35)3.1;\ (21)5.1;\ (15)7.1;\ (7)15.1;\ (5)21.1;\ (3)35.1;$$
$$y = 36;\ 56;\ 100;\ 140;\ 252;\ 360;\ 784;\ 1100;\ 1836;$$
$$z = 111;\ 119;\ 135;\ 175;\ 273;\ 375;\ 791;\ 1105;\ 1839$$

10. Если въ формулахъ (4) примемъ $\gamma = 1$, то будемъ имѣть

$$\left.\begin{array}{c} x = \beta = 2n + 1; \quad y = \dfrac{x^2 - 1}{2}; \quad z = \dfrac{x^2 + 1}{2} \\ z + y = x^2; \quad z - y = 1 \end{array}\right\} \quad \dots\dots (5).$$

Раціональные треуг. этого типа будемъ называть *Пиѳагоровыми*, такъ какъ формулы (5) для ихъ составленія приписываются Пиѳагорейцамъ.

Характерная особенность этого типа рац. треугольниковъ заключается въ томъ, что ихъ гипотенуза единицею больше ихъ четнаго катета.

Всѣ рац. пр. треугольники, одинъ изъ катетовъ которыхъ выраженъ числомъ первоначальнымъ, относятся къ типу Пиѳагоровыхъ. (Въ этомъ случаѣ γ обязательно $= 1$).

Формулы (5) можно представить еще и въ такомъ видѣ:

$$x = 2n + 1; \quad y = 2n\,(n + 1) = 4\,\frac{n(n+1)}{2}; \quad z = 2n(n+1) + 1.$$

Или:

$$x = \sqrt{8k + 1}; \quad y = 4k; \quad z = 4k + 1.$$

$$x = \sqrt{2y + 1} = \sqrt{2z - 1}.$$

11. Слѣдствія: *Если сумма двухъ послѣдовательныхъ чиселъ есть полный квадратъ, то эти числа и корень квадратный изъ ихъ суммы представляютъ стороны Пиѳагорова треугольника.*

Сумма двухъ послѣдовательныхъ чиселъ, какъ сама по себѣ число нечетное, можетъ быть только квадратомъ нечетнаго числа. Въ ряду натуральныхъ чиселъ

$$1, 2, 3, \underbrace{4, 5}_{3^2}, 6, 7 \ldots \underbrace{12, 13}_{5^2}, \ldots \underbrace{24, 25}_{7^2}, \ldots \underbrace{40, 41}_{9^2}, \ldots \underbrace{60, 61}_{11^2}, \ldots \underbrace{84, 85}_{13^2}, \ldots$$

находятся, слѣдовательно, всѣ четные катеты и гипотенузы всѣхъ Пиѳагоровыхъ треугольниковъ. Число промежуточныхъ между такими парами послѣдовательныхъ чиселъ дается рядомъ:

$$3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, \ldots .$$

т. е. рядомъ треугольныхъ чиселъ вида $\frac{r\,(r+1)}{2}$.

Если сумма двухъ послѣдов. чиселъ есть полный квадратъ, то меньшее изъ нихъ должно быть кратнымъ 4-хъ и представлять удвоенное произведеніе двухъ послѣдовательныхъ чиселъ.

Рядъ учетверенныхъ треугольныхъ чиселъ

$$4, 12, 24, 40, 60, 84, 112, 144, 180, 220, \ldots .$$

представляетъ численныя значенія большаго катета всѣхъ Пиѳагоровыхъ треугольниковъ.

Соотвѣтственныя значенія меньшаго катета такихъ треугольниковъ выражаются рядомъ нечетныхъ чиселъ, начиная съ 3:

$$3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, \ldots .$$

12. Задача. По данной прямой AB и данному нечетному числу x построить на ней, какъ на нечетномъ катетѣ, рац. треугольникъ, не вычисляя остальныхъ сторонъ.

Задача допускаетъ столько различныхъ рѣшеній, сколькими способами данное число x, можетъ быть разложено на два взаимно простые множителя.

