

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 208.

Содержаніе: Элементарная теорія относительнаго движенія. *Н. Шиллера.* — О самостоятельныхъ работахъ учениковъ гимназій по физико-математическимъ наукамъ (продолженіе). *С. Полянского.* — Вступительная лекція вводнаго къ практическимъ занятіямъ курса физики. *В. Лермантова.* — Научная хроника. *К. Смолича.* — Задачи №№ 170 — 175. — Рѣшенія задачъ 2-ой сер. №№ 404, 407, 424. — Обзоръ научныхъ журналовъ. *Д. Е.* — Библиографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій. — Объявленія.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРІЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНІЯ.

§ 1. Если среда, относительно частей коей мы опредѣляемъ движеніе окружающихъ насъ тѣлъ, сама находится въ движеніи, то наши заключенія о силахъ, дѣйствующихъ на упомянутыя тѣла, будутъ различны, смотря по тому, примемъ-ли мы во вниманіе движеніе среды, или будемъ разсуждать такъ, какъ будто-бы среда была неподвижна. Также и взаимодѣйствіе между тѣлами можетъ намъ представиться въ различныхъ видахъ, смотря по тому, примемъ-ли мы во вниманіе только движеніе тѣлъ относительно окружающей ихъ среды или будемъ принимать въ расчетъ также и движеніе этой послѣдней. Поэтому теорія относительнаго движенія является не только въ видѣ интересной механической задачи, но и служить непосредственно къ уясненію смысла явленій, наблюдаемыхъ нами на нашей движущейся землѣ.

За неподвижную среду мы склонны болѣе всего принимать такую, части которой не мѣняють своего относительнаго положенія, при чемъ ускользящее отъ нашего вниманія движеніе среды можетъ состоять только изъ одинаковыхъ для всѣхъ ея частей поступательныхъ перемѣщеній и изъ общаго вращенія. Такой случай представляетъ намъ среда, неизмѣнно связанная съ землею поверхностью, части коей не перемѣщаются относительно другъ друга, но которая имѣетъ общія съ землею поступательныя и вращательныя движенія. Поэтому наиболѣе непосредственный интересъ представляетъ теорія относительнаго движенія въ средѣ неизмѣняемой. Элементарное изложеніе такой теоріи и представляетъ цѣль настоящей замѣтки.

Задача теоріи состоитъ въ разысканіи связи между движеніемъ относительнымъ и движеніемъ абсолютнымъ или принимаемымъ за абсолютное. Эта задача будетъ рѣшена, если мы сумѣемъ выразить элементы абсолютнаго движенія какой либо точки съ помощію ея движенія относительно данной подвижной среды и съ помощію движенія этой послѣдней. Элементы движенія точки могутъ быть представлены ея скоростями и ея ускореніями въ послѣдовательные какъ угодно малые промежутки времени ея движенія. Поэтому задача объ относительномъ движеніи сводится къ нахожденію абсолютной скорости и абсолютнаго ускоренія движущейся точки по ея относительной скорости и относительному ускоренію, а также по скорости и ускоренію той среды, относительно коей опредѣляется относительное движеніе точки.

§ 2. Точка, перемѣщающаяся среди нѣкоторой подвижной среды, обладаетъ въ каждый моментъ своего движенія двумя скоростями: *относительною скоростью* по отношенію къ данной средѣ и *переносною скоростью*, т. е. скоростью той части среды, съ которою разсматриваемая движущаяся точка въ данный моментъ своего движенія совпадаетъ. Относительную скорость можно представить себѣ слѣдующимъ образомъ: отмѣтимъ мысленно непрерывный рядъ точекъ среды, съ которыми при своемъ движеніи послѣдовательно совпадаетъ разсматриваемая движущаяся точка; непрерывная кривая, на которой будутъ лежать отмѣченные упомянутымъ способомъ пункты, представить намъ *относительную траекторію* движущейся точки; частное отъ дѣленія какого либо изъ элементовъ длины относительной траекторіи на бесконечно малое время, въ теченіе котораго этотъ элементъ длины проходится движущеюся точкою, даетъ намъ величину относительной скорости этой послѣдней на разсматриваемомъ элементѣ относительной траекторіи; направленіе этой скорости будетъ совпадать съ направленіемъ того-же элемента. Вслѣдствіе движенія среды, въ коей прорѣзывается относительная траекторія, части этой послѣдней перемѣщаются; скорость перемѣщенія того элемента относительной траекторіи, на которомъ въ данное время находится движущаяся точка, представить намъ собою переносную скорость этой послѣдней.

Если мы вообразимъ себѣ нѣкоторую неподвижную среду, относительно коей опредѣляются скорости точекъ подвижной среды, то мы легко представимъ себѣ въ такой средѣ непрерывный слѣдъ нашей движущейся точки; этотъ слѣдъ даетъ намъ *абсолютную траекторію* точки. Движеніе по абсолютной траекторіи слгаается изъ относительнаго и переноснаго движеній; *абсолютная скорость* движущейся точки, т. е. ея скорость по абсолютной траекторіи, *будетъ представлена геометрическою суммою скоростей относительной и переносной*.

Такимъ образомъ, обозначая черезъ u относительную скорость точки, черезъ w —ея переносную скорость и черезъ v —ея абсолютную скорость, мы будемъ имѣть:

$$v = u + w, \quad (1)$$

причемъ знакъ $+$ относится къ дѣйствію геометрическаго сложения скоростей u и w .

§ 3. Обратимся теперь къ ускореніямъ трехъ вышенамѣченныхъ движеній разсматриваемой точки. Обозначимъ черезъ v и v' двѣ послѣ-

довательныя абсолютныя скорости, имѣющія мѣсто при движеніи точки по ея абсолютной траекторіи въ началѣ и въ концѣ нѣкотораго безконечно малаго промежутка времени τ ; геометрическую разность обѣихъ скоростей обозначимъ черезъ $v' \sim v$, тогда абсолютное ускореніе g выразится черезъ

$$g = \frac{v' \sim v}{\tau}. \quad (2)$$

Обозначимъ черезъ u и u' , w и w' соотвѣтственно двѣ относительныя скорости и двѣ переносныя скорости, имѣющія мѣсто черезъ нѣкоторый безконечно малый промежутокъ времени τ одна послѣ другой. Тогда очевидно:

$$\frac{v' \sim v}{\tau} = g = \frac{u' \sim u}{\tau} + \frac{w' \sim w}{\tau}. \quad (3)$$

Относительнымъ ускореніемъ движущейся точки называется ея ускореніе по относительной траекторіи, вычисленное въ томъ предположеніи, что эта траекторія сама неподвижна. При такомъ предположеніи направленіе скорости точки на какомъ либо элементѣ ея относительнаго пути всегда остается совпадающимъ съ направленіемъ этого считаемаго неподвижнымъ элемента. Въ дѣйствительности-же упомянутый элементъ относительной траекторіи самъ перемѣщается, мѣняя вслѣдствіе этого вообще свое направленіе, и потому перестаетъ совпадать съ бывшею на немъ скоростію движущейся точки, послѣ того какъ точка перейдетъ съ нею на сосѣдній съ нимъ элементъ. Другими словами, скорость точки на какомъ либо элементѣ ея относительной траекторіи опредѣляется направленіемъ этого послѣдняго, (т. е. касательною къ траекторіи) только въ тотъ моментъ времени, когда точка по этому элементу проходитъ; въ послѣдующій моментъ времени тотъ-же элементъ отодвинется отъ намѣченнаго раньше вдоль по немъ направленія скорости.

Спрашивается теперь, на какой уголъ и около какой оси повернется данный элементъ относительной траекторіи въ теченіи нѣкотораго безконечно малаго промежутка времени τ ? Если мы представимъ себѣ нѣкоторую прямую линію, проведенную черезъ какую либо точку разсматриваемаго элемента относительной траекторіи параллельно оси вращенія подвижной среды, то легко сообразить, что нашъ элементъ поворачивается около упомянутой линіи на такой же уголъ, на какой совершается поворотъ всей подвижной среды около ея оси вращенія. Вращеніе элемента можно разложить на два вращенія *): одно — около оси, совпадающей съ направленіемъ элемента, и другое — около оси, перпендикулярной къ этому послѣднему. Очевидно, что только второе изъ этихъ двухъ вращеній будетъ вліять на измѣненіе направленія элемента. Угловую скорость подвижной среды около ея оси обозначимъ черезъ ω ; уголъ между осью вращенія среды и направленіемъ нашего элемента (или, что все равно, — направленіемъ относительной скорости

*) О сложеніи вращеній и другихъ ихъ основныхъ свойствахъ см. Шиллеръ. Основанія Физики, § 13.

u) обозначимъ черезъ (ω, u) . Тогда угловая скорость вращенія элемента около оси, проведенной въ его направленіи (т. е. въ направленіи u), будетъ $\omega \cos(\omega, u)$; угловая скорость около оси, перпендикулярной къ направленію элемента и, конечно, лежащей въ плоскости этого послѣдняго и оси ω , будетъ $\omega \sin(\omega, u)$. Отсюда заключаемъ, что въ теченіе времени τ направленіе элемента относительной траекторіи измѣняется на уголъ

$$\alpha = \tau \omega \sin(\omega, u). \quad (4)$$

Отложимъ относительную скорость u для даннаго момента времени по направленію проходимаго движущагося точкою элемента ея относительной траекторіи; ту же самую по величинѣ скорость отложимъ затѣмъ по тому направленію того же самаго элемента, какое онъ будетъ имѣть черезъ промежутокъ времени τ . Тогда получимъ двѣ скорости, равныя по величинѣ, но образующія между собою уголъ $\tau \omega \sin(\omega, u)$. Векторъ, представляющій вторую скорость, обозначимъ черезъ u_1 ; оба вектора u и u_1 образуютъ, очевидно, равнобедренный треугольникъ, съ безконечно малымъ угломъ α при вершинѣ; третья вершина такого равнобедреннаго треугольника выразится черезъ $u\alpha$, ибо можетъ быть разсматриваема какъ безконечно малая дуга, описанная въ углѣ α радиусомъ u . Поэтому мы будемъ имѣть:

$$u_1 = u + u\alpha = u + \tau \omega u \sin(\omega, u), \quad (5)$$

ибо каждая сторона треугольника представляется геометрическою суммою двухъ остальныхъ сторонъ,

На основаніи соотношенія (5) напомнимъ:

$$\frac{u' \sim u}{\tau} = \frac{u' \sim u_1}{\tau} + \omega \sin(\omega, u), \quad (6)$$

причемъ направленіе вектора $\omega \sin(\omega, u)$ будетъ перпендикулярно къ плоскости, содержащей ось ω и скорость u , и будетъ идти въ сторону вращенія подвижной среды.

Обозначимъ черезъ j векторъ, представляющій то, что мы назвали выше *относительнымъ ускореніемъ*; тогда легко видѣть, что, согласно съ принятыми выше обозначеніями,

$$j = \frac{u' \sim u_1}{\tau} \quad (6)$$

и, слѣдовательно, по (5):

$$\frac{u' \sim u}{\tau} = j + \omega \sin(\omega, u). \quad (7)$$

§ 4. Обратимся теперь къ ускоренію переноснаго движенія. Переносныя скорости w и w' , коими обладаетъ движущаяся точка соотвѣственно въ теченіи того и другого изъ двухъ слѣдующихъ другъ за другомъ элементовъ времени, принадлежатъ вмѣстѣ съ тѣмъ двумъ различнымъ точкамъ подвижной среды; именно: скорость w принадлежитъ той точкѣ подвижной среды, съ которою движущаяся точка совпадаетъ въ теченіи перваго элемента времени; скорость-же w' прина-

длежитъ другой точкѣ подвижной среды, съ которою движущаяся точка совпадетъ въ теченіи послѣдующаго элемента времени. Для изслѣдованія различія между скоростями w и w' рассмотримъ сначала, по сколько отличаются другъ отъ друга въ данный моментъ времени скорости различныхъ точекъ подвижной среды.

