

№ 373.

ВЕСТНИК

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Тернета

подъ редакцией

Приватъ-Доцента В. Д. Кагана.

XXXII-го Семестра № 1-й.

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1904.

Принимается подписка на журналъ
ЕЖЕГОДНИКЪ
по Геологіи и Минералогіи Россіи,

издаваемый подъ редакціей

Н. КРИШТАФОВИЧА

(VII годъ изданія).

Программа:

I. Оригинальныя статьи и замѣтки. II. Систематическіе указатели литературы. III. Систематическіе обзоры литературы. IV. Рефераты. V. Извѣстія объ экспедиціяхъ, экскурсіяхъ и проч. VI. Личныя извѣстія. VII. Разныя извѣстія. VIII. Музеи и коллекціи.

Въ программу журнала входятъ:

1) Минералогія и Кристаллографія, 2) Петрографія, 3) Палеонтологія, 4) Геоботаника, 5) Гео-зоологія, 6) Физическая Геологія, 7) Гидрологія, 8) Историческая Геологія, 9) Доисторическая Археологія (камен. вѣкъ), 10) Прикладная Геологія, Горное Дѣло, полезныя ископаемыя, 11) Почвовѣдѣніе, 12) Техника изслѣдованій, 13) Популяризація и учебныя пособія, 14) Біографіи и некрологи и 15) Библіографія.

„Ежегодникъ“, отмѣчая съ возможной полнотой на своихъ страницахъ, въ видѣ оригинальныхъ статей, указателей и обзоровъ литературы, рефератовъ и библиографическихъ замѣтокъ, специальныхъ извѣстій и пр., все, касающееся изученія территоріи Россіи, въ области вышепоименованныхъ наукъ, является въ этомъ отношеніи единственнымъ справочно-литературнымъ журналомъ и при томъ не только для спеціалистовъ, но и, вообще, для всѣхъ, интересующихся успѣхами знанія.

Секція Геологіи и Минералогіи X Сѣзда Русскихъ Естествоиспытателей постановила: „выразить полное одобреніе и сочувствіе программѣ и содержанію „Ежегодника“ по Геологіи и Минералогіи Россіи“ и признать это изданіе весьма полезнымъ и даже необходимымъ“.

Ученый Комитетъ Министерства Народнаго Просвѣщенія рекомендовалъ „Ежегодникъ“ для фундаментальныхъ библіотекъ мужскихъ среднеучебныхъ заведеній.

„Ежегодникъ“ печатается на русскомъ и параллельно на французскомъ или нѣмецкомъ языкахъ.

„Ежегодникъ“ выходитъ **ЕЖЕМѢСЯЧНО**, исключая двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (10 выпусковъ въ годъ, каждый выпускъ объемомъ въ 5 печатныхъ листовъ).

Редакціонный годъ съ 1-го января по 1-е января.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА за годъ съ пересылкой — **6 рублей** въ Россіи, за границу — **15 марокъ** = 20 франковъ.

Подписка принимается въ Редакціи (п. Ново-Александрія, Люблинской губ.) и въ книжныхъ магазинахъ: Эггера, Суворина, Риккера, Карбасникова, Оглоблина, Йогансона и во всѣхъ друг.

Плата за объявленія — на всѣхъ европейскихъ языкахъ — за одинъ разъ: за страницу (in 4^o) 20 рублей, за $\frac{1}{2}$ страницы 10 рублей, за $\frac{1}{4}$ страницы 5 рублей, за $\frac{1}{8}$ стр. 3 рубля.

Комплектъ „Ежегодника“ за предыдущіе года (56 выпуск., составляющихъ 6 томовъ) — 43 руб., для новыхъ подписчиковъ 34 руб.

Редакторъ-Издатель **Н. І. Криштафовичъ**.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

15 Июля

№ 373.

1904 г.

Содержание: Отъ редакціи.—Космогонія. (Окончаніе). *Проф. Sv. Arrhenius'a.* — Электрическія волны. (Продолженіе). *F. Richarz'a.* — Нѣсколько замѣчаній о „живой силѣ“ и „количествѣ движенія“. *Г. Бархова.*—Задачи для учащихся, №№ 502—507 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 407, 422, 428, 432, 443. — Объявленія.

Отъ Редакціи.

Вслѣдствіе отъѣзда редактора за границу, имѣвшего цѣлью главнымъ образомъ посѣщеніе состоявшагося въ Гейдельбергѣ III-го международнаго математическаго конгресса, послѣдніе номера вышли съ значительнымъ опозданіемъ. Въ редакціи приняты однако мѣры къ тому, чтобы въ непродолжительный срокъ урегулировать правильное появленіе номеровъ журнала.

КОСМОГОНІЯ. *)

Sv. Arrhenius'a.

(Окончаніе *).

Теперь мы прослѣдили развитіе до того періода, когда уже образовались планетныя или звѣздныя системы. Ихъ тѣла все болѣе увеличиваются конденсаціей за счетъ окружающей матеріи. Вначалѣ температура ихъ повышается, благодаря конденсаціи, затѣмъ наступаетъ сильное излученіе и съ нимъ охлажденіе (по крайней мѣрѣ въ болѣе внѣшнихъ слояхъ). Это состояніе приходитъ, наконецъ, къ тому, что образуется твердая кора, послѣ чего тепловая потеря наружу почти совершенно прекращается. Такъ напримѣръ, нынѣшняя тепловая потеря солнца составляетъ 1.2×10^5 кал. на см^2 въ минуту. Потеря же земли не составляетъ и 2×10^{-4} на см^2 въ минуту. Еслибы солнце когда-нибудь покрылось такою же толстою корою, какъ земля (изъ тѣхъ же изверженныхъ горныхъ породъ), то оно потеряло бы, зна-

*) См. № 372 „Вѣстника“.

читать, въ тысячу миллионѣвъ лѣтъ не много больше теплоты, чѣмъ теперь въ одинъ годъ. Можно сказать, что въ этомъ состояніи энергія небесныхъ тѣлъ сохраняется на неизмѣримыя времена.

Передъ отвердѣніемъ наружной коры давленіе внутри небеснаго тѣла постоянно повышается. Представимъ себѣ, что всѣ линейныя размѣры между моментами t_1 и t_2 уменьшились на половину. Положимъ, что горизонтальная поверхность $(2 \text{ см.})^2$ подвергается во время t_1 давленію вѣса находящагося надъ нею газоваго столба 4 p , т. е. p на 1 см^2 . Поверхность 1 см^2 сократится ко времени t_2 въ 0.25 см^2 , на которой будетъ лежать вѣсъ 4 p , такъ какъ всѣ находящіяся выше вѣсомыя массы приблизились къ центру вдвое. Слѣдовательно, давленіе на квадратный сантиметръ возрастетъ до 16 p . Далѣе, если бы масса небеснаго тѣла подчинялась закону Бойля-Гэ-Люссака (Boyle—Gay-Lussac), что въ извѣстной степени можетъ имѣть мѣсто вначалѣ, то давленіе должно увеличиваться въ томъ же отношеніи, какъ и концентрація ¹⁾, т. е. въ отношеніи 8 : 1, если температура остается постоянной. Но такъ какъ въ дѣйствительности давленіе увеличилось въ 16 разъ, то для удержанія равновѣсія абсолютная температура должна повыситься вдвое. Такимъ простымъ расчетомъ Ньюкомъ, присоединяясь къ Лэну (Lane), доказываетъ, что температура должна повышаться съ давленіемъ. Впослѣдствіи, когда наступитъ большее уплотненіе, отклоненія отъ закона газовъ станутъ столь велики, что давленіе будетъ возрастать пропорціонально концентраціи въ степени 1.333, вслѣдствіе чего и температура не должна будетъ болѣе повышаться для поддержанія равновѣсія. Но тогда наступаетъ образованіе сильно конденсированныхъ молекулъ, которое компенсируетъ возрастающее отклоненіе отъ закона газовъ; такимъ образомъ промежутокъ времени, въ который температура при сжатіи возрастаетъ, будетъ продолжаться еще дольше, чѣмъ было бы безъ этого.

Этимъ путемъ доказывается, что солнце и звѣзды вслѣдствіе потери тепла въ раннихъ стадіяхъ своего развитія сжались и одновременно повысили свою температуру. Напротивъ, если сильно разрѣженная масса, какъ въ туманностяхъ, воспринимаетъ теплоту извнѣ и при этомъ расширяется, то температура ея должна падать.

Можно, однако, спросить: нагрѣвается ли газовая масса при своемъ сжатіи безъ притока теплоты извнѣ настолько, чтобы ея температура повышалась вдвое или болѣе, если давленіе возро-

¹⁾ обратно пропорціонально объему.

стаётъ въ отношеніи 1:16? Для этого случая имѣтъ мѣсто уравненіе (T_1 и T_2 , p_1 и p_2 суть температуры и давленія до и послѣ сжатія):

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}},$$

гдѣ κ есть отношеніе удѣльных теплоемкостей при постоянномъ давленіи и при постоянномъ объемѣ. Въ случаѣ, если $\frac{\kappa-1}{\kappa}$ больше 0.25, это требованіе выполняется; а это условіе сводится къ тому, что $\kappa > 1.33$. Это соотношеніе имѣтъ мѣсто для одноатомныхъ газовъ, какъ на примѣръ для газовъ металловъ и гелія ($\kappa=1.67$). Также и обыкновенные газы, молекулы которыхъ состоятъ изъ двухъ атомовъ, какъ кислородъ (O_2), водородъ (H_2), азотъ (N_2) и окись углерода (CO) имѣютъ $\kappa > 1.33$,—для нихъ κ равно 1.41. Поэтому туманности несомнѣнно удовлетворяютъ указанному условію.

