№ 454.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Ф. Кагана.

XXXVIII-го Семестра № 10-й.

ОДЕССА.
Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1908.

Вышла въ свѣтъ новая книга:

МЕТЕОРОЛОГІЯ.

(ОБЩІЙ КУРСЪ)

А. Клоссовскаго,

Профессора ИМПЕРАТОРСКАГО Новороссійскаго Университета.

Часть I.

СТАТИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГІЯ.

(642 страницы, 205 рисунковъ въ текстѣ и одна карта).

Предлагаемый курсъ метеорологіи состоитъ изъ четырехъ частей.

Первая часть заключаетъ въ себѣ статическую метеорологію.

Вторая—посвящена изложенію динамической метеорологіи, метеорологической оптики и ученія о магнито-электрическихъ свойствахъ земли.

Обѣ эти части составляютъ общій отдѣлъ метеорологіи, для изученія котораго необходимо знаніе математики въ объемѣ курса среднихъ учебныхъ заведеній.

Въ третьей части изложены спеціальные отдѣлы и вопросы, требующіе знакомства съ высшимъ анализомъ.

Къ четвертой части отнесены теорія и практика геофизическихъ приборовъ.

Оглавленіе I части.

XXXVIII Сем. № 10.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной математики.

№№ 454.

Объ электрической природѣ матеріи.

Вступительная лекція профессора Августо Риги.

(Читано 12 апрѣля 1907 г.)

Переводъ Ю. А. Говсѣева.

*(Окончаніе *).*

Я долженъ теперь же объяснить, какимъ образомъ гипотеза электроновъ даетъ ключъ къ пониманію послѣдовательныхъ явленій разряда при уменьшеніи давленія газа; но въ виду краткости времени, имѣющагося въ моемъ распоряженіи, я коснусь лишь существенныхъ пунктовъ этого предмета, ограничусь только конечнымъ явленіемъ, которому можно дать названіе *электрической тѣни.*

Форма этой тѣни и занимаемое ею мѣсто показываютъ, что предполагаемые лучи распространяются прямолинейно и выходятъ изъ катода болѣе или менѣе перпендикулярно къ его поверхности.

Катодные лучи сопровождаются весьма разнообразными эффектами. Они іонизируютъ газъ, черезъ который проходятъ, вызываютъ свѣченіе многихъ предметовъ, на которые падаютъ (какъ это мы видѣли на примѣрѣ стекла), и, во всякомъ случаѣ, вызываютъ его нагрѣваніе. Въ то же время тѣла, на которыя они падаютъ, становятся источниками новыхъ лучей, а именно, лучей X, открытыхъ Рёнтгеномъ, полезныя примѣненія которыхъ всѣмъ извѣстны.

*) См. №№ 452—453 „Вѣстника“.

Но мы должны остановить свое вниманіе на другихъ особенностяхъ этихъ лучей и, главнымъ образомъ, на слѣдующихъ трехъ. Тѣло, поражаемое катодными лучами, наэлектризовывается отрицательно; проходя вблизи наэлектризованныхъ тѣлъ, они отклоняются; то же самое происходитъ, если приблизить къ нимъ магнитъ. Вотъ трубка, при помощи которой я могу легко продемонстрировать вамъ эти явленія, имѣющія основное значеніе. Въ этой трубкѣ, которая представляетъ собою извѣстную трубку Брауна, катодные лучи падаютъ на діафрагму съ небольшимъ отверстіемъ, благодаря которому они образуютъ на фосфоресцирующемъ дискѣ, находящемся на широкомъ основаніи аппарата, лишь небольшое свѣтовое пятно, перемѣщенія котораго укажутъ на измѣненія, претерпѣваемыя лучами. Двѣ металлическія пластинки, между которыми внутри трубки проходятъ катодные лучи, я заряжаю одну положительно, другую отрицательно, соединяя ихъ посредствомъ двухъ проволокъ съ полюсами небольшой аккумуляторной батареи, и мы тотчасъ замѣчаемъ, что свѣтлое пятно перемѣщается въ сторону положительной пластинки; обращая посредствомъ коммутатора токъ, проходящій черезъ пластинки, я каждый разъ перемѣщаю и пятно въ томъ или другомъ направленіи. Если я теперь поднесу къ трубкѣ намагниченную пластинку, я также получаю перемѣщеніе пятна. Чтобы вкратцѣ выразить полученные результаты, можно сказать, что катодные лучи представляютъ собою нѣчто въ родѣ отрицательно наэлектризованныхъ частицъ, выбрасываемыхъ катодомъ съ большою скоростью.

Таковъ былъ именно взглядъ Крукса, которому мы вообще обязаны столь многимъ въ этой области знанія; но лишь немногіе, въ томъ числѣ и я, остались ему вѣрны, когда Гертцъ и другіе нѣмецкіе физики выдвинули другую идею, а именно, что катодные лучи имѣютъ свой источникъ въ эѳирѣ и аналогичны обыкновеннымъ свѣтовымъ волнамъ. Лишь благодаря новѣйшимъ опытамъ, о которыхъ я упомянулъ, въ окончательномъ итогѣ восторжествовалъ взглядъ Крукса,—правда, съ нѣкоторыми видоизмѣненіями по вопросу о природѣ этихъ движущихся отрицательныхъ частицъ.

Постичь природу этихъ частицъ нельзя было и думать, не изучивъ ихъ электрическихъ и механическихъ свойствъ, т. е. не попытавшись опредѣлить ихъ массу, скорость и измѣрить несомый ими электрическій зарядъ. Эти изслѣдованія, относящіяся къ числу тѣхъ, которыя составляютъ цѣлую эпоху въ наукѣ, были выполнены многими физиками, но прежде всего и геніальнѣе всего—кембриджскимъ ученымъ Томсономъ. Не стану подробно излагать примѣненныхъ въ данномъ случаѣ методовъ, которые были весьма многочисленны и разнообразны, а ограничусь только указаніемъ результатовъ, къ которымъ они всѣ согласно привели.

Каждая частица, выбрасываемая катодомъ, несетъ зарядъ, равный тому, который свойственъ каждой валентности при электролизѣ; ея масса не равна массѣ атома, но значительно меньше, и—замѣчательная вещь—найденная для нея величина почти совпадаетъ съ тою, которая вытекаетъ изъ явленія Зеемана; скорость же частицъ хотя и очень велика, но всегда ниже скорости свѣта, которой она неизбѣжно должна была бы равняться, если бы катодные лучи представляли собою волнообразное колебаніе эѳира.

Кромѣ того, эти результаты оказались вполнѣ независимыми отъ характера газа, заключеннаго въ трубкѣ, и отъ вещества электродовъ.

Такимъ образомъ, чисто физическимъ путемъ доказывается существованіе частицъ, которыя несравненно меньше по величинѣ наименьшихъ изъ извѣстныхъ намъ атомовъ и которыя всегда тождественны, какое бы тѣло ни употреблялось въ качествѣ катода въ средѣ разрѣженнаго газа. Кто же въ такомъ случаѣ не будетъ склоненъ видѣть въ этихъ частицахъ первообразный составной элементъ всѣхъ химическихъ атомовъ?

Я оставлю этотъ вопросъ пока безъ отвѣта, такъ какъ эти частицы разсматриваются не какъ частицы матеріи, а какъ частицы электричества: онѣ и есть наши электроны.

Мнѣ могутъ, конечно, тотчасъ замѣтить, что такимъ образомъ приходится электричеству приписать одно изъ свойствъ вѣсомой матеріи, а именно, инерцію. Это совершенно правильное замѣчаніе, но не въ томъ смыслѣ, въ какомъ его можно понять на первый взглядъ.

Для выясненія этого обстоятельства я укажу на одно хорошо извѣстное электрическое явленіе, а именно, на самоиндукцію, и постараюсь изложить ее съ точки зрѣнія теоріи электроновъ. Допустимъ, что электрическій токъ проходитъ по прямолинейной проволокѣ, или, другими словами, что по проволокѣ пробѣгаютъ съ извѣстною скоростью электроны. Вокругъ проволоки образуется магнитное поле, и классическій опытъ съ желѣзными опилками указываетъ на его особенности, которыя заключаются въ томъ, что линіи магнитной силы расположены по кругамъ, центры которыхъ находятся въ проволокѣ, а плоскости перпендикулярны къ ней. Предположимъ теперь, что мы сразу увеличили скорость электроновъ, т. е., другими словами, рѣзко увеличили силу тока. Немедленно возрастетъ интенсивность магнитной силы вокругъ проволоки, а это будетъ имѣть своимъ результатомъ появленіе въ самой проволокѣ экстра-тока, т. е. наведеннаго тока противоположнаго направленія, который, слѣдовательно, будетъ уменьшать его силу. Другими словами, рѣзкое возрастаніе скорости электроновъ въ проволокѣ имѣетъ своимъ послѣдствіемъ возникновеніе препятствія, которое противодѣйствуетъ этому возрастанію. То же самое имѣло бы мѣсто, если бы вмѣсто потока электроновъ мы имѣли дѣло съ однимъ электрономъ и старались рѣзко измѣнить скорость его движенія. Подобное увеличеніе можетъ быть достигнуто лишь при затратѣ извѣстной энергіи, совершенно такъ, какъ при ускореніи движенія какого бы то ни было тѣла. Равнымъ образомъ мы убѣждаемся, что и для уменьшенія скорости электрона требуется отнять у него извѣстную энергію. Когда дѣло идетъ о матеріальномъ тѣлѣ, то мы говоримъ, что тѣло обладаетъ свойствомъ инерціи; можно поэтому утверждать, что и обыкновенный электрическій зарядъ въ движеніи обнаруживаетъ извѣстную инерцію, или, если угодно, проявляетъ свойства матеріальной массы, которую можно назвать не реальною (если таковая признается за матеріей), а кажущейся или, такъ сказать, симулированной.