Точки подвижной среды, по нашему предположенію, обладаютъ во первыхъ одинаковыми поступательными скоростями, и во вторыхъ—вращательными скоростями съ одинаковою въ данный моментъ времени для всѣхъ точекъ угловою скоростію около общей оси вращенія. Если r будетъ разстояніе данной точки среды отъ оси вращенія, а ω —угловая скорость вращенія, то вращательная скорость разсматриваемой точки выразится черезъ ωr и будетъ направлена перпендикулярно къ r , въ сторону вращенія. Отсюда видимъ, что вращательныя скорости отличаются другъ отъ друга величиною и направленіемъ по столько, по сколько отличаются величины и направленія r . Будемъ откладывать отъ какой либо произвольно выбранной точки пространства векторы, равные и параллельные различнымъ r ; всѣ такіе векторы будутъ лежать въ одной плоскости, перпендикулярной къ оси вращенія подвижной среды; въ этой-же плоскости расположатся векторы, равные и параллельные вращательнымъ скоростямъ соответствующихъ точекъ среды, причемъ, очевидно, векторъ, представляющій скорость, будетъ перпендикуляренъ къ вектору, представляющему r .

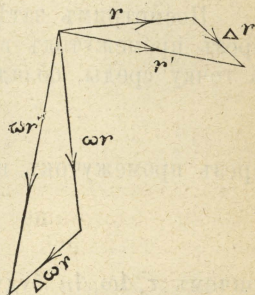
Вообразимъ себѣ (фиг. 24) два безконечно мало другъ отъ друга разнящіеся по величинѣ и направленію вектора r и r' , которые характеризуютъ положенія двухъ безконечно близкихъ точекъ подвижной среды по отношенію къ оси вращенія и представимъ себѣ геометрическую разность Δr обоихъ векторовъ, такъ что

$$\Delta r = r' - r; \quad (8)$$

вращательныя скорости ωr и $\omega r'$, соответствующія разстояніямъ r и r' , будутъ образовывать между собою тотъ-же уголъ, какъ векторы r и r' ; поэтому легко видѣть изъ подобія треугольниковъ, что геометрическая разность векторовъ ωr и $\omega r'$ будетъ $\omega \Delta r$ и направлена перпендикулярно къ Δr , т. е.

$$\omega r' - \omega r = \omega \Delta r. \quad (9)$$

Возвращаясь теперь къ переносному движенію, найдемъ, на сколько различаются другъ отъ друга *въ одно и то же время* скорости такихъ двухъ точекъ подвижной среды, съ одной изъ которыхъ движущаяся точка совпадаетъ сейчасъ, а съ другой будетъ совпадать черезъ промежутокъ времени τ . Первую скорость обозначимъ черезъ w , а вторую—черезъ w_1 . Обѣ эти скорости будутъ отличаться другъ отъ друга по столько, по сколько движущаяся точка измѣнитъ свое относительное положеніе въ плоскости, перпендикулярной къ оси вращенія, ибо, если точка движется параллельно оси вращенія, то она послѣдовательно совпадаетъ съ такими точками среды, скорости коихъ *для одного и того*



Фиг. 24.

же момента времени одинаковы по величинѣ и направленію. Если мы обозначимъ черезъ (ω, u) уголъ между осью вращенія подвижной среды и относительною скоростію u движущейся точки, то скорость этой послѣдней въ плоскости, перпендикулярной къ оси вращенія, будетъ $u \sin(\omega, u)$, а ея перемѣщеніе параллельно этой плоскости въ теченіе промежутка времени τ будетъ $\tau u \sin(\omega, u)$, что и будетъ соответствовать геометрическому приращенію, обозначенному выше черезъ Δr ; поэтому

$$\Delta r = \tau u \sin(\omega, u), \quad (10)$$

причемъ векторъ $\omega \Delta r$ будетъ перпендикуляренъ къ вектору Δr и къ оси вращенія, т. е. перпендикуляренъ къ плоскости, параллельной оси вращенія и скорости u , и направленъ въ сторону вращенія среды. Другими словами, векторы

$$w_1 \sim w \text{ и } u_1 \sim u$$

равны и одинаково направлены.

Назовемъ черезъ h ускореніе той точки подвижной среды, которая въ разсматриваемый моментъ времени имѣетъ скорость w и съ которою въ это же время совпадаетъ движущаяся точка. Черезъ промежутокъ времени τ та же точка среды будетъ имѣть скорость.

$$w + h\tau. \quad (11)$$

Посмотримъ затѣмъ, въ какую скорость w' обратится скорость w_1 черезъ промежутокъ времени τ , т. е. когда движущаяся точка придетъ въ точку среды, обладавшую прежде скоростію w_1 . По (11);

$$w_1 = w + \tau \omega u \sin(\omega, u);$$

черезъ промежутокъ времени τ скорость w_1 обратится въ w' ,

$$\begin{array}{ll} w & \text{обратится въ } w + h\tau, \\ \omega & \text{,, въ } \omega + \Delta\omega, \\ u & \text{,, въ } u + \Delta u, \end{array}$$

причемъ $\tau, \Delta\omega, \Delta u$ будутъ бесконечно малы. Такимъ образомъ получимъ

$$w' = w + h\tau + \tau(\omega + \Delta\omega)(u + \Delta u) \sin(\omega + \Delta\omega, u + \Delta u), \quad (12)$$

откуда, пренебрегая въ результатѣ бесконечно малыми величинами, будемъ имѣть

$$\frac{w' \sim w}{\tau} = h + \omega u \sin(\omega, u). \quad (13)$$

Припоминая теперь, что

$$g = \frac{u' \sim u}{\tau} + \frac{w' \sim w}{\tau}$$

и обращая вниманіе на (7) и (13), мы находимъ:

$$g = j + h + 2\omega u \sin(\omega, u). \quad (14)$$

Векторъ, равный и прямо противоположный вектору $2\omega u \sin(\omega, u)$, входящему въ выраженіе (14), называется *поворотнымъ ускореніемъ*; такимъ образомъ, обозначая послѣднее черезъ k , мы имѣемъ:

$$k = -2\omega u \sin(\omega, u), \quad (15)$$

причемъ k направлено перпендикулярно къ плоскости, заключающей направленія оси вращенія и скорости u , въ сторону, обратную вращенію среды. Выраженіе же (14) можетъ быть представлено въ видѣ:

$$\begin{aligned} g &= j + h \sim k \\ &= j + h + (-k), \end{aligned} \quad (16)$$

откуда видимъ, что абсолютное ускореніе представляется геометрическою суммою трехъ векторовъ: 1) относительнаго ускоренія; 2) ускоренія той точки подвижной среды, съ которою движущаяся точка въ данный моментъ времени совпадаетъ, и 3) ускоренія, обратнаго поворотному.

§ 5. Теперь намъ остается еще обслѣдовать выраженіе вектора h , т. е. ускоренія какой либо точки подвижной среды. Данная точка подвижной среды обладаетъ въ данный моментъ времени скоростью w , которая можетъ быть представлена геометрическою суммою двухъ скоростей: нѣкоторой поступательной скорости η , общей для всѣхъ точекъ среды, и нѣкоторой вращательной скорости, выражаемой произведеніемъ изъ общей угловой скорости среды ω и разстоянія r разсматриваемой точки отъ оси вращенія, такъ что

$$w = \eta + \omega r. \quad (17)$$

По прошествіи промежутка времени τ скорости η и ωr измѣнятся нижеслѣдующимъ образомъ: къ скорости η приложится геометрически нѣкоторая новая безконечно малая скорость $\Delta\eta$; вслѣдствіе безконечно малаго поворота среды на уголъ $\omega\tau$ направленіе угловой скорости ωr измѣнится на такой-же уголъ, что можно разсматривать, какъ результатъ геометрическаго приложенія къ скорости ωr , по перпендикулярному къ ней направленію, въ сторону къ оси вращенія нѣкоторой новой скорости $\omega^2 r \tau$; наконецъ самая угловая скорость ω измѣнится вообще по величинѣ и направленію на нѣкоторое безконечно малое приращеніе $\Delta\omega$, геометрически придающееся къ вектору ω , отложенному вдоль по соотвѣтствующей оси вращенія; результатъ геометрическаго приращенія угловой скорости на $\Delta\omega$ представится для данной точки среды въ видѣ прибавочной вращательной скорости около нѣкоторой новой оси, вообще не совпадающей со старою; вдоль по этой новой оси откладывается величина прибавочной угловой скорости $\Delta\omega$; прибавочная вращательная скорость выразится векторомъ $r' \Delta\omega$, причемъ r' будетъ разстояніе разсматриваемой точки отъ оси прибавочной угловой скорости $\Delta\omega$, а направленіе $r' \Delta\omega$ будетъ перпендикулярно къ плоскости r' и $\Delta\omega$, въ сторону прибавочнаго вращенія. Вслѣдствіе описанныхъ выше приращеній скоростей η и ωr , скорость w геометрически прирастетъ на Δw , такъ что

$$\Delta w = \Delta\eta + \omega^2 r \tau + r' \Delta\omega, \quad (18)$$

откуда

$$h = \frac{\Delta w}{\tau} = \frac{\Delta\eta}{\tau} + \omega^2 r + r' \frac{\Delta\omega}{\tau}. \quad (19)$$

Ускореніе $\frac{\Delta\eta}{\tau}$ называется *поступательнымъ*; ускореніе $\omega^2 r$ называется *центростремительнымъ*; ускореніе равное и прямопротивополож-

ное центростремительному называется *центробѣжнымъ*; ускореніе $r \frac{\Delta \omega}{\tau}$ называется *вращательнымъ*.

§ 6. Обозначая черезъ f векторъ, представляющій *центробѣжное* ускореніе, мы найдемъ изъ (16) и (19), что

$$g = j + \frac{\Delta \omega}{\tau} + r' \frac{\Delta \omega}{\tau} \sim f \sim k, \quad (20)$$

т. е. что абсолютное ускореніе представляется геометрическою суммою нижеслѣдующихъ пяти ускореній:

- 1) относительнаго ускоренія,
- 2) поступательнаго ускоренія,
- 3) вращательнаго ускоренія,
- 4) ускоренія, обратнаго центробѣжному,
- 5) ускоренія, обратнаго поворотному.

Наоборотъ

$$j = g + f + k \sim \frac{\Delta \eta}{\tau} \sim r' \frac{\Delta \omega}{\tau}, \quad (21)$$

т. е. относительное ускореніе представится геометрическою суммою пяти векторовъ:

- 1) абсолютнаго ускоренія,
- 2) центробѣжнаго ускоренія,
- 3) поворотнаго ускоренія,
- 4) ускоренія, обратнаго поступательному,
- 5) ускоренія, обратнаго вращательному.

Н. Шиллеръ (Кіевъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

О САМОСТОЯТЕЛЬНЫХЪ РАБОТАХЪ УЧЕНИКОВЪ ГИМНАЗІЙ ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМЪ НАУКАМЪ.

(Продолженіе*).

Начиная съ 5-го класса (по крайней мѣрѣ 2-го полугодія), и возрастъ и познанія наиболѣе способныхъ учениковъ можно считать достаточными для болѣе самостоятельной работы, въ которой въ началѣ можетъ преобладать качественный элементъ (многіе отдѣлы физики и космографіи), а потомъ, по мѣрѣ увеличенія математическихъ свѣдѣній, и количественный. По поводу этихъ работъ могутъ имѣть мѣсто тѣ внѣклассныя бесѣды, о которыхъ говорилось въ началѣ этой статьи.

*) См. „В. О. Ф.“ № 205.