Когда сжатіе ушло очень далеко, подвижность газовыхъ молекулъ въ высшей степени уменьшается, такъ что начинаетъ играть роль чистая теплопроводность, и въ этомъ случаѣ потеря тепла солнечной поверхностью не можетъ быть возмѣщена доставляемой изнутри теплотою; слѣдствіемъ этого, очевидно, будетъ сильное охлажденіе внѣшнихъ частей и, наконецъ, образование твердой коры.

Окончательное состояніе небесныхъ тѣлъ, развившихся изъ туманностей, характеризуется поэтому большими тѣлами съ огромными давленіемъ и температурою внутри, окруженныхъ твердою, дурно проводящею корою; ихъ можно разсматривать, какъ почти абсолютныя хранилища энергіи. Вслѣдствіе высокой температуры и высокаго давленія внутри, ихъ атомы связаны тамъ въ химическія соединенія съ огромнымъ содержаніемъ энергіи при чрезвычайно маломъ объемѣ.

Эти тѣла двигались бы въ теченіе безконечнаго времени одно вокругъ другого, если бы устойчивость вселенной была такъ же велика, какъ и устойчивость солнечной системы. Но, по мнѣнію наиболѣе вдумчивыхъ астрономовъ, этого на дѣлѣ нѣтъ. Въ пространствѣ носятся нѣкоторыя звѣзды съ такими большими скоростями, что ни одно небесное тѣло извѣстныхъ теперь размѣровъ не можетъ удерживать ихъ въ постоянныхъ орбитахъ. Арктуръ и Грумбриджъ 1830 (ср. стр. 19) представляютъ самые замѣчательные примѣры этихъ стремительныхъ небесныхъ тѣлъ. Они должны пролетать сферу одной солнечной си-

стемы за другою, пока, наконецъ, въ безпредѣльномъ теченіи времени они не столкнутся съ другимъ міровымъ тѣломъ. Если послѣднее будетъ туманностью и блуждающая звѣзда не прорвется чрезъ нее, то въ туманности образуется новый центръ притяженія. Напротивъ, если встрѣченное тѣло будетъ угасшимъ солнцемъ, то послѣдуетъ огромный взрывъ. Обладающія высокой температурой, богатыя энергіей и сильно сжатые соединенія внутри этого солнца частью сразу окажутся подъ меньшимъ давленіемъ и произведутъ взрывъ съ чрезвычайно сильнымъ выдѣленіемъ тепла. Къ энергіямъ обоихъ небесныхъ тѣлъ присоединится энергія удара. Осколки обоихъ міровыхъ тѣлъ будутъ опять отброшены взрывомъ другъ отъ друга, такъ что газы ихъ, вслѣдствіе уменьшившейся силы притяженія, образуютъ чрезвычайно разрѣженную атмосферу, соотвѣтствующую состоянію туманности. Образуется новая туманность и эволюція можетъ начаться снова. Вслѣдствіе чрезвычайнаго расширенія почти все количество энергіи превращается опять въ потенциальную энергію. Температура значительно падаетъ и въ самыхъ наружныхъ слояхъ стоитъ немного выше абсолютнаго нуля.

Вообще говоря, ударъ при столкновеніи двухъ небесныхъ тѣлъ будетъ не центральнымъ, а боковымъ. Вслѣдствіе этого вновь образовавшаяся туманность получитъ съ самаго начала вращеніе вокругъ оси.

Многіе астрономы допускали поглощеніе энергіи (погасаніе) въ міровомъ пространствѣ, благодаря темной матеріи. Въ концѣ концовъ эти потерянные количества свѣта и теплоты обращаются въ приходъ туманностей отчасти чрезъ поглощеніе излученія солнцъ, отчасти чрезъ захватываніе частичекъ, несущихъ электрическіе заряды. Вся излучаемая солнцами вселенной энергія воспринимается въ концѣ концовъ туманностями, которыя вслѣдствіе своей низкой температуры не теряютъ замѣтной доли ея черезъ лучеиспусканіе (впрочемъ, онѣ излучаютъ опять-таки другъ къ другу). Энергія сберегается въ нихъ благодаря разрѣженію и расширенію наружныхъ газовыхъ слоевъ. Газовыя молекулы съ болѣе значительнымъ среднимъ движеніемъ могутъ уноситься въ міровое пространство и обогащать запасъ тепла другихъ небесныхъ тѣлъ (туманностей).

Такимъ образомъ происходитъ постоянный обмѣнъ. Изъ угасшихъ солнцъ возникаютъ новыя туманности; этотъ процессъ соотвѣтствуетъ, быть можетъ, наблюдавшимся въ нѣкоторыхъ случаяхъ явленіямъ, когда новыя звѣзды (возникшія вслѣдствіе

столкновения) по истечении короткаго времени блѣднѣли и уступали мѣсто газообразной туманности. Изъ туманностей возникаютъ солнца, причемъ (лучистая) энергія и матерія, попавшія въ эти туманности изъ другихъ солнечныхъ системъ, снова концентрируются. Такъ образуются солнца высокой температуры, огромныя концентрации силы и матеріи; вначалѣ, при повышеніи температуры и давленія они выдѣляютъ лучеиспусканіемъ огромныя количества тепла и отчасти вещества, скопляющіяся въ туманностяхъ. Затѣмъ они охлаждаются, позже получаютъ твердую кору и переходятъ, подобно спорамъ живыхъ существъ, въ состояніе покоя, въ которомъ они теряютъ только минимальныя количества энергіи и почти совершенно не теряютъ матеріи. Къ новому круговороту они пробуждаются опять тогда, когда сталкиваются съ другимъ міровымъ тѣломъ этого рода, причемъ, благодаря взрыву, возникаетъ новая туманность.

Періодъ развитія солнцъ высокой температуры долженъ быть самымъ краткимъ отдѣломъ этой исторіи развитія, состояніе покоя въ видѣ темнаго небеснаго тѣла—самымъ долгимъ, а состояніе туманности имѣть среднюю продолжительность. Поэтому можно предполагать, что наибольшая часть матеріи заключается въ темныхъ небесныхъ тѣлахъ, наименьшая въ солнцахъ. Напротивъ, наибольшій объемъ имѣютъ туманности, которыя обладаютъ также и самою низкою температурою. Температура поверхности темныхъ тѣлъ, если только они не находятся, подобно планетамъ солнечной системы, въ непосредственной близости съ могучимъ излучающимъ тѣломъ, должна понизиться до температуры тѣлъ, къ которымъ направляются ихъ излученія, т. е. туманностей, или, иными словами, до абсолютнаго нуля. Поэтому средняя температура міроваго пространства (отвлекаясь отъ нашего солнца), которую надо принимать въ расчетъ при опытахъ надъ излученіемъ, будетъ опредѣляться главнѣйшимъ образомъ туманностями (и темными міровыми тѣлами), т. е. будетъ только нѣсколькими градусами выше абсолютнаго нуля, что, согласно опытамъ Ланглея, вполне соотвѣтствуетъ наблюденію.

Обычно принятый въ настоящее время взглядъ, который былъ развитъ Гельмгольцемъ и особенно лордомъ Кельвиномъ, сводится къ тому, что всѣ солнца излучаютъ свою энергію въ безконечное міровое пространство и эта энергія поглощается не другими тѣлами, а только однимъ свѣтовымъ эфиромъ.

Это охлажденіе солнцъ должно, согласно названному взгляду, происходить въ періодъ, сравнимый съ геологическими мѣра-

ми времени. Такъ, напримѣръ, продолжительность существованія нашего солнца, какъ излучающаго свѣтъ тѣла, должна быть ограничена приблизительно 15 милліонами лѣтъ до нашего времени и 8 мил. лѣтъ послѣ него (ср. стр. 165). Приблизительно то же должно имѣть мѣсто и для другихъ солнцъ, хотя нѣкоторыя изъ нихъ, большія, чѣмъ наше солнце, дольше и просуществуютъ. При этомъ слѣдуетъ замѣтить, что солнце, линейные размѣры котораго въ десять разъ превосходили бы размѣры нашего и которое, слѣдовательно, было бы въ 1000 разъ больше, все же было бы въ каждой фазѣ развѣ только въ десять разъ больше, такъ какъ излучающая поверхность была бы въ 100 разъ больше, теплємкость же въ 1000 разъ больше соотвѣтственныхъ величинъ для нашего солнца. Изъ упомянутаго воззрѣнія необходимо слѣдуетъ, что системѣ міра опредѣлено конечное время существованія.

Трудно согласовать подобное мнѣніе съ нашими понятіями о неразрушимости энергіи и матеріи. Если даже увеличить принятый выше періодъ, около 20 милліоновъ лѣтъ, для каждой солнечной системы до сотенъ милліардовъ лѣтъ, то самое представленіе о существованіи солнцъ лишь въ продолженіи конечнаго времени мало удовлетворительно. Это затрудненіе устраняется сдѣланнымъ выше предположеніемъ, что угасшее нѣкогда солнце послѣ періода покоя, превосходящаго, быть можетъ, въ милліоны разъ его періодъ излученія, можетъ быть возвращено опять посредствомъ столкновенія къ новому періоду сильнаго развитія сначала въ состояніи туманности, а затѣмъ солнца. Если же этотъ процессъ можетъ повторяться произвольное число разъ, то наша потребность представлять себѣ систему міра существующей въ неизмѣримости временъ вѣчно будетъ удовлетворена.