Отсюда невольно напрашивается мысль, что масса матеріальныхъ атомовъ имѣетъ такой же характеръ, какъ и масса электрона, и что атомы суть не что иное, какъ системы электроновъ. Эти электроны, мельчайшія составныя частицы электричества, можно разсматривать, какъ первичные элементы, изъ которыхъ образуются атомы всѣхъ тѣлъ, и въ этомъ заключается утвердительный отвѣтъ на вопросъ, который мы только что поставили. Такимъ образомъ, можно сказать, что, помимо эѳира, въ мірѣ нѣтъ ничего, кромѣ безчисленнаго множества электроновъ, имѣющихъ характерное свойство взаимно притягиваться или отталкиваться и соединяться въ аггрегаты на тысячу ладовъ, образуя атомы всѣхъ тѣлъ. Электроны, въ свою очередь, могутъ разсматриваться, какъ локализованныя измѣненія мірового эѳира, тогда какъ силы, обнаруживаемыя между ними, могутъ быть приписываемы особой упругости, вызываемой въ эѳирѣ ихъ присутствіемъ, подобно тѣмъ состояніямъ, которыми теорія Максуэлля объясняетъ кажущееся дѣйствіе электрическихъ силъ на разстояніе. Всѣ явленія міра представляются такимъ образомъ дѣйствіемъ электроновъ. Если число электроновъ одной категоріи превосходитъ въ тѣлѣ число электроновъ противоположной категоріи, то тѣло обнаруживаетъ электрическое состояніе; если электроны находятся въ движеніи, они образуютъ электрическій токъ, и въ такомъ случаѣ можно говорить либо о свободныхъ электронахъ, которые движутся, переходя изъ одного атома въ другой, внутри металлическаго проводника, или же объ іонахъ, т. е. объ атомахъ, въ которыхъ имѣется излишнее или недостаточное количество отрицательныхъ электроновъ и которые движутся въ жидкости или газѣ. Если электроны вибрируютъ, они вызываютъ въ эѳирѣ волны, представляющія собою свѣтъ или лучистую теплоту; если они встрѣчаютъ неожиданную задержку, какъ это бываетъ въ случаяхъ катодныхъ лучей, встрѣчающихъ на своемъ пути какое-нибудь тѣло, они вызываютъ возмущеніе, лишенное отчетливаго характера періодичности, распространяющееся въ эѳирѣ, подобно взрывной волнѣ въ воздухѣ, и дающее мѣсто такъ называемымъ лучамъ Рёнтгена.

Не могу, однако, умолчать о различіи, которое существуетъ между массой, приписываемой до сихъ поръ матеріи, и массой, приписываемой электрическому заряду въ силу его движенія. Послѣдняя, въ силу законовъ, которымъ подчиняются электромагнитныя явленія, не можетъ быть неизмѣнной величиной, какъ это свойственно матеріи въ обычномъ смыслѣ слова, но должна возрастать съ возрастаніемъ скорости,—что, впрочемъ, и подтвердили недавно точные опыты Кауфмана, въ которыхъ одновременно отклонялись силою электрическою и силою магнитною электроны, составляющіе извѣстное излученіе радіоактивныхъ тѣлъ и обладающіе весьма большою скоростью. Однако, измѣненія въ кажущейся массѣ электрона становятся замѣтными лишь тогда, когда его скорость становится значительно больше не только той скорости, какую человѣкъ можетъ сообщить матеріи, но и скорости любого небеснаго тѣла. Поэтому, если принять, что атомы состоятъ изъ электроновъ, то и масса тѣла въ обычномъ значеніи слова уже не можетъ считаться, строго говоря, неизмѣнной, хотя нелегко и, быть можетъ, даже невозможно констатировать эти измѣненія.

Въ вышеизложенномъ и заключается сущность электрической теоріи матеріи; но эта теорія, хотя и основанная на гипотезѣ электроновъ, покоится не только на тѣхъ явленіяхъ, которыя вызываются электронами въ свободномъ состояніи, но также и на тѣхъ, еще болѣе многочисленныхъ, въ которыхъ играютъ роль іоны, т. е. атомы, у которыхъ отняты (или которымъ приданы) одинъ или нѣсколько электроновъ.

Движеніе, совершаемое іонами въ газахъ, представляется особенно удобнымъ для экспериментальнаго изученія. Если только газъ не находится въ состояніи крайняго разрѣженія, ихъ движеніе можно сравнить съ движеніемъ самихъ молекулъ газа, благодаря постояннымъ столкновеніямъ между собою, но здѣсь получается, кромѣ того, и то послѣдствіе, что поражаемыя молекулы подвергаются іонизаціи подъ вліяніемъ энергіи движенія, присущей іону поражающему. Если газъ находится не подъ слишкомъ слабымъ давленіемъ и помѣщается между двумя тѣлами, наэлектризованными въ противоположномъ смыслѣ, то электрическая сила замѣтно увлекаетъ іоны въ соотвѣтствующемъ направленіи, такъ какъ ихъ скорость, благодаря постояннымъ столкновеніямъ, не выходитъ за весьма ограниченные средніе предѣлы.

Что іоны въ газахъ движутся въ электрическомъ полѣ, замѣтно слѣдуя силовымъ линіямъ, доказано было мною уже болѣе двадцати лѣтъ тому назадъ, когда современной теоріи электроновъ не существовало и когда, слѣдовательно, еще нельзя было говорить объ іонахъ, а только въ болѣе общемъ смыслѣ—о наэлектризованныхъ частицахъ. Вѣрный своему убѣжденію, которое теперь уже не оспаривается, что катодные лучи представляютъ собою не волнообразное колебаніе, а явленіе поступательнаго движенія, какъ признавалъ и Круксъ, я добился того, что получилъ въ газахъ при обыкновенномъ давленіи результаты, аналогичные тѣни, бросаемой катодными лучами. Не могу удержаться отъ искушенія продемонстрировать передъ вами одинъ изъ моихъ многочисленныхъ опытовъ, придавши, впрочемъ, ему нѣсколько новую форму.

Передъ вами металлическое остріе, загнутое внизъ, а подъ нимъ находится проводящая пластинка, усѣянная слоемъ мельчайшихъ металлическихъ опилокъ. Наэлектризовавъ въ противоположномъ смыслѣ оба проводника при помощи этой большой индукціонной катушки, мы тотчасъ замѣтимъ, что опилки начинаютъ подпрыгивать; но при этомъ онѣ не отталкиваются взаимно, какъ это непремѣнно случилось бы, если бы тутъ не было этого острія. Это зависитъ отъ того, что отрицательные іоны, исходящіе отъ отрицательно наэлектризованнаго острія, движутся по направленію къ пластинкѣ, встрѣчаются съ приподнимающимися металлическими пылинками и нейтрализуютъ ихъ положительный зарядъ, сообщенный имъ пластинкой. Поставимъ теперь между остріемъ и пластинкой какое-нибудь тѣло, которое бы защищало часть опилокъ. Легко догадаться, что̀ при этомъ произойдетъ, а именно: частицы, защищенныя тѣломъ, совершенно исчезнутъ съ пластинки, и на послѣдней, или, вѣрнѣе, на бѣломъ картонѣ, которымъ мы ее покрыли для того, чтобы лучше было видно расположеніе опилокъ, образуется бѣлое пятно, совершенно лишенное опилокъ. Это пятно и представляетъ собою тѣнь, бросаемую промежуточнымъ тѣломъ, и этимъ доказывается, что іоны, отталкиваемые остріемъ, движутся неизмѣнно по опредѣленнымъ траекторіямъ. Если бы мы повторили этотъ опытъ въ другомъ видѣ, болѣе удобномъ и допускающемъ точныя измѣренія, то мы убѣдились бы, что эти траекторіи въ точности совпадаютъ съ линіями электрической силы.

Въ честь присутствующихъ дамъ я возьму для полученія тѣни одинъ изъ продуктовъ ихъ спеціальнаго искусства: кусочекъ кружева, натянутаго въ рамкѣ, составленной изъ стеклянной трубки. Я снова пускаю въ ходъ катушку, и на бѣломъ картонѣ вы видите точное изображеніе кружева въ видѣ бѣлаго узора на темномъ фонѣ опилокъ.

По мѣрѣ разрѣженія газа линіи, проходимыя іонами, какъ показываютъ мои опыты, стремятся сдѣлаться прямыми, при чемъ число іоновъ постепенно уменьшается, такъ какъ электроны остаются свободными. И такимъ образомъ мы послѣдовательно переходимъ отъ электрической тѣни въ воздухѣ при обыкновенномъ давленіи къ тѣни Круксовой трубки.

Были сдѣланы попытки уяснить себѣ, какимъ образомъ электроны могутъ соединяться въ атомы. Основываясь на нѣкоторыхъ достовѣрныхъ фактахъ, въ томъ числѣ на явленіи Зеемана, считаютъ вѣроятнымъ, что извѣстное число отрицательныхъ электроновъ движется по замкнутымъ орбитамъ вокругъ остальной части атома, на подобіе спутниковъ, вращающихся вокругъ планеты. Для стойкости такой системы необходимо далѣе, чтобы по одной и той же орбитѣ двигалось нѣсколько электроновъ, которые и должны образовать извѣстное число колецъ, напоминающихъ отчасти кольца Сатурна. Въ послѣднее время были сдѣланы весьма остроумныя попытки опредѣлить эту структуру атомовъ, сначала—японскимъ физикомъ Нагаока, а затѣмъ—Томсономъ. Если и нельзя еще сказать, чтобы задача была разрѣшена, и, быть можетъ, она еще надолго представитъ громаднѣйшія трудности, то все же можно думать, что эти попытки уже намѣтили должный путь.