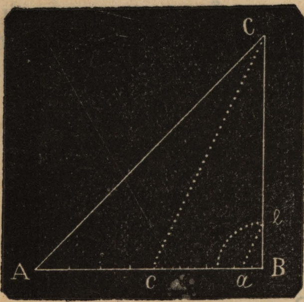
Общій пріемъ рѣшенія построеніемъ удобно, напримѣръ, основать на томъ, что при $x = \beta.\gamma$ имѣемъ изъ (4):

$$2y = (\beta + \gamma)\,(\beta - \gamma),$$

т. е.
$$2 : (\beta - \gamma) = (\beta + \gamma) : y;$$

тогда задача сводится къ построенію 4-й пропорціональной.

Примѣръ: Дана прямая AB и $x = 21$.



Фиг. 11.

1-е рѣшеніе: дѣлимъ AB на 7 равныхъ частей и одну изъ нихъ еще на 3 равныя части; двѣ такія части откладываемъ отъ точки B до a. Отъ той-же точки B откладываемъ β (т. е. 7) частей до b, и отъ b по обѣ стороны — по γ (т. е. по 3) части до точекъ c и d. Возставивъ въ B перпендикуляръ къ AB, откладываемъ на немъ $Be = Bd$, соединяемъ e съ a и черезъ c проводимъ cC параллельно ae. Треугольникъ ABC будетъ искомый раціональный.

2-е рѣшеніе получится по тому-же пріему, когда примемъ $\beta = 21$ и $\gamma = 1$; оно дастъ Пиѳагоровъ треуг. съ остальными сторонами 220 и 221.

13. Обобщеніе § 11-го. Изъ формулъ (4) видимъ еще, что *Если сумма и разность двухъ чиселъ даютъ полные квадраты, то оба эти числа и среднее пропорціональное между ихъ суммою и разностью представляютъ стороны рац. пр. треугольника.*

Теорема § 11 есть частный случай вышеприведенной.

Если сумма и разность двухъ чиселъ даютъ полные квадраты, то меньшее изъ нихъ есть число четное, кратное 4-хъ и имѣетъ видъ:

$$2\{p\,(p+1) - p_1\,(p_1+1)\},$$

а большее есть число нечетное и имѣетъ видъ:

$$2\{p\,(p+1) + p_1\,(p_1+1)\} + 1,$$

гдѣ $p > p_1$

При $p_1 = 0$ имѣемъ частный случай Пиѳагоровыхъ треугольниковъ, разсмотрѣнный въ § 11.

При $p_1 = 1$ имѣемъ второй частный случай такихъ треугольниковъ, когда множитель $\gamma = 3$, т. е. когда гипотенуза на 9 единицъ больше четнаго катета; этотъ послѣдній имѣетъ видъ

$$4\left(\frac{p\,(p+1)}{2} - 1\right),$$

т. е. учетвереннаго треугольнаго числа, уменьшеннаго единицей. Всѣ значенія этого катета заключаются въ ряду

8, 20, 36, 56, 80, 108, 140, ...

а соотвѣтствующія имъ значенія нечетнаго катета выражаются ариѳметической прогрессіей

15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, ...

съ разностью $= 6$.

При $p_1 = 2$ имѣемъ третій частный случай, когда множитель $\gamma = 5$, т. е. когда гипотенуза на 25 единицъ больше четнаго катета; этотъ послѣдній имѣетъ общій видъ учетвереннаго треугольнаго числа уменьшеннаго на 3, т. е.

$$4\left(\frac{p\,(p+1)}{2} - 3\right)$$

и всѣ его значенія заключаются въ ряду

12, 28, 48, 72, 100, 132, 168, ...

которымъ соотвѣтствуютъ значенія нечетнаго катета

35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, . . .

составляющія ариѳметическую прогрессію съ разностью $= 10$.

При $p_1 = 3$ имѣемъ точно такъ же 4-й частный случай, когда множитель $\gamma = 7$, т. е. когда гипотенуза на 49 единицъ больше четнаго катета, который имѣетъ общій видъ

$$4\left(\frac{p\,(p+1)}{2} - 6\right)$$

и т. д.

Для 1-го частнаго случая простѣйшій изъ всѣхъ Пиѳагоровыхъ треугольниковъ есть такъ называемый Египетскій треугольникъ:

$$x = 3,\ y = 4;\ z = 5.$$

Для 2-го случая простѣйшій треугольникъ есть

$$x = 15;\ y = 8;\ z = 17.$$

Для 3-го случая простѣйшій треугольникъ есть

$$x = 35;\ y = 12;\ z = 37.$$

Для 4-го случая:

$$x = 63;\ y = 16;\ z = 65$$

и т. д.