Въ видѣ примѣра работы „качественнаго“ характера приведу „краткое изложене міеовъ, съ которыми связаны названія созвѣздій и объясненіе происхожденія зодіака“. Такъ, міеъ обѣ „Андромедѣ“, связывающій 8 (или даже 9) созвѣздій: царевна „Андромеда“, отецъ ея „Кефей“, мать „Кассіопея“, чудовище „Китъ“, выплывающій изъ „Рѣки Еридана“, чтобы пожать царевну, избавитель ея „Персей“, прилетѣвшій на „Пегасѣ“ съ „Головой Горгоны“, обращающей въ камень всѣхъ, кто на нее взглянетъ (и, пожалуй, еще „Жеребенокъ“ рядомъ съ „Пегасомъ“) — можетъ служить прекраснымъ мнемоническимъ средствомъ*). Такую же роль можетъ играть и объясненіе, данное Дюпюи зодіаку (Фламарионъ, Исторія неба). Не безъ пользы можно разобрать съ исторической точки зрѣнія міеъ о поѣздкѣ Фаэтона по небу въ колесницѣ Феба въ Метаморфозахъ Овидія и т. п. Примѣромъ работы второй степени трудности можетъ служить теорія солнечныхъ часовъ; сюда входятъ геометрическія построенія простѣйшаго вида. Вырѣжемъ изъ картона, игральной карты или даже изъ толстой бумаги прямоугольный треугольникъ, одинъ изъ острыхъ угловъ котораго равенъ географической широтѣ даннаго мѣста (Одесса $46^{\circ}29'$, Москва $55^{\circ}45'$, Петербургъ $59^{\circ}56'$), и квадратъ, изъ центра котораго проведемъ линіи, отстоящія другъ отъ друга на разстояніи 15° ($1\frac{1}{24}$ доля отъ 360°), — часовыя линіи, прорѣжемъ его отъ середины одной изъ сторонъ до центра и занумеруемъ проведенныя линіи числами, поставленными вдоль борта квадрата, такъ чтобы на концахъ часовой линіи, половина которой прорѣзана, стояло 12, а затѣмъ слѣдовали числа 1, 2, 3 и т. д. до 11 въ направленіи движенія часовыхъ стрѣлокъ; каждое число повторится два раза и будетъ находиться на концахъ одной и той же линіи. Вдвинемъ

*) Пользуясь этимъ случаемъ приведу переводъ двухъ латинскихъ стиховъ, служащихъ для запоминанія — одни зодіакальныхъ созвѣздій, а другіе — большей части созвѣздій сѣвернаго неба (названій и расположенія):

Первое:

Овенъ и Телецъ, Близнецы, морской Ракъ, Левъ, крылатая Дѣва,
Вѣсы, Скорпионъ, со Стрѣльцомъ Козерогъ, Водолей и двѣ Рыбы.

Второе:

Надъ собою несутъ:

Дельту¹⁾ Овенъ, а Персея Телецъ, Близнецы же Капеллу съ Возничимъ,
Ракъ ничего²⁾, а Медвѣдицу Львы³⁾, Волоса⁴⁾ и Боотеса Дѣва,
Змѣя Вѣсы, Скорпионъ Зміеносца, Стрѣлецъ Антиноя⁵⁾ и Лиру,
Парь козъ⁶⁾ Дельфина, Коней⁷⁾ Водолей, а царевну-Андромеду Рыбы.

1) Треугольникъ, 2) собственно, Рысь, состоящую изъ очень мелкихъ звѣздъ,
3) Большой и Малый, 4) Волоса Вероники, 5) Орелъ съ Антиноемъ, 6) Козерогъ,
7) Пегасъ и жеребенокъ.

Вотъ латинскій текстъ:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque Scorpius, Armitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Delia Aries, Perseum Taurus, Geminique Capellam,
Nil Cancer, Plaustrum Leo, Virgo Comam atque Bootem,
Libra Anguem, Anguiferum fert Scorpius, Antinoum Arcus,
Delphinum Caper, Amphora Equos, Cepheida Pisces.

треугольникъ въ разрѣзъ квадрата такъ, чтобы гипотенуза проходила черезъ центръ квадрата и была перпендикулярна къ плоскости послѣдняго, „циферблатъ“ же (сторона квадрата съ „часовыми линіями“) былъ обращенъ въ сторону того изъ острыхъ угловъ треугольника, который равенъ широтѣ мѣста. Полученный приборъ поставимъ на горизонтальную плоскость (подоконникъ) на катетъ треугольника, противолежащій углу, равному широтѣ мѣста, и при томъ такъ, чтобы плоскость треугольника была въ плоскости меридіана, а вертикальный катетъ былъ обращенъ къ сѣверу. Тогда гипотенуза окажется параллельною земной оси, плоскость квадрата параллельною плоскости экватора, и мы получимъ экваторіальные солнечные часы, годные для лѣтнаго полугодія. Время на нихъ опредѣляется совпаденіемъ тѣни отъ гипотенузы треугольника съ одной изъ начерченныхъ или промежуточныхъ воображаемыхъ часовыхъ линій на квадратѣ. Установку этой модели можно сдѣлать различными способами, а проще всего по обыкновеннымъ часамъ въ любое время дня, лишь бы солнце было не закрыто. Чтобы объяснить теорію ихъ, заставте сначала вообразить на мѣстѣ земного шара хрустальную сферу съ непрозрачными осью вращенія и плоскостью экватора; ясно, что тѣнь отъ стержня при сѣточномъ вращеніи сферы будетъ равномерно двигаться по экватору. Затѣмъ пусть сфера такого же устройства, но безъ собственнаго вращенія, будетъ помѣщена на поверхности дѣйствительнаго земного шара, причемъ ея ось параллельна оси земли; движеніе тѣни будетъ такое же. Перейти отсюда къ выше описанному прибору не потребуетъ никакихъ усилій.—Чтобы перенести циферблатъ съ плоскости, параллельной экватору, на какую-нибудь другую плоскость—горизонтальную, вертикальную, наклонную—т. е. вычертить на этой послѣдней часовыя линіи, съ которыми въ извѣстные часы будетъ совпадать тѣнь отъ гипотенузы прежняго треугольника, стоитъ только точку встрѣчи этой гипотенузы съ новымъ циферблатомъ соединить съ тѣми точками, гдѣ этотъ циферблатъ встрѣчается съ соотвѣтственными часовыми линіями прежняго, экваторіальнаго; это слѣдуетъ изъ того, что прямая (часовая линія) опредѣляется двумя точками, черезъ которыя проходитъ. Если новый циферблатъ параллеленъ гипотенузѣ, то часовыя линіи будутъ параллельны между собою и этой послѣдней.—Все это изложено съ цѣлью показать возможность исполнѣ элементарнаго объясненія дѣла; новаго тутъ ничего нѣтъ. Другую цѣлью было дать примѣръ моделированія простѣйшими средствами, что имѣетъ важное воспитательное значеніе.

Въ качествѣ примѣра третьей степени трудности можно указать на опредѣленіе впередъ на годъ или болѣе положенія планетъ, видимыхъ простымъ глазомъ. Если не претендовать на погрѣшности градусовъ до 3, то выполнить это не трудно. Въ основѣ кладется гипотеза, что земля и планеты движутся равномерно въ одной плоскости по кругамъ, въ общемъ центрѣ которыхъ расположено солнце. Для большей ясности построимъ путь Венеры на 1895 г. (построеніе—опять оговариваюсь—не новое, новымъ можно счесть только маленькое упрощеніе его, приведенное ниже).

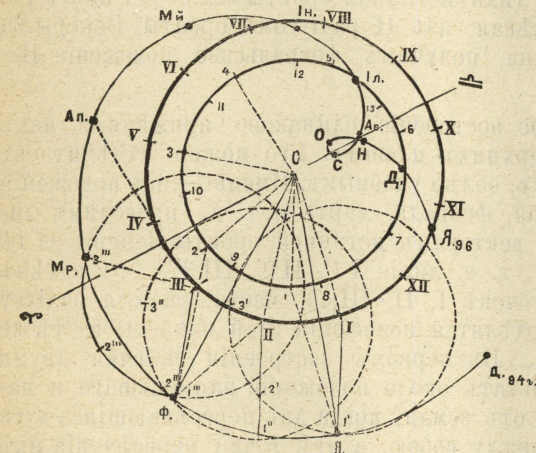
Данныя для 1 января 1895 г. новаго стиля:
отношеніе радіусовъ орбитъ земли и Венеры . . . = 1:0,723

звѣздный*) оборотъ Венеры (около солнца) . . . = 224,7 дн.
 гелиоцентрическая долгота Венеры**) = 298°54' или —61°6'
 долгота солнца = 280°52' или —79°8'
 продолжительность земного года (звѣзднаго*) . . . = 365,26 дн.

Отсюда выводимъ, что среднее мѣсячное перемѣщеніе вокругъ солнца для земли = $\frac{360^{\circ}}{12}$. . . = 30°,

а для Венеры = $\frac{360^{\circ}}{224,7} \times \frac{365,26}{12}$. . . = 48°46'.

Начертимъ (фиг. 25) изъ центра С двѣ окружности, радіусы которыхъ относились бы какъ 1 къ 0,7, и пусть сначала С означаетъ солнце,



Фиг. 25.

большая изъ двухъ концентрическихъ окружностей означаетъ путь земли, а меньшая путь Венеры около солнца. Пусть на второй изъ этихъ окружностей точки 1, 2, 3, . . . означаютъ послѣдовательныя положенія Венеры 1 января, къ началу февраля (именно—31 января, через $\frac{1}{12}$ года или 30,44 дней послѣ 1-го янв.), въ началѣ марта (именно — 3-го, т. е. через новые 30,44 дн.) и т. д., а на первой окружности точки VII, VIII, IX и т. д., означаютъ положенія земли въ тѣ же самыя сроки; положенія Венеры отстоятъ одно отъ другого, непосредственно слѣдующаго, на 48°46', а положенія земли отдѣляются каждое отъ сосѣдняго на $\frac{1}{12}$ часть окружности, т. е. на 30°. Такъ опредѣляются истинныя положенія Венеры; чтобы опредѣлить видимыя положенія, т. е. усматриваемыя съ земли, предполагаемой неподвижной и находящейся въ центрѣ С, замѣчаемъ, во 1-хъ, что при перенесеніи земли въ С, прежняя орбита земли, будетъ видимою орбитою солнца, положенія же на ней этого свѣтила будутъ діаметрально противоположны соответствующимъ положеніямъ земли при первоначальномъ предположеніи, т. е. 1-го января солнце будетъ въ точкѣ I, къ февралю—въ II, въ началѣ марта—въ III и т. д., и во 2-хъ, что орбита Венеры при этомъ переносится параллельно самой себѣ, имѣя центромъ своимъ положенія солнца въ I, II, III и т. д. (такъ радіусъ С I послѣдовательно принимаетъ положенія I I', II I'', III I'''). На основаніи этого очевидно, что въ

*) Беремъ звѣздный, а не тропическій оборотъ, чтобы не затрагивать вопроса о прецессіи.

**) Въмѣсто долготы, считаеваемой по орбитѣ, что въ данномъ случаѣ безразлично.

январѣ Венера занимаетъ *относительно земли* (находящейся въ С) положение, отмѣченное буквою Я (оно же отмѣчено и цифрою 1'), въ февралѣ—положение, отмѣченное букв. Ф (оно же 2"), въ мартѣ—отмѣченное букв. Мр. (оно же 3") и т. д. Описанный здѣсь приемъ обыкновенно употребляется для объясненія движенія планетъ по гипотезамъ Птолемея и Тихо-Браге. Построение можетъ быть упрощено; именно нѣтъ надобности описывать окружностей около видимыхъ положеній солнца (видимыя орбиты планеты). Возьмемъ январскія положенія: видимое солнца (I), истинное и видимое положеніе Венеры (1 и 1') и соединимъ прямыми точки С и I, I и 1', 1' и 1, 1 и С; получится параллелограммъ, въ которомъ вершина 1' (или Я) опредѣляетъ *видимое положеніе* планеты, чтобы получить его, достаточно сдѣлать засѣчку циркулемъ изъ точки I радіусомъ орбиты Венеры (С 1 или I 1'), а изъ точки 1 радіусомъ видимой орбиты солнца (или истинной орбиты земли С 1 или 1 1'); подобнымъ же образомъ, засѣкая изъ II радіусомъ орбиты Венеры, а изъ 1 радіусомъ орбиты солнца, получимъ февральское положеніе Венеры Ф и т. д.*).