Относящіяся сюда гипотезы внушены, быть можетъ, стариннымъ опытомъ американскаго физика Майера. Если извѣстное число намагниченныхъ иголъ мы укрѣпимъ на такомъ же числѣ пробковыхъ дисковъ такъ, чтобы иглы могли плавать на водѣ въ вертикальномъ положеніи, то, принявъ предосторожность, чтобы вверху находились всѣ одноименные полюсы, мы получимъ, что всѣ эти иглы будутъ стремиться удалиться одна отъ другой вслѣдствіе взаимнаго отталкиванія. Если же мы надъ сосудомъ съ водой помѣстимъ одинъ изъ полюсовъ магнита, который оказывалъ бы притяженіе на верхніе, т. е. ближайшіе полюсы иголъ, то послѣдніе, подъ вліяніемъ этого притяженія, будутъ стремиться къ центральной точкѣ и примутъ извѣстное правильное расположеніе, примѣромъ котораго можетъ служить изображеніе, видимое вами на экранѣ. Семнадцать иголъ, взятыхъ для даннаго опыта, распредѣляются, какъ вы видите, слѣдующимъ образомъ: одна находится въ центрѣ, другія шесть образуютъ вокругъ нея кольцо, а остальныя десять образуютъ концентрическое кольцо бо́льшаго діаметра. Если мы теперь удалимъ одну изъ иголъ, то какую бы изъ нихъ мы для этого ни взяли, хотя бы центральную, мы немедленно получаемъ видоизмѣненіе въ расположеніи магнитовъ, а именно: число иголъ внѣшняго кольца уменьшается на одну. Если мы представимъ себѣ, что сочетаніе семнадцати иголъ представляетъ собою атомъ, то фигура изъ шестнадцати иголъ будетъ представлять собой положительный іонъ. Эти фигуры не могутъ существенно измѣниться, если мы представимъ себѣ, что въ каждомъ кольцѣ иглы движутся въ одномъ и томъ же направленіи вдоль самого кольца; это дастъ намъ болѣе близкую аналогію между опытомъ Майера и распредѣленіемъ электроновъ въ атомѣ. Не буду призводить дальнѣйшихъ опытовъ съ этими магнитами, но скажу только, что эти опыты, придуманные Майеромъ совершенно для другой цѣли, могутъ служить превосходной иллюстраціей многихъ явленій, дѣйствительно наблюдаемыхъ въ атомахъ, если мы примемъ, что послѣдніе состоятъ изъ отрицательныхъ электроновъ, движущихся, на подобіе спутниковъ, вокругъ положительной части. Для того, кто допускаетъ, кромѣ отрицательныхъ электроновъ, отдѣльное и независимое существованіе положительныхъ электроновъ, положительная часть атома будетъ ни чѣмъ инымъ, какъ системой изъ положительныхъ электроновъ и тѣхъ изъ числа отрицательныхъ, которые не движутся свободно на подобіе спутниковъ. Но такой взглядъ на структуру атома представляетъ въ дальнѣйшемъ нѣкоторыя затрудненія, которыхъ можно избѣжать, если принять гипотезу, предложенную лордомъ Кельвиномъ и поддержанную Томсономъ. По этой гипотезѣ каждый атомъ состоитъ изъ единой положительной части, которой удобно приписывать сферическую форму и которая является слѣдствіемъ спеціальной способности положительныхъ электроновъ сливаться въ однородную единую индивидуальность,—и изъ части отрицательной, образуемой отрицательными электронами, движущимися вокругъ центра сферы и въ ней самой, подъ вліяніемъ присущей послѣдней силѣ притяженія къ центру.

Во всякомъ случаѣ, кольца электроновъ-спутниковъ не могутъ быть неизмѣнными. Такъ какъ ихъ движеніе не прямолинейно и не равномѣрно, то они непрерывно излучаютъ въ эѳиръ часть своей энергіи, образуя въ немъ волны, и рано или поздно должно случиться, что образуемое ими зданіе разрушится.

Это было самымъ серьезнымъ возраженіемъ противъ теоріи электронной структуры матеріи. Но, къ вящшей славѣ науки и человѣческаго ума, это возраженіе превратилось въ неожиданное подтвержденіе въ тотъ день, когда были открыты Беккерелемъ явленія радіоактивности.

Эти важныя и чудодѣйственныя явленія, которыя въ первое время представлялись нѣкоторымъ, какъ потрясеніе фундаментальныхъ основъ науки, построенныхъ съ такимъ трудомъ безчисленными изслѣдователями, въ сущности, могли быть до извѣстной степени предусмотрѣны съ точки зрѣнія изложенной теоріи.

Дѣло въ томъ, что радіоактивное тѣло, какъ, напримѣръ, радій, представляетъ собою не что иное, какъ тѣло, атомы котораго, въ силу ихъ природы или возраста, достигли предѣловъ своей устойчивости.

Распадаясь одинъ за другимъ, эти атомы даютъ: 1) настоящіе катодные лучи, т. е. выбрасываніе свободныхъ отрицательныхъ электроновъ, которые разсыпаются по всѣмъ направленіямъ съ тою же скоростью, какою они обладали въ силу своего кругообразнаго движенія въ моментъ передъ распаденіемъ; 2) лучи другого рода, образуемые выбрасываніемъ атомныхъ массъ съ положительнымъ зарядомъ,—такъ сказать, обломковъ атомовъ, которые во многихъ случаяхъ представляютъ собою не что иное, какъ атомы гелія; 3) лучи, аналогичные лучамъ Рентгена и имѣющіе, по всей вѣроятности, такое же происхожденіе. Катодные лучи, или лучи β, по номенклатурѣ Рутерфорда, и лучи α далеко не исчерпываютъ собою всего того, что первоначально составляло разрушенный атомъ. Большая часть послѣдняго принимаетъ новую аггрегаціонную форму и образуетъ новый, болѣе или менѣе стойкій атомъ, такъ что послѣ отдѣленія лучей α и β остается новый атомъ, имѣющій физическія и химическія свойства, отличныя отъ первоначальнаго атома. Во многихъ случаяхъ новый атомъ, въ свою очередь, оказывается неустойчивымъ, такъ что радіоактивное тѣло даетъ мѣсто многочисленнымъ послѣдовательнымъ атомнымъ превращеніямъ. Такъ, относительно радія доказано, что онъ даетъ послѣдовательно семь новыхъ тѣлъ, первое изъ которыхъ находится въ газообразномъ состояніи и носитъ названіе эманаціи радія, остальныя же твердыя. Съ большимъ основаніемъ можно даже предполагать, что за этимъ слѣдуютъ и дальнѣйшія превращенія, еще не открытыя и приводящія, въ концѣ концовъ, къ атому свинца и, можетъ быть, даже другихъ извѣстныхъ химическихъ элементовъ. Превращеніе химическихъ элементовъ, по крайней мѣрѣ, относительно радіоактивныхъ тѣлъ, является теперь фактомъ вполнѣ доказаннымъ.

Какъ ни полны захватывающаго интереса радіоактивныя явленія, я не могу даже вскользь коснуться ихъ; но разъ зашла рѣчь о такихъ важныхъ и, такъ сказать, модныхъ фактахъ, я не могу не показать вамъ хотя бы одинъ изъ тѣхъ чудодѣйственныхъ эффектовъ, которые производятъ радіоактивныя тѣла. Я покажу вамъ поэтому опытъ іонизаціи газа, производимой столкновеніемъ лучей α и β съ его молекулами. На этомъ экранѣ вы видите увеличенное и опрокинутое изображеніе электроскопа, мало отличающагося отъ обыкновеннаго. Металлическая проволока, по которой проходитъ постоянный токъ отъ сухого элемента, отталкиваетъ тонкій изолированный листочекъ золота, который при первоначальномъ заряженіи проволоки на мгновеніе притягивается къ ней. Что случится, если воздухъ, окружающій проводники, іонизируется и вслѣдствіе этого сдѣлается проводникомъ электричества? Отвѣтъ ясенъ, но самый фактъ не такъ простъ, какъ это можетъ казаться на первый взглядъ. Тѣмъ не менѣе мы видимъ, что золотой листочекъ разряжается и снова притягивается къ проволокѣ. Но послѣдняя снова заряжаетъ и отталкиваетъ ее, и это явленіе безпрерывно повторяется, такъ что листокъ получаетъ правильное болѣе или менѣе быстрое движеніе маятника. Я приближаю къ аппарату этотъ дискъ изъ окиси уранія или даже этотъ толстый черный камень, который представляетъ собою не что иное, какъ кусокъ смоляной урановой руды, изъ которой, главнымъ образомъ, и извлекаются радіоактивныя вещества, и вы видите, что листокъ медленно начинаетъ снова свои движенія. Я помѣщаю вмѣсто того на разстояніи нѣсколькихъ дециметровъ отъ электрометра ничтожное количество (15 миллиграммовъ) бромистаго радія, заключеннаго въ коробочкѣ, и вы замѣчаете, что листокъ начинаетъ неистово колебаться, въ особенности, если я приближаю коробочку.