Ш.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Темы для окончательныхъ письменныхъ испытаній въ 1892 году.

Иваново-Вознесенское реальное училище.

VI классъ.

Начертательная геометрія. (4 часа). Построить проэкціи сѣченія правильной треугольной призмы плоскостью.

Ариѳметика. Торговецъ, имѣя 60 ведеръ вина, цѣною по 5 р. 60 к. за ведро, разбавилъ его нѣсколькими ведрами воды и разлилъ полученную смѣсь въ три боченка такъ, что число ведеръ въ первомъ въ 1,5 раза болѣе, чѣмъ во второмъ, а во второмъ—въ 1,2 раза болѣе, чѣмъ въ третьемъ. Сколько ведеръ разбавленнаго вина было въ каждомъ боченкѣ, если за ведро этого вина торговецъ бралъ по 4 руб. 55 коп. и имѣлъ при этомъ $8^1/_3\%$ прибыли?

Геометрія. Въ шаръ даннаго радіуса R вписанъ цилиндръ, а въ цилиндръ вписана правильная треугольная призма, боковая грань которой имѣетъ данную діагональ d. Опредѣлить боковую поверхность цилиндра.

(На обѣ задачи, по ариѳметикѣ и геометріи, назначено 3 часа 20 минутъ).

Алгебра. Найдя положительныя числа x и y, удовлетворяющія уравненіямъ:

$$\left.\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 + 7xy &= 21 \\ x^2 + y^2 + 10xy &= 17 \end{aligned}\right\},$$

большее и меньшее изъ этихъ чиселъ принять за первый и третій члены безконечной геометрической прогрессіи и опредѣлить ея сумму.

Тригонометрія. Въ кругѣ проведены діаметръ AB и хорда AE; затѣмъ на діаметрѣ взята точка D такимъ образомъ, что $AD = 7$ дюймамъ. Найти длину хорды AE и діаметра AB, если извѣстно, что $DE = 8{,}544$ дюйма и уголъ $BAE = 30^0$.

(На обѣ задачи, по алгебрѣ и тригонометріи, назначено 3 ч. 20 минутъ).

Геометрія (на вычисленіе). Шаръ, радіусъ котораго = 4 дюймамъ, пересѣченъ двумя параллельными плоскостями такъ, что радіусы этихъ сѣченій относятся какъ 1:2, а поверхность пояса, заключеннаго между этими сѣченіями, равна половинѣ поверхности шара. Опредѣлить разстоянія этихъ сѣченій отъ центра шара (съ точностію до 0,01).

Алгебра (на вычисленіе). Отданъ въ ростъ по 4 сложныхъ процента капиталъ 20000 руб., къ которому, по прошествіи каждаго года, прибавляли по равной суммѣ. Какъ велика эта ежегодно прибавляемая сумма, если чрезъ 16 лѣтъ образовался капиталъ въ 48372 рубля?

(На обѣ задачи на вычисленіе назначено 3 часа 20 мин.).

VII классъ.

Дополнительный курсъ алгебры (4 часа). Данъ треугольникъ, котораго основаніе есть a, высота — h. Вписать въ него прямоугольникъ, имѣющій наибольшую площадь.

Приложеніе алгебры къ геометріи (4 часа). Построить параллелограмъ ABCD по углу $A = 60^0$ и діагоналямъ $AC = m$, $BD = p$.

Механика (5 часовъ). Какое усиліе нужно употребить, чтобы посредствомъ металлическаго винта, коего высота хода = 1дюйму, средній радіусъ = 2 дюймамъ, произвести давленіе, равное 2000 фунтамъ, если при томъ сила должна дѣйствовать на плечо рычага въ 2 фута. Коэффиціентъ тренія = 0,12.

Дм. Ефремовъ (Ив.-Возн.).

ЗАДАЧИ.

№ 361. Одну дѣвицу спросили, сколько ей лѣтъ. „Я родилась 6 го Сентября—отвѣтила она—„а въ текущемъ году праздновала свое рожденіе 1-го Августа, но замѣтьте, что я праздную не годовщину рожденія, а тысячедневіе. Это удобнѣе. Угадайте же сколько мнѣ лѣтъ?“.