Очевидно, что описанное построеніе одинаково примѣнимо, какъ для нижнихъ, такъ и для верхнихъ планетъ. Его можно замѣнить въ нѣкоторыхъ случаяхъ другимъ, болѣе удобнымъ. Именно—изъ положеній солнца I, II, III,... для января, февраля, марта и т. д. проводимъ линіи, параллельныя радіусамъ векторамъ истинной орбиты Венеры за тѣ же времена С 1, С 2, С 3,..., т. е. линіи I 1', II 2', III 3',... и затѣмъ откладываемъ на нихъ отъ точекъ I, II, III,... части, равныя радіусу орбиты Венеры, чѣмъ и опредѣлится положенія этой планеты за тѣ же моменты времени Я, Ф, Мр.... Въ первомъ построеніи засѣчки двумя дугами даютъ неясный результатъ около положеній наименьшаго и наибольшаго удаленія планеты отъ земли, когда двѣ пересекающіяся дуги стремятся къ соприкасанію между собою, а двѣ точки пересѣченія ихъ сближаются такъ, что легко ошибиться въ выборѣ той, которая опредѣляетъ положеніе планеты; второй способъ свободенъ отъ этого недостатка; его легко примѣнять, пользуясь для проведенія параллельныхъ линій треугольникомъ и линейкой.

Исходныя положенія Солнца и Венеры, (которые пока мы считали произвольными),—въ нашемъ случаѣ положенія для 1 января—опредѣляются вышеприведенными долготами этихъ свѣтилъ. Проведя на чертежѣ линію $\gamma C \hat{=}$ осенняго и весенняго равноденствія, откладываемъ

*) Составляя параллелограммъ С I 1' 1 изъ стержней, соединенныхъ шарнирами, получимъ приборъ, помощью котораго можно механически получить тѣ же величины (разстоянія планеты отъ земли и долготы ея), что и вышеописаннымъ построеніемъ. Этотъ же приборъ можетъ служить для демонстраціи Птолемеевой гипотезы и выясненія видимаго движенія планетъ, особенно, если помощью зубчатыхъ колесъ или иначе заставить радіусы С I и С 1 имѣть одновременныя угловыя перемѣщенія относящіяся между собою какъ 224:365 (продолжительности звѣздн. или тропич. оборотовъ Венеры и земли). Несложнымъ приспособленіемъ можно даже заставить точки I и 1 описывать эллипсы, лежащіе въ разныхъ плоскостяхъ; а получаемую долготу и широту механически переводить въ прямое восхожденіе и склоненіе. Впрочемъ, полагаю, можетъ имѣть интересъ только приборъ болѣе простого устройства съ цѣлью классныхъ демонстрацій.

на ней уголъ $\gamma CI = -79^\circ$ для опредѣленія январскаго положенія солнца и уголъ $\gamma CI = -61^\circ$ для опредѣленія январскаго гелиоцентрическаго положенія Венеры. Остальныя положенія этихъ свѣтилъ получаютъ легко, какъ показано выше.

Разъ чертежъ построенъ, изъ него безъ труда опредѣляется какъ общій характеръ движенія, такъ и въ частности для начала каждаго мѣсяца:

- 1) разстоянiе Венеры отъ земли (С Я, С Ф, С Мр,...),
- 2) геоцентрическая долгота планеты (γ С Я, γ С Ф, γ С Мр,...) и
- 3) элонгация планеты (угловое разстоянiе ея отъ солнца), опредѣляющее продолжительность видимости планеты ночью, время восхода и заката ея, а также утреннею или вечернею звѣздою она является (Я С I, Ф С II, Мр С III,...).

Вмѣстѣ съ этимъ на томъ же чертежѣ ясно видно и истинное положенiе земли и планеты (относительно солнца, предполагаемаго въ точкѣ С).

Для оцѣнки точности предложеннаго способа приведемъ для сравненiя двѣ таблицы, изъ которыхъ въ первой данныя взяты изъ *Connaissance des temps*, а во второй опредѣлены по выше описанной гипотезѣ.

Табл. I (данныя взяты изъ *Conn. des temps*).

Время по ново- му стилю	Разстояніе Венеры отъ земли	Гелиоцентр. долгота Ве- неры	Геоцентр. долгота Ве- неры	Долго- та солнца	Элонгація Ве- неры (углов. разстоян. отъ солнца)		Примѣчанія.
					Въ дугѣ	Во врем.	
1895 года:					Къ вост. отъ ☉		(1) 11 Юля Венера дости- гаетъ наибольшаго угло- вого удаленія отъ солнца 45°31' (3 ч. 2 м.) къ вост.
1 Января (Я)	1,691	298°54'	288°32'	280°52'	7°40'	31 м.	
31 Января (Ф)	1,635	346°24'	326°10'	311°24'	14°46'	59 м.	
3 Марта (Мр)	1,539	35°48'	4°46'	342°41'	22°05'	1 ^{ч.} 28 м.	
2 Апрѣля (Ап)	1,363	84°01'	41°34'	12°29'	29°05'	1 ^{ч.} 56 м.	
3 Мая (Мй)	1,223	134°17'	78°42'	42°46'	35°56'	2 ^{ч.} 24 м.	(2) 28 авг. Венера оста- навливается относ. звѣздъ, имѣя долг., близк. къ 184°
2 Юня (1н)	1,009	182°59'	113°19'	71°39'	41°40'	2 ^{ч.} 47 м.	
3 Юля (Іл)	0,743	232°48'	146°33'	101°15'	45°18'	3 ^{ч.} 1 м.	(3) 18 сент. Венера въ ниж- немъ соедин. съ солнцемъ.
2 Августа (Ав)	0,514	280°25'	173°05'	129°53'	(1) 43°12'	2 ^{ч.} 53 м.	
2 Сентября (С)	0,317	329°26'	183°37'	159°44'	(2) 23°53'	1 ^{ч.} 36 м.	(4) 10 октября опять стояніе Венеры относит. звѣздъ, при долг. ея = = 167°57'.
2 Октября (О)	0,303	17°07'	169°16'	189°1'	(3) 19°45'	1 ^{ч.} 19 м.	
1 Ноября (Н)	0,471	65°10'	176°03'	218°49'	Къ западу отъ ☉ 41°46'	2 ^{ч.} 47 м.	
2 Декабря (Д)	0,700	115°17'	203°22'	250°5'	(5) 46°43'	3 ^{ч.} 7 м.	(5) 29 ноября Венера снова достигаетъ на- ибольшаго углового уда- ленія отъ солнца 46°45' (3 ч. 7 м.) къ зап.
1896г. 1 Января (Я ₉₆)	0,923	164°1'	236°30'	280°37'	44°07'	2 ^{ч.} 56 м.	

Примѣч. Точнѣе приведенныя въ 1-омъ столбцѣ числа опредѣляются слѣдующимъ образомъ:

1 Января,	2,76 Мая,	1,52 Сентября,	1,28 Января
31,44 Января,	2,20 Июня,	1,96 Октября,	1896 года.
2,88 Марта,	2,64 Июля,	1,40 Ноября,	—
2,32 Апрѣля,	2,08 Августа	1,84 Декабря,	—

Табл. II (вычисленная по круговой гипотезѣ).

Время по ново- му стилю	Расстояніа Венеры отъ земли	Гелиоцентр. долгота Ве- неры	Геоцентр. долгота Ве- неры	Долго- та солнца	Элонгація Венеры		Примѣчанія.
					Въ дугѣ	Во врем.	
1895 года:							
1 Января (Я)	1,703	298°54'	288°25'	280°52'	Къ вост. отъ ☉ 7°33'	30 ^{м.}	(1) Наибольш. элонгація 46°20' (3ч. 5м.) къ вост. Ве- нера достигаетъ 12 іюля.
31 Января (Ф)	1,638	347°40'	326°12'	310°52'	15°20'	1 ^{ч.} 1 ^{м.}	
3 Марта (Мр)	1,530	36°26'	3°45'	340°52'	22°53'	1 ^{ч.} 32 ^{м.}	
2 Апрѣля (Ап)	1,380	85°12'	41°6'	10°52'	30°14'	2 ^{ч.} 1 ^{м.}	(2) Первое стояніе Вене- ры 28 августа при долго- тѣ планеты 187°40'.
3 Мая (Мй)	1,202	133°58'	77°47'	40°52'	36°55'	2 ^{ч.} 28 ^{м.}	
2 Іюня (Ін)	0,992	182°44'	113°26'	70°52'	42°34'	2 ^{ч.} 50 ^{м.}	(3) Нижнее соединеніе Вен. съ солнцемъ 20 сент.
3 Іюля (Іл)	0,762	231°30'	146°54'	100°52'	46°2'	3 ^{ч.} 4 ^{м.}	
2 Августа (Ав)	0,527	280°16'	175°7'	130°52'	(1) 44°15'	2 ^{ч.} 57 ^{м.}	(4) Второе стояніе Вене- ры 13 октября при долго- тѣ ея 170°48'.
2 Сентября (О)	0,328	329°2'	187°45'	160°52'	(2) 26°53'	1 ^{ч.} 48 ^{м.}	
2 Октября (О)	0,295	17°48'	173°41'	190°52'	(3) Къ западу отъ ☉ 17°11'	1 ^{ч.} 9 ^{м.}	
1 Ноября (Н)	0,473	66°34'	178°42'	220°52'	(4) 42°10'	2 ^{ч.} 49 ^{м.}	(5) Второй максимумъ элонгаціи Венеры 46°20' (3 ч. 5 м.) къ западу 30-го ноября.
2 Декабря (Д)	0,705	115°20'	204°34'	250°52'	(5) 46°18'	3 ^{ч.} 5 ^{м.}	
1896г. 1 Янв. (Я ₉₆)	0,934	164°6'	237°7'	280°52'	43°45'	2 ^{ч.} 55 ^{м.}	

Послѣдняя таблица получена путемъ вычисленій, но графическій путь даетъ такіе же результаты (до 1°). Чертежъ можетъ быть не болѣе четвертушки бумаги.

Для тѣхъ изъ молодыхъ читателей „Вѣстника О. Ф. и Эл. М.“, которые пожелали бы испытать свои силы въ опредѣленіи положенія другихъ планетъ, легко видимыхъ простымъ глазомъ, за 1895 годъ, выписываемъ данныя.

Среднее разстояніе отъ солнца, принимая			
также разстояніе земли за единицу . .	1,524	5,203	9,539
Гелиоцентрическая долгота планеты 1-го			
Января 1895 г. новаго стиля	68°0'	92°4'	210°21'

Для лицъ, знающихъ тригонометрію, было бы не безынтереснымъ произвести систематическія вычисленія (рѣшеніе треуг-ка по двумъ сторонамъ и углу между ними), которыя, при полной неопытности вычислителя, потребуютъ, вѣроятно, не болѣе 3—5 часовъ для каждой пла-

неты, если ограничиться 4-мя цифрами въ числахъ и минутами въ дугахъ.

Понятно, что вычисленіе положеній планетъ только тогда будетъ имѣть интересъ, когда послѣдующими наблюденіями мы сравнимъ результаты вычисленій съ дѣйствительностью. При этомъ также не потребуются никакихъ сложныхъ приборовъ: небесныя разстоянія прекрасно мѣряются (съ грубымъ приближеніемъ, конечно, но вполне достаточнымъ для данной цѣли) *вершиками вытянутой руки*. Если отодвигать всегда при измѣреніи руку приблизительно на одно и то же разстояніе отъ глаза, то вершокъ (немного менѣе первыхъ двухъ суставовъ указательнаго пальца) будетъ захватывать на небѣ всегда одно и то же приблизительно число градусовъ (около 9°). Приемы измѣренія пояснимъ на двухъ примѣрахъ. Обративши вниманіе въ декабрь 1894 года на Юпитера, замѣтили, что онъ находится отъ звѣзды β Возничаго на разстояніи, равномъ разстоянію между этой звѣздой и ϑ того же созвѣздія, именно на $1\frac{1}{3}$ вершка, а разстояніе его отъ этой звѣзды ϑ составляетъ $1\frac{1}{2}$ вершка. Чтобы опредѣлить положеніе Юпитера на звѣздной картѣ, достаточно помощью циркуля построить равнобедренный треугольникъ, 2-ми вершинами котораго служили бы звѣзды β и ϑ Возничаго, а третьей—точка на эклиптикѣ или близъ нея, отстоящая отъ β на такое же разстояніе, какъ и ϑ (при чемъ нѣтъ надобности знать, сколько градусовъ въ этомъ разстояніи), а отъ ϑ на длину, относящуюся къ первой, какъ $1\frac{1}{2}$ къ $1\frac{1}{3}$ *).—Другой примѣръ. Замѣчено, что разстояніе радужнаго столба отъ ближняго къ нему края солнца таково, что между ними помѣщается длина всей кисти вытянутой руки. Измѣреніемъ опредѣлено, что длина кисти 22 сантиметра, а разстояніе ея отъ глаза при вытянутой рукѣ = 62 сантим. Каково угловое разстояніе столба отъ центра солнца? Угловое разстояніе между краемъ солнца и столбомъ = $2 \arcsin (22/62) = \arcsin 0,18 = 21^\circ$; прибавляя сюда угловую величину радіуса солнца, т. е. $\frac{1}{4}^\circ$, получимъ $21\frac{1}{4}^\circ$, приближеніе очень достаточное, такъ какъ дѣйствительная величина = $21^\circ 50'$.