Какъ мы видѣли, туманности поглощаютъ лучистую энергію теплыхъ міровыхъ тѣлъ и отчасти превращаютъ ее въ потенциальную энергію. Но опредѣленная доля получаемой энергіи должна, согласно требованіямъ втораго закона термодинамики, сохраниться въ видѣ тепловой энергіи. Эта доля, однако, можетъ быть произвольно малою, если только температура тѣла, излучающаго излученіе, лежитъ достаточно близко къ абсолютному нулю. Туманности же обладаютъ температурою, только весьма мало удаляющеюся отъ абсолютнаго нуля. Не представляетъ никакого затрудненія считать эту температуру произвольно малою. Слѣдовательно, мы можемъ, не впадая въ противорѣчіе съ нашими

современными знаніями, представить себѣ, что описанный выше обмѣнъ между солнцами и туманностями повторяется безконечное число разъ.

Пойти дальше этого пункта, доказывать, что развитіе міра происходитъ во всѣ мыслимыя времена при такихъ же условіяхъ, можетъ быть, какія существуютъ теперь, нельзя и надѣяться. Ибо дѣйствительно безконечное протяженіе времени и пространства не охватывается умозрѣніями натуралиста. И каждый разъ, когда измѣняются наши представленія о современномъ состояніи, мы должны измѣнять также и наши взгляды на прошедшее и будущее, такъ что окончательное рѣшеніе данныхъ вопросовъ представляется невозможнымъ.

Существуетъ еще и другое мнѣніе о способахъ, какими образовались міровыя тѣла. Мы видѣли уже раньше, что на землю падаютъ значительныя количества метеорной пыли. Это обстоятельство навело нѣкоторыхъ изслѣдователей на гипотезу, что вся земля и всѣ другія небесныя тѣла построены изъ метеоритовъ. Но мы наблюдаемъ обратное. Тѣла кометъ распадаются постепенно въ пыль. Не столько, однако, это обстоятельство, сколько то, что названный способъ образованія требуетъ существованія всевозможныхъ эксцентриситетовъ и наклоновъ орбитъ, показываетъ, что наша планетная система не могла, конечно, возникнуть такимъ образомъ.

ЭЛЕКТРИЧЕСКІЯ ВОЛНЫ.

F. Richarz'a.

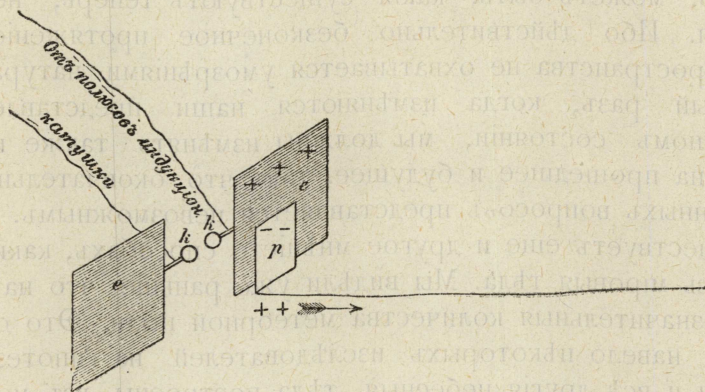
(Продолженіе *).

4. Стоячія электрическія волны въ проволокахъ.

Въ опытахъ, къ которымъ мы сейчасъ переходимъ, колебанія происходятъ не между кондукторами обыкновеннаго разрядника, а между двумя довольно большими жестяными пластинками (фиг. 9); эти пластины соединены короткими толстыми проволоками съ двумя небольшими шарами *kk*; между послѣдними именно при дѣйствіи индукціоннаго аппарата, съ которымъ пластины соединены (заднія проволоки), и проскакиваютъ искры колебательнаго разряда. При этой установкѣ интенсивность коле-

*) См. № 372 „Вѣстника“.

баній, т. е. количества электричества, которые переносятся съ одной пластинки на другую, значительно возрастаетъ. Герцъ ставилъ сначала противъ одной изъ этихъ пластинокъ меньшую пластинку p , такъ называемую „воспринимающую пластинку“; съ этой пластинкой соединена длинная проволока. Если при раз-

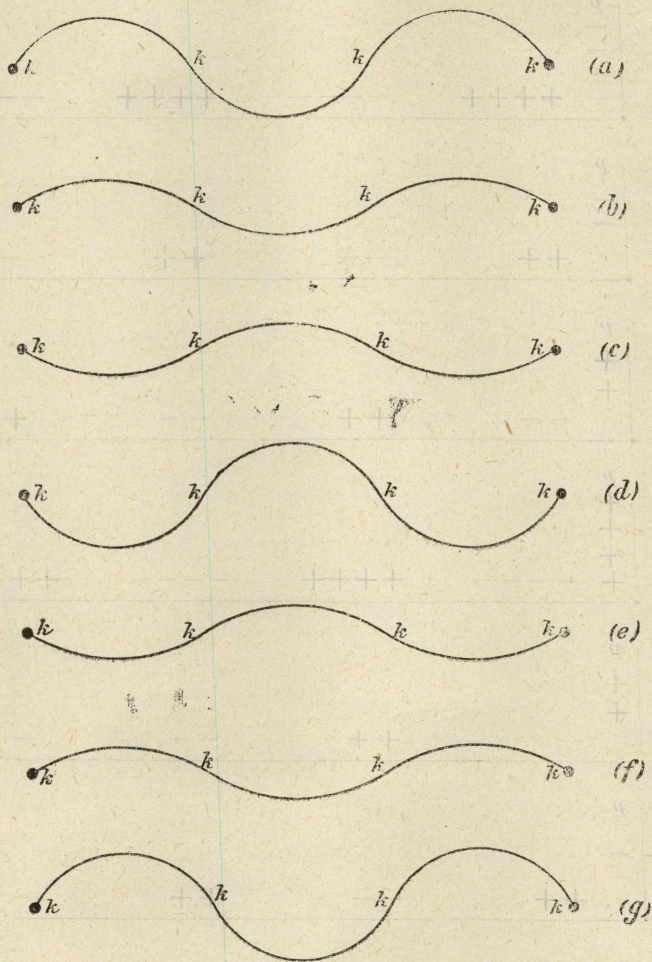


Фиг. 9.

рядѣ катушки пластина e , соединенная съ однимъ изъ полюсовъ, заряжается сначала положительно, то пластинка p , стоящая противъ нея, заряжается отрицательно; когда послѣ перваго колебанія на пластинкѣ e оказывается отрицательный зарядъ, то на воспринимающей пластинкѣ p появляется положительный зарядъ, который (какъ и раньше отрицательный) переходитъ на проволоку; въ послѣдней возникаютъ такимъ образомъ электрическія волны въ томъ видѣ, какъ мы ихъ описали выше (фиг. 5).

Если бы проволока была безконечно длинна, то волны эти текли бы одна за другой до безконечности; но такъ какъ проволока въ опредѣленномъ мѣстѣ оканчивается, то приходящія волны здѣсь прерываются и отражаются. Какъ извѣстно изъ элементарной теоріи волнообразнаго движенія, вслѣдствіе взаимодѣйствія (интерференціи) падающей и отраженной волны, образуются такъ называемыя стоячія волны. Что разумѣютъ подъ стоячими волнами, можно легко уяснить себѣ на волнахъ, возникающихъ въ упругомъ канатѣ. Если мы сообщимъ натянутому упругому (напр., каучуковому) канатику въ одномъ концѣ его толчокъ, то онъ передается въ видѣ выемки по канату, доходитъ до другого конца и отражается. Если мы станемъ производить на одномъ концѣ послѣдовательно толчки въ одномъ и въ другомъ направленіи, то они распространятся въ видѣ волнъ по канатику, отразятся на другомъ концѣ и образуютъ вмѣстѣ съ вновь падающими волнами стоячія волны. Это значить, канатикъ раздѣлится на части, каждая изъ которыхъ будетъ совершать