Ш.

№ 362. Дано, что $mn + pq$ дѣлится на $m - p$. Доказать, что $mq + np$ тоже раздѣлится.

М. Фридманъ (Кіевъ).

№ 363. *a)* Изъ двухъ точекъ A и B, взятыхъ внѣ окружности, проведены касательныя AC и BD по разныя стороны прямой AB. Доказать, что прямая AB въ точкѣ пересѣченія съ прямой CD раздѣлится на части прямо пропорціональныя касательнымъ AC и BD.

b) Доказать, основываясь на предыдущей теоремѣ, что діагонали описаннаго около круга четыреугольника и прямыя, соединяющія точки касанія противоположныхъ его сторонъ, пересѣкаются въ одной точкѣ.

Н. Соловьевъ (Москва).

№ 364. Рѣшить безъ помощи тригонометріи задачу № 1143 изъ „Собранія вопросовъ и задачъ прямолинейной тригонометріи“ Верещагина, (изд. 2-ое, стр. 201).

„Для измѣренія высоты башни на горизонтальной плоскости, проходящей черезъ ея основаніе, были назначены три доступныя точки A, B и C, при чемъ точка A лежала прямо на сѣверъ, а точка B—на западъ отъ C. Угловая высота верхушки башни при точкахъ A и B равна 45^0, а угловая высота при точкѣ C равна 60^0. Зная, что $AC = b$, $BC = a$, найти высоту башни.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 365. Построить треугольникъ по данной сторонѣ $BC = a$, высотѣ h_a, на нее опущенной, и при условіи, что другая высота h_b равна сторонѣ AC, на которую она опущена.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 366. Прямая раздѣлена на 2 части, пропорціональныя сторонѣ квадрата и его діагонали. Показать, что большая часть есть средняя гармоническая между всей прямой и меньшей ея частью.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 36 (2 сер.). Дано квадратное ур-іе $x+px+q=0$, корни котораго — α и β. Обозначимъ вообще черезъ S_m сумму m-ыхъ степеней этихъ корней (т. е. $S_m = \alpha^m + \beta^m$) и черезъ S_{-m} — сумму $\alpha^{-m} + \beta^{-m}$. Показать, какимъ образомъ опредѣлятся суммы S_1, S_2, $S_3 \ldots$, а также суммы S_{-1}, S_{-2}, $S_{-3} \ldots$ въ зависимости отъ коэффиціентовъ ур-ія p и q.

Какъ извѣстно, корни квадратнаго ур-ія удовлетворяютъ условіямъ: $\alpha + \beta = -p$; $\alpha\beta = q$; отсюда получимъ:

$$S_1 = \alpha + \beta = -p$$

$$S_2 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = p^2 - 2q$$

$$S_3 = \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = -p^3 + 3pq$$

. . . .

$$S_{-1} = \alpha^{-1} + \beta^{-1} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -\frac{p}{q}$$

$$S_{-2} = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha\beta)^2} = \frac{p^2-2q}{q^2}$$

$$S_{-3} = \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{\alpha^3+\beta^3}{(\alpha\beta)^3} = \frac{3pq-p^3}{q^3}$$

. . . .

Замѣтивъ, что $S_0 = \alpha^0 + \beta^0 = 2$, на основаніи принятаго обозначенія можно представить общую формулу для $S_2, S_3 \ldots S^m$ въ такомъ видѣ:

$$S_2 = (-p)\,S_1 - q\,S_0 \qquad S_{-2} = \left(-\frac{p}{q}\right) S_{-1} - \frac{S_0}{q}$$

$$S_3 = (-p)\,S_2 - q\,S_1 \qquad S_{-2} = \left(-\frac{p}{q}\right) S_{-2} - \frac{S_1}{q}$$

$$S_4 = (-p)\,S_5 - q\,S_2 \qquad S_{-2} = \left(-\frac{p}{q}\right) S_{-2} - \frac{S_2}{q}$$

. . . .

$$S_m = (-p)\,S_{m-1} - q\,S_{m-2} \qquad S_{-m} = \left(-\frac{p}{q}\right) S_{-(m-1)} - \frac{S_{-(-2)}}{q}$$

И. Вонсикъ, В. Захаровъ и *В. Григорьевъ* (Воронежъ); *С. Кричевскій* (Ромны); *І. Теплицкій* (Кременчугъ); *К. К.* (Спб.).