Карты неба имѣютъ координатами прямое восхожденіе и склоненіе; поэтому при опредѣленіи на картѣ мѣста планеты, вычисленнаго по вышеописанному способу, придется переводить найденную долготу въ экваторіальныя координаты. Простѣйшій приемъ—принять долготу равной прямому восхожденію, что увеличить прежнюю ошибку градуса на 2. Если желаемъ болѣе точности, то можно примѣнить графическій, механический способъ или дать таблицу, въ родѣ слѣдующей: Въ ней L означаетъ долготу различныхъ точекъ эклиптики, α прямое восхожденіе, δ —склоненіе этихъ точекъ; если долгота превышаетъ данную въ таблицѣ на 180° , на столько же слѣдуетъ увеличить и данное въ табл. прямое восхожденіе, а у склоненія перемѣнить знакъ $+$ на $-$.

*) Можно было бы также разсматривать и прямоугольный треугольникъ, вершинами котораго служили α Ориона, γ Влизнецовъ и Юпитеръ.

Таблица III.

L	α	δ	L
0°	0°	0°	180°
10°	9°11'	3°58'	170°
20°	18°28'	7°49'	160°
30°	27°55'	11°29'	150°
40°	37°35'	14°49'	140°

L	α	δ	L
50°	47°33'	17°45'	130°
60°	57°49'	20°10'	120°
70°	68°22'	21°58'	110°
80°	79°7'	23°4'	100°
90°	90°	23°27'	90°

Принимая во вниманіе долготу восходящаго узла планеты (для Венеры 75°47') и наклонность ея орбиты (для Венеры 3°24'), можно сдѣлать болѣе точные выводы, а сверхъ того и нѣкоторыя дополнителныя разсужденія. Такъ, относительно Венеры видимъ, что 18 сентябрю не можетъ случиться ея прохожденія черезъ дискъ солнца, такъ какъ планета пройдетъ значительно южнѣе его.

Изъ другихъ работъ по астрономіи укажемъ на графическое опредѣленіе главныхъ моментовъ лунныхъ затмѣній (показано между проч. въ курсѣ проф. Шарнгорста), рѣшеніе задачъ по сферической астрономіи главнымъ образомъ на суточное движеніе свѣтилъ (напр., время видимости въ теченіи года Сириуса и др. звѣздъ, восхода и заката свѣтилъ, продолжительности длиннѣйшаго дня и мн. др.); задачи эти легко рѣшаются посредствомъ небеснаго глобуса или вмѣсто него инструментомъ въ родѣ армиллярной сферы, состоящимъ изъ системъ круговъ съ 2-мя различными осями вращенія; ихъ не особенно трудно приготовить изъ картона, если равнѣе будетъ сдѣланъ шаблонъ для дѣленія круговъ на градусы и часы.

Еще можно указать на работы съ гномономъ, настолько простыя, что производились за много лѣтъ до Рождества Христова въ качествѣ первыхъ попытокъ небесныхъ измѣреній; гномономъ можетъ служить картонный конусъ вершка 1½—2 вышиною. Опредѣленіе широты мѣста, наклонности эклиптики, направленія меридіана, отклоненія отъ него магнитной стрѣлки и мн. др.—все это можетъ представить нѣкоторый интересъ.

С. Полянскій (Симбирскъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ ЛЕКЦІЯ

ВВОДНАГО КЪ ПРАКТИЧЕСКИМЪ ЗАНЯТІЯМЪ КУРСА

ФИЗИКИ,

читанная приватъ-доцентомъ В. Лермантовымъ въ СПБ. университетѣ въ 1894/95 учебномъ году.

Цѣль нашего курса: своевременно сообщить вамъ тѣ основныя свѣдѣнія изъ физики, которыя необходимы, чтобы во второмъ семетрѣ вы могли сознательно приняться за начальныя занятія по практической физикѣ. Чтеніе общаго курса физики растягивается у насъ обыкновенно на четыре первые семестра, а начало практическихъ занятій неудобно откладывать такъ долго: на третьемъ курсѣ уже остается мало свободного времени, иному приходится „догонять“ своихъ болѣе успѣвшихъ товарищей по тому или другому предмету, другой начинаетъ увлекаться какой либо спеціальностью, и на нее тратитъ все лишнее время, нѣкоторые же просто начинаютъ утомляться умственной работою. Кромѣ того, въ такомъ случаѣ свѣдѣнія, почерпнутыя изъ практическихъ занятій, не могли бы способствовать удачному ходу важныхъ для каждого студента полукурсовыхъ экзаменовъ. По этому-то у насъ обыкновенно приступающіе къ практическимъ занятіямъ не имѣютъ еще достаточной подготовки по всѣмъ отдѣламъ, вслѣдствіе чего часть этихъ занятій не приноситъ имъ всей возможной пользы.

Каково же будетъ содержаніе и характеръ нашего курса? Чѣмъ будетъ онъ отличаться отъ „физики“, которую вы „учили“ въ гимназій и отъ курсовъ, которые вамъ предстоитъ еще прослушать въ университетѣ?

Въ гимназіяхъ наукамъ „учать“: въ учебникахъ выбраны изъ огромнаго запаса научныхъ фактовъ тѣ, которые считаются самыми основными и необходимыми для всякаго образованнаго человѣка, и могутъ быть разъяснены помощью запаса знаній, предполагаемаго усвоеннымъ каждымъ добропорядочнымъ гимназистомъ къ началу изученія даннаго предмета. Изъ этого выбора фактовъ учитель обыкновенно еще многое исключаетъ, и старается посредствомъ разъясненій, спрашиванія уроковъ и упражненій достигнуть того, чтобы его ученики „усвоили“ себѣ хотя бы оставленное. Большинство учениковъ и не думаетъ заглядывать за предѣлы того, что учитель „отмѣтилъ“, а о томъ, какъ были добыты сообщаемые научные факты, лишь очень рѣдко идетъ рѣчь и въ самыхъ учебникахъ. Вѣдь цѣлью гимназическаго обученія и не считается приготовленіе ученыхъ, двигателей науки; достаточно, если гимназистъ можетъ поступать по указанному и исполнять упражненія, которымъ его научили. Другими словами, гимназія выпускаетъ ученика „in statu pupillari“, умѣющимъ дѣлать, какъ его научили, а вовсе не подготовленнымъ самостоятельно дѣйствовать на поприщѣ науки, — не „мастеромъ“ и даже не „подмастерьемъ“ науки, а только „ученикомъ“ общеобразовательнаго цѣха.

Университетское ученіе имѣетъ иную цѣль, и пользуется нѣсколькими иными средствами. Оно имѣетъ дѣло уже не съ дѣтьми, а со зрѣлыми

молодыми людьми; поэтому здѣсь науки только „преподаютъ“, изучать же ихъ предоставляется самимъ слушателямъ. Репетицій нѣтъ, а періодическіе экзамены имѣютъ главною цѣлю удостовѣриться, согласны ли съ дѣйствительностью выдаваемые свидѣтельства о знаніи разныхъ предметовъ. На лекціяхъ сообщаютъ не только факты разныхъ наукъ, но и способы, которыми факты эти добыты. Какъ отдѣльныя заключенія, такъ и цѣлыя теоріи преподаваемыхъ наукъ подвергаются разбору и критикѣ, чтобы слушатели могли сами судить о степени ихъ достовѣрности, и научались сами добывать научныя истины, какъ изъ литературныхъ источниковъ, такъ и изъ собственного опыта.

Уже давно количество научныхъ истинъ и фактовъ стало такъ велико, что четырехъ годовъ университетскаго ученія не хватаетъ для того, чтобы въ достаточной мѣрѣ овладѣть этими свѣдѣніями, хотя бы по одной только специальности. Однако студентъ, кончающій курсъ и незнакомый съ тѣмъ, какъ „дѣлаютъ науку“, не попробовавъ немного своихъ силъ на этомъ поприщѣ, напрасно потерялъ свое время: принявшись прямо съ гимназической скамьи за практическую дѣятельность онъ, пожалуй, больше бы выигралъ въ жизни, чѣмъ одно полученіе диплома. Дѣйствительно, научные факты, изучаемые въ университетѣ, сами по себѣ мало примѣнимы къ жизни, примѣнимо только умѣнье самостоятельно изслѣдовать вопросы, приобретаемое этимъ изученіемъ, потому что умѣнье это одинаково можетъ служить какъ въ наукѣ, такъ и въ практической жизни.

Другими словами, въ университетѣ изучается не одна казовая сторона науки, но и ея сторона „закулисная“; студенты посвящаются во всѣ ея „тайнства“, имъ показываютъ всѣ ея пути. Поэтому они становятся какъ бы „подмастерьями“ ученаго цѣха; чтобы сдѣлаться „мастерами“ имъ остается только самостоятельнымъ трудомъ приобрести большую опытность, для чего необходимы, конечно, охота, время и достаточныя прирожденные способности.

Это-то знаніе путей, по которымъ доходятъ до истины, и составляетъ силу людей, прошедшихъ университетскій курсъ. Въ жизни болѣею частью приходится дѣйствовать по рутинѣ, „какъ дѣды и отцы“, но обстоятельства мѣняются, и весьма не рѣдко рутинные приемы то тутъ, то тамъ оказываются уже не удовлетворяющими требованіямъ: приходится искать, въ чемъ причины неполадки и чѣмъ помочь горю. Тутъ-то и можетъ пригодиться умѣнье производить научныя изслѣдованія; въ дѣйствительности способные люди съ университетскимъ образованіемъ чаще оказывались въ такихъ случаяхъ на высотѣ своего призванія, чѣмъ люди малообразованные.

Въ частности, физика вся построена была примѣненіемъ методовъ математики къ разработкѣ данныхъ опыта, поэтому и всякій желающій основательно изучить этотъ предметъ долженъ усвоить себѣ и математику и умѣнье производить опыты. Для перваго приходится посѣщать и изучать математическія лекціи, не упуская сколь можно болѣе упражняться въ рѣшеніи задачъ и повтореніи выводовъ, а второе изучается лишь отчасти на лекціяхъ физики, сопровождаемыхъ опытами, гдѣ узнаются факты этой науки, но главнымъ образомъ собственнымъ упражненіемъ въ лабораторіи и чтеніемъ авторовъ.

Главное значеніе лекцій для студента заключается въ обязательности ихъ программы. Когда гимназистъ, только что покинувшій школьную скамью, возьметъ въ руки книгу по одному изъ университетскихъ предметовъ и станетъ любопытствовать, ему сейчасъ прійдетъ въ голову сомнѣніе: „что-то трудно понимается это мѣсто, стоитъ ли надъ нимъ голову ломать? можетъ быть это не нужно, можетъ быть учитель его бы вычеркнулъ“. Но все, что сказано на лекціи, этимъ самымъ признано „нужнымъ“, какъ вслѣдствіе авторитета профессора, такъ и по одному тому, что изъ этого будутъ экзаменовать. Для самаго же изученія предмета конечно наибольшее значеніе имѣютъ лекціи, сопровождаемыя опытами и демонстраціями описываемыхъ предметовъ: эти лекціи, очевидно, не замѣнимы никакой книгой. Въ особенности въ физикѣ, многія явленія изъ отблговъ свѣта, электричества и акустики совершенно неусвояемы, если ихъ не видѣть или не слышать.