Однако, неумолимое время, незамѣтно для меня, хотя, быть можетъ, и не столь быстро для моихъ слушателей, умчалось, и я долженъ закончить свою лекцію.

Когда мы бросаемъ взглядъ на новѣйшія пріобрѣтенія физической науки, насъ сначала ослѣпляетъ ихъ блескъ; но затѣмъ мы не можемъ не вспомнить, что то же явленіе повторялось и въ прошломъ,—напримѣръ, сто лѣтъ тому назадъ, при замѣчательныхъ открытіяхъ Гальвани и Вольты, и очень можетъ быть, что черезъ сто лѣтъ все то, что мы теперь знаемъ, покажется очень ничтожнымъ.

Справедливо было замѣчено кѣмъ-то, что по мѣрѣ увеличенія сферы науки, возрастаетъ и площадь ея соприкосновенія съ окружающимъ неизвѣстнымъ. Другими словами, такъ было всегда, и кто знаетъ, сколько времени еще будетъ это продолжаться, за каждой разгадкой тайны природы слѣдуютъ въ возрастающемъ числѣ новыя тайны. И хотя труженики науки, оглядываясь назадъ, могутъ радоваться достигнутымъ завоеваніямъ и находить въ нихъ удовлетвореніе за понесенные труды, тѣмъ не менѣе не слѣдуетъ терять изъ виду безчисленныхъ задачъ, которыя еще потребуютъ отъ науки въ будущемъ много мужества и неослабнаго рвенія.

Къ великой теоремѣ Фермата.

А. Турчанинова.

Одна изъ замѣчательнѣйшихъ теоремъ, высказанныхъ въ первый разъ Ферматомъ, по которой уравненіе $x^n=y^n+z^n$ при n, большемъ 2, не имѣетъ цѣлыхъ рѣшеній, до сихъ поръ, какъ извѣстно, вполнѣ не доказана.

Я занимался этимъ вопросомъ и получилъ кое-какіе результаты. Какъ послѣ выяснилось, Абель пришелъ почти къ такимъ же результатамъ.

Надо, однако, замѣтить, что наиболѣе важный результатъ Абеля (все найденное было имъ изложено безъ доказательствъ въ письмѣ къ Holmboë) представляется уже, нежели результатъ, полученный мною.

Дѣйствительно, Абель оставляетъ не доказанными 5 случаевъ, между тѣмъ какъ у меня остаются недоказанными 4 случая. Кромѣ того, остальные мои результаты сводятъ все собственно къ тремъ случаямъ.

Такъ какъ результаты, полученные Абелемъ, изложены имъ безъ доказательствъ, то я позволю себѣ опубликовать полученные мною результаты.

Теорема I.

Уравненіе $x^n=y^n+z^n$ при n простомъ и большемъ 2 возможно въ цѣлыхъ числахъ только въ слѣдующихъ четырехъ случаяхъ: *)

1) $x=\dfrac{a^n+b^n+c^n}{2}$; $y=\dfrac{a^n-b^n+c^n}{2}$; $z=\dfrac{a^n+b^n-c^n}{2}$;

2) $x=\dfrac{n^{n-1}a^n+b^n+c^n}{2}$; $y=\dfrac{n^{n-1}a^n-b^n+c^n}{2}$; $z=\dfrac{n^{n-1}a^n+b^n-c^n}{2}$;

3) $x=\dfrac{a^n+n^{n-1}b^n+c^n}{2}$; $y=\dfrac{a^n-n^{n-1}b^n+c^n}{2}$; $z=\dfrac{a^n+n^{n-1}b^n-c^n}{2}$;

4) $x=\dfrac{a^n+b^n+n^{n-1}c^n}{2}$; $y=\dfrac{a^n-b^n+n^{n-1}c^n}{2}$; $z=\dfrac{a^n+b^n-n^{n-1}c^n}{2}$.

Кромѣ того, въ каждомъ изъ этихъ случаевъ $x=a\alpha$, $y=b\beta$, $z=c\gamma$, *гдѣ* α, β, γ *суть цѣлыя числа.*

Доказательство.

Въ уравненіи $x^n=y^n+z^n$ можно считать, что никакія два изъ чиселъ x, y, z не имѣютъ общаго множителя; въ противномъ

*) Вѣрнѣе, *если уравненіе имѣетъ рѣшеніе, то таковое приводится къ одному изъ слѣдующихъ четырехъ типовъ.*

случаѣ все уравненіе можно было бы на него сократить. Разсмотримъ теперь три числа $y+z$, $x-y$ и $x-z$ и докажемъ, что каждое изъ нихъ должно непремѣнно имѣть одинъ изъ двухъ видовъ: M^n или $n^{n-1}M^n$.

Предположимъ противное, т. е. что одно изъ нихъ, напримѣръ, $y+z$, не можетъ быть представлено ни въ томъ, ни въ другомъ видѣ. Но въ такомъ случаѣ мы всегда можемъ представить $y+z$ въ видѣ M^nN, гдѣ N не дѣлится на n-тую степень какого бы то ни было числа и притомъ отлично отъ 1 и отъ n^{n-1}. Изъ формулы Варинга, которая выражаетъ симметрическую функцію y^n+z^n раціонально въ $y+z$ и yz, не трудно вывести, что

$$\frac{y^n+z^n}{y+z}=(y+z)^2\cdot E+(-1)^{\frac{n-1}{2}}n(yz)^{\frac{n-1}{2}},$$

гдѣ E есть цѣлая функція отъ y и z.

Но у насъ $y^n+z^n=x^n$, а $y+z=M^nN$. Слѣдовательно,

$$\left(\frac{x}{M}\right)^n=N\left[(M^nN)^2\cdot E+(-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot n(yz)^{\frac{n-1}{2}}\right]. \qquad (1)$$

При дальнѣйшемъ доказательствѣ мы разсмотримъ два случая: 1) число N содержитъ, по крайней мѣрѣ, одного простого множителя, отличнаго отъ n и 2) всѣ простые множители числа N равны n, т. е. N есть полная степень n.

1) Пусть простой множитель числа N будетъ α. Изъ тождества (1) видно, что $\left(\frac{x}{M}\right)^n$ кратно N, а слѣдовательно, и α. Но если полная n-тая степень дѣлится на простое число α, то она будетъ дѣлиться и на α^n. Но N, по условію, не дѣлится на n-тую степень какого бы то ни было числа; значитъ, число

$$(M^nN)^2\cdot E+(-1)^{\frac{n-1}{2}}n(yz)^{\frac{n-1}{2}}$$

раздѣлится, по крайней мѣрѣ, на α; а такъ какъ слагаемое $(M^nN)^2\cdot E$ дѣлится на α, то и другое, т. е. $n(yz)^{\frac{n-1}{2}}$, раздѣлится на α. Но α есть простое число, отличное отъ простого числа n; слѣдовательно, либо y, либо z раздѣлится на α. Пусть y раздѣлилось на α; принимая тогда во вниманіе, что $y+z=M^nN$, увидимъ, что и z раздѣлится на α. Итакъ, мы получимъ, что y и z будутъ имѣть общаго множителя α, что невозможно, ибо это числа взаимно-простыя.

2) Въ этомъ случаѣ N можетъ быть только однимъ изъ слѣдующихъ чиселъ: n, n^2, n^3, . . . n^{n-3}, n^{n-2}, ибо N, съ одной стороны, не дѣлится на n-тую степень, а съ другой стороны, N, по

условію, отлично отъ n^{n-1}. Значитъ, $N=n^{n-p}$, гдѣ p есть одно изъ чиселъ 2, 3, . . ., $n-1$. Обращаясь теперь къ тождеству (1), видимъ, что полная n-тая степень $\left(\frac{x}{M}\right)^n$ кратна простого числа n, а слѣдовательно, и n^n. Но $N=n^{n-p}$, слѣдовательно, число

$$(M^nN)^2.\ E+(-1)^{\frac{n-1}{2}}.n(yz)^{\frac{n-1}{2}}$$

должно быть кратно n^p. А такъ какъ слагаемое $(M^nN)^2$. E кратно $N^2=n^{2(n-p)}$, т. е., во всякомъ случаѣ, кратно, по крайней мѣрѣ, n^2, то и другое слагаемое, т. е. $n(yz)^{\frac{n-1}{2}}$, тоже должно быть кратно n^2, т. е. частное $\frac{n(yz)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2}=\frac{(yz)^{\frac{n-1}{2}}}{n}$ есть число цѣлое; отсюда видно, что либо y, либо z дѣлится на n. Пусть y раздѣлилось на n. Принимая тогда во вниманіе, что $y+z=M^nN$, увидимъ, что и z раздѣлится на n. А это невозможно, ибо y и z суть числа взаимнопростыя.