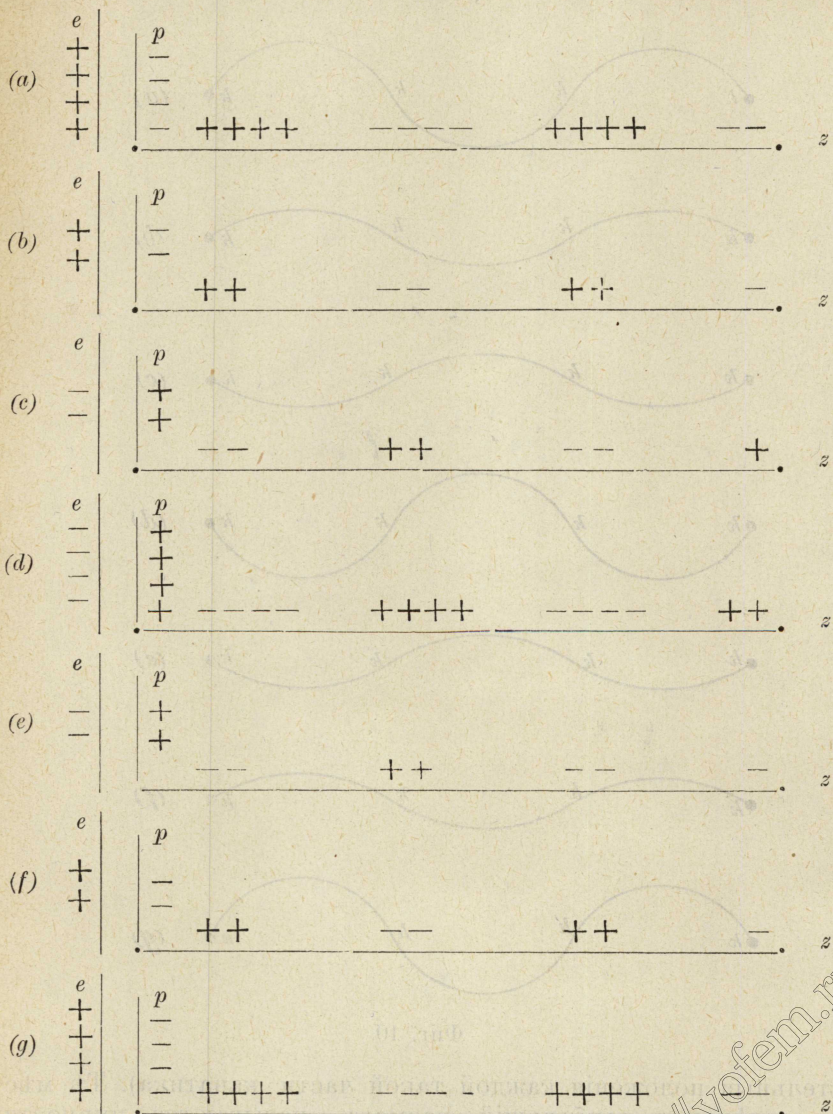
колебанія въ одну и другую сторону; эти части отдѣлены другъ отъ друга точками k , которые остаются въ покоѣ; эти точки называются *узлами*. (Рисунки $a-g$ на фиг. 10 изображаютъ послѣ-



Фиг. 10.

довательныя положенія каждой такой части канатика. Тѣ мѣста, которые дѣлаютъ наибольшій размахъ, называются пучностями волны. Длина стоячей волны, т. е. разстояніе между двумя послѣдовательными узлами, совпадаетъ съ длиной падающей волны, которой она образована. Совершенно такимъ же образомъ, вслѣдствіе отраженія у конца проволоки, на ней образуются стоячія электрическія волны; при этомъ нужно замѣтить, что у конца проволоки падающая волна всегда имѣетъ наибольшій размахъ, т. е. въ этомъ мѣстѣ зарядъ колеблется между наибольшимъ положи-

тельными и наименьшим отрицательным своим значением; иными словами, на свободном концѣ проволоки образуется пучность электрической волны. На фиг. 11 изображены послѣдова-

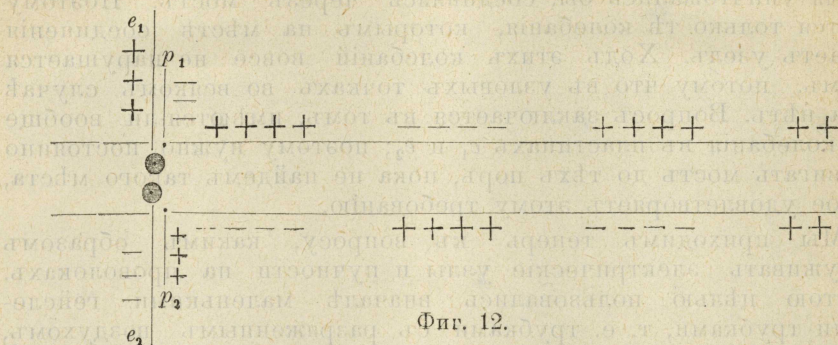


Фиг. 11.

тельные распределения зарядовъ въ проволоку, обрѣзанной въ точкѣ z .

Теперь поставимъ и передъ второй пластиной e (фиг. 9) пластинку, воспринимающую колебания, съ проволокой, параллельной первой. Мы получимъ, такимъ образомъ, двѣ „возбуждающія“

и двѣ „воспринимающія“ пластинки. Расположеніе пластинокъ будетъ такое, какъ на рисункѣ 12. Во второй проволока въ-



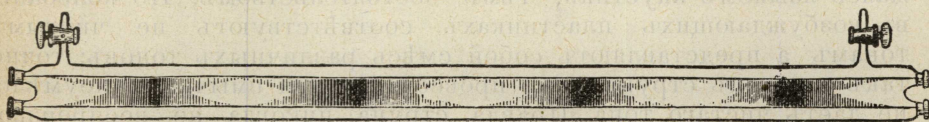
Фиг. 12.

каютъ въ общемъ такіи же стоячія волны, какъ и въ первой. Въ тотъ моментъ, въ который пластинка e_1 заряжена положительно, а противолежащая ей воспринимающая пластинка p_1 имѣетъ отрицательный зарядъ,—вторая пластинка e_2 несетъ отрицательный зарядъ и вызываетъ въ пластинкѣ p_2 положительный зарядъ. Такимъ образомъ, двѣ воспринимающія пластинки во все время процесса несутъ противоположные заряды, и отъ нихъ притекаютъ къ проволокамъ электрическіе заряды противоположныхъ знаковъ. Изъ этого слѣдуетъ, что въ противолежащихъ точкахъ на параллельныхъ проволокахъ заряды имѣютъ противоположные знаки.

Правильность явленій въ этомъ опытѣ нарушается, выражаясь языкомъ акустики, тѣмъ обстоятельствомъ, что колебанія въ возбуждающихъ пластинкахъ соответствуютъ не чистымъ тонамъ, а представляютъ собой смѣсь различныхъ тоновъ; точно такъ же, какъ струна, если провести по ней смычкомъ неумѣло, не даетъ чистаго тона. Правда, струна никогда не воспроизводитъ только одного тона; но, если умѣло ею владѣть, то она даетъ съ значительно преобладающей силой основной тонъ, соответствующій колебанію всей струны; но вмѣстѣ съ тѣмъ она даетъ, хотя и слабо выраженные, обертоны, соответствующіе либо дѣленію струны на двѣ части съ однимъ узломъ по серединѣ, либо на три части съ двумя узлами, какъ на фигурѣ 10, и т. д. Если провести смычкомъ очень близко къ концу струны, то одинъ или нѣсколько обертоновъ усиливаются и могутъ даже заглушить основной тонъ, такъ что получается нечистый тонъ. Если же мы слегка прикоснемся пальцемъ въ какомъ-либо мѣстѣ струны, то можетъ получиться только тотъ тонъ, при которомъ струна колеблется такимъ образомъ, что на мѣстѣ прикосновенія образуется узелъ. Совершенно аналогичный пріемъ придумалъ Лехеръ (Lecher), чтобы выдѣлить строго опредѣленные колебанія изъ смѣси электрическихъ вибрацій, нарушающихъ картину явленія. Именно, онъ соединялъ на опредѣленномъ мѣстѣ противолежащія точки проволоки мостомъ, т. е. короткой соединительной проволокой. При всѣхъ тѣхъ колебаніяхъ, которымъ въ точкахъ

соединенія не соотвѣтствуютъ узлы, на послѣднихъ должны были бы скопляться электричества противоположныхъ знаковъ; но таковыя уничтожались бы, соединяясь черезъ мостъ. Поэтому остаются только тѣ колебанія, которымъ на мѣстѣ соединенія отвѣчаетъ узелъ. Ходъ этихъ колебаній вовсе не нарушается мостомъ, потому что въ узловыхъ точкахъ во всякомъ случаѣ заряда нѣтъ. Вопросъ заключается въ томъ, имѣются-ли вообще такія колебанія въ пластинахъ e_1 и e_2 ; поэтому нужно постоянно передвигать мостъ до тѣхъ поръ, пока не найдемъ такого мѣста, которое удовлетворяетъ этому требованію.

Мы приходимъ теперь къ вопросу, какимъ образомъ обнаруживать электрическіе узлы и пучности на проволокахъ. Съ этою цѣлью пользовались вначалѣ маленькими гейслеровыми трубками, т. е. трубками съ разряженнымъ воздухомъ, которыя свѣтятся, когда черезъ нихъ идетъ электрическій зарядъ. Если воспользоваться такою трубкой, какъ соединительнымъ мостомъ, т. е. соединить ею противоположащія точки проволокъ, то въ узловой точкѣ она остается темной, такъ какъ на обоихъ концахъ трубки нѣтъ заряда. На всякомъ другомъ мѣстѣ трубка свѣтится, и сильнѣе всего на мѣстахъ, соотвѣствующихъ пучностямъ: это обусловливается тѣмъ, что въ не-узловыхъ точкахъ на концахъ трубки постоянно скопляются противоположные заряды, которые черезъ нее соединяются и вызываютъ свѣченіе. Аронсъ (Arons) придумалъ приборъ, который упрощаетъ это испытаніе: именно, онъ впаиваетъ обѣ проволоки въ одну длинную трубку, какъ это показано на фиг. 13. Эта трубка даетъ свѣченіе въ



Фиг. 13.