№ 113 (2 сер.). Въ кругъ радіуса R вписанъ четыреугольникъ, діагонали котораго пересѣкаются подъ прямымъ угломъ въ разстояніи a отъ центра круга. Показать, что средины сторонъ такого четыреугольника лежатъ на одной окружности съ опредѣленнымъ центромъ и радіусомъ.

Пусть AC и BD діагонами даннаго четыреугольника, E—точка ихъ пересѣченія, F, G, H, I —средины сторонъ четыреугольника, O—центръ данной окружности. Соединивъ средины сторонъ даннаго четыреугольника, получимъ прямоугольникъ FGHI; вокругъ него можно описать окружность, при чемъ центръ ея K будетъ въ точкѣ пересѣченія діагоналей FH и GI прямоугольника, а радіусъ ея найдемъ изъ прямоугольнаго тр-ка GFI, замѣтивъ, что $GF = \frac{AC}{2}$, а $FI = \frac{BD}{2}$. Его діаметръ $FH^2 = \frac{AC^2 + BD^2}{4}$, но сумма квадратовъ хордъ пересѣкающихся въ окружности въ опредѣленной точкѣ подъ прямымъ угломъ—величина постоянная, а потому діаметръ—величина постоянная.

Соединивъ точки G, C, D, I съ O, найдемъ, что прямоугольн. тр-ки OGC и OID подобны тр-ку CED, такъ какъ въ первомъ изъ нихъ $\angle COG = \angle EDC$, какъ измѣряющіеся половиной дуги BC, а во второмъ — $\angle IOD = ECD$; кромѣ того тр-ки OGC и IOD имѣютъ равныя гипотенузы ($OD = OC = R$), а потому — равны, слѣд. $OG = ID$ и $CG = OI$. Пусть L и M точки пересѣченія сторонъ HI и HG съ діагоналями BD и AC. Изъ подобныхъ прямоуг. тр-ковъ AED и ILD найдемъ $EL = LD$ откуда $IE = ID = OG$; точно также изъ подобія тр-ковъ BEC и CMG слѣдуетъ: $EM = MC$, откуда $GE = CG = OI$, поэтому четыреугольникъ OGEI, имѣя противоположныя стороны равныя, — параллелограммъ, а GI и OE ($= a$)—его діагонали, которыхъ точка пересѣченія K (и центръ искомой окружности FGHI) находятся на $\frac{a}{2}$. Поэтому $r = \frac{\sqrt{8R^2 - 4a^2}}{4}$.

Е. Пригоровскій (Кіевъ); *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ); *В. Россовская, Н. Писаревъ, К. Щиголевъ* (Курскъ).

№ 122 (2 сер.). Даны точки A и B и между ними 2 параллели CD и EF. Провести сѣкущія AXY и BZX (черезъ X, Y, Z, обозначены точки пересѣченія сѣкущихъ съ параллелями) такъ, чтобы ихъ отрѣзки XY и ZX между параллелями были равны

Предполагая, что точка A дальше отстоитъ отъ EF нежели B, проводимъ чрезъ нее линію AH, параллельную даннымъ, и, опустивъ изъ нее перпендикуляръ AK на прямую EF и продолживъ его, откладываемъ KG = AK. Соединяя точку G съ B и продолжая прямую GB, найдемъ на параллеляхъ EF и CD соотвѣтственно точки X и Y; соединивъ X и A, найдемъ точку Z на прямой CD. Линіи AZX и BXY суть искомыя сѣкущія: изъ подобныхъ прямоугольныхъ тр-ковъ AGH и IXH (IX ∥ AG по построенію) находимъ XH=$^1/_2$ GH, а изъ равныхъ прямоуг. тр-ковъ AKX и GKX найдемъ AX = GX = HX, стало быть тр-къ AXH равнобедренный. Такъ линія CD ∥ AH, то она отсѣкаетъ отъ равныхъ сторонъ AX и XH не только пропорціональные, но даже равные отрѣзки XY и XZ ч. т. д.