Такъ называемый „академическій“ способъ преподаванія, т. е. чтеніе лекцій и слушаніе ихъ, былъ введенъ въ тѣ времена, когда книгъ было мало, и тогда польза его была вѣтъ всякаго сомнѣнія. Теперь же, если профессоръ напечаталъ свой курсъ, всякій можетъ прочитать его самъ; поэтому часто говорятъ: зачѣмъ же я буду ходить на лекціи? Истинный отвѣтъ на этотъ вопросъ немного щекотливаго характера: прочитать напечатанный курсъ дѣйствительно можетъ всякій, да всякій ли прочитаеъ „сегодня“ сегодняшнюю порцію такого курса? Вѣдь первая радость окончившаго гимназію заключается въ томъ, что исчезъ гнетъ непрестанной необходимости готовить къ завтраму географію для „Павла Христофоровича“ и латинскій для „Владимира Михайловича“. А университетская учеба настолько богаче фактами гимназической, что усиленными трудами къ экзамену, безъ работы въ году, ее не всякій можетъ осилить: для этого надо необыкновенную память и способность къ усиленному труду. Работая же постоянно и не боясь „вникать“, всякій сколько нибудь способный студентъ можетъ заинтересоваться изучаемыми предметами и легко усвоить ихъ. Въ этомъ отношеніи особенно важно регулярное посѣщеніе математическихъ лекцій: эти предметы такъ систематичны, что пропустившій одну только лекцію часто уже не можетъ понять, о чемъ идетъ рѣчь въ слѣдующей. Особенность математическаго способа мышленія заключается въ замѣнѣ непосредственнаго логическаго мышленія готовыми рѣшеніями: формулами и теоремами. Для этого пользуются особымъ сложнымъ языкомъ знаковъ, формулъ и условныхъ выраженій. Стоитъ только пропустить объясненіе новаго такого выраженія, и дальнѣйшее изложеніе предмета станетъ непонятнымъ.

Вообще можно принять за статистическій фактъ, что слушанье лекцій легче чтенія книги для лицъ, не утратившихъ еще способности вниманія, хотя необладающихъ этой способностью въ достаточной степени довольно много.

Если опыты на лекціяхъ много способствуютъ усвоенію курса физики, то собственные опыты учащихся должны еще больше подвигать ихъ къ этой цѣли. Нѣтъ никакой основательной причины откладывать эти занятія до прохожденія всего курса физики, но, очевидно, объясненія должны идти впередъ, иначе надо будетъ дѣлать опыты, еще не

зная, для чего и зачѣмъ. Выборъ фактовъ для этихъ объясненій и самое изложеніе должны быть нѣсколько иные, чѣмъ для настоящихъ курсовъ физики; въ этихъ послѣднихъ критеріумомъ знанія служить экзаменъ, приваровленный къ содержанію курса, здѣсь же наступаетъ самоэкзаменованіе, когда вамъ въ руки попадутъ приборы и надо будетъ знать, что съ ними дѣлать. На экзаменѣ можно обойтись и съ поверхностнымъ знаніемъ, тогда какъ здѣсь надо будетъ, съ одной стороны, понимать значеніе предлагаемаго опыта, а съ другой: точно и подробно знать устройство прибора, методы наблюденія и вычисленія результатовъ, чтобы довести свою работу до благополучнаго конца. За то много фактовъ науки могутъ оставаться незатронутыми, такъ какъ они не имѣютъ прямого отношенія къ небольшому числу опытовъ, выбранныхъ для нашего начальнаго курса практической физики.

Вслѣдствіе всего этого курсъ нашъ будетъ состоять изъ краткаго обзора всѣхъ отдѣловъ физики, изложеннаго въ духѣ университетскаго преподаванія, съ болѣе подробнымъ изложеніемъ тѣхъ статей, по которымъ будутъ вамъ предложены опыты во II и III семестрахъ. Курсъ этотъ будетъ излишнимъ для тѣхъ, кто не предполагаетъ принимать участіе въ этихъ необязательныхъ занятіяхъ, но его нужно знать желающимъ въ нихъ участвовать. Поэтому я предполагаю ввести такое новшество: Вамъ будутъ впередъ розданы листки, содержащіе конспектъ лекцій и математическіе выводы, въ нихъ встрѣчающіеся. Желающіе могутъ впередъ прочитать этотъ конспектъ; по краткости изложенія многое останется непонятнымъ, но вниманіе уже будетъ обращено на эти непонятныя мѣста. Если на лекціи они не будутъ достаточно разъяснены, я прошу не стѣсняясь обращаться ко мнѣ съ вопросами. Было бы весьма желательно обратить лекціи въ собесѣдованія, но главнымъ препятствіемъ для этого служитъ трудность ставить вопросы для слушающихъ. Спросить удобно только тогда, когда сознаемъ, чего именно не понимаемъ, или въ чемъ сомнѣваемся. А это уже почти то же, что и пониманіе вопроса. Когда же въ головѣ все смутно, не знаешь какъ и спросить. Поэтому, когда собесѣдующихъ много, задавать вопросы станутъ лишь немногіе, обладающіе болѣе быстрымъ пониманіемъ, а болѣе слабые станутъ молчать, хотя имъ-то и нужна помощь. Чтеніе конспекта передъ лекціею можетъ облегчить постановку вопросовъ, а помѣщеніе математическихъ выводовъ „in extenso“ позволить не повторять ихъ на доскѣ и тѣмъ выиграть время.

Когда въ теченіи I семестра большая часть курса будетъ уже пройдена, во II семестрѣ можно будетъ приступить къ самымъ практическимъ занятіямъ. Система этихъ занятій выработана у насъ самостоятельно, они начались въ нашемъ университетѣ въ 1865 году, когда и за границею существовали только практическія занятія для подготовленныхъ специалистовъ, а вести ихъ параллельно съ общимъ курсомъ физики никто еще не думалъ. Инициатива этого дѣла принадлежитъ всецѣло проф. О. О. Петрушевскому. Въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ выработалась у насъ слѣдующая система: въ лабораторіи выставляется рядъ подготовленныхъ приборовъ, съ помощью которыхъ начинающіе могутъ продѣлать нѣсколько задачъ, выбранныхъ изъ числа самыхъ основныхъ опытовъ физики. Чтобы дать возможность заниматься многимъ въ срав-

нительно небольшой лабораторіи, каждый опытъ предназначается для двоихъ одновременно работающихъ студентовъ, и каждому предлагается приходить разъ въ недѣлю, часа на 2 или на 3. Опыты такъ подобраны, что каждый изъ нихъ можно свободно кончить въ этотъ промѣжутокъ времени, если только не случится какой либо особенной неудачи. Такимъ образомъ можно было дать возможность заниматься двумъ-стамъ студентамъ въ полугодіе (до 50 одновременно), причемъ въ среднемъ каждый успѣвалъ сдѣлать около 10 работъ. Такъ какъ всѣ приготовленные приборы бывають каждый разъ въ ходу, то пришлось завести журналъ, гдѣ каждый записывалъ впередъ, какой приборъ онъ выбираетъ на слѣдующій разъ. Вычисленные результаты записываются въ другой журналъ, гдѣ каждому отведено по листу; сдѣлать только одни наблюдения почти бесполезно: надо умѣть и „интерпретировать“ ихъ надлежащимъ образомъ. Инструкціи для опытовъ этихъ изложены подробно въ особыхъ литографированныхъ запискахъ; онѣ содержатъ часто такія подробности, которымъ не мѣсто и на специальныхъ лекціяхъ, но передъ самымъ производствомъ опыта, когда приборъ передъ глазами и про него надо узнать всякую мелочь, такія подробности прочтетъ всякій, желающій довести свою работу до конца. Главною же цѣлью лекцій нашихъ будетъ дополнить содержаніе этихъ записокъ общими свѣдѣніями, дающими возможность оцѣнить значеніе дѣлаемыхъ опытовъ въ ряду другихъ фактовъ физики.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Механическіе законы мутныхъ жидкостей и туманныхъ газовъ. Garcia de la Cruz установилъ слѣдующій законъ: однородная и достаточно жидкая смѣсь жидкости съ твердымъ порошкообразнымъ тѣломъ производить такое же механическое дѣйствіе, какъ жидкость, плотность которой равна частному отъ дѣленія суммы всѣхъ массъ, составляющихъ мутную жидкость, на сумму ихъ объемовъ. Это частное онъ называетъ средней плотностью. Справедливость этого закона доказывается слѣдующимъ образомъ: если въ оба колѣна двухколѣнной трубки съ краномъ въ перегибѣ налить такихъ мутныхъ жидкостей столько, чтобы произведенія средней плотности на высоту жидкости въ каждомъ колѣнѣ были равны, то равновѣсіе не нарушится, если открыть кранъ; съ другой стороны, опытъ показываетъ, что вычисленная средняя плотность такой смѣси и плотность опредѣленная денсиметромъ одинаковы.

Найденнымъ закономъ объясняются такіе опыты:

1) если изъ спирта и воды приготовить такую смѣсь, въ которой невулканизированный каучукъ тонетъ и всыпать туда болѣе плотнаго порошку, напр., сѣрнистого барита, то каучукъ всплыветъ и будетъ держаться на поверхности, пока порошокъ не осадеть;

2) если приготовить такой растворъ селитры, въ которомъ асфальтъ плаваетъ и всыпать туда болѣе легкаго порошку, напр., нафталину, то асфальтъ потонетъ.

На основаніи вышеуказаннаго закона къ смѣсямъ жидкостей съ жидкими и твердыми тѣлами приложимы такія формулы:

$$\frac{V}{V'} = \frac{D'' - D'}{D - D''} \text{ и } \frac{P}{P'} = \frac{D}{D'}, \frac{D' - D''}{D'' - D}.$$

(P —вѣсъ, V —объемъ, D —плотность, D'' —средняя плотность), по которымъ можно опредѣлять отношеніе объемовъ и отношеніе вѣсовъ составныхъ частей смѣси.

Вышеуказанный законъ приложимъ также къ газамъ, къ которымъ подмѣшаны жидкія или твердыя пылеобразныя частицы. (Révue Scient. № 9).

К. Смоличъ (Умань).

ЗАДАЧИ.

№ 170. Показать, что

$$\operatorname{tg} a = a + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2} + 2 \operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2} + 2^2 \operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2} + \dots$$

А. Бачинскій (Холмъ).

№ 171. Рѣшить систему:

$$x^6 + y^6 = 65,$$

$$x^4 + y^4 = 17.$$

С. Адамовичъ (Курскъ).

№ 172. Данъ треугольникъ ABC . Вычислить безъ помощи тригонометріи стороны другого треугольника, площадь котораго равна площади ABC и два угла равны угламъ, которые двѣ медианы двухъ сторонъ треугольника ABC составляютъ съ третьей его стороной.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 173. Данъ треугольникъ ABC . Вычислить безъ помощи тригонометріи стороны другого треугольника, площадь котораго равна площади ABC и два угла равны угламъ, которые двѣ высоты, опущенныя на двѣ стороны треугольника ABC , составляютъ съ третьей его стороной.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 174. Въ окружности основаній прямого усѣченного конуса, радіусы которыхъ суть R_1 и R_2 , вписаны правильные одноименные многоугольники такъ, что вершины одного изъ нихъ находятся на образующихъ конуса, проходящихъ черезъ середины дугъ, стягиваемыхъ сторонами другого. Высота конуса $= h$. Опредѣлить объемъ тѣла, осно-

ванія котораго суть упомянутые правильные многоугольники, а боковая поверхность состоитъ изъ равнобедренныхъ треугольниковъ.

Д. Е. (Иваново-Вознесенскъ).