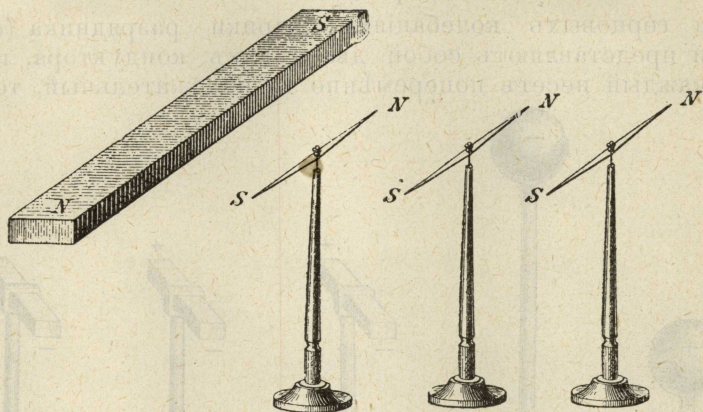
пучностяхъ и остается темной въ узлахъ.

5. Распространеніе электрическихъ волнъ въ воздухѣ.

Въ предыдущихъ главахъ мы познакомились съ т. н. колебательными разрядами и, въ частности, съ т. н. герцовыми электрическими колебаніями; мы видѣли, какимъ образомъ эти колебанія вызываютъ волны, которыя распространяются въ проволокахъ и могутъ быть констатированы на опытѣ. Однако мы знаемъ, что наэлектризованныя тѣла оказываютъ воздѣйствіе не только на тѣ проводники, которые находятся съ ними въ непосредственномъ соприкосновеніи но, индуктивно вліяютъ черезъ воздухъ и на такія тѣла, которыя болѣе или менѣе значительно отъ

нихъ удалены. Какъ слѣдуетъ представлять себѣ эту индукцію, можно сдѣлать очень нагляднымъ на слѣдующемъ опытѣ, относящемся къ области магнетизма.

На фигурѣ 14 изображены три магнитныя стрѣлки; еслибы



Фиг. 14.

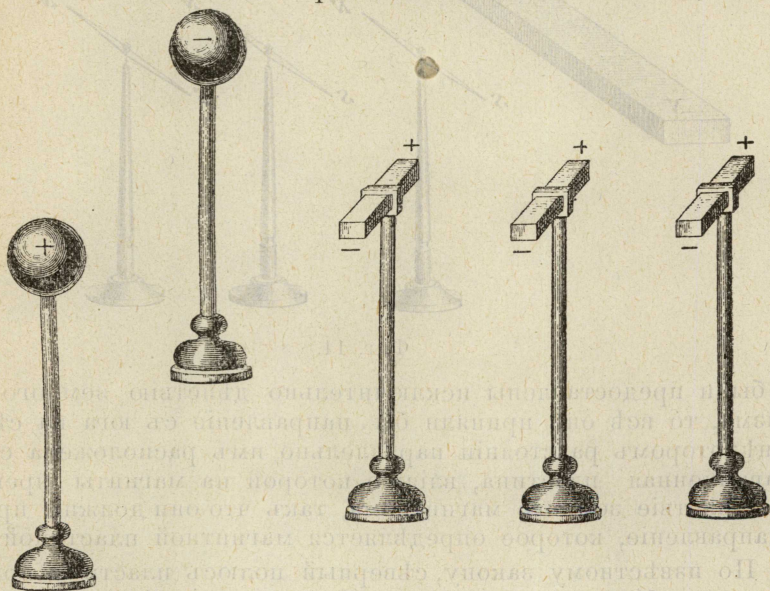
онѣ были предоставлены исключительно дѣйствію земного магнетизма, то всѣ онѣ приняли бы направленіе съ юга на сѣверъ. На нѣкоторомъ разстояніи параллельно имъ расположена сильно намагниченная пластина, вліяніе которой на магниты превосходить дѣйствіе земного магнетизма, такъ что они должны принять то направленіе, которое опредѣляется магнитной пластиной.¹⁾

По извѣстному закону, сѣверный полюсъ пластины притягиваетъ къ себѣ южные полюсы стрѣлокъ, а южный ея полюсъ притягиваетъ сѣверные полюсы стрѣлокъ. Если мы повернемъ пластину, то и стрѣлки примутъ противоположное направленіе. Совершенно аналогичный характеръ будетъ имѣть явленіе, если замѣнимъ магнитные полюсы электрическими зарядами. Именно, вмѣсто двухъ полюсовъ магнитной пластины представимъ себѣ два изолированныхъ металлическихъ шара съ противоположными зарядами (фиг. 15); вмѣсто стрѣлокъ представимъ себѣ также изолированныя пластинки. Въ такомъ случаѣ вліяніе противоположно заряженныхъ кондукторовъ на металлическія пластинки скажется въ томъ, что на каждой пластинкѣ со стороны шара, несущаго положительный зарядъ, появится отрицательное электричество, а съ противоположной стороны—положительное. Если мы теперь представимъ себѣ, что заряды на шарахъ перемѣнятъ свои знаки, т. е. если на шарѣ, несущемъ положительный зарядъ, появится отрицательное электричество и наоборотъ, то пластинки, конечно, не повернутся, какъ магнитныя стрѣлки, въ

¹⁾ Т. е., собственно говоря, равнодѣйствующей между силой пластины и земнымъ магнетизмомъ; но въ виду того, что сила пластины превосходитъ земной магнетизмъ, она главнымъ образомъ и опредѣляетъ направленіе стрѣлокъ.

противоположную сторону; но расположеніе электрическихъ зарядовъ въ нихъ измѣнится: на мѣстѣ положительнаго заряда появится отрицательный и наоборотъ. Этотъ процессъ въ области электрическихъ явленій представляетъ полную аналогію съ описаннымъ выше магнитнымъ процессомъ.

При герцовыхъ колебаніяхъ шарики разрядника (фиг. 6) именно и представляютъ собой два такихъ кондуктора, изъ которыхъ каждый несетъ попеременно то положительный, то отри-



Фиг. 15.

цательный зарядъ. Какъ сказалось бы индуктивное дѣйствіе этихъ кондукторовъ, еслибы заряды не мѣнялись въ теченіе известнаго времени, мы уже знаемъ. Но въ какой формѣ оно скажется, когда положительные и отрицательные заряды будутъ быстро смѣнять другъ друга?

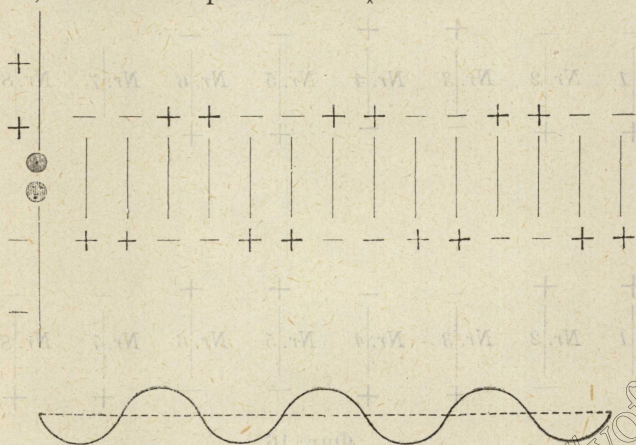
При этихъ условіяхъ, какъ мы въ этомъ сейчасъ убѣдимся, на сцену выступаетъ совершенно новое обстоятельство, именно, возникаетъ вопросъ о томъ, появляется ли индуктивное дѣйствіе электричества моментально на какомъ-угодно разстояніи или требуется нѣкоторое время для его распространенія черезъ воздухъ. Если на это не требуется времени, то съ переменой знака заряда при колебательномъ разрядѣ въ кондукторахъ моментально произойдетъ также переменна знаковъ наведенныхъ зарядовъ во всѣхъ металлическихъ пластинкахъ; иными словами, во все время, въ теченіе котораго будутъ происходить герцовскія колебанія въ разрядникѣ, наведенные заряды будутъ совершать одновременно колебанія въ томъ же темпѣ. Дѣло будетъ происходить, однако, иначе, если для распространенія индуцирующаго дѣйствія *потребуется нѣкоторое время*. Но мы *вынуждены* бу-

[illegible]

Фиг. 16.

и достигаетъ слѣдующаго слоя лишь нѣсколько позже, т. е. оно распространяется лишь съ извѣстной постепенностью въ теченіе нѣкотораго промежутка времени. Вообразимъ себѣ большое число малыхъ проводниковъ, на которые распространяется индуцирующее дѣйствіе герцовыхъ колебаній и которые расположены такимъ образомъ, что разстоянія ихъ отъ разрядника постепенно возрастаютъ (фиг. 16). Положимъ, что въ первый моментъ при

самомъ началѣ разряда верхній кондукторъ разрядника заряженъ положительно и нижній отрицательно (схема (а) на чертежѣ). Проводникъ № 1 получить въ этотъ моментъ наведенный отрицательный зарядъ въ верхней половинѣ и положительный зарядъ въ нижней. Мы предположимъ, что въ теченіе чрезвычайно малаго промежутка времени раньше, чѣмъ окончится первый частный разрядъ, т. е. раньше, чѣмъ соединятся въ первый разъ нейтрализующіяся массы, дѣйствіе индукціи этихъ массъ распространится до проводника № 2 и не дальше. Когда пройдетъ еще такой же промежутокъ времени, влияние тѣхъ же массъ распространится далѣе на проводники № 3 и 4 (схема (b) на чертежѣ). Тѣмъ временемъ знаки зарядовъ въ разрядникѣ измѣнились на противоположные, и индукція противоположныхъ зарядовъ за тотъ же интервалъ распространилась на проводники 1 и 2, какъ это и показано на схемѣ (b). Имѣющія теперь индуцирующія силы распространяются въ ближайшій моментъ дальше съ проводниковъ 3 и 4 на проводники 5 и 6, а съ проводниковъ 1 и 2—на проводники 3 и 4. Но тѣмъ временемъ знаки зарядовъ на кондукторахъ разрядника вновь измѣнились, и дѣйствіе новаго заряда распространяется на проводники 1 и 2, какъ это указано на схемѣ (c). Въ слѣдующей фазѣ (d) дѣйствіе первоначальныхъ зарядовъ распространяется до проводниковъ 7 и 8, въ проводникахъ 5 и 6 заряды имѣютъ противоположное расположение и т. д. Когда произойдетъ еще нѣсколько колебаній, мы будемъ имѣть въ вибраторѣ и въ проводникахъ примѣрно такое расположеніе, какое изображено на фиг. 17.