Итакъ, мы доказали что $y+z$ непремѣнно должно имѣть видъ либо M^n, либо $n^{n-1}M^n$. Такъ какъ наше доказательство совершенно не зависѣло отъ знаковъ чиселъ x, y и z, то ясно, что только-что высказанное утвержденіе относится и къ числамъ $x-y$ и $x-z$. При этомъ, разъ одно изъ чиселъ $y+z$, $x-y$ и $x-z$ имѣетъ видъ $n^{n-1}M^n$, то другіе два уже могутъ имѣть только видъ M^n. Дѣйствительно, обратившись къ уравненію $x^n=y^n+z^n$, мы увидимъ что если два изъ чиселъ $y+z$, $x-y$, $x-z$ будутъ кратны n, то два изъ чиселъ x, z, y тоже окажутся кратными n, что невозможно. Итакъ, либо всѣ три числа выражаются въ видѣ M^n, либо одно изъ нихъ имѣетъ видъ $n^{n-1}M^n$, а остальныя два имѣютъ видъ M^n. Теперь уже ясно, что возможны только четыре случая: 1) $y+z=a^n$; $x-y=b^n$; $x-z=c^n$. 2) $y+z=n^{n-1}a^n$; $x-y=b^n$; $x-z=c^n$, 3) $y+z=a^n$; $x-y=n^{n-1}b^n$; $x-z=c^n$; 4) $y+z=a^n$; $x-y=b^n$; $x-z=n^{n-1}c^n$. Рѣшая въ каждомъ изъ этихъ четырехъ случаевъ систему трехъ уравненій съ тремя неизвѣстными, получимъ:

1) $x=\frac{a^n+b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-b^n+c^n}{2}$, $z=\frac{a^n+b^n-c^n}{2}$

2) $x=\frac{n^{n-1}a^n+b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{n^{n-1}a^n-b^n+c^n}{2}$, $z=\frac{n^{n-1}a^n+b^n-c^n}{2}$,

3) $x=\frac{a^n+n^{n-1}b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-n^{n-1}b^n+c^n}{2}$, $z=\frac{a^n+n^{n-1}b^n-c^n}{2}$,

4) $x=\frac{a^n+b^n+n^{n-1}c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-b^n+n^{n-1}c^n}{2}$, $z=\frac{a^n+b^n-n^{n-1}c^n}{2}$.

Теорема II.

Если простое число n, большее 2, таково, что при x, y, z, не дѣлящихся на n, система трехъ сравненій съ тремя неизвѣстными:

$$y^{n-2}+z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k(k+1)}y^{n-k-2}z^k\equiv 0 \pmod{n},$$

$$x^{n-2}-y^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3.\ldots k(k+1)}x^{n-k-2}y^k\equiv 0 \pmod{n},$$

$$x^{n-2}-z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\cdot\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k(k+1)}x^{n-k-2}z^k\equiv 0 \pmod{n}$$

не имѣетъ рѣшеній, то при $x=\frac{a^n+b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-b^n+c^n}{2}$, $z=$ $=\frac{a^n+b^n-c^n}{2}$, *уравненіе* $x^n=y^n+z^n$ *невозможно.*

Доказательство.

Въ этомъ случаѣ $y+z=a^n$; $x-y=b^n$; $x-z=c^n$. Изъ той же формулы Варинга не трудно вывести, что $\frac{y^n+z^n}{y+z}=(y+z)^{n-1}-n.yz.\,E$, гдѣ E есть нѣкоторая цѣлая функція отъ y и z. Но у насъ $y^n+z^n=x^n$, а $y+z=a^n$; значитъ, $\left(\frac{x}{a}\right)^n=a^{n(n-1)}-n.yz.\,E$. (1)

Теперь при дальнѣйшемъ доказательствѣ разсмотримъ два случая: 1) одно изъ чиселъ x, y, z кратно n и 2) ни одно изъ чиселъ x, y, z не кратно n.

1) Не нарушая общности, можемъ предположить, что x кратно n. Согласно теоремѣ Фермата имѣемъ: $y^n\equiv y$ и $z^n\equiv z \pmod{n}$. Складывая эти сравненія, получимъ: $x^n\equiv a^n \pmod{n}$. Но $x^n\equiv 0 \pmod{n}$, значитъ, и $a^n\equiv 0 \pmod{n}$, т. е. a кратно n. Обращаясь теперь къ тождеству (1), увидимъ, что $\left(\frac{x}{a}\right)^n$ должно быть кратно n, а слѣдовательно и n^n. Число же $a^{n(n-1)}$ будетъ кратно $n^{n(n-1)}$. Слѣдовательно, E будетъ во всякомъ случаѣ кратно n, ибо ни y, ни z на n не дѣлится.

Но $E=\frac{(y+z)^{n-1}-\frac{y^n+z^n}{y+z}}{n.yz}=\frac{(y+z)^n-(y^n+z^n)}{n.yz.(y+z)}$. Значитъ, у насъ $\frac{(y+z)^n-(y^n+z^n)}{nyz\,(y+z)}\equiv 0 \pmod{n}$. Съ другой же стороны $y+z\equiv 0 \pmod{n}$, т. е. $z\equiv -y \pmod{n}$. Если мы въ лѣвой части перваго сравненія выполнимъ дѣленіе, отбросимъ члены кратные n и замѣнимъ z сравнимымъ числомъ $-y$, то мы увидимъ, что лѣвая часть нашего сравненія есть y^{n-3}, или, что все равно, z^{n-3}, ибо $y \equiv -z$, а $n-3$ есть число четное. Стало-быть, у насъ получается сравненіе: $y^{n-3} \equiv z^{n-3} \equiv 0 \,(\mathrm{mod}. n)$, что, очевидно, невозможно.

2) Въ этомъ случаѣ ни одно изъ чиселъ x, y, z на n дѣлиться не можетъ. Обозначивъ въ тождествѣ (1) $\frac{x}{a}$ черезъ p, получимъ:

$$p^n = a^{n(n-1)} - n.yz.\ \mathrm{E}. \qquad (2)$$

Предположимъ сначала, что p отлично отъ a^{n-1}. Тогда можно положить $p = a^{n-1} + q$, гдѣ q есть нѣкоторое цѣлое, отличное отъ 0, число. Внося это выраженіе для p въ тождество (2), получимъ:

$$(a^{n-1}+q)^n = a^{n(n-1)} - n.yz.\ \mathrm{E}.$$

Такъ какъ n есть число простое, то биноміальные коэффиціенты въ разложеніи $(a^{n-1}+q)^n$, кромѣ крайнихъ, кратны n, а потому его можно представить въ видѣ $a^{n(n-1)} + n\mathrm{A}q + q^n$, гдѣ А есть цѣлое число. Подставляя это выраженіе въ послѣднее равенство, найдемъ:

$$a^{n(n-1)} + n\mathrm{A}q + q^n = a^{n(n-1)} - n.yz.\ \mathrm{E};$$

отнимая отъ обѣихъ частей по $a^{n(n-1)}$, получимъ:

$$n\mathrm{A}q + q^n = -nyz.\ \mathrm{E},$$

откуда видно, что q^n дѣлится на n, а слѣдовательно, и на n^n; слагаемое же $n\mathrm{A}q$ будетъ кратно, по крайней мѣрѣ, n^2; слѣдовательно, $-nyz.\ \mathrm{E}$ должно дѣлиться на n^2, т. е. $yz.\ \mathrm{E}$ на n. Но, по условію, ни y, ни z на n не дѣлятся; слѣдовательно, Е должно быть кратно n. Но Е $=$

$$= \frac{(y+z)^n - (y^n+z^n)}{n.yz.\ (y+z)} = \frac{y^{n-2}+z^{n-2}+\sum\limits_{k=1}^{k=n-3}\frac{(n-1)(n-2)\dots(n-)k}{1.2.3\dots k(k+1)}y^{n-k-2}z^k}{y+z},$$

откуда видно существованіе сравненія:

$$y^{n-2}+z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}\frac{(n-1)(n-2)\ .\ .\ .\ (n-k)}{1.2.3\ .\ .\ .\ k(k+1)}\,y^{n-k-2}z^k \equiv 0 \ (\mathrm{mod}. n).$$

Итакъ, предположеніе $y+z=a^n$, при условіи, что y и z не дѣлятся на n, влечетъ за собою только-что упомянутое сравненіе.

Такъ какъ доказательство наше не зависѣло отъ знаковъ, то мы можемъ утверждать, что предположенія $x-y=b^n$ и $x-z=c^n$ соотвѣтственно повлекутъ за собою, при условіяхъ, что ни x, ни y и ни x, ни z не кратны n, сравненія:

$$x^{n-2}-y^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\frac{(n-1)(n-2)\ .\ .\ .\ (n-k)}{1.2.3\ .\ .\ .\ k(k+1)}\,x^{n-k-2}y^k \equiv 0 \,(\mathrm{mod}. n) \text{ и}$$

$$x^{n-2}-z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\cdot\frac{(n-1)(n-2)\ .\ .\ .\ (n-k)}{1.2.3\ .\ .\ .\ k(k+1)}\,x^{n-k-2}z^k \equiv 0 \,(\mathrm{mod}. n).$$

А слѣдовательно, существованіе трехъ предположеній: $y+z=a^n$, $x-y=b^n$, $x-z=c^n$, при общемъ условіи, что x, y, z не дѣлятся на n, должно повлечь за собою существованіе системы трехъ сравненій съ тремя неизвѣстными:

$$y^{n-2}+z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k(k+1)}\,y^{n-k-2}z^k\equiv 0\,(\mathrm{mod.}\,n),$$

$$x^{n-2}-y^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\cdot\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k(k+1)}\,x^{n-k-2}y^k\equiv 0\,(\mathrm{mod.}\,n),$$

$$x^{n-2}-z^{n-2}+\sum_{k=1}^{k=n-3}(-1)^k\cdot\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k(k+1)}\,x^{n-k-2}z^k\equiv 0\,(\mathrm{mod.}\,n).$$

Теперь дѣлается яснымъ, что если эта система, при условіи, что x, y, z не дѣлятся на n, не имѣетъ рѣшеній, то и уравненіе $x^n=$ $=y^n+z^n$ въ разсматриваемомъ случаѣ: $x=\frac{a^n+b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-b^n+c^n}{2}$, $z=\frac{a^n+b^n-c^n}{2}$ невозможно.