№ 175. Около шара радіуса r описанъ правильный восьмигранникъ. Проведены 12 плоскостей, параллельныхъ ребрамъ восьмигранника и касательныхъ къ шару въ пересѣченіяхъ его съ діагональными плоскостями восьмигранника. Опреѣлить объемъ полученнаго такимъ образомъ двадцатигранника.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 404 (2 сер.). Найти выраженія для суммъ

$$n + (n-1)(1+r) + (n-2)(1+2r) + \dots + 2[1 + (n-2)r] + [1 + (n-1)r]$$

и

$$n + (n-1)q + (n-2)q^2 + \dots + 2q^{n-2} + q^{n-1}.$$

Первое изъ данныхъ выраженій можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$S = [1+2+3+\dots+n] + [nr+2nr+3nr+\dots+n(n-2)r+n(n-1)r] - r[1+2^2+3^2+\dots+(n-2)^2+(n-1)^2].$$

Суммируя каждое изъ выраженій, заключенныхъ въ прямые скобки, получимъ:

$$S = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{nr(n-1)n}{2} - \frac{nr(n-1)(2n-1)}{6} = \frac{n(n+1)[3+(n-1)r]}{6}.$$

Второе изъ данныхъ выраженій можно представить такъ:

$$S_1 = n[1+q+q^2+\dots+q^{n-2}+q^{n-1}] - [q+2q^2+\dots+(n-2)q^{n-2}+(n-1)q^{n-1}].$$

Такъ какъ

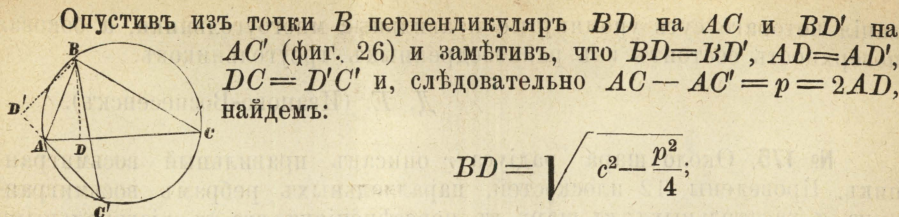
$$q+2q^2+3q^3+\dots+(n-2)q^{n-2}+(n-1)q^{n-1} = \frac{1}{q-1} \left[(n-1)q^n - \frac{q^n-q}{q-1} \right],$$

то

$$S_1 = \frac{n(q^n-1)}{q-1} - \frac{1}{q-1} \left[(n-1)q^n - \frac{q^n-q}{q-1} \right] = \frac{q(q^n-1) - n(q-1)}{(q-1)^2}.$$

Е. Щиолевъ (Курскъ); Н. Алферовъ (Красноуфимскъ); В. Шишловъ (с. Середя); Е. Исаковъ (Тифлисъ).

№ 407 (2 сер.). Два треугольника ABC и ABC' , вписанные въ одну и ту же окружность, имѣютъ общую сторону $AB=c$, стороны BC и BC' равны между собой, а разность между сторонами AC и AC' равна p . Зная, что оба треугольника лежатъ по одну сторону прямой AB , опредѣлить разность ихъ площадей.



Фиг. 26.

$$BD = \sqrt{c^2 - \frac{p^2}{4}};$$

$$\text{пл. } ABC - \text{пл. } ABC' = \frac{BD \cdot p}{2} = \frac{p}{4} \sqrt{4c^2 - p^2}.$$

П. Писаревъ, К. Щиголевъ (Курскъ); П. Ивановъ (Одесса).

№ 424 (2 сер.). Показать, что если n —цѣлое не кратное трехъ число, то $n^{13} - n$ дѣлится на $2^{13} - 2$.

Представивъ данное выраженіе въ видѣ

$$n(n^{12} - 1),$$

закключаемъ, что оно дѣлится на 13, ибо если n не есть кратное 13-и число, то, на основаніи теоремы Фермата, по которой всякое число n въ степени $p - 1$ даетъ при дѣленіи на простое число p въ остаткѣ единицу, если n и p суть числа взаимно простыя,—выраженіе $n^{12} - 1$ дѣлится на 13. А такъ какъ

$$n(n^{12} - 1) = n(n^6 - 1)(n^6 + 1),$$

и, кромѣ того $n^{12} - 1$ дѣлится на $n^4 - 1$, то, на основаніи аналогичныхъ соображеній, данное выраженіе дѣлится на 7 и на 5.

Представивъ теперь данное выраженіе въ видѣ

$$(n - 1)n(n + 1)(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)(n^6 + 1),$$

находимъ, что оно дѣлится на 6, ибо $(n - 1)n(n + 1)$ есть произведеніе трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ. Кромѣ того, такъ какъ по условію n не кратно трехъ, то

$$(n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$$

дѣлится на 3, ибо если $n = 3k - 1$, то

$$n^2 - n + 1 = 3(3k^2 - 3k + 1),$$

если же $n = 3k + 1$, то

$$n^2 + n + 1 = 3(3k^2 + 3k + 1).$$

Итакъ данное выраженіе дѣлится на

$$13 \times 7 \times 6 \times 3 \times 5 = 2^{13} - 2.$$

NB. Ни одного удовлетворительнаго рѣшенія.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 30-го Марта 1895 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Рыбкинъ, Н. Прямолинейная тригонометрія. Выпускъ 2-й, содержащій дополненіе (къ выпуску 1-му) для реальныхъ училищъ. Изд. магазина „Сотрудникъ школъ“ А. Залѣсской, Москва. 1894. Ц. 30 к.

Тиме, Ив., проф. горн. инст. Курсъ гидравлики. Томъ I. Общая гидравлика. Изд. горнаго института. Спб. 1894.

Звѣздное небо и его явленія. Общедоступное изложеніе нѣкоторыхъ вступительныхъ понятій изъ астрономіи (Съ картою вмѣсто небеснаго глобуса). Изд. картограф. заведенія А. Ильина. Спб. 1894.

Курнаковъ, Н. О вліяніи гидратациі на растворимость. (Изъ химической лабораторіи горнаго института). Спб. 1894.

Металлическіе снимки при помощи электричества съ художественныхъ античныхъ и другихъ предметовъ. Отдѣлъ гальванопластики: „осажденіе металловъ толстымъ слоемъ“. Съ чертежами. Составилъ М. Д.... Спб. 1895. Ц. 35 к.

Метеорологическій и сельско-хозяйственный бюллетень № 1. (Прил. ко II т. „Трудовъ приднѣпровской метеорол. стѣти“). (Отт. изъ „Университетскихъ Извѣстій“ за 1894 г.). Кіевъ.

Наблюденія магнитной обсерваторіи Имп. казанскаго университета, издаваемая проф. Д. А. Гольдгаммеромъ. Годъ 1892. Казань. 1894.

Шербаковъ, В. С. Историческій очеркъ развитія ученія о движеніи небесныхъ тѣлъ. Спб. 1894. Ц. 40 к., съ перес. 45 к.

Гравированіе, инкрустация, мозаика, металлохромія и остальныя при помощи электричества. Составилъ М. Д... Спб. 1895. Ц. 20 к.

Ковалевскій, С. Учебникъ химіи (общей и агрономической). Изд. 8-е, пересмотрѣнное и дополненное. Спб. 1894. Ц. 1 р. 50 к.

Труды астрономической обсерваторіи Имп. казанскаго университета, издаваемые проф. Д. И. Дубяго. Resultate der Beobachtungen in Kasan betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhe. I. Beobachtungsreihe 30 April 1892—12 Juli 1893. Von A. M. Kowalski. Казань. 1894.

Указатель русской литературы по математикѣ, чистымъ и прикладнымъ естественнымъ наукамъ за 1891 г., издаваемый кіевскимъ обществомъ естествоиспытателей подъ ред. В. К. Савинскаго. (Годъ 12-й). Кіевъ. 1894. Ц. 4 р.

Умовъ Н. А. Физика. Лекціи, читанныя въ Имп. московскомъ университетѣ въ 1893—94 акад. году. Москва. 1894.

Фишманъ, Л. Краткое руководство ариѳметики и сборникъ ариѳметическихъ задачъ для начальнаго преподаванія. Часть I (Четыре дѣйствія съ цѣлыми отвѣченными числами). Изд. 5-е, дополн. и исправленное подъ ред. В. Я. Попова. Рига. Изд. К. Зихмана. 1894.

Флоренсовъ, В. Я. Свѣдѣнія изъ электротехники. Курсъ военныхъ училищъ. Составленъ по порученію главнаго начальника военно-учебныхъ заведеній. Спб. 1894. Ц. 1 р. 50 к.

Глинка, С. Ѳ. Общій курсъ кристаллографіи. Спб.

Лѣтописи главной физической обсерваторіи, издаваемая г. Вильдомъ. 1893 годъ. Часть I. Метеорологическія и магнитныя наблюденія станцій II и I-го разряда и экстраординарныя наблюденія станцій 2 и 3 разряда. Спб. 1894.

Протоколы засѣданій отдѣленія химіи р. ф. химическаго общества при Имп. с.-петербургскомъ университетѣ. Подъ ред. Д. П. Коновалова. № 5.

Робертъ Фультонъ, изобрѣтатель пароходовъ. Изд. 3-е. Москва. 1894. Изд. общества распространія полезныхъ книгъ.

Семикольниковъ, Гавріиль. Этюды по геометріи Лобачевскаго. Этюдъ 2-й. Объ измѣреніи площади фигуръ, построенныхъ на правильной поверхности. Либавъ. 1894.

Фламмаріонъ, К. Конецъ міра. Астрономическій романъ. Переводъ Е. А. Предтеченскаго. Съ 80 рисунками. Изд. Ф. Павленкова. Спб. 1895. Ц. 60 к.

Георгъ Стефенсонъ, изобрѣтатель паровозовъ. Изд. 3-е. Москва. 1894. Ц. 10к.

Матеріалы по вопросамъ преподаванія естествознанія въ средней и низшей школахъ. Издано подъ ред. М. П. Вараввы и Г. А. Кожевникова. Москва. 1894. Ц. 1 р.

Общедоступная библиотечка. Изд. Г. М. Пекаторось. Серия I. Природа. № 3. Явления въ атмосферѣ (метеорологія). Составлено подъ ред. Г. М. Пекаторось. Одесса. 1894. Ц. 25 к.

Счеты. Искусство такъ быстро и вѣрно производить всевозможныя вычисленія на простыхъ русскихъ счетахъ, чтобы быть внѣ всякой конкуренціи. Изд. В. П. Быкова. Москва. 1895. Ц. 30 к. съ перес. 45 к.

Фанъ-деръ-Флитъ, А. Теорія трохоидалныхъ волнъ или волнъ Герстнера. Спб. 1894.

Цюлковскій, К. Грезы о землѣ и небѣ и эффекты всемірнаго тяготѣнія. Изд. А. Гончарова. Москва. 1895. Ц. 1 р.

Баллиг, Гуго. Учебникъ коммерческой ариѳметики для реальныхъ, коммерческихъ и промышленныхъ училищъ. Часть 3-я. Драгоценныя металлы и монеты. Изд. Ф. Клуге. Ревель. 1895.

Бессонъ, А. Г. инж.-техн. Технические результаты изъ практики эксплуатаціи одной центральной станціи электрическаго освѣщенія въ Россіи (съ 3 листами чертежей и 8 фигурами въ текстѣ). Спб. 1894.

Булаевъ, Н. В. Определенные числовые интегралы по дѣлителямъ (Изд. московскаго математич. общества, состоящаго при Имп. московскомъ университетѣ. Математическій Сборникъ т. XVII). Москва 1895 Ц. 40 к.

Вишневскій, Г. Ариѳметическій задачникъ для начальныхъ училищъ и приготовительныхъ классовъ гимназій и реальныхъ училищъ. Часть I. Ариѳметическія задачи. Часть II. Примѣры для вычисленія и самостоятельныхъ упражненій учащихся. Изд. 5-е, безъ измѣненія, книжн. магазина бр. Башмаковыхъ. Казань. 1894. Ц. 35 к., съ перес. 45 к.