Фиг. 17.

Представимъ себѣ теперь, что сила индукціи основана на извѣстныхъ измѣненіяхъ въ состояніи эѳира и потенциально присутствуетъ въ эѳирѣ и въ томъ случаѣ, когда проводниковъ, въ которыхъ она вызываетъ зарядъ, нѣтъ. Въ такомъ случаѣ въ эѳирѣ будутъ быстро распространяться индуцирующія электри-

ческія силы чередующихся знаковъ, совершенно какъ волны, если мы сравнимъ силу, направленную вверхъ, съ гребнемъ, а силу, направленную внизъ, со впадиной обыкновенной волны (см. вторую часть рисунка 17). Это — *герцовы волны электрической силы* въ воздухѣ, или вѣрнѣе, въ эфирѣ, такъ какъ присутствіе воздуха играетъ здѣсь совершенно второстепенную роль; въ этомъ легко убѣдиться, такъ какъ волны электрической силы распространяются также и черезъ другія среды, между прочимъ, и черезъ безвоздушное пространство (vacuum), т. е. черезъ чистый эфиръ.

Изображенныя выше волны электрической силы поперечны, потому что направленія силы во всѣхъ точкахъ перпендикулярны къ линіи ея распространенія. Но такое простое расположеніе имѣетъ мѣсто лишь въ томъ случаѣ, когда распространеніе индуктивныхъ силъ идетъ именно въ томъ направленіи, въ какомъ мы его принимаемъ: отъ центра герцовыхъ колебаній въ разрядникѣ перпендикулярно къ ихъ продольному разрѣзу. Въ тѣхъ случаяхъ, которые мы будемъ ниже разсматривать, это всегда такъ и происходитъ.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Нѣсколько замѣчаній о „живой силѣ“ и „количествѣ движенія“.

Г. Бархова (Ревель).

1. Къ извѣстному равенству, содержащему выраженіе, называемое живой силой, можетъ привести рѣшеніе слѣдующей задачи: Какой путь пройдетъ масса m , если она пріобрѣтаетъ скорость v при дѣйствіи на нее постоянной силы p ?

Разсматриваемое движеніе равноускоренное, такъ какъ дѣйствующая сила постоянна. Ускореніе обозначимъ буквою a , искомымъ путь буквою s .

Изъ извѣстныхъ равенствъ

$$p = ma$$

и

$$v^2 = 2as$$

получается чрезъ исключеніе величины a , какъ рѣшеніе задачи,

$s = \frac{mv^2}{2p}$; а отсюда извѣстное равенство: $ps = \frac{1}{2}mv^2$. Такъ какъ

каждая изъ 4 величинъ, встрѣчающихся въ этомъ равенствѣ, можетъ быть разсматриваема, какъ неизвѣстная, а p — либо какъ сила либо какъ сопротивленіе, при чемъ въ послѣднемъ случаѣ движеніе было бы равнозамедленное съ начальною скоростью v , то къ

тому же уравненію $ps = \frac{1}{2}mv^2$ могутъ привести 8 различныхъ задачъ.

2. Извѣстное равенство, содержащее выраженіе, называемое количествомъ движенія, можетъ быть выведено изъ рѣшенія слѣдующей задачи: Сколько времени должна дѣйствовать постоянная сила p , чтобы масса m сообщить скорость v ?

Если обозначимъ искомое время буквою t и ускореніе опять буквою a , то, принявъ во вниманіе, что $a = \frac{v}{t}$ и $p = ma$, получаемъ $p = \frac{mv}{t}$, слѣдовательно, $t = \frac{mv}{p}$, какъ отвѣтъ на задачу; а отсюда извѣстное равенство $pt = mv$.

Но задачу эту можно рѣшить также, исходя изъ полученнаго уже соотношенія $ps = \frac{1}{2} mv^2$. Подставивъ въ это уравненіе $\frac{1}{2} vt$ вмѣсто s получаемъ $\frac{1}{2} pct = \frac{1}{2} mv^2$, или $pt = mv$. И къ этому равенству приводятъ 8 различныхъ задачъ.

3. Второе рѣшеніе послѣдней задачи указываетъ на тѣснѣйшую связь между уравненіями $ps = \frac{1}{2} mv^2$ и $pt = mv$.

Интересно, что эта связь не была еще познана во времена величайшихъ математиковъ Лейбница и Декарта.

Извѣстно, по крайней мѣрѣ, что между названными учеными происходилъ оживленный споръ, такъ и оставшійся ими не разрѣшеннымъ, которая изъ величинъ mv или $\frac{1}{2} mv^2$ должна считаться мѣрою для работоспособности массы m , движущейся со скоростью v . *) Между тѣмъ какъ Декартъ былъ того мнѣнія, что мѣрою для дѣйствія силы должна считаться величина mv , Лейбницъ утверждалъ, что дѣйствіе силы должно измѣряться величиною $\frac{1}{2} mv^2$. Намъ кажется самымъ правильнымъ недо-
разумѣніе между этими свѣтилами математики объяснить тѣмъ, что они не пришли предварительно къ соглашенію относительно мѣры для работы. Но правы были, въ сущности, оба.

Чтобы это было вполне ясно, достаточно сформулировать утвержденія ихъ слѣдующимъ образомъ:

Масса m , движущаяся со скоростью v , обладаетъ такимъ количествомъ кинетической энергіи, что въ состояніи преодолѣвать сопротивленіе p или на протяженіи s , опредѣленномъ уравненіемъ $ps = \frac{1}{2} mv^2$ (Лейбницъ), или въ продолженіе времени t , опредѣленнаго уравненіемъ $pt = mv$ (Декартъ). Если же примѣнить обычную абсолютную единицу для работы, то утвержденіе Лейбница мо-

*) Споръ былъ рѣшенъ въ послѣдствіи Даламберомъ.

жесть быть выражено такъ: Масса m граммъ, движущаяся со скоростью v сантиметровъ въ секунду, обладаетъ кинетическою энергіею въ $\frac{1}{2} mv^2$ эргъ (диносантиметровъ. *)

Утвержденіе же Декарта аналогично можетъ быть выражено только по введеніи новой единицы для работы и особаго термина для этой работы. Оно должно гласить: Масса m граммъ, движущаяся со скоростью v сантиметровъ въ секунду, обладаетъ кинетическою энергіею въ mv диносекундъ. Само собою ясно, что диносекундою названа работа, совершаемая при преодолѣніи сопротивленія въ 1 дину въ продолженіе одной секунды.

Теперь дѣлается еще яснѣе, въ чемъ состояло недоразумѣніе между Лейбницемъ и Декартомъ: первый изъ нихъ опредѣлялъ кинетическую энергію движущейся массы въ эргахъ (диносантиметрахъ), послѣдній въ диносекундахъ, и такимъ образомъ были правы оба.

4. Сказанное указываетъ на то, что понятіе о работѣ слѣдовало бы опредѣлять только какъ преодоленіе сопротивленія (безъ добавленія: на протяженіи нѣкотораго пути). Величина же работы зависитъ отъ того, преодолевается ли это сопротивленіе на протяженіи большаго или меньшаго пути или въ продолженіе большаго или меньшаго промежутка времени. Потому и единицы для работы можно ввести двухъ родовъ, какъ это уже было сдѣлано выше. Примѣненная и предлагаемая нами единица для работы — диносекунда — будетъ въ то же время и единицею для величинъ, получившихъ названія импульса силы (pt) и количества движенія (mv).

5. Какъ извѣстно, работа (ps) и живая сила ($\frac{1}{2} mv^2$) выражаются также въ килограммометрахъ. Аналогичнымъ образомъ импульсъ силы и количество движенія могутъ быть выражены въ килограммсекундахъ. Только тутъ будетъ кстати упомянуть, что, при примѣненіи этихъ единицъ въ упоминаемыхъ выше формулахъ, или для массы должна быть примѣнена единица, о которой мало гдѣ говорится, или же, — что для практическаго примѣненія формулъ слѣдуетъ считать болѣе удобнымъ, — эти формулы должны получить коэффициентъ пропорціональности, отличный отъ 1. Зависимость между силою (p), массою (m) и ускореніемъ (a) выражаютъ обыкновенно уравненіемъ $p=ma$. Оно справедливо, если эти величины выражены въ единицахъ абсолютной системы. Для произвольныхъ же единицъ слѣдуетъ не опускать коэффициента пропорціональности и писать $p=Cma$.