Теорема III.

Если простое число n, большее 2, таково, что при x, y, z, не дѣлящихся на n, система трехъ сравненій съ тремя неизвѣстными

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-1)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}\,y\qquad y^k\equiv -1,$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}\cdot(-1)^k\,x^{n-k-1}y^k\equiv -1,$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}\,(-1)^k\cdot x^{n-k-1}z^k\equiv -1,$$

не имѣетъ рѣшеній, то въ случаѣ, если $x=\frac{a^n+b^n+c^n}{2}$, $y=\frac{a^n-b^n+c^n}{2}$, $z=\frac{a^n+b^n-c^n}{2}$, *уравненіе* $x^n=y^n+z^n$ *невозможно.*

Доказательство.

Такъ же, какъ и въ предыдущей теоремѣ, будемъ имѣть: $y+z=a^n$, $x-y=b^n$, $x-z=c^n$. Мы тамъ же доказали, что ни одно изъ чиселъ x, y, z не можетъ дѣлиться на n. Точно также ни одно изъ чиселъ a, b, c не можетъ дѣлиться на n, ибо x, y и z соотвѣтственно кратны a, b и c.

Итакъ, ни одно изъ чиселъ x, y, z, a, b, c не можетъ быть кратно n. Возведемъ теперь каждое изъ равенствъ $y+z=a^n$,

$x-y=b^n$, $x-z=c^n$ въ степень $n-1$. Тогда получимъ:

$$y^{n-1}+\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}y^{n-k-1}z^k+z^{n-1}=a^{n(n-1)},$$

$$x^{n-1}+\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}(-1)^k\ x^{n-k-1}y^k+y^{n-1}=b^{n(n-1)},$$

$$x^{n-1}+\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}(-1)^k\ x^{n-k-1}z^k+z^{n-1}=c^{n(n-1)}.$$

Такъ какъ у насъ x, y, z, a, b, c не кратны n, то мы примѣняемъ теорему Фермата: $x^{n-1}\equiv 1$, $y^{n-1}\equiv 1$, $z^{n-1}\equiv 1$, $a^{n(n-1)}\equiv 1$, $b^{n(n-1)}\equiv 1$, $c^{n(n-1)}\equiv 1 \pmod{n}$. Теперь мы приходимъ къ заключенію о необходимости существованія системы трехъ сравненій съ тремя неизвѣстными:

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}y^{n-k-1}z^k\equiv -1 \pmod{n},$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}(-1)^k\ x^{n-k-1}y^k\equiv -1 \pmod{n},$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-2}\frac{(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots k}(-1)_k\ x^{n-k-1}z^k\equiv -1 \pmod{n}.$$

Приложеніе алгебраическаго неравенства къ логариѳмамъ.

Теорема, на которой основано употребленіе табличекъ пропорціональныхъ частей. *Приращенія логариѳмовъ пропорціональны приращеніямъ чиселъ, если числа $> 10^3$, а приращенія < 1.* Для доказательства этой истины докажемъ слѣдующія двѣ теоремы.

Теорема I. Если $a>0$ и $b>1$, то $(1+a)^{\pm b}>1\pm ab$. (При томъ $1-ab>0$).

Возьмемъ неравенства:

$$(1+a)^{b-1}+(1+a)^{b-2}+\ldots+(1+a)^2+(1+a)+1>b$$

и

$$\frac{1}{(1+a)^b}+\frac{1}{(1+a)^{b-1}}+\ldots+\frac{1}{(1+a)^2}+\frac{1}{1+a}<b.$$

Умножая обѣ части перваго неравенства на a, а второго на $-a$, получаемъ:

$$a[(1+a)^{b-1}+(1+a)^{b-2}+\ldots+(1+a)^2+(1+a)+1]>ab$$

$$\text{и}\ -a\left[\frac{1}{(1+a)^b}+\frac{1}{(1+a)^{b-1}}+\ldots+\frac{1}{(1+a)^2}+\frac{1}{1+a}\right]>-ab,$$

или

$$[(1+a)-1]\,[(1+a)^{b-1}+(1+a)^{b-2}+\ldots+(1+a)+1]>ab$$

и

$$\left[\frac{1}{1+a}-1\right]\left[\frac{1}{(1+a)^{b-1}}+\frac{1}{(1+a)^{b-2}}+\ldots+\frac{1}{(1+a)^2}+1\right]>-ab,$$

откуда

$$(1+a)^b-1>ab \text{ и } \frac{1}{(1+a)^b}-1>-ab;$$

перенося -1 во вторую часть, получаемъ:

$$\text{(I) } (1+a)^b>1+ab \quad \text{и} \quad \text{(II) } (1+a)^{-b}>1-ab.$$

Неравенство (II) можно написать такъ: $\dfrac{1}{(1+a)^b}>1-ab$; раздѣливъ единицу на него, имѣемъ:

$$\text{(III) } (1+a)^b<\frac{1}{1-ab}.$$

Теорема II. Если $x>h$ и $1>h>0$, то $\dfrac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}=h+h\alpha$, гдѣ $\alpha<\dfrac{1}{x}$ и больше 0.

На основанiи неравенства (I) при $h<1$ имѣемъ:

$$\left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{1}{h}}>1+\frac{1}{x}.$$

Логариѳмируя это неравенство, получаемъ:

$$\frac{1}{h}\lg\left(1+\frac{h}{x}\right)>\lg\left(1+\frac{1}{x}\right) \text{ или } \frac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}>h. \quad \text{(IV)}$$

На основанiи неравенства (III) пишемъ:

$$\left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h(x+1)}}<\frac{1}{1-\frac{1}{x+1}} \text{ или } \left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h(x+1)}}<1+\frac{1}{x}.$$

Поступая такъ же, какъ и раньше, получаемъ:

$$\frac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}<h+\frac{h}{x}. \quad \text{(V)}$$

Изъ неравенствъ (IV) и (V) видно, что къ h надо прибавить величину меньше $h\dfrac{1}{x}$ $\Bigg($такъ какъ разность между $h+\dfrac{h}{x}$ и h равняется $h\dfrac{1}{x}\Bigg)$, чтобы сумма равнялась $\dfrac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}$.

Итакъ, $\frac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}=h+h\alpha$, (VI) гдѣ $\alpha<\frac{1}{x}$ и $\alpha>0$.

Допуская, что приращенія логариѳмовъ пропорціональны приращеніямъ чиселъ (числа $>10^3$, приращенія <1), мы допускаемъ равенство:

$$\frac{\lg(x+h)-\lg x}{\lg(x+1)-\lg x}=\frac{h}{1},\text{ или }\lg(x+h)-\lg x=h[\lg(x+1)-\lg x],$$

между тѣмъ какъ изъ равенства (VI) имѣемъ:

$$\lg(x+h)-\lg x=h[\lg(x+1)-\lg x]+h\alpha[\lg(x+1)-\lg x].$$

Значитъ, дѣлая такое допущеніе, мы дѣлаемъ погрѣшность П, равную $h\alpha[\lg(x+1)-\lg x]$. Теперь опредѣлимъ эту погрѣшность

$$\Pi=h\alpha[\lg(x+1)-\lg x];$$

$\lg(x+1)-\lg x$ есть табличная разность, а самая большая табличная разность есть $\frac{44}{10^5}$; $\alpha<\frac{1}{10^3}$, ибо $\alpha<\frac{1}{x}$ и $x>10^3$; $h<1$; поэтому

$$\Pi<1.\frac{1}{10^3}.\frac{44}{10^5}\text{ или }\Pi<\frac{44}{10^8}.$$

Отсюда видно, что погрѣшность не вліяетъ на послѣдній десятичный знакъ логариѳма; поэтому такое допущеніе законно.

С.-Петербургъ. *Ованнесъ Навакатикянцъ.*

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

IV международный математическій конгрессъ *).

Организаціонный Комитетъ IV-го международнаго математическаго конгресса сообщаетъ слѣдующую программу его.

Конгрессъ будетъ происходить въ Римѣ съ 23-го по 29-ое марта 1908 г. (по старому стилю).

Воскресенье, 23 марта, въ $9^1/_2$ ч. вечера. Пріемъ членовъ съѣзда въ большой залѣ университета.

Понедѣльникъ, въ 10 ч. утра. Открытіе съѣзда въ залѣ Горацієвъ и Куріацієвъ.

Понедѣльникъ, въ 3 ч. дня. Общее Собраніе. Выборы президіума. Первыя двѣ рѣчи.

Вторникъ, въ 9 ч. утра. Организація секцій и первыя засѣданія ихъ.

*) См. „Вѣстникъ" № 436.

Вторникъ, въ $3^1/_2$ часа. Общее Собраніе. Рѣчи (третья и четвертая).

Среда, въ 9 ч. утра. Засѣданія секцій.

Среда, въ $3^1/_2$ часа. Общее Собраніе. Рѣчи (пятая и шестая).

Четвергъ, въ 9 часовъ. Засѣданія секцій.

Четвергъ, въ 3 часа. Посѣщеніе Палатинскаго дворца по приглашенію Министра Народнаго Просвѣщенія.

Пятница, въ 10 часовъ. Засѣданія секцій.

Пятница, въ $3^1/_2$ часа. Общее Собраніе. Рѣчи (седьмая и восьмая).

Суббота, въ 9 часовъ. Засѣданія секцій.

Суббота, въ 3 часа. Общее собраніе. Послѣднія двѣ рѣчи. Закрытіе съѣзда и назначеніе времени и мѣста V-го конгресса.