А. Кочановскій, И. Вонсикъ (Воронежъ); *А. П.* (Пенза); *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ): *В. Россовская, К. Щиголевъ* (Курскъ); *И. Бискъ, И Бѣлянкинъ А. Рубиновскій* (Кіевъ); *В. Тіанинъ* (Уфа); *В. Апостоловъ* (Донск. кад. к.); *А. Дукельскій* (Кременчугъ); *В. Костинъ* (Симбирскъ); *М. Павловъ* (Винница); *М. Акопянцъ* (Тифлисъ); *А. Витковскій* (Великолуцкъ); *И. Богоявленскій* (Шуя).

№ 133 (2 сер.). Дана прямая MN и окружность центра O и радіуса R. Найти отношеніе радіусовъ r и r_1 двухъ окружностей касательныхъ въ одной и той же произвольной точкѣ P прямой MN и къ данной окружности O.

Проведемъ изъ O перпендикуляръ къ MN и пусть A и B точки пересѣченія съ данной окружностью, а D съ прямой MN. Соединивъ точку P съ A и B, получимъ точки K и K_1 пересѣченія прямыхъ AP и BP (или ихъ продолженій) съ окружностью; проведя прямыя OK и OK_1 до пересѣченія въ C и C_1 съ перпендикуляромъ къ MN въ точкѣ P, получимъ центры искомыхъ касательныхъ окружностей. Дѣйствительно, такъ какъ △ BOK ∽ △ KCP то вслѣдствіе равнобедренности △ BOK треугольникъ KCP также равнобедренъ и KC = CP; поэтому окружость, описанная изъ C радіусомъ KC = r, коснется данной въ точкѣ K и прямой MN въ P. Точно также изъ подобныхъ треугольниковъ AOK_1 и PC_1K_1 найдемъ, что $PC = K_1C = r_1$ и потому C_1 — центръ другой касательной окружности. Пусть $OD = d$ и $PD = a$; опустивъ перпендикуляръ OE на прямую C_1CP, изъ прямоугольнаго треугольника OEC получимъ $OC^2 = OE^2 + EC^2$; такъ какъ $OC = OK + KC = R + r$; $OE = PD = a$ и $EC = EP - PC = d - r$, то предыдущая формула приметъ видъ: $(R + r)^2 = (d - r)^2 + a^2$ откуда $r = \dfrac{a^2 + d^2 - R^2}{2(d + R)}$ . . . . . . (1).

Изъ прямоугольнаго треугольника OC_1E имѣемъ: $OC_1{}^2 = OE^2 + EC_1{}^2$ или $(r_1 - R)^2 = (r_1 - d)^2 + a^2$, такъ какъ $OC_1 = CK_1 - OK_1 =$

$= r_1 - R$, $OE = PD = a$ и $EC_1 = C_1P - EP = r_1 - d$; отсюда

$$r_1 = \frac{a^2 + d^2 - R^2}{2(d - R)} \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Раздѣливъ первое ур-іе на второе, получимъ искомое отношеніе $\frac{r}{r_1} = \frac{d - R}{d + R}$.

Если $d < R$, то обѣ касательныя окружности имѣютъ внѣшнее касаніе съ данною и лежатъ по разныя стороны прямой MN. Искомое отношеніе тогда имѣетъ видъ: $\frac{r}{r_1} = \frac{R - d}{R + d}$.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ).

№ 139 (2 сер.). Даны 2 окружности. Найти отношеніе радіусовъ r и r_1 двухъ другихъ окружностей, касательныхъ къ первой изъ данныхъ въ одной и той-же ея точкѣ P и касательныхъ также ко второй данной окружности.

Проведя чрезъ точку P данной окружности O_1 касательную MN, сведемъ рѣшеніе этой задачи къ предыдущей.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ); *І. Каменскій* (Пермь).

ПОПРАВКА.

Въ № 141 «В. О. Ф.» въ статью «Задачи на испытаніяхъ зрѣлости», на стр. 205 вкрались неточности. Задача, о которой тамъ говорится, была замѣнена въ Тамбовскомъ реальн. училищѣ запасной, а напечатанное рѣшеніе было сдѣлано въ году. Кромѣ того задача была своевременно рѣшена въ Харьковскомъ реальномъ училищѣ.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса 15 Октября 1892 г.
Типо-литографія „Одесскихъ Новостей". Пушкинская, д. № 11.

Обложка
ищется

Обложка
ищется