Зависимость между вѣсомъ, массою и ускореніемъ свободно падающаго тѣла (g) выражаютъ тоже обыкновенно просто такъ: $p=mg$. Въ этомъ уравненіи g не произвольная, но переменная

*) Прим. Слово это образовано по аналогіи слова килограмметръ.

величина, для определенной же точки земли — величина постоянная. Переменные только p и m . Если всё будет выражаться в килограммах и возьмем $p=1$, то m окажется равным $\frac{1}{g}$; то есть с силою в 1 килограмм притягивается к земле масса, равная $\frac{1}{g}$ единицам массы; следовательно, эта единица равна g килограммам, или массе g куб. децилитров дистиллированной воды при 4°C . Такая единица для массы вряд ли может быть признана удобною. Главный ее недостаток тот, что она переменная величина и, как таковая, мерою вообще не должна бы служить. Сказанное выше лишней раз подтверждает, что в общих формулах необходим коэффициент пропорциональности.

В пояснение сказанного приведем еще несколько примеров.

Если силу (p) будем выражать в килограммах (в частном случае, всё), массу m также в килограммах, а ускорение (a) в метрах, то зависимость между этими величинами должна быть выражена уравнением $p = \frac{1}{g} ma$. Так как для свободно падающего тела $a=g$, то для этого случая получаем $p=m$, то есть из этого уравнения следует известный факт, что масса в некоторое количество килограммов тяготит к земле с силою в то же количество килограммов.

Таким же образом формулы для живой силы и количества движения, если эти величины пожелаем выразить в килограммометрах и килограммсекундах, примут вид $\frac{mv^2}{2g}$ и $\frac{mv}{g}$; то есть масса m килограммов, движущаяся со скоростью v метров в секунду, обладает кинетическою энергиею в $\frac{mv^2}{2g}$ килограммометров или же в $\frac{mv}{g}$ килограммсекунд.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Решения всех задач, предложенных в текущем семестре, будут помещены в следующем семестре.

№ 502 (4 сер.). Построить треугольник ABC по двум его сторонам a и b , зная, что медианы m_a и m_b этого треугольника взаимно перпендикулярны.

И. Коровинъ (Екатеринбургъ).

№ 503 (4 сер.). Освободить выражение

$$\frac{\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$$

отъ радикаловъ.

Н. Агропомовъ (Вологда).

№ 504 (4 сер.). Найти такое простое число a , чтобы число $5^{a^2} + 1$ дѣлилось на a^2 .

Н. С. (Одесса).

№ 505 (4 сер.). Даны кругъ и точка A въ плоскости этого круга. Черезъ точку A проводить двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя, встрѣчающія окружность въ точкахъ B и C , и строить прямоугольникъ $BACM$. Найти геометрическое мѣсто точки M .

(Займств.).

№ 506 (4 сер.). Доказать, что, если a есть цѣлое число, взаимно простое съ 35, то произведение

$$(a^4 - 1)(a^4 + 15a^2 + 1)$$

дѣлится на 35.

(Займств.).

№ 507 (4 сер.). Теплоемкость золота равна 0,0298. Сколько золота при 45 градусахъ надо положить въ 1,00058 килограммовъ воды, чтобы поднять ея температуру съ 12°,3 до 15°,7?

(Займств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 407 (4 сер.) Доказать, что многочленъ

$$n^5 - 5n^3 + 4n$$

при всякомъ цѣломъ значеніи n представляетъ число, дѣлящееся на 120.

Изъ преобразованій

$$\begin{aligned} n^5 - 5n^3 + 4n &= n^5 - n^3 - 4n^3 + 4n = n^3(n^2 - 1) - 4n(n^2 - 1) = \\ &= (n^2 - 1)(n^3 - 4n) = (n^2 - 1)n(n^2 - 4) = (n + 2)(n + 1)n(n - 1)(n - 2) \end{aligned}$$

мы видимъ, что разсматриваемое число есть произведение пяти послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ; слѣдовательно, оно кратно

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

В. Винокуровъ (Калязинъ); *Я. Дубновъ* (Вильна); *А. Колгасовъ* (Короча); *В. Ковальскій* (Спб.); *Р. Домбровский* (Спб.); *А. Чесскій* (Слутскъ); *И. Коровинъ* (Екатеринбургъ); *А. Брюхановъ* (Н. Николаевскъ); *Н. Пытуховъ* (Екатеринбургъ); *Н. Готлибъ* (Митава); *Я. Сыченко* (Орелъ); *В. Верронтъ* (Москва); *Х. Мнашакановъ* (Тифлисъ); *Н. Сагатовъ* (Шуша); *Н. Доброгосовъ* (Немировъ).

№ 422 (4 сер.). Определить внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ точку P , зная сумму k ее расстояний от двух последовательных сторон AB и BC и сумму l ее расстояний от двух других сторон.

(Займств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Лежа внутри выпуклого четырехугольника, искомая точка должна лежать также внутри угла ABC . Пусть M —точка, лежащая внутри угла ABC , сумма расстояний которой от сторон этого угла равна данному отрезку k . Назовемъ черезъ Mx и My перпендикуляры, опущенные соответственно изъ точки M на прямые BA и BC , и проведемъ черезъ M прямую, перпендикулярную къ биссектору угла ABC до пересѣченія съ прямыми AB и BC соответственно въ точкахъ R и Q . Тогда $\angle BRQ = \angle BQR = \frac{\pi}{2} - \frac{\angle ABC}{2}$,

а потому $BR = BQ$. Пусть RN —высота треугольника RBQ , проведенная изъ вершины R ; такъ какъ площадь этого треугольника равна суммѣ площадей треугольниковъ BRM и BQM , то

$$\frac{1}{2} RN \cdot BQ = \frac{1}{2} BR \cdot Mx + \frac{1}{2} BQ \cdot My = \frac{1}{2} BQ(Mx + My), \quad (1)$$

откуда

$$RN = Mx + My = k.$$

Итакъ, точка M лежитъ на основаніи равнобедреннаго треугольника RBQ , который легко построить, проведя прямую, параллельную BC , въ разстояніи k отъ нея до встрѣчи въ точкѣ R съ прямой BA и отложивъ $BQ = BR$ на прямой BC . Обратно, всякая точка отрезка RQ обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что сумма ее разстояній отъ прямыхъ BA и BC равна k : это вытекаетъ изъ того же равенства (1). Итакъ, искомая точка лежитъ на отрезкѣ RQ . Построивъ аналогичнымъ образомъ отрезокъ $R'Q'$, представляющій геометрическое мѣсто точекъ, сумма разстояній которыхъ отъ прямыхъ DA и DC равна l , найдемъ искомую точку P на пересѣченіи отрезковъ RQ и $R'Q'$; задача можетъ имѣть одно, ни одного или безчисленное множество рѣшеній, смотря по тому, пересѣкаются ли отрезки RQ и $R'Q'$ или нѣтъ, или лежать на одной прямой.

Я. Дубиновъ (Вильна).

№ 428 (4 сер.). Решить систему уравненій:

$$x^2y + y^3x = a,$$

$$x^2 - y^2 = b.$$

Представляя первое уравненіе системы въ видѣ $xy(x^2 + y^2) = a$ и возвышая обѣ части въ квадратъ, получимъ:

$$x^2y^2(x^2 + y^2)^2 = a^2,$$

или

$$\frac{[(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2]}{4} \cdot (x^2 + y^2)^2 = a^2 \quad (1).$$

Подставляя изъ второго уравненія системы въ равенство (1) b вмѣсто $x^2 - y^2$, полагая

$$x^2 + y^2 = z \quad (2),$$

раскрывая скобки и освобождаясь отъ знаменателя, находимъ:

$$z^4 - b^2z^2 = 4a^2,$$

откуда

$$z = x^2 + y^2 = \pm \sqrt{\frac{b^2 \pm \sqrt{b^4 + 16a^2}}{2}} \quad (3).$$

Рѣшая второе уравненіе системы совместно съ уравненіемъ $x^2 + y^2 = z_k$, гдѣ (см. (3)) z_k одно изъ четырехъ значеній $x^2 + y^2$, находимъ x^2 и y^2 , а затѣмъ x и y . Извлекая корень при нахожденіи x и y , надо выбирать знаки такъ, чтобы $xy(x^2 + y^2)$ равнялось a , не $(-a)$; напримѣръ, при действительныхъ x и y знаки xy и a должны быть одинаковы. Такимъ образомъ, число рѣшеній оказывается вообще равно 8 (а не 16) и никогда не болѣе 8.

В. Винокуровъ (Калазинъ); *С. Бѣликовъ* (Короча); *Н. Агрономовъ* (Вологда); *А. Дубиновъ* (Вильна).

№ 432 (4 сер.). Рѣшить въ рациональныхъ числахъ уравненіе:

$$x^3 + y^3 = z^2.$$

Предположимъ, что $y=0$; тогда уравненіе приводится къ виду: $x^3 = z^2$ (1), откуда $x^2 z = z^3$, такъ что, если z не равно 0, то

$$z = \frac{x^3}{z^2} = \left(\frac{x}{z} \right)^3,$$

т. е. z есть точный кубъ рациональнаго числа $\frac{x}{z}$; но, при $z=0$, число z также есть кубъ рациональнаго числа, именно нуля. Итакъ, при $y=0$, z есть число вида t^3 , гдѣ t —число рациональное. Тогда (см. (1)) $x^3 = t^6$, т. е. $x = t^2$.