Въ одинъ изъ вечеровъ состоится пріемъ членовъ съѣзда въ Капитолійскомъ музеѣ муниципалитетомъ города Рима.

Въ воскресенье 25-го марта будутъ устроены экскурсіи въ различныя окрестности Рима. Съѣздъ будетъ дѣлиться на четыре секціи, которыя могутъ имѣть дальнѣйшія подраздѣленія, смотря по числу докладовъ.

Секція I. Ариѳметика, Алгебра, Анализъ. (Открываютъ Arzella, Capelli, Pascal, Pincherle).

Секція II. Геометрія. (Открываютъ Bianchi, Segre).

Секція III. Механика, Математическая физика, Геодезія, Приложенія математики. (Levi-Civita, Luiggi, Pizzetti, Toja).

Секція IV. Вопросы философскіе, историческіе и дидактическіе (Enriques, Loria, Vailati).

Всѣ засѣданія будутъ происходить въ помѣщеніи „Accademia dei Lincei“ (Palazzo già Corsini, Via della Lungara, 10). Въ томъ же дворцѣ будетъ помѣщаться и бюро конгресса. Членскій взносъ составляетъ 25 франковъ и 15 рублей съ членовъ семьи участника конгресса. Запросы направляются по адресу: Prof. Vincenzo Reina, Piazza S. Pietro in Vincoli, 5, Roma.

Рѣчи на общихъ собраніяхъ.

Darboux. (Тема еще не указана, изъ области дифференціальной геометріи).

Forsyth. Современное состояніе вопроса объ интегрированіи уравненій въ частныхъ производныхъ втораго порядка.

Hilbert. Методъ безчисленнаго множества перемѣнныхъ.

Klein. О математической энциклопедіи.

Lorentz. Подраздѣленіе энергіи между вѣсомой матеріей и эѳиромъ.

Mittag-Leffler. Объ ариѳметическомъ представленіи общихъ аналитическихъ функцій составного перемѣннаго.

Newcomb. Теорія движенія луны. Ея развитіе и современное состояніе.
Picard. Отношеніе анализа къ математической физикѣ.
Poincaré. (Тема еще не установлена).
Veronese. Неархимедова геометрія.

Перемѣнная звѣзда типа Альголя — RR Draconis.

Въ „Извѣстіяхъ" № 9 университетской обсерваторіи въ Миссури профессоръ Seares даетъ результаты фотометрическихъ наблюденій надъ интересной новой перемѣнной звѣздой типа Альголя—RR Draconis. Періодъ измѣненія ея блеска онъ нашелъ равнымъ 2.831079 дней. При нормальномъ блескѣ перемѣнная — 10 величины и уменьшается въ блескѣ до minimum'а въ предѣлахъ трехъ звѣздныхъ величинъ. Точно minimum не могъ быть опредѣленъ помощью телескопа, такъ какъ звѣзда дѣлалась невидимой за 2 часа до minimum'а. RR Draconis—самая слабая по яркости около minimum'а изъ всѣхъ перемѣнныхъ типа Альголя, помѣщенныхъ въ Гарвардскомъ каталогѣ перемѣнныхъ звѣздъ. Измѣненія степени ея блеска при томъ больше, чѣмъ у какихъ-либо перемѣнныхъ этого типа, среднее измѣненіе яркости которыхъ равно 1,4 звѣздной величины.

Астероиды, близкіе къ Юпитеру.

Планета TG 1906, открытая 22 февраля 1906 года въ Heidelberg'ѣ Max'омъ Wolf, представляетъ особенно замѣчательную орбиту въ томъ отношеніи, что ея среднее разстояніе отъ солнца близко къ среднему разстоянію Юпитера и даже больше послѣдняго, именно 5,25, въ то время какъ для Юпитера оно 5,20. Это наиболѣе удаленная изъ всѣхъ малыхъ планетъ, извѣстныхъ до сихъ поръ.

Вскорѣ былъ открытъ второй астероидъ съ подобной орбитой.

По вычисленіи орбиты планеты, открытой Korff'омъ въ Heidelberg'ѣ 10 февраля 1907 года, Stromgrem констатировалъ, что эта маленькая планета такова же, какъ и планета TG 1906. Элементы ея, вычисленные по наблюденіямъ, сдѣланнымъ 10 февраля, 11, 12 марта, 12 и 16 апрѣля, дали для большой полуоси 5,28.

Новыя вычисленія (Astr. Nachr. 4193), сдѣланные V. Heinrich'омъ, дали разстояніе 5,18.

Элементы орбиты малой планеты VУ 1906 по вычисленіямъ V. Heinrich'а дали величину большой полуоси 5,19.

Эти три замѣчательные астероида получили названія:

1906 TG (588). . . . . = Achille
1906 XУ . . . . = Patrocle
1907 XM . . . . = Hector

„*Астрономическія Извѣстія*".

РЕЦЕНЗІИ.

Химія для самообразованія въ дешевой домашней лабораторіи. Практичвскія работы. Составилъ **В. И. Поповъ.** *Ц. 60 к.*

Знакомство съ химическими явленіями, умѣніе изучать ихъ, т. е. отмѣчать всѣ детали явленія и, по возможности, связывать ихъ, какъ причину и слѣдствіе, составляетъ первый и самый трудный шагъ къ усвоенію основныхъ законовъ химіи. Такое умѣніе пріобрѣтается только самостоятельнымъ производствомъ опытовъ, а потому руководство къ постановкѣ опытовъ, оборудованіе лабораторіи является необходимой книгой для всякаго, кто пожелаетъ ознакомиться съ химіей.

Такое руководство и представляетъ химія для самообразованія В. И. Попова и при томъ руководство удачное.

Задавшись цѣлью познакомить читателя съ главнѣйшими типичными химическими явленіями, авторъ направляетъ вниманіе читателей, главнымъ образомъ, на фактическую сторону явленій и, если касается теоретической стороны явленій, то постолько, посколько она связана съ тепловыми эффектами. Объясненіе дано въ самомъ общемъ видѣ, почему такое одностороннее освѣщеніе химическихъ явленій нисколько не понижаетъ цѣны самого объясненія.

Практическая сторона разработана очень удачно какъ въ отношеніи выбора опытовъ, такъ и въ отношеніи описанія ихъ постановки, и если приходится сдѣлать автору упрекъ, то только въ одномъ: очень онъ кратокъ въ описаніи *частей* приборовъ. Напримѣръ, на стр. 31 описанъ опытъ полученія углекислаго аммонія и данъ рисунокъ (рис. 4). Въ текстѣ сказано: углекислота добывается изъ мрамора и проводится въ банку, туда же проводится амміакъ, и на стѣнкахъ банки появляются кристаллы углекислаго аммонія. Упоминается одна банка, а на рисункѣ изображено пять отдѣльныхъ сосудовъ. Для чего каждый изъ нихъ? напримѣръ, второй слѣва?

Автору вѣроятно, очень хорошо извѣстно, какъ важно при опытахъ разобраться въ каждой части сложнаго прибора, а между тѣмъ здѣсь детали прибора неясны, и объясненіе необходимо дать. Если авторъ старается избѣжать загроможденія текста объясненіями приборовъ, то можно было бы назвать только части приборовъ; напримѣръ, подъ тѣмъ же 4-мъ рисункомъ первый сосудъ — колба съ нашатыремъ и т. д., а за подробностями устройства ихъ отослать читателя ко второй части книги, кстати сказать, очень цѣнной. Эта часть книги заключаетъ въ себѣ очень полезный для начинающихъ сборникъ практическихъ совѣтовъ, указаній, рецептовъ, описаній устройства приборовъ и различныхъ аппаратовъ. То, что сказано относительно опыта на стр. 31, относится къ большинству изложенныхъ въ книгѣ опытовъ. Имѣются, конечно, недосмотры, нѣкоторая разбросанность въ размѣщеніи матеріала, шероховатости, напримѣръ, на стр. 47 фразу:

„Вѣроятно, занимающемуся пришло въ голову примѣнить къ растворамъ этихъ солей электрическій токъ“ и послѣдующее гораздо умѣстнѣе было бы помѣстить на стр. 46 послѣ указанія, какъ получаются соли тяжелыхъ металловъ, чѣмъ здѣсь, послѣ описанія полученія сѣрнистой мѣди. Въ цѣломъ же изданіе настолько удачно выполнено, что для начинающихъ изучать химію я считаю очень цѣннымъ знакомство съ вышедшимъ въ свѣтъ руководствомъ В. И. Попова. Книга эта должна войти въ серію книгъ, рекомендуемыхъ библіотеками для самообразованія.

П. Казанецкій.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 925 (4 сер.). Даны три угла $\alpha A\alpha'$, $\beta B\beta'$, $\gamma C\gamma'$, стороны которыхъ $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ параллельны. Построить прямую такъ, чтобы отрѣзки ея xx', yy', zz' въ углахъ A, B, C были равны между собой.

И. Александровъ (Москва, реальное училище Бажанова).

№ 926 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\frac{ax^3}{x-a}=\frac{by^3}{y-b}=x^3+y^3.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 927 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC, зная положеніе центровъ O — описанной, J — вписанной J_a — внѣвписанной окружности.

Н. Агрономовъ (Петербургъ).

№ 928 (4 сер.). Въ прямой круглый конусъ высоты h и объема v вписать прямой круглый цилиндръ такъ, чтобы онъ касался основанія конуса вдоль своей образующей и такъ, чтобы объемъ его достигалъ *maximum'a*.

Л. Ямпольскій (Одесса).