Записки Имп. академіи наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ I. № 1. Проблемы дальнѣйшаго изученія Чернаго моря и странъ, его окружающихъ. II. О сѣроводородномъ броженіи въ Черномъ морѣ. *Н. Андрусовъ.* Спб. Ц. 40 к.

Карманный счетчикъ. Необходимый спутникъ каждаго, имѣющаго дѣло съ цифрами. Изд. В. П. Быкова. Москва. 1895. Ц. 35 к., съ перес. 45 к.

Флавицкій, Ф. М. орл. проф. Очеркъ развитія знанія о химическихъ элементахъ. Рѣчь для произнесенія въ торжественномъ годичномъ собраніи. Имп. казанскаго университета 5-го ноября 1894 года. Казань. 1894.

Цителъманъ, Н. Л. Основныя начала ариѳметики. Систематическій конспектъ для повторенія ариѳметики въ низшихъ и среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Изд. 4-е, исправл. и дополненное. Одесса. Ц. 30 к.

Чихановъ, Б. Учебникъ ариѳметики. Отношенія, пропорціи и тройныя правила. Курсъ III класса мужскихъ и IV класса женскихъ средне-учебныхъ заведеній. Вологда. 1894.

Ано, А. Физика въ объемѣ курса среднихъ учебныхъ заведеній. Переводъ со 2-го французскаго изданія, съ дополненіями и приложеніями А. И. Мамонтова. II. (Свѣтъ. Статическое электричество. Магнетизмъ, и проч.) Москва. 1895. Ц. 3 р. 50 к.

Бахметевъ, П. Земные электрическіе токи. (Экспериментальное изслѣдованіе). Спб.

Блекслей, Т. Г., проф. Перемѣнные электрическіе токи. Руководство для студентовъ и техникумовъ. Переводъ съ французскаго подъ ред. В. К. Лебединскаго, дополненный авторомъ для русскаго изданія. Съ 55 рис. Изд. К. Риккера. Спб. 1894. Ц. 1 р. 60 к.

Глинка, С. Ѳ. Общій курсъ кристаллографіи. Спб. Стр. 49—64.

Гольденбергъ, А. И. Сборникъ задачъ и примѣровъ для обученія начальной ариѳметикѣ, въ 2-хъ выпускахъ. Выпускъ I. Задачи и примѣры на числа первой сотни и на простѣйшія дроби. Изд. 23-е. Д. Полубояринова. Спб. 1894. Ц. 15 к.

Кеньяръ, Е. Какъ сдѣлать небольшую электростатическую машину и принадлежності къ ней. Съ 14 рис. въ текстѣ. Руководство для любителей ремесла и научныхъ приложеній. Переводъ съ франц., А. Б. Москва. 1895.

Лабутичъ, Р. В. Слѣдствія движенія геометрическихъ точекъ. Экскурсія въ сферѣ неразрѣшимыхъ проблемъ. 1880—1894. Станица Каменская. 1894. Ц. 1 р.

Панфиловъ, И. Л. Тринадцативодные гидраты бромистаго и іодистаго алюминія. Казань. 1894.

Шиффъ, Вьра. Методы рѣшеній вопросовъ элементарной геометріи. Спб. 1894. Ц. 1 р.

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

Bulletin mensuel de la Société Astronomique de France.

Février 1895.

Le monde géant de Jupiter. C. Flammarion. На Юпитерѣ въ настоящее время видны двѣ темнокрасныя полосы въ южномъ полушаріи и двѣ въ сѣверномъ; между полосами, ближайшими къ экватору видны темныя линіи, идущія съ ССВ на ЮЮЗ и переходящія въ воронкообразныя расширения при сліяніи съ южной экваторіальной полосой. Наибольшая дѣятельность замѣтна въ с. экваторіальной полосѣ, испещренной множествомъ пятенъ. Къ югу отъ южной полосы замѣтно красноватое пятно эллиптической формы, размѣры котораго — 42000 кил. въ длину и 15000 кил. въ ширину; пятно отдѣляется отъ ближайшей полосы свѣтлымъ промежуткомъ. Что представляетъ собою это пятно — неизвѣстно. Оно во всякомъ случаѣ принадлежитъ не атмосферѣ, такъ какъ за послѣдніе 16 лѣтъ не измѣнило своей формы и почти не измѣнило своего положенія; продолжительность вращенія его около оси Юпитера (9 ч. 55 м. 41,5 с.) увеличилась съ 1879 г. по 1893 г. на 6,4 сек.; это обстоятельство говоритъ въ пользу того, что Юпитеръ еще не отвердѣлъ. Young, Denning и Barnard замѣтили, что с. половина пятна оказываетъ отталкивательное дѣйствіе на ближайшія полосы.

Société astronomique de France. Séance du 9 Janvier.

La photométrie photographique. J. Janssen. Принципъ фотографической фотометріи, установленный Жансеномъ лѣтъ 12 тому назадъ, состоитъ въ слѣдующемъ: *сила свѣта двухъ источниковъ, производящихъ одно и то же отклоненіе металла на свѣточувствительной пластинкѣ, обратно пропорціональна необходимому на это времени (при прочихъ равныхъ условияхъ).* Опытомъ справедливость этого положенія доказывается такъ: если одинъ и тотъ же источникъ свѣта помѣщать послѣдовательно на разстояніяхъ отъ свѣточувствительной пластинки относящихся какъ 1:2:3..., то для полученія одинаково непрозрачныхъ изображеній требуются времена, находящіяся въ отношеніи $1:2^2:3^2...$ Прилагая этотъ принципъ къ сравненію силы свѣта небесныхъ тѣлъ, Жансенъ получилъ интересные результаты: такъ напр. лунный свѣтъ оказывается въ 300000 разъ слабѣе солнечнаго, пепельный же свѣтъ луны составляетъ приблизительно $\frac{1}{3000}$ свѣта полной луны, что указываетъ между прочимъ на изумительную чувствительность нашего глаза, способнаго воспринимать столь сильно различающіяся по напряженности свѣтovyя впечатлѣнія. Для сравненія силы свѣта звѣздъ, свѣточувствительная пластинка помѣщается нѣсколько впереди фокуса объектива, такъ что на ней получаютъ кружки — *звѣздные круги*; получивши одинаково непрозрачные круги отъ двухъ звѣздъ, находимъ отношеніе временъ экспозиціи, равное обратному отношенію силы свѣта сравниваемыхъ звѣздъ. Для сравненія звѣздъ съ солнцемъ нужно уменьшить продолжительность дѣйствія послѣднихъ; съ этой цѣлью свѣточувствительная пластинка закрывается заслонкой съ рядомъ отверстій, равныхъ звѣзднымъ кругамъ; передъ заслонкой помѣщается діафрагма съ щелью въ видѣ удлиненнаго треугольника; зная скорость діафрагмы, можно вычислить продолжительность дѣйствія солнца на каждое отверстіе; полученныя такимъ образомъ изображенія сравниваются съ звѣздными кругами. Оказывается напр., что сила свѣта Сиріуса въ 10 разъ больше силы свѣта солнца. Подобнымъ образомъ найденъ законъ измѣненія силы свѣта въ хвостѣ кометы въ 1881 г. Сила свѣта обр. проп. 4—6 степеней разстоянія отъ ядра). Предложенный способъ даетъ возможность воспроизвести условія, при которыхъ получено изображеніе свѣтила — туманностей въ особенности. Извѣстно, что фотографіи одной и той же туманности имѣютъ различный видъ въ зависимости отъ силы инструмента, качества пластинокъ, продол-

жительности экспозиции и т. д. Чтобы можно было сравнивать два изображения, полученные въ разное время при разныхъ условіяхъ, необходимо на той же пластинкѣ получить звѣздные круги какихъ либо постоянныхъ звѣздъ и отмѣтить продолжительность экспозиции для каждаго изображенія; если когда нибудь потребуется узнать, какія произошли перемѣны въ разсматриваемой туманности, стоитъ только получить звѣздные круги тѣхъ же звѣздъ и такой же напряженности; зная нужное для этого время, можно опредѣлить продолжительность экспозиции для получения изображенія туманности, которое и подлѣжить сравненію съ первымъ.

La distance de la voie lactée. *C. Easton.* Изученіе нѣкоторыхъ частей млечнаго пути (въ созв. Лебедя, Орла и др.) приводитъ къ заключенію, что степень блеска млечнаго пути прямо пропорціональна звѣздной плотности звѣздъ 9,5 вел. т. е. числу этихъ звѣздъ на квадрат. град. Звѣзды 10—15 вел. не вліяютъ замѣтно на степень блеска. Въ самыхъ темныхъ мѣстахъ млечнаго пути число мелкихъ звѣздъ очень мало возрастаетъ съ № величины, изъ чего слѣдуетъ заключить, что современные трубы уже даютъ возможность проникнуть за предѣлы млечнаго пути въ этихъ мѣстахъ. Разстояніе мелкихъ звѣздъ млечнаго пути не можетъ значительно разниться отъ разстоянія звѣздъ 9,5 вел., такъ какъ иначе пришлось бы допустить, что при всякомъ совпаденіи двухъ независимыхъ звѣздныхъ скопленій — одного изъ звѣздъ 9,5 вел., другого изъ болѣе мелкихъ — дѣйствительная ширина скопленій прямо пропорціональна разстоянію ихъ отъ земли. Весьма вѣроятно, что многія болѣе яркія звѣзды уже принадлежатъ млечному пути. — Easton приглашаетъ любителей астрономіи заняться провѣркой найденнаго имъ закона для другихъ частей млечнаго пути.

Calendrier perpétuel instantané. *M. Caseneuve.* Таблица, по которой быстро можно опредѣлить, въ какой день недѣли приходится известное число данного года до и по Р. X.

Climatologie de l'année 1894. *C. Flammarion.* Результаты метеорологическихъ наблюденій за 1894 г. въ обсерваторіи Juvisy.

Nouvelles de la science. Variétés.

К. С. (Умань).

Mars. 1895.

Détermination de la position du pôle par la photographie. *C. Flammarion.* Для точнаго опредѣленія положенія полюса на небѣ Фламмаріонъ навелъ фотографическій аппаратъ на полюсъ и, продержавши его въ такомъ положеніи нѣкоторое время (2, 4 и 6 часовъ), онъ получилъ изображенія околуполярныхъ звѣздъ въ видѣ дугъ въ 30°, 60° и 90°; общій центръ этихъ дугъ и представляетъ собою полюсъ. Ближайшей къ полюсу въ настоящее время оказывается звѣзда ι каталога Карингтона 10-ой вел., находящаяся отъ полюса въ разстояніи 3'4"; за нею слѣдуютъ: a каталога Карингтона 10 вел. въ 10' разстояніи и b Карингтона 9,5 вел. въ 20'; полярная звѣзда находится теперь въ разстояніи 1°15'26". Производя подобные снимки періодически, можно слѣдить за перемѣщеніемъ полюса среди звѣздъ. Приложенъ снимокъ съ фотографіи.

Société astronomique de France. Séance du 6 Février.

Les variations de lumière de l'étoile Algol. *F. Tisserand.* Альголь — одна изъ наиболѣе замѣчательныхъ переменныхъ звѣздъ; ея блескъ уменьшается въ теченіе 4½ часовъ съ 2 вел. до 4 и затѣмъ снова въ такое же время увеличивается до 2 вел., послѣ чего звѣзда свѣтитъ какъ звѣзда 2 вел. въ теченіе 60 часовъ. Эти періодическія измѣненія блеска совершаются съ большою правильностью. Для объясненія ихъ предположили, что вокругъ Альголя въ теченіе 69 час. совершаетъ полный оборотъ темный или слабо-свѣтящійся спутникъ, періодически его отчасти затмеваящій. Pickering вычислилъ круговую орбиту гипотетическаго спутника и его величину; оказалось, что радіусъ орбиты долженъ быть въ 5 разъ больше радіуса самого Альголя, по размѣрамъ же онъ составляетъ $\frac{3}{4}$ Альголя; плоскость же орбиты почти проходитъ черезъ центръ земли. Эта гипотеза отчасти подтверждается спектральными изслѣдованіями Vogel'я, обнаружившаго въ скорости Альголя по направленію

Обложка
щется

Обложка
щется