Итакъ, первая группа рѣшеній выражается формулами:

$$x = t^2, \quad y = 0, \quad z = t^3 \quad (2).$$

Пусть теперь $y \neq 0$. Въ этомъ случаѣ искомыя рациональныя значенія x и z всегда можно выразить равенствами

$$x = py, \quad z = qy \quad (3),$$

гдѣ p и q нѣкоторые рациональныя числа. Тогда данное уравненіе приводится къ виду:

$$p^3 y^3 + y^3 = q^2 y^2,$$

или, такъ какъ $y \neq 0$, —

$$p^3 y + y = q^2 \quad (4).$$

Откуда, при $p \neq -1$,

$$y = \frac{q^2}{1+p^3} \quad (5).$$

Итакъ, новая группа рѣшеній выражается формулами (см. (3), (5));

$$x = \frac{pq^2}{1+p^3}, \quad y = \frac{q^2}{1+p^3}, \quad z = \frac{p^3}{1+p^3}, \quad \text{гдѣ } p \neq -1 \quad (6).$$

Наконецъ, если $p = -1$, то (см. (3), (4))

$$x = -y, \quad z = 0 \quad (7).$$

Провѣряя рѣшенія, получаемыя изъ формулъ (2) и (6), мы видимъ, что они удовлетворяютъ предложенному уравненію при всевозможныхъ рациональныхъ значеніяхъ t , p и q . Итакъ, формулы (2), (6), (7) даютъ всѣ рѣшенія предложенной системы въ рациональныхъ числахъ.

Н. Живовъ (Кременчугъ).

№ 443 (4 сер.). Доказать, что квадраты расстояний центра круга от двух противоположных вершин описанного около него четырехугольника относятся, как произведения сторон, сходящихся в этих вершинах.

Пусть O —центр круга, $ABCD$ —описанный около круга четырехугольник, M, N, P, Q —соответственные точки касания сторон AB, BC, CD и AD . Так как

$$\angle AOB = \pi - (\angle OAB + \angle OBA) = \pi - \left(\frac{\angle DAB}{2} + \frac{\angle CBA}{2} \right) \quad (1)$$

и

$$\angle DOC = \pi - \left(\frac{\angle ADC}{2} + \frac{\angle BCD}{2} \right) \quad (2),$$

то (см. (1), (2)):

$$\angle AOB + \angle DOC = 2\pi - \frac{\angle DAB + \angle CBA + \angle ADC + \angle BCD}{2} = \pi,$$

так что углы AOB и DOC (и подобным же образом углы AOD и BOC) дополняют друг друга до двух прямых. Поэтому

$$\frac{\text{пл. } \triangle AOB}{\text{пл. } \triangle DOC} = \frac{OA \cdot OB}{OD \cdot OC} \quad (1).$$

Съ другой стороны,

$$\frac{\text{пл. } \triangle AOB}{\text{пл. } \triangle DOC} = \frac{AB \cdot OM}{DC \cdot OP} = \frac{AB}{DC} \quad (2),$$

откуда (см. (1))

$$\frac{OA \cdot OB}{OD \cdot OC} = \frac{AB}{DC} \quad (3).$$

Подобным же образом из рассмотрения площадей треугольников AOD и BOC , найдемъ:

$$\frac{OA \cdot OD}{OB \cdot OC} = \frac{AD}{BC} \quad (4).$$

Перемножая и затѣмъ дѣля почленно равенства (3) и (4), находимъ:

$$\frac{\overline{OA}^2}{\overline{OC}^2} = \frac{AB \cdot AD}{DC \cdot BC}, \quad \frac{\overline{OB}^2}{\overline{OD}^2} = \frac{AB \cdot BC}{DC \cdot AD}.$$

К. Абрамовичъ (Петроковъ); В. Винокуровъ (Калязинъ).

ОБЪ ИЗДАНИИ УНИВЕРСИТЕТСКИХЪ ИЗВѢСТІЙ

въ 1904 году.

Цѣль настоящаго изданія остается прежнею: доставлять членамъ университетскаго сословія свѣдѣнія, необходимыя имъ по отношеніямъ ихъ къ Университету, и знакомить публику съ состояніемъ и дѣятельностью Университета и различныхъ его частей.

Согласно съ этою цѣлю, въ Универс. Извѣстіяхъ печатаются:

1. Протоколы засѣданій университетскаго Совѣта.
2. Новая постановленія и распоряженія по Университету.
3. Свѣдѣнія о преподавателяхъ и учащихся, списки студентовъ и постороннихъ слушателей.
4. Обзорныя преподаванія по полугодіямъ.
5. Программы, конспекты и библиографическіе указатели для учащихся.
6. Библиографическіе указатели книгъ, поступающихъ въ университетскую бібліотеку и въ студенческую ея отдѣлъ.
7. Свѣдѣнія и изслѣдованія, относящіяся къ устройству и состоянію ученой, учебной, административной и хозяйственной части Университета.
8. Свѣдѣнія о состояніи коллекцій, кабинетовъ, музеевъ и другихъ учебно-вспомогательныхъ заведеній Университета.
9. Годичные отчеты по Университету.
10. Отчеты о путешествіяхъ преподавателей съ учеными цѣлями.
11. Разборы диссертаций, представляемыхъ для полученія ученыхъ степеней, соисканія наградъ, pro venia legendi и т. п., а также и самыя диссертации.
12. Рѣчи, произносимыя на годичномъ актѣ и въ другихъ торжественныхъ собраніяхъ.
13. Вступительныя, пробныя, публичныя лекціи и полные курсы преподавателей.
14. Ученые труды преподавателей и учащихся.
15. Матеріалы и переводы научныхъ сочиненій.

Указанныя статьи распределяются на двѣ части — 1) —официальную и протоколы, отчеты и т. п. 2) —неофициальную (статьи научнаго содержанія, съ отдѣлами — критико-библиографическимъ, посвященнымъ критическому обзорному выдающимся явленіямъ ученой литературы (русской и иностранной), и научной хроники, заключающимъ въ себѣ извѣстія о дѣятельности ученыхъ обществъ, состоящихъ при Университетѣ, и т. п. свѣдѣнія. Въ прибавленіяхъ печатаются матеріалы, указатели бібліотеки, списки, таблицы метеорологическихъ наблюденій и т. п.

Университетскія Извѣстія въ 1904 году будутъ выходить ежемѣсячно книжками, содержащими въ себѣ до 20 печатныхъ листовъ. Цѣна за 12 книжекъ Извѣстій безъ пересылки шесть рублей пятьдесятъ копѣекъ, а съ пересылкой семь рублей. Подписки и заявленія объ обмѣнѣ изданіями принимаются въ канцеляріи Правленія Университета.

Студенты Университета Св. Владиміра платятъ за годовое изданіе Университетскихъ Извѣстій 3 руб. сер., а студенты прочихъ Университетовъ 4 руб.; продажа отдѣльныхъ книжекъ не допускается.

Университетскія Извѣстія высылаются только по полученіи подписныхъ денегъ.

Гг. иногородніе могутъ обращаться съ требованіями своими къ коммиссіонеру Университета Н. Я. Оглоблину, въ С.-Петербургъ, на Малую Садовую, № 4-й, и въ Кіевъ, на Крещатику, въ книжный магазинъ его же, или непосредственно въ Правленіе Университета Св. Владиміра.

Гл. Редакторъ В. Иконниковъ.

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ

ИМПЕРАТОРСКАГО Казанскаго Университета НА 1904 ГОДЪ.

Въ Ученыхъ Записяхъ помѣщаются:

I. Въ отдѣлѣ наукъ: ученые изслѣдованія профессоровъ и преподавателей; сообщенія и наблюденія; публичныя лекціи и рѣчи; отчеты по ученымъ командировкамъ и извлеченія изъ нихъ; научныя работы студентовъ, а также рекомендованные факультетами труды постороннихъ лицъ.

II. Въ отдѣлѣ ритики и библиографіи: профессорскія рецензіи на магистерскія и докторскія диссертации, представляемыя въ Казанскій университетъ, и на студентскія работы, представляемыя на соисканіе наградъ; критическія статьи о вновь появляющихся въ Россіи и за границей книгахъ и сочиненіяхъ по всѣмъ отраслямъ знанія; библиографическіе отзывы и замѣтки.

III. Университетская лѣтопись: извлеченія изъ протоколовъ засѣданій Совѣта; отчеты о диспутахъ, статьи, посвященные обзорѣннѣ коллекцій и состоянію учебно-вспомогательныхъ учреждений при университетѣ, біографическіе очерки и некрологи профессоровъ и другихъ лицъ, стоявшихъ близко къ Казанскому университету, обзорѣннѣ преподаванія, распределеніе лекцій, актовъ отчетъ и проч.

IV. Приложенія: университетскіе курсы профессоровъ и преподавателей; памятники историческіе и литературные съ научными комментаріями, и памятники, имѣющіе научное значеніе и еще не обнародованные.

Ученыя Записи выходятъ ежемѣсячно, книжками въ размѣрѣ не менѣе 13 листовъ, не считая извлеченій изъ протоколовъ и особыхъ приложеній.

Подписная цѣна въ годъ со всѣми приложеніями 6 р., съ пересылкою 7 руб. Отдѣльныя книжки можно получать изъ редакціи по 4 руб. Подписка принимается въ Правленіи университета.

Редакторъ Д. Александровъ.

Ил. Редакторъ В. Никонинъ.