№ 929 (4 сер.). Найти два цѣлыхъ числа, зная, что сумма ихъ равна 20, а наименьшее кратное равно 24.

А. Турчаниновъ (Одесса).

№ 930 (4 сер.), Рѣшить неравенство

$$\sqrt{3-4\cos^2 x}=1-3\sin x.$$

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 810 (4 сер.). *Построить трапецію по углу при основаніи, площади, діагонали и углу между діагоналями.*

Пусть AB и DC параллельныя, AD и BC непараллельныя стороны искомой трапеціи, 0 — точка встрѣчи діагоналей, и пусть даны $\angle DAB = \alpha$, площадь k^2, діагональ $AC = \delta$ и $\angle AOB = \beta$. Проведемъ черезъ D прямую, параллельную AC, до встрѣчи въ точкѣ E съ AB. Тогда, называя черезъ h общую высоту трапеціи и треугольника EDB, имѣемъ:

$$\text{площ. } ABCD = (AB + CD)\cdot\frac{h}{2} = (AB + AE)\,\frac{h}{2} = BE\cdot\frac{h}{2} = \text{площ. } EDB = k^2.$$

Проведя высоту BK треугольника BDE, находимъ:

$$\text{площ. } EDB = k^2 = \frac{ED\cdot BK}{2} = \frac{\delta\cdot BK}{2}, \quad \text{откуда}$$

$$BK = \frac{2k^2}{\delta} \quad (1).$$

Итакъ, у треугольника EDB извѣстны основаніе $ED = AC = \delta$, высота BK и уголъ $EDB = \angle AOB = \beta$. Отсюда вытекаетъ построеніе: отложивъ на произвольной прямой отрѣзокъ $ED = \delta$, проводимъ черезъ D полупрямую l подъ угломъ β къ DE, строимъ отрѣзокъ $m = \frac{2k^2}{\delta}$, проводимъ прямую, параллельную ED (со стороны полупрямой l) въ разстояніи $m = \frac{2k^2}{\delta}$ отъ нея, и точку встрѣчи B этой прямой съ l соединяемъ прямой съ E; черезъ D проводимъ прямую x подъ угломъ α къ EB и черезъ точку встрѣчи A этой прямой съ EB проводимъ прямую, параллельную ED, до встрѣчи въ C съ прямой, проходящей параллельно EB черезъ D. Изъ двухъ вообще возможныхъ прямыхъ x надо выбрать одну такъ, чтобы прямая AC проходила внутри угла $DAB = \alpha$ и чтобы точка A лежала между E и B; послѣднее возможно лишь тогда, если $\angle DAB = \alpha > \angle DEB$. Трапеція $ABCD$ есть искомая.

А. П. (Сосновицы); ***Н. С.*** (Одесса).

№ 816 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$x^y = y^x, \quad x^p = y^q.$$

Если $p = 0$ и $q = 0$, то второе уравненіе удовлетворяется при любыхъ x и y, а потому остается найти вещественныя значенія x и y, удовлетворяющія равенству $x^y = y^x$. Такихъ чиселъ существуетъ безчисленное множество. Дѣйствительно, полагая, напримѣръ, $y = x^\alpha$, гдѣ α — нѣкоторое положительное число, имѣемъ:

$$x^{x^\alpha} = x^{\alpha x}, \text{ откуда } x^\alpha = \alpha x, \quad x = \sqrt[\alpha-1]{\alpha}, \quad y = \sqrt[\alpha-1]{\alpha^\alpha}.$$

Если $p = 0$, $q \neq 0$, то изъ второго уравненія находимъ $y = 1$, откуда, согласно съ первымъ уравненіемъ, $x = 1$; случай, когда $p \neq 0$, $q = 0$ даетъ такое же рѣшеніе. Пусть теперь $p \neq 0$ и $q \neq 0$. Въ этомъ случаѣ изъ второго уравненія находимъ, что при $y = 1$ или 0 x также получаетъ соотвѣтственно значенія 1 или 0; эти значенія удовлетворяютъ также и первому уравненію (второе рѣшеніе: $x = 0$, $y = 0$ имѣетъ мѣсто лишь тогда, если условиться принять равенство: $0^0 = \text{пред.}_{\varepsilon=0}\ \varepsilon^\varepsilon = 1$). Если же $y \neq 0$, $y \neq 1$, то, записавъ данную систему въ видѣ $x = y^{\frac{x}{y}}$, $x = y^{\frac{q}{p}}$ (1), выводимъ отсюда:

$$\frac{x}{y} = \frac{q}{p} \quad (2).$$

Подставляя x изъ (2) въ (1). получимъ $\frac{q}{p}y = y^{\frac{q}{p}}$, откуда

$$y = \sqrt[q-p]{\left(\frac{q}{p}\right)^p}, \text{ а потому [см. (1)] } x = \sqrt[q-p]{\left(\frac{q}{p}\right)^q}.$$

Н. Агрономовъ (Ревель); *Э. Лейнъкъ* (Москва).

№ 786 (4 сер.). *Доказать, что при* n *цѣломъ и положительномъ выраженіе*

$$\frac{\left\{2\left[3.5.17.257\ldots\left(2^{2^n}+1\right)\right]\right\}^{2^n}+1}{2+3.5.17\ldots\left(2^{2^n}+1\right)}$$

равно цѣлому числу.

Въ рѣшеніи (см. № 422 „Вѣстника") задачи № 674 (см. № 401 „Вѣстника") доказано тождество:

$$3.5.17\ldots\left(2^{2^n}+1\right) = \left(2^1+1\right)\left(2^2+1\right)\ldots\left(2^{2^n}+1\right) = 2^{2^{n+1}}-1.$$

На основаніи этого тождества данное выраженіе можно записать въ видѣ:

$$\frac{\left\{2\left[3.5\ldots\left(2^{2^n}+1\right)\right]\right\}^{2^n}+1}{2+3.5\ldots\left(2^{2^n}+1\right)} = \frac{\left[2\left(2^{2^{n+1}}-1\right)\right]^{2^n}+1}{2+2^{2^{n+1}}-1} = \frac{\left[2\left(2^{2^{n+1}}-1\right)\right]^{2^n}+1}{2^{2^{n+1}}+1} \quad (1).$$

Но $\left[2\left(2^{2^{n+1}}-1\right)\right]^{2^n}+1 = \left[2\left(2^{2^{n+1}}+1-2\right)\right]^{2^n}+1 = \left[2\left(2^{2^{n+1}}+1\right)-2\right]^{2^n}+1 =$

$$= \left[2\left(2^{2^{n+1}}+1\right)-2^2\right]^{2^n} - \left(2^2\right)^{2^n} + \left[\left(2^2\right)^{2^n}+1\right] \quad (2).$$

Разность четныхъ степеней

$$\left[2\left(2^{2^{n+1}}+1\right)-2^2\right]^{2^n} - \left(2^2\right)^{2^n}$$

кратна суммы $2\left(2^{n+1}+1\right)-2^2+2^2 = 2\left(2^{2^{n+1}}+1\right)$, а потому кратна и числа $2^{2^{n+1}}+1$. Поэтому, принимая во вниманіе тожество $\left[\left(2^2\right)^{2^n}+1\right] = 2^{2^{n+1}}+1$, мы видимъ [см. (2)], что число $\left[2\left(2^{2^{n+1}}-1\right)\right]^{2^n}+1$ кратно $2^{2^{n+1}}+1$, т. е. выраженіе (1) равно цѣлому числу.

Г. Лебедевъ (Обоянь); *А. Турчаниновъ* (Одесса); ***В. Пржевальскій*** (Шуя); *Н. Агрономовъ* (Ревель); *Э. Лейнъкъ* (Рига).

Поправка. Въ зад. № 813 (4 сер.) № 428 „Вѣстника" вмѣсто

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{h^2{}_a+h^2{}_b+h^2{}_c} > 2$$

надо читать

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{h^2{}_a+h^2{}_b+h^2{}_c} < 2.$$

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

Одесса, Типографія М. Шпенцера, Новосельская 66.

XXI г. изд. # ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ XXI г. изд.

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый, подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы**: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главнымъ Управл. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; №№ 1 — 48 **одобрены** Уч. Ком. при Св. Синодѣ для дух. семин. и училищъ.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригин. и переводн. статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Научн. хроника. Разн. извѣстія. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія задачъ съ фамил. рѣшившихъ. Упражн. для учениковъ. Библіограф. отдѣлъ: обзоръ иностран. журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются въ такой мѣрѣ популярно, въ какой это возможно безъ ущерба для научн. стороны дѣла. Статьи, посвящ. педагог. вопросамъ, имѣютъ цѣлью обмѣнъ мнѣній преподавателей по различн. вопросамъ преподаванія элементарной мат. и физики. Въ отдѣлѣ „Науч. хроника" помѣщ. рефераты о важнѣйшихъ научн. работахъ, отчеты о съѣздахъ, конгрессахъ и т. п. Въ отдѣлѣ „Разныя извѣстія" помѣщаются свѣдѣнія о текущихъ событіяхъ въ жизни различн. учен. и учебн. заведеній. Задачи дѣлятся на двѣ категоріи: болѣе легкія, доступн. хорошему ученику, и болѣе трудныя, требующія бо́льшей подготовки. Отъ времени до времени предлагаются задачи и темы на премію.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ:

Подписная цѣна съ пересылкой за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся **при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи** платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Семестры XVI и XXIII распроданы.

Пробный номеръ высылается безплатно по первому требованію.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики". **Городской адресъ:** Елисаветинская, 4